

Elementi di Statistica

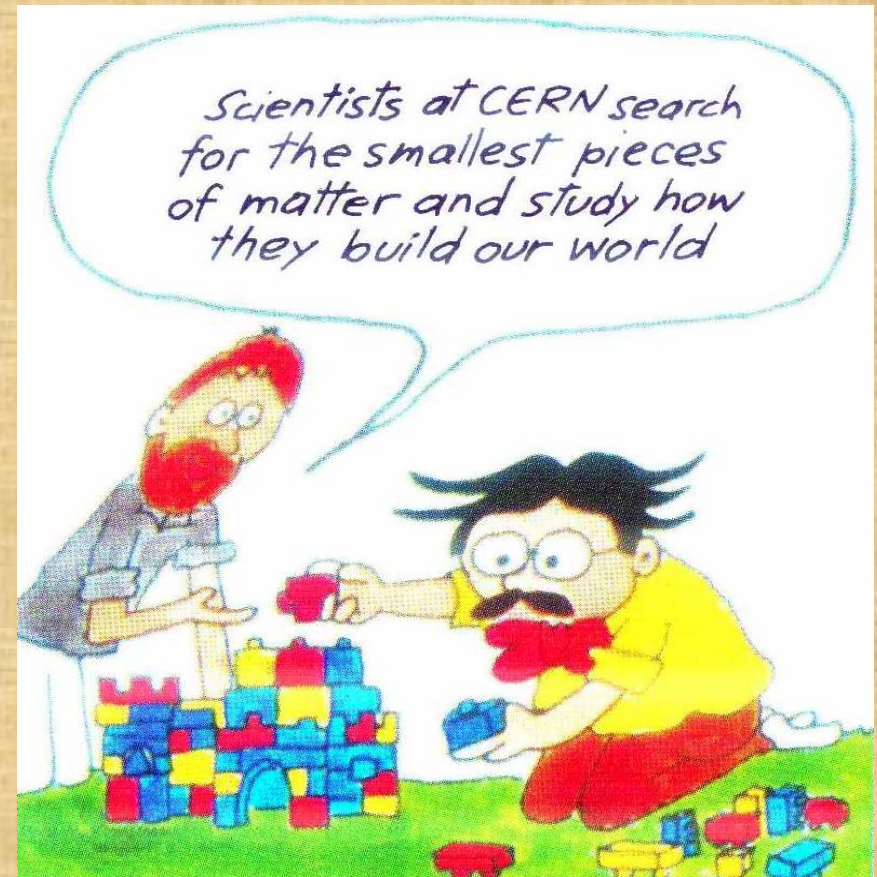
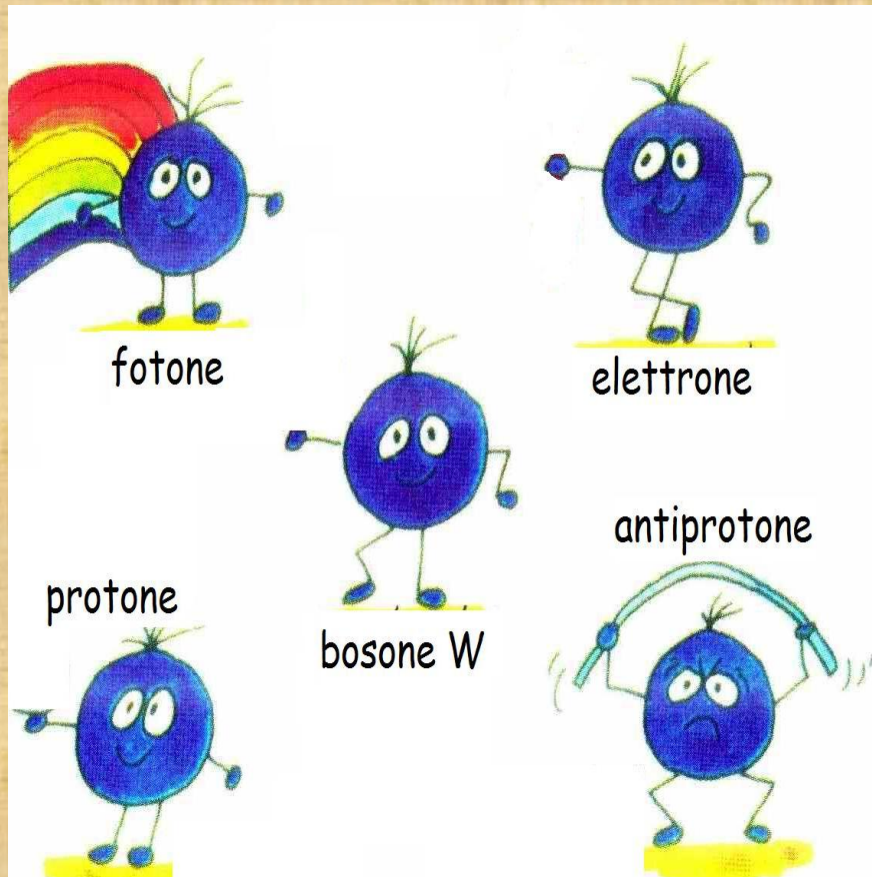
- 1 - Fisica Alte Energie : di cosa si occupa ?
- 2 - Variabili aleatorie e distribuzioni
- 3 - Fit ai dati sperimentali
- 4 - Tre esempi completi

1

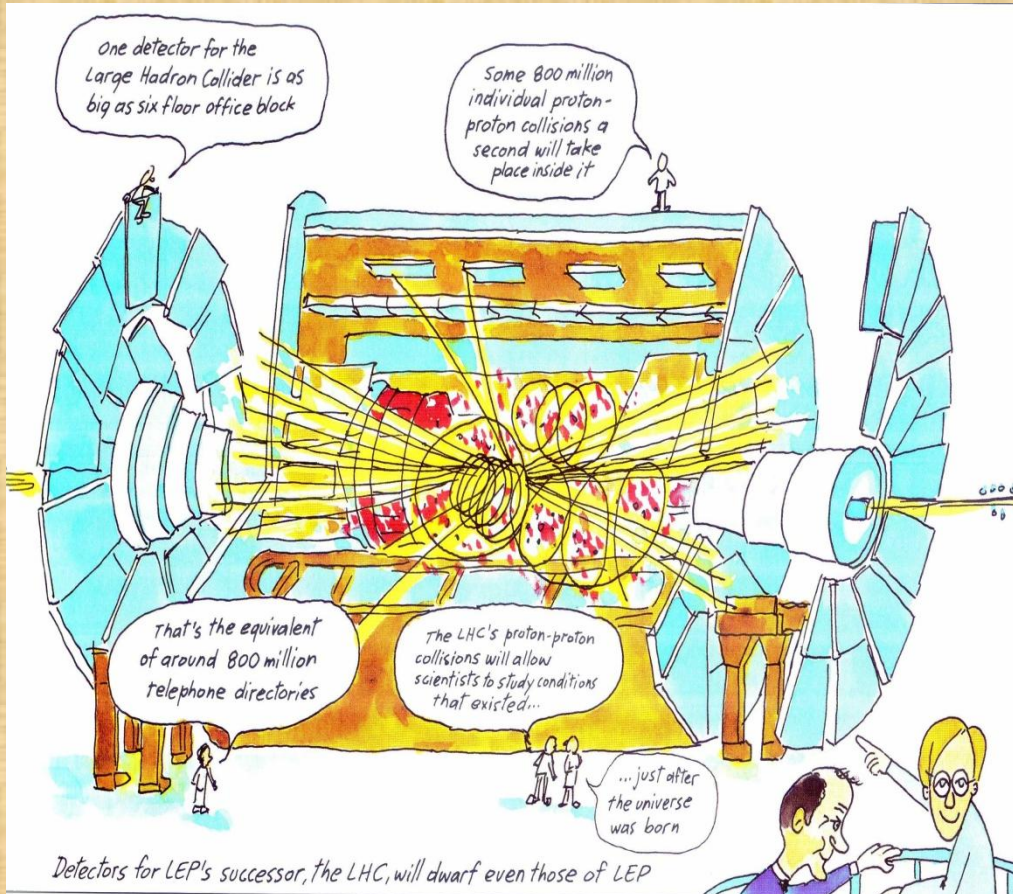
Fisica Alte Energie

Di cosa si occupa ?

Spiega il complesso mediante il semplice nel mondo dell'infinitamente piccolo ...

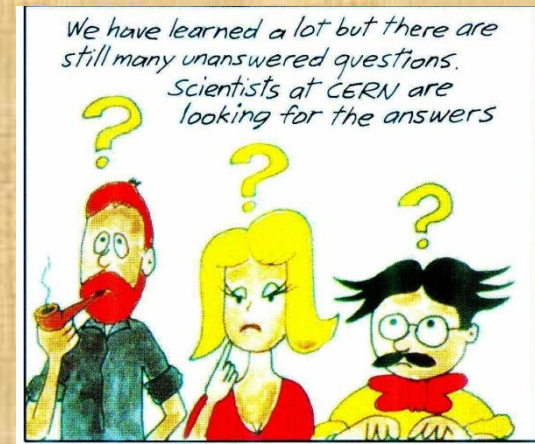


... applicando la ben nota manovra a tenaglia :
il metodo scientifico.



Fisici sperimentali

Fisici teorici



piu' son piccoli ...

LHC

$R = 4,3 \text{ km}$



... cosa si misura nella HEP ?

Parametri fondamentali :

- Branching ratio (BR) :

$$\Phi \rightarrow \begin{array}{cccc} K_S K_L & K^+ K^- & \pi^+ \pi^- \pi^0 & \eta \gamma \\ 35\% & 49\% & 15\% & 1\% \end{array}$$

- vita media (τ)
- massa (m)
- costanti di accoppiamento

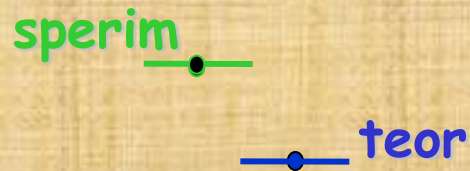


attraverso...

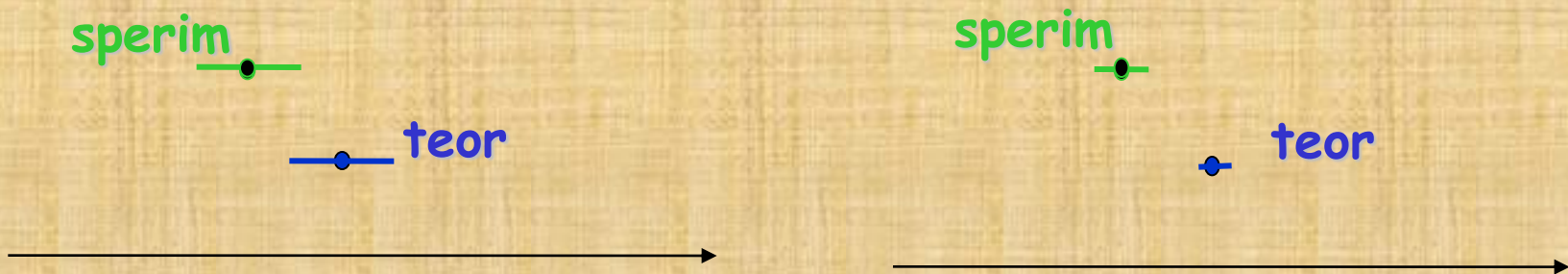


- quantita' di moto p ;
- energia E rilasciata nel calorimetro ;
- **angoli** e direzioni delle particelle prodotte ;
- intervalli **temporali** ;
- **efficienza** del rivelatore ;
- **contaminazione** in un campione ;
- ecc.

- Le incertezze (sperimentali e/o teoriche) possono essere diminuite



- Le incertezze (sperimentali e/o teoriche) possono essere diminuite
- ... e la situazione può cambiare !



2

Variabile aleatorie e distribuzioni

Indicatori fondamentali

Valor medio

$$m = \frac{\sum x_i}{N}$$

Deviazione standard

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (m - x_i)^2}{N - 1}}$$

$$x = m \pm \sigma$$

$$e_x = \sigma/m$$

Indicatori fondamentali

Valor medio

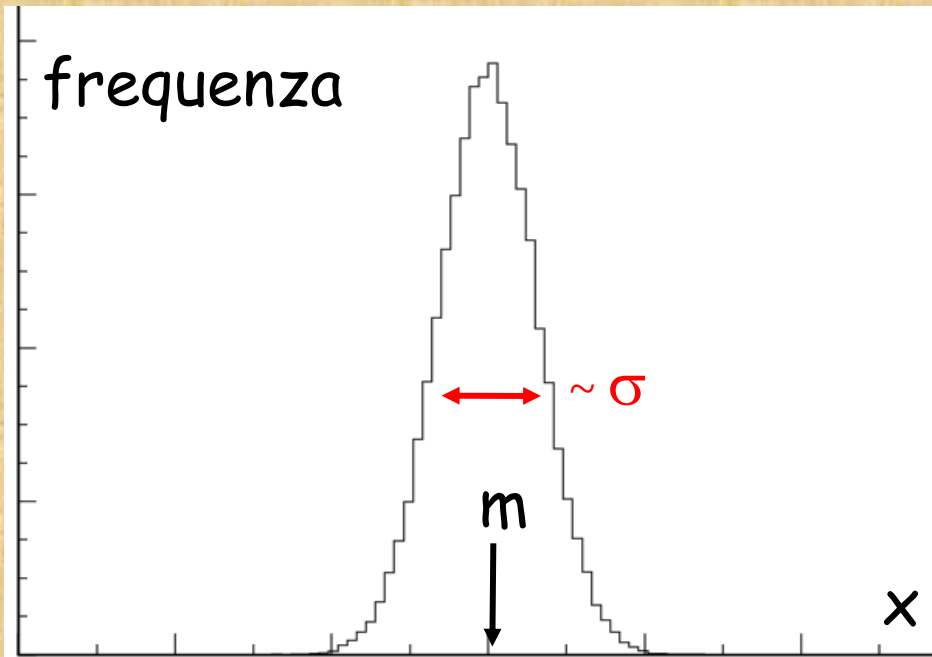
$$m = \frac{\sum x_i}{N}$$

Deviazione standard

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (m - x_i)^2}{N - 1}}$$

$$x = m \pm \sigma$$

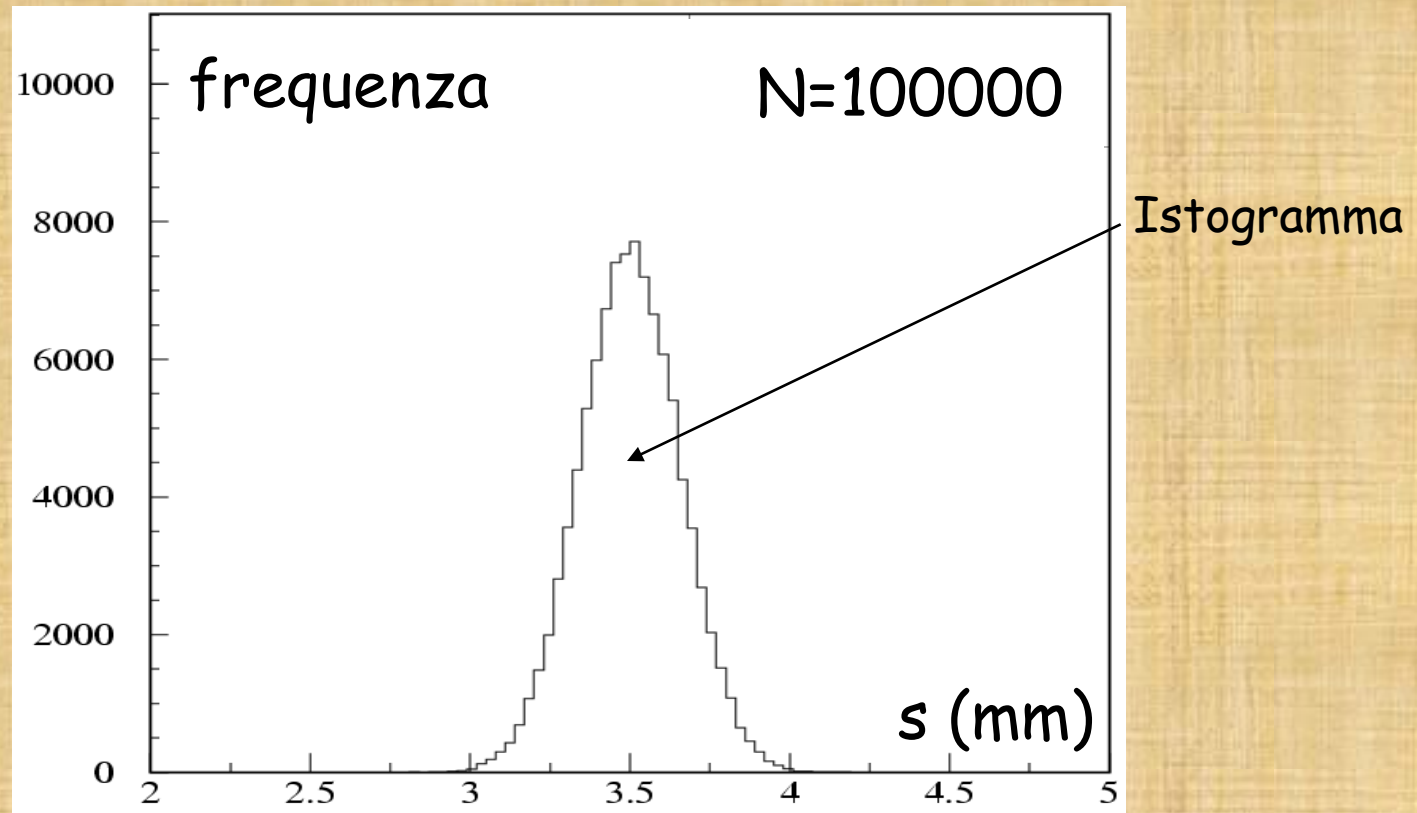
$$e_x = \sigma / m$$



Ogni tipo di VA ha la sua particolare distribuzione

una cosiddetta
misura 'semplice' ...

Esempio - Misura spessore cavo elettrico



- Errori casuali
 - Errori sistematici
- $s = (3.53 \pm 0.21) \text{ mm}$ **➡** $e_r = 5,9\%$

Tipi di variabili aleatorie

VA : gaussiana

Misura di una grandezza in presenza di **errori casuali**.



spessore cavo elettrico
massa di una particella
misura di un intervallo di tempo

Tipi di variabili aleatorie

VA : gaussiana

Misura di una grandezza in presenza di **errori casuali**.



spessore cavo elettrico
massa di una particella
misura di un intervallo di tempo

VA : binomiale

Il numero di **successi** in N prove e' una variabile aleatoria, e ovviamente:
 $0 \leq k \leq N$.



risultato lancio di un dado
efficienza rivelatore
decadimenti per una particella instabile
in un dato canale

Tipi di variabili aleatorie

VA : gaussiana

Misura di una grandezza in presenza di **errori casuali**.



spessore cavo elettrico
massa di una particella
misura di un intervallo di tempo

VA : binomiale

Il numero di **successi** in N prove e' una variabile aleatoria, e ovviamente:
 $0 \leq k \leq N$.



- risultato lancio di un dado
- **efficienza rivelatore**
decadimenti particella instabile in un dato canale

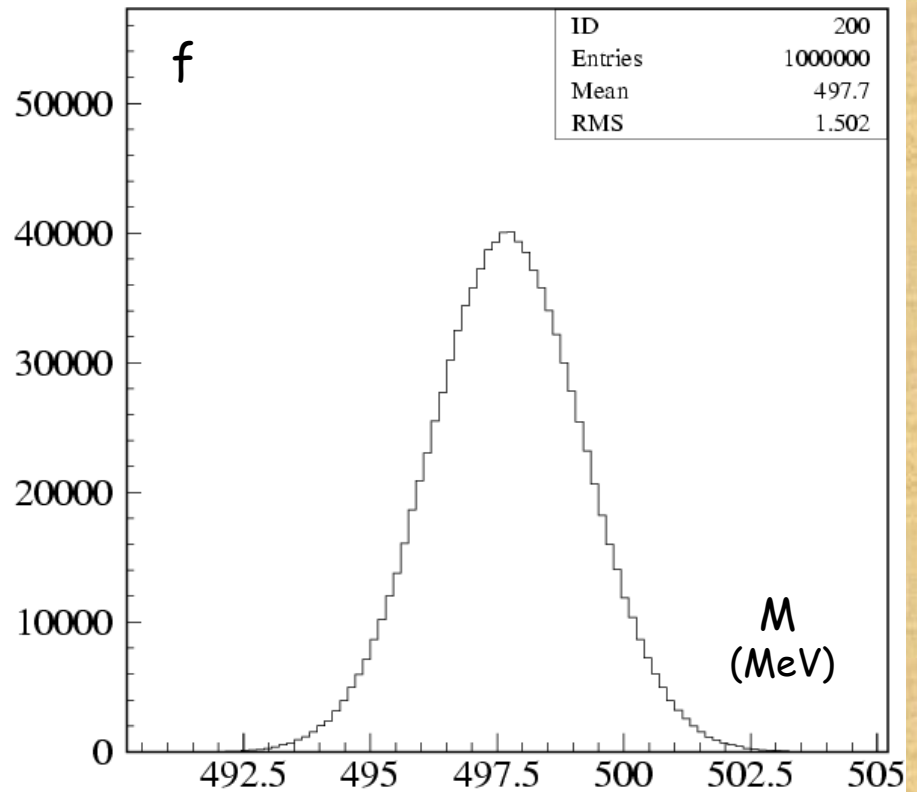
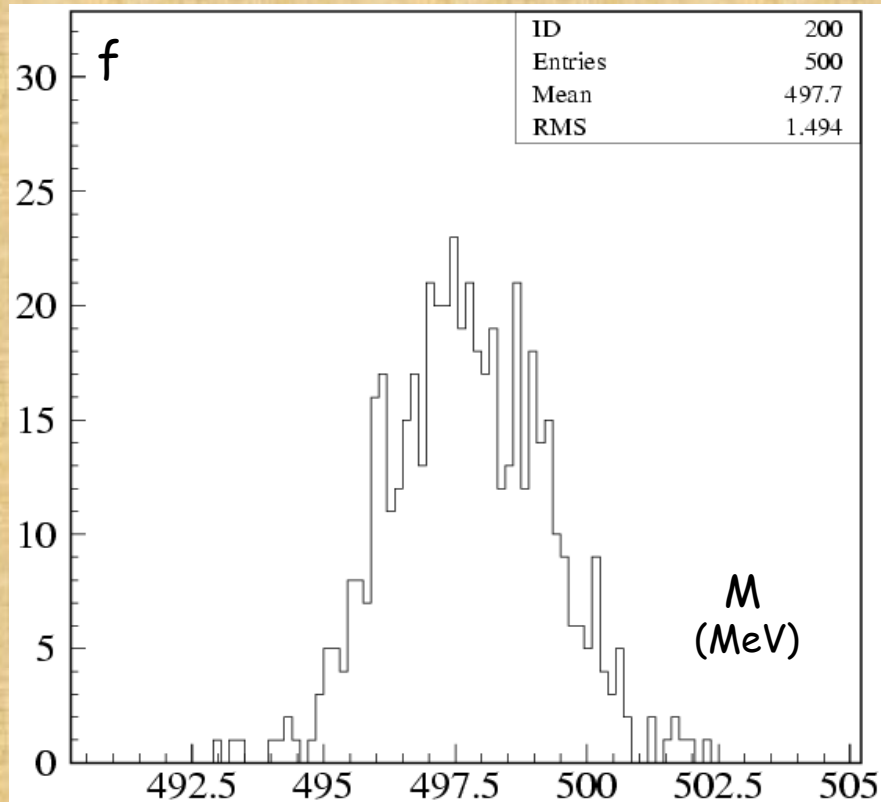
VA : poissoniana

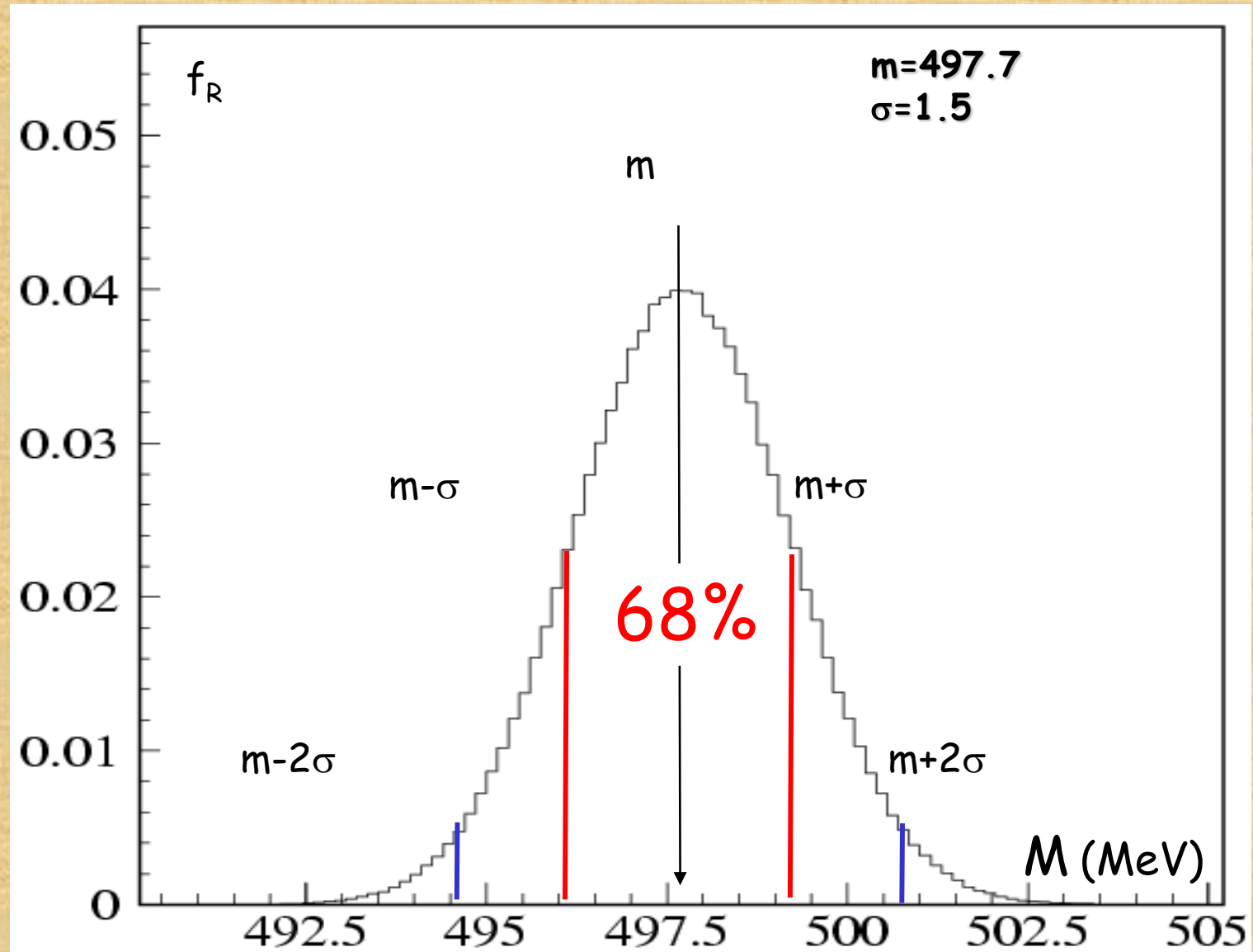
Caso particolare di var.binom.:
- *successo*: **evento raro**, $p \approx 0$
- numero **infinito** di prove $N \approx \infty$



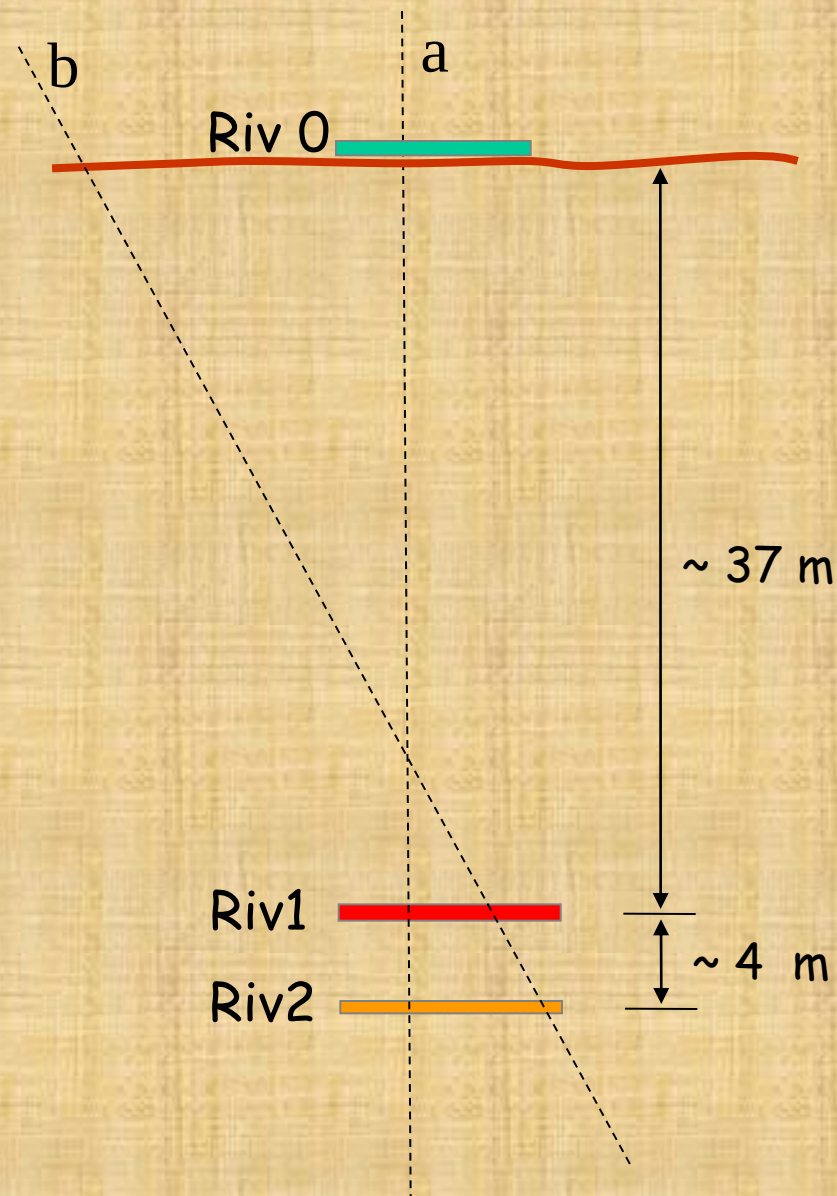
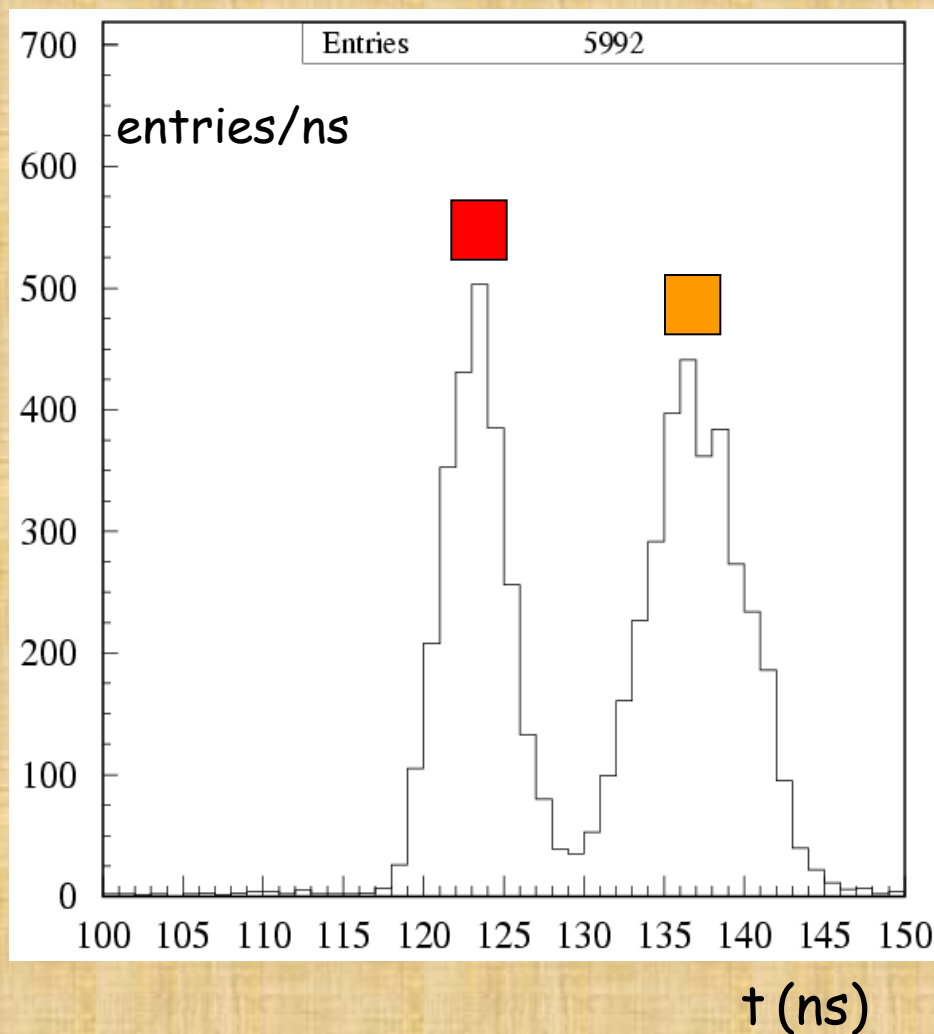
nascite al mese
decadimenti in 5 s di una sostanza radioattiva
di eventi in un "bin" di un istogramma

Esempio 1 di VA gaussiana : massa di una particella





Esempio 2 di VA gaussiana : Misura intervallo temporale



Esempio di VA binomiale : I conteggi

$Z_0 \rightarrow ee, \mu\mu, \tau\tau, qq$

$BR = k/N (p)$

Il BR è una VA binomiale

- Osservati 1000 decadimenti Z_0
- Osservati 34 eventi $Z_0 \rightarrow ee$
- $BR (Z_0 \rightarrow ee) = 3,4 \%$

$$\sigma = \sqrt{Np(1-p)} = \sqrt{1000 \times 0,034 \times (1 - 0,034)} = 6$$

$$m = pN$$

$$\sigma = \sqrt{Np(1-p)}$$

$$\frac{\sigma}{m} = \frac{\sqrt{Np(1-p)}}{pN} \approx \frac{1}{\sqrt{N}}$$

• Precisione misura BR

$$N=50 \quad \rightarrow \quad \sigma/m \quad \rightarrow \quad 10\%$$

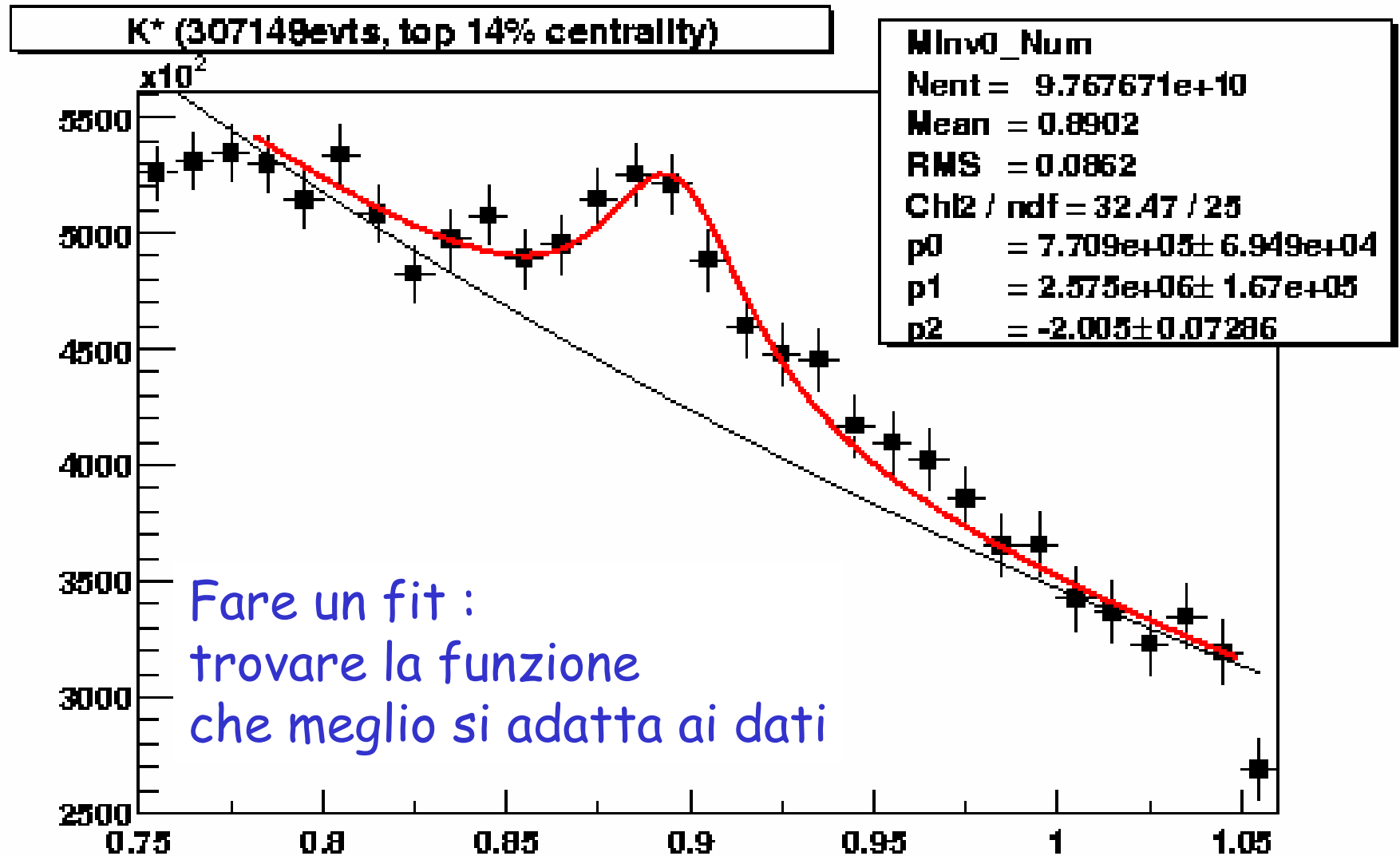
$$N=10^3 \quad \rightarrow \quad \sigma/m \quad \rightarrow \quad 2.4\%$$

$$N=10^6 \quad \rightarrow \quad \sigma/m \quad \rightarrow \quad 0.08\%$$



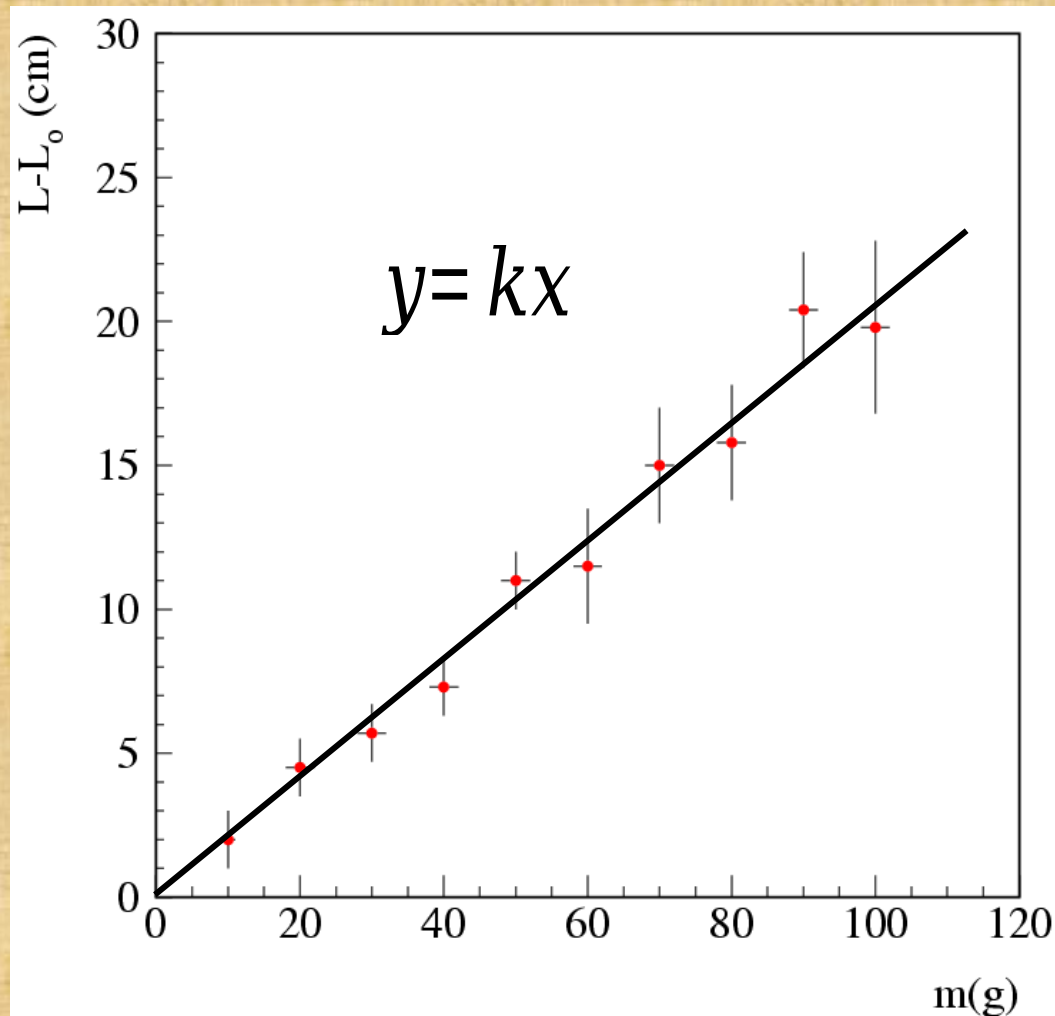
3 FIT

*relazione matematica=legge fisica=grafico :
i valori sperimentali si adattano ad esso ?*

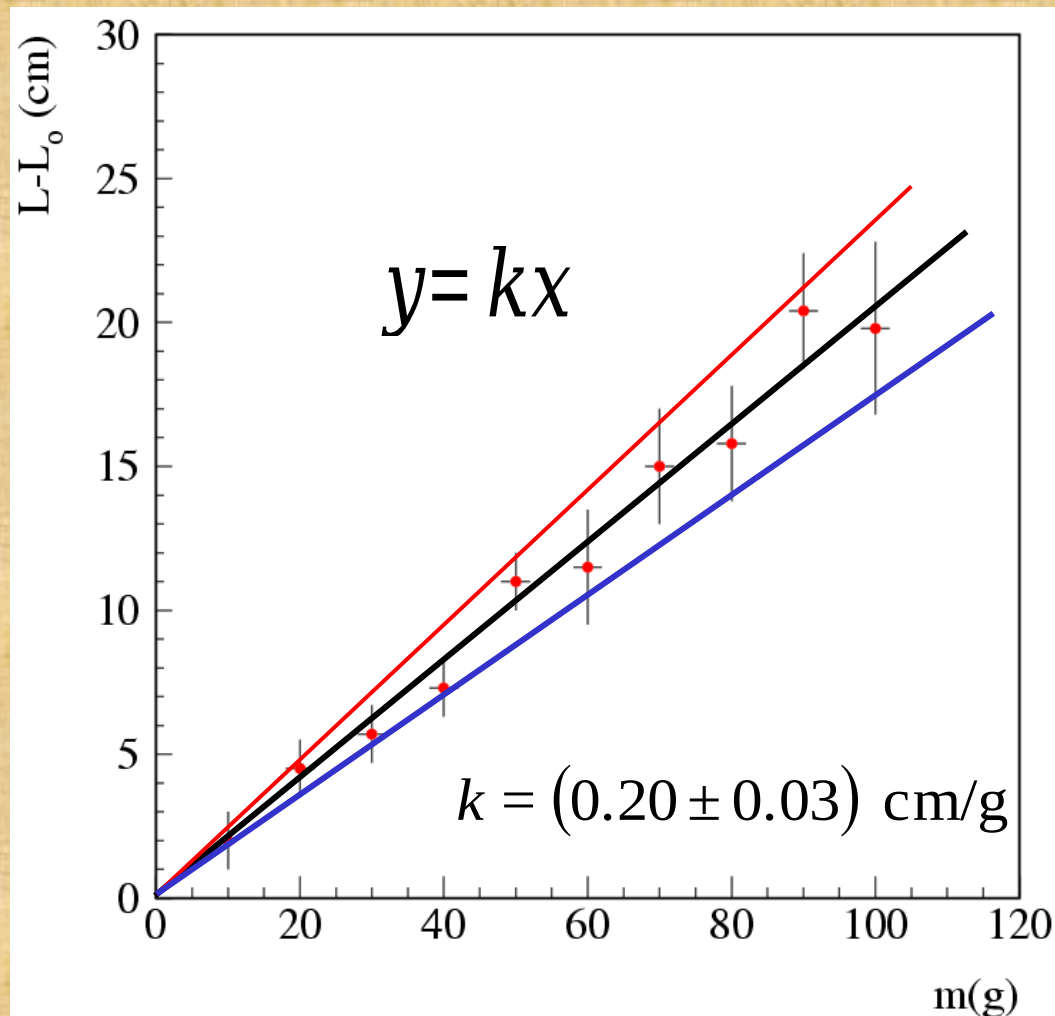


*A scuola si fa a
mano ...*

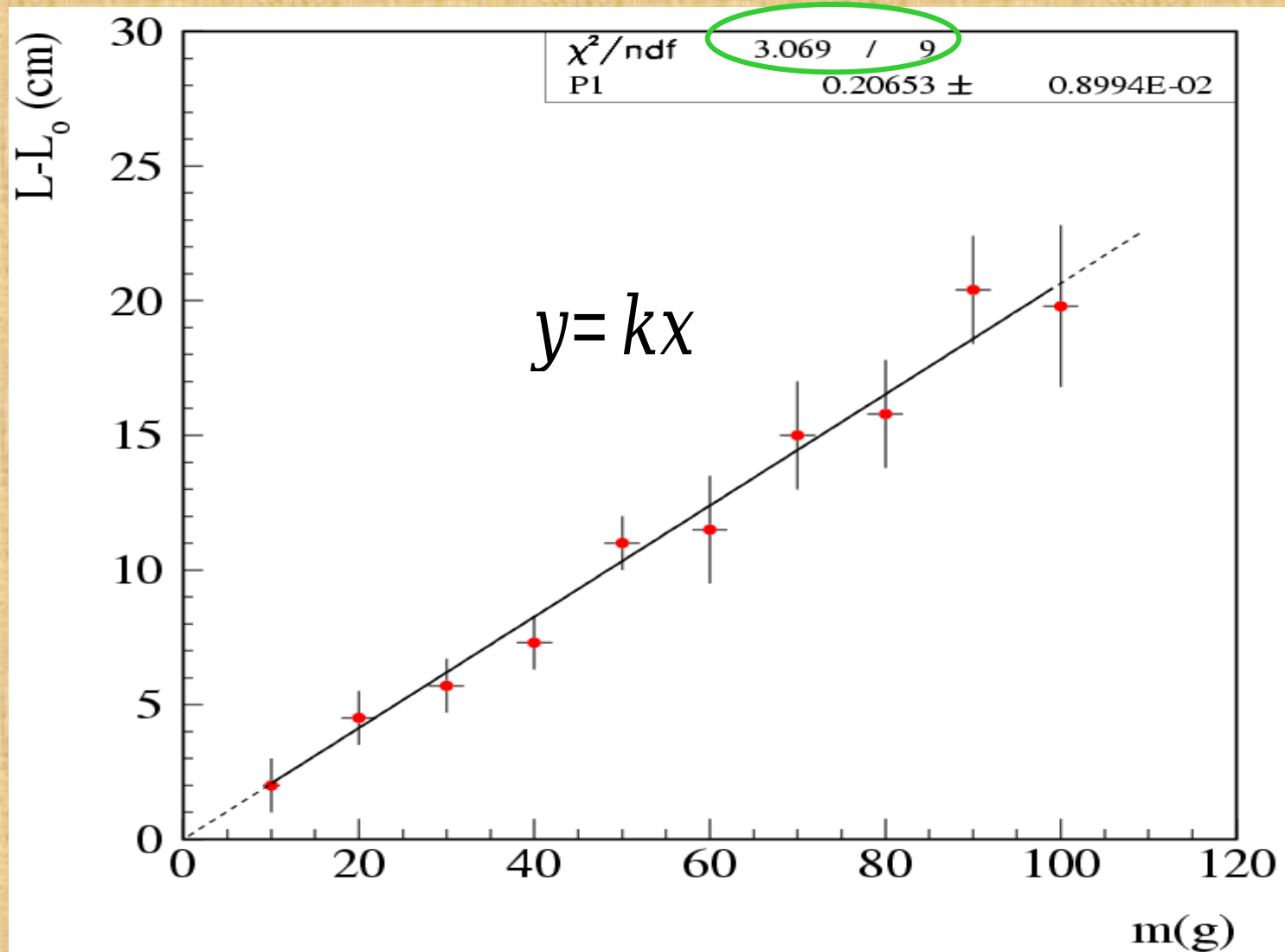
Allungamento di una molla (I)



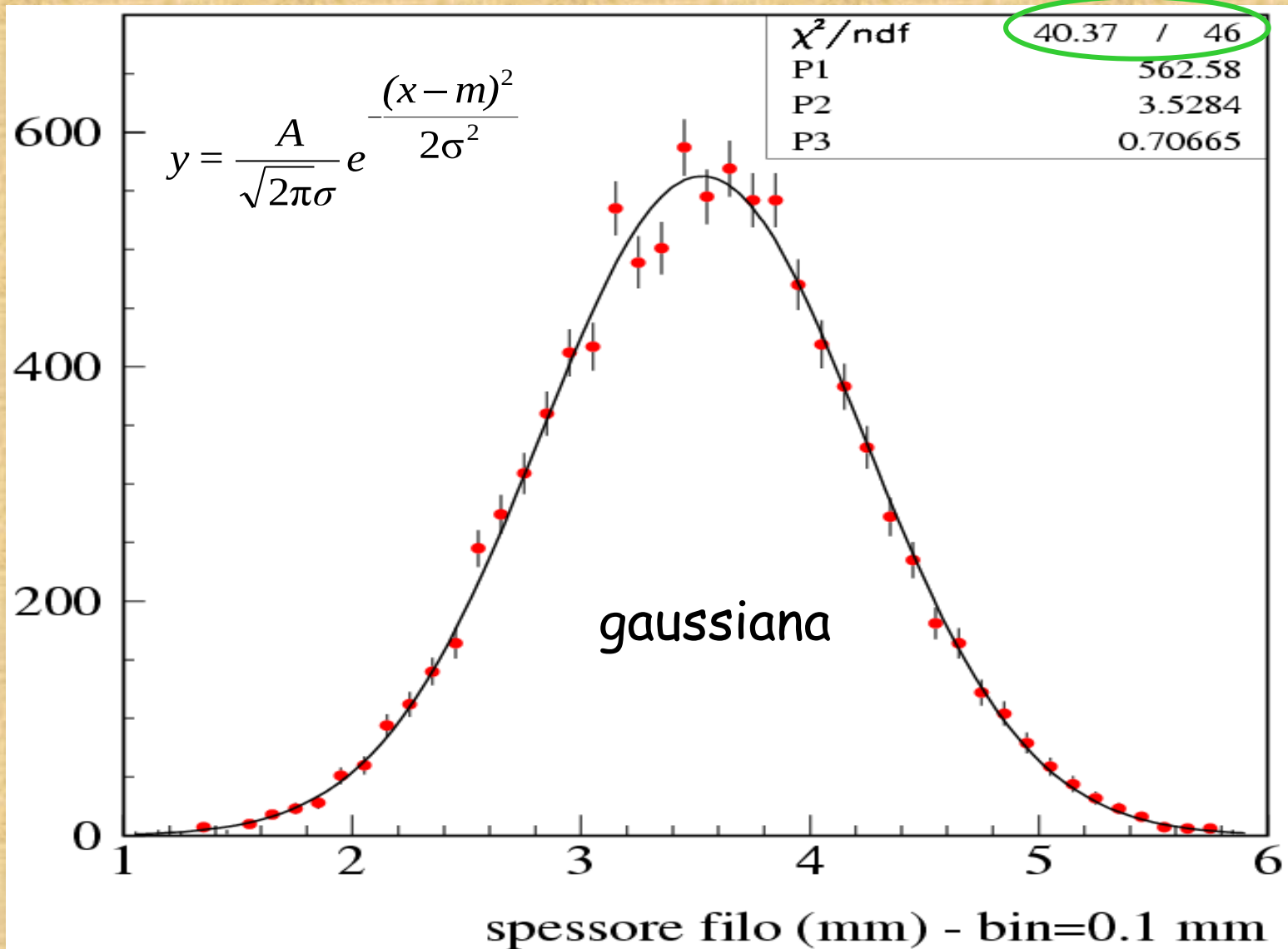
Allungamento di una molla (I)



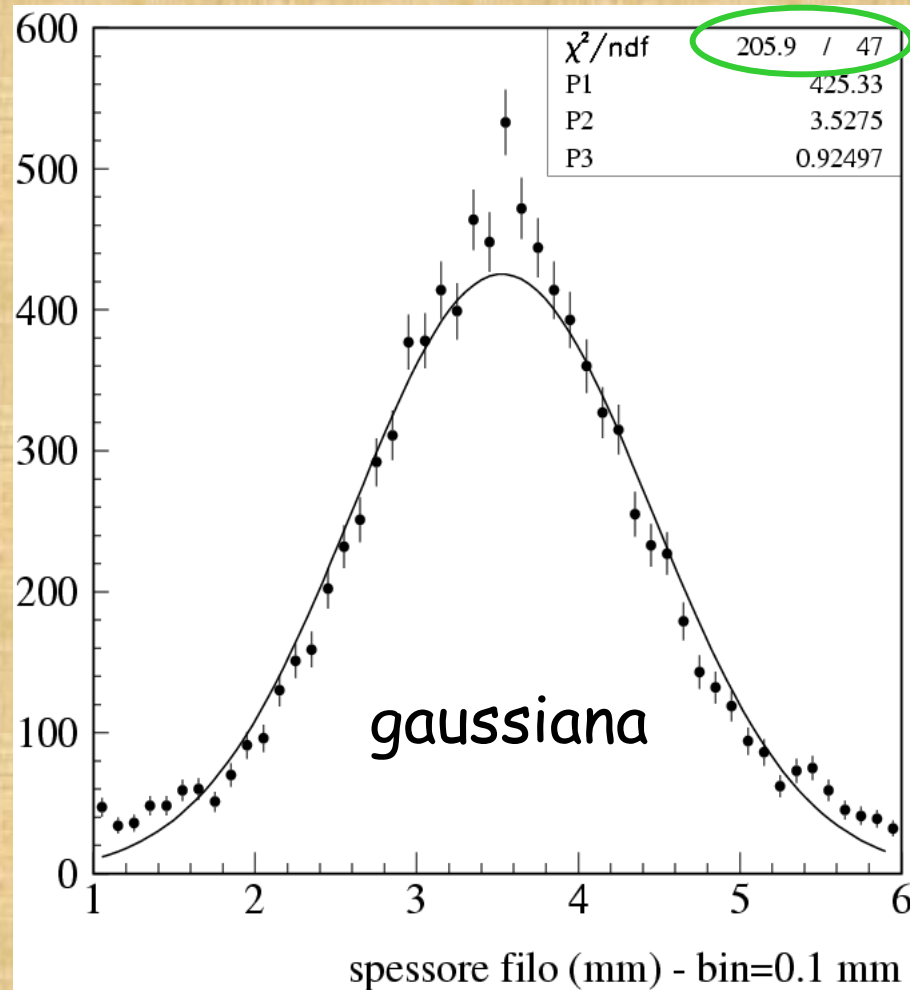
Allungamento di una molla (II)



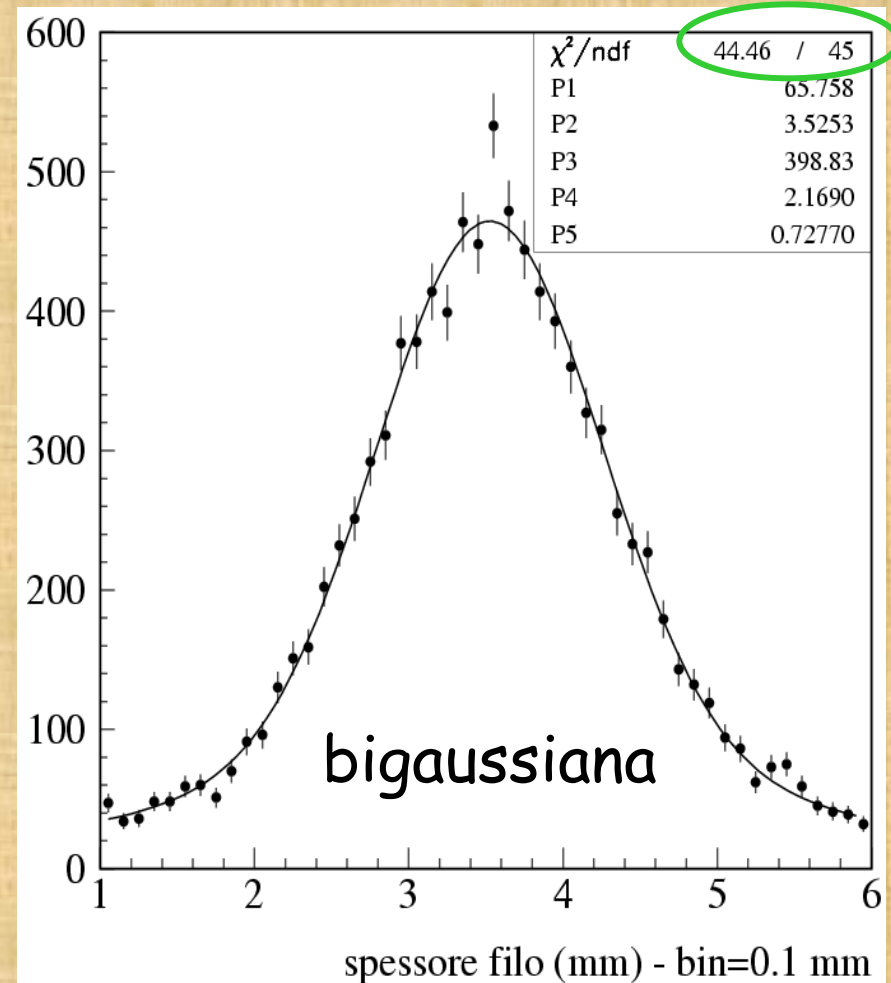
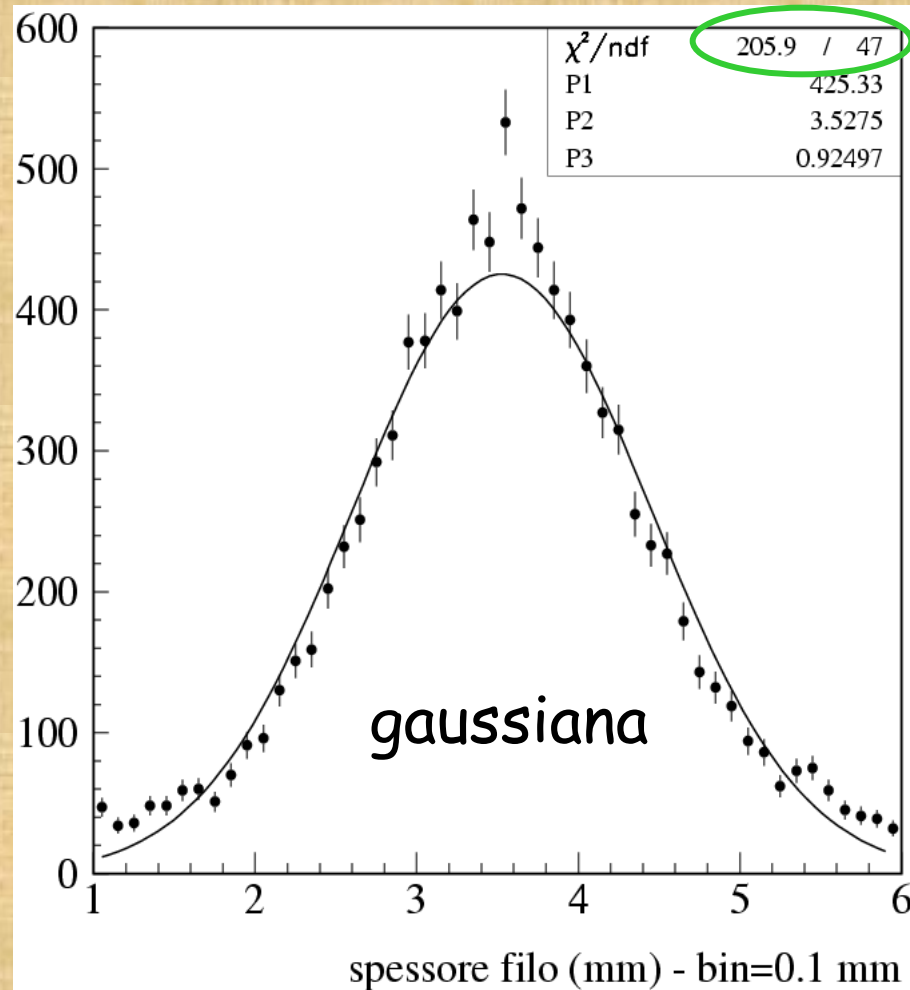
Spessore di un cavo elettrico (I)



Spessore di un cavo elettrico (II)

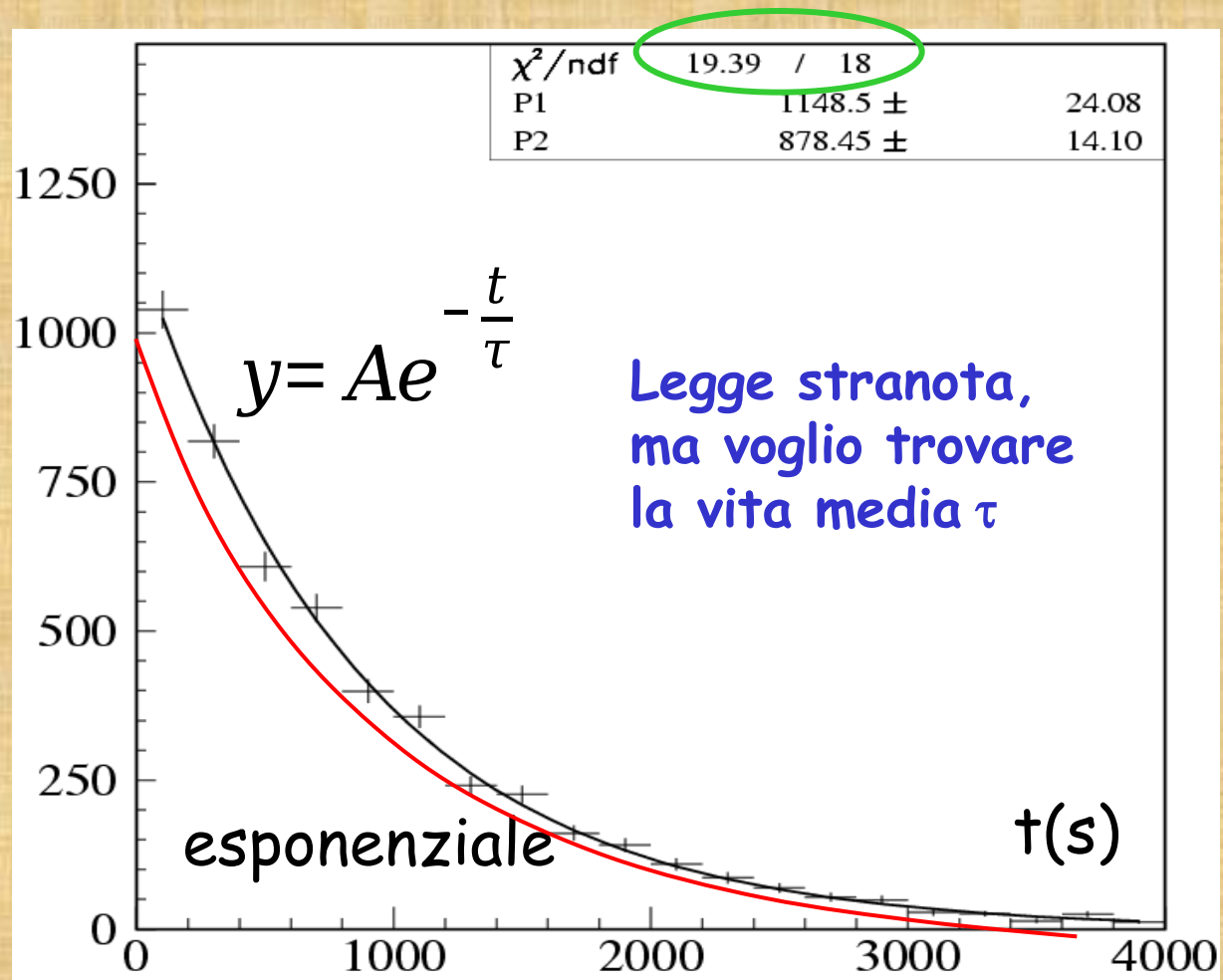


Spessore di un cavo elettrico (II)



Un fit non e' fatto
sempre per verificare
l'adattamento, ma per
trovare qualche
parametro ...

Misura vita media



Quale e' il criterio per dire che un fit e' OK ?

- Se il fenomeno in studio e' ben noto, la distribuzione $y = f(x; \alpha)$ e' nota. Lo scopo del *fit* e' spesso determinare il valore del (o dei) parametri (α in questo caso) che corrisponde al **miglior adattamento della curva ai dati sperimentali**.

Quale e' il criterio per dire che un fit e' OK ?

- Se il fenomeno in studio e' ben noto, la distribuzione $y = f(x; \alpha)$ e' nota. Lo scopo del *fit* e' spesso determinare il valore del (o dei) parametri (α in questo caso) che corrisponde al **miglior adattamento della curva ai dati sperimentali**.

The diagram illustrates the chi-squared fit formula with annotations. A box labeled 'valore sperimentale' (green text) has an arrow pointing to y_i in the formula. Another box labeled 'valore teorico' (blue text) has an arrow pointing to $f(x_i; \alpha)$ in the formula. The formula is:

$$\frac{\chi^2}{ndf} = \frac{\sum_{i=1}^N \left(\frac{y_i - f(x_i; \alpha)}{\sigma_i} \right)^2}{ndf}$$

Arrows from the right side of the formula point to two outcomes:

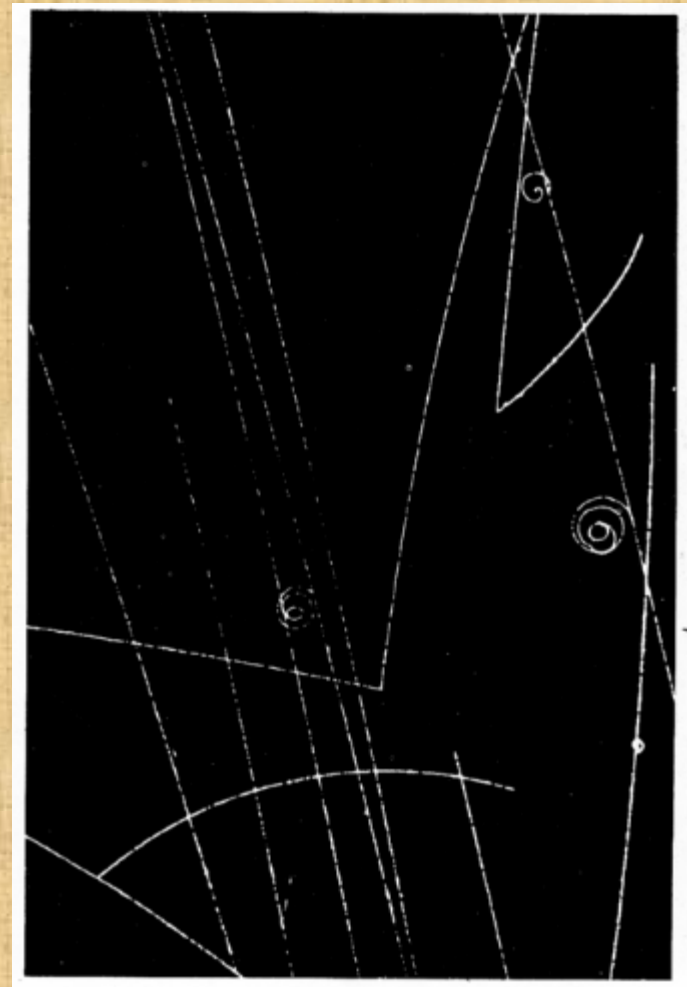
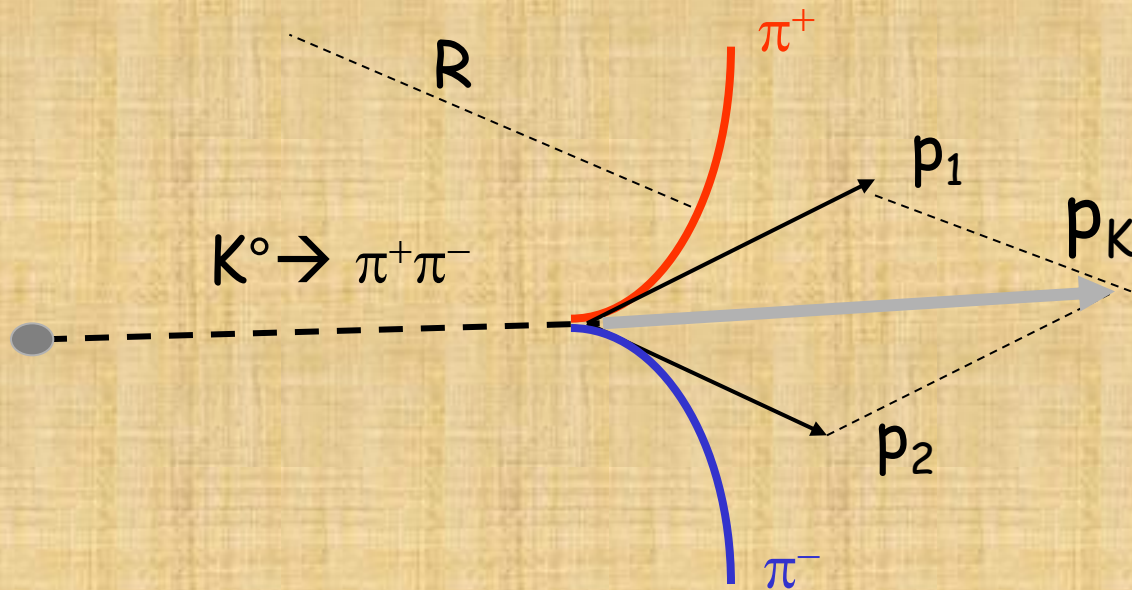
- $\sim 1 \rightarrow \text{O.K. !}$ (blue text)
- $> 1 \rightarrow \text{K.O. !}$ (red text)

4

Tre esempi completi

Esempio 1 (misura massa K^0)

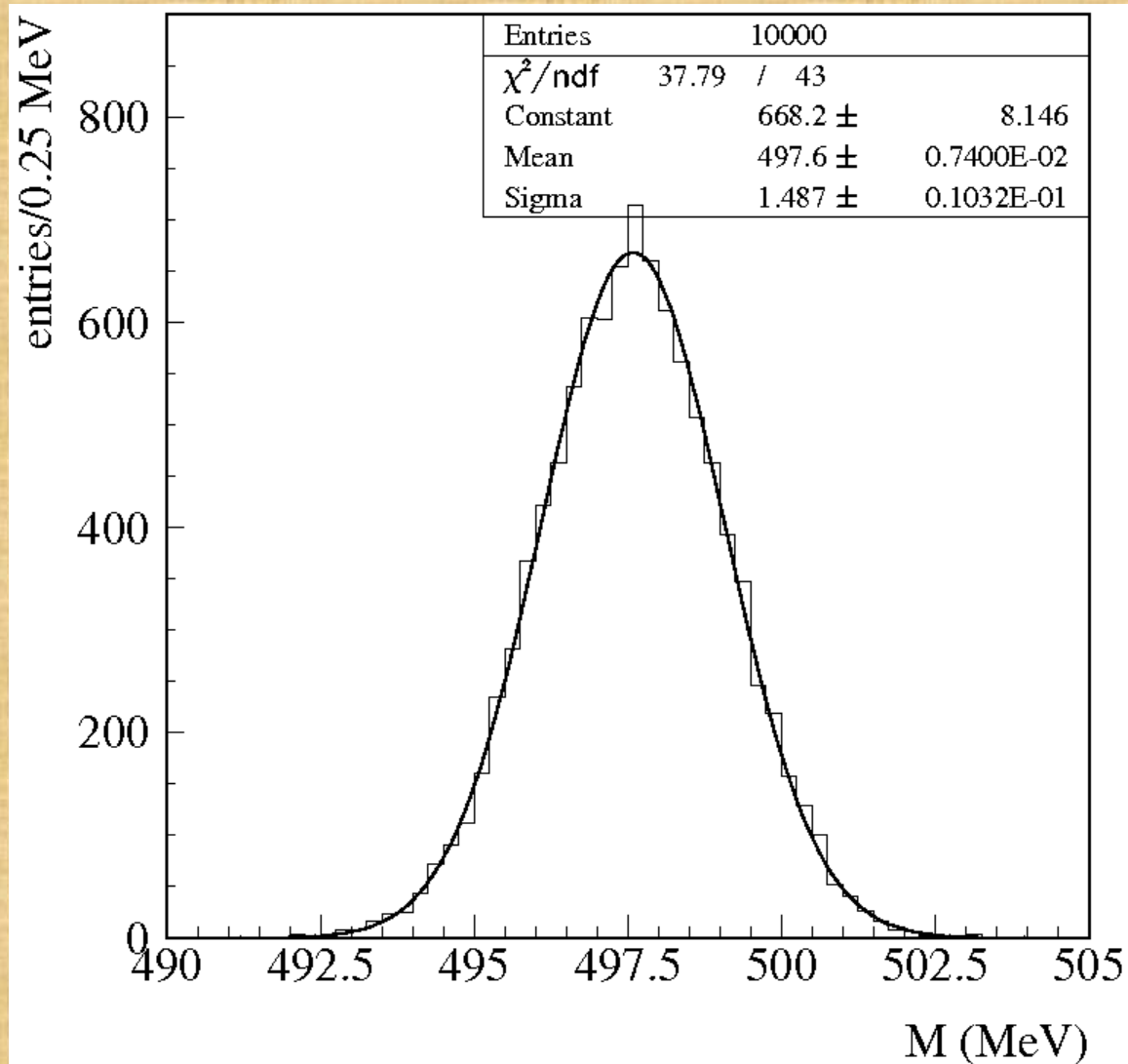
$$E^2 = p^2 + m^2$$



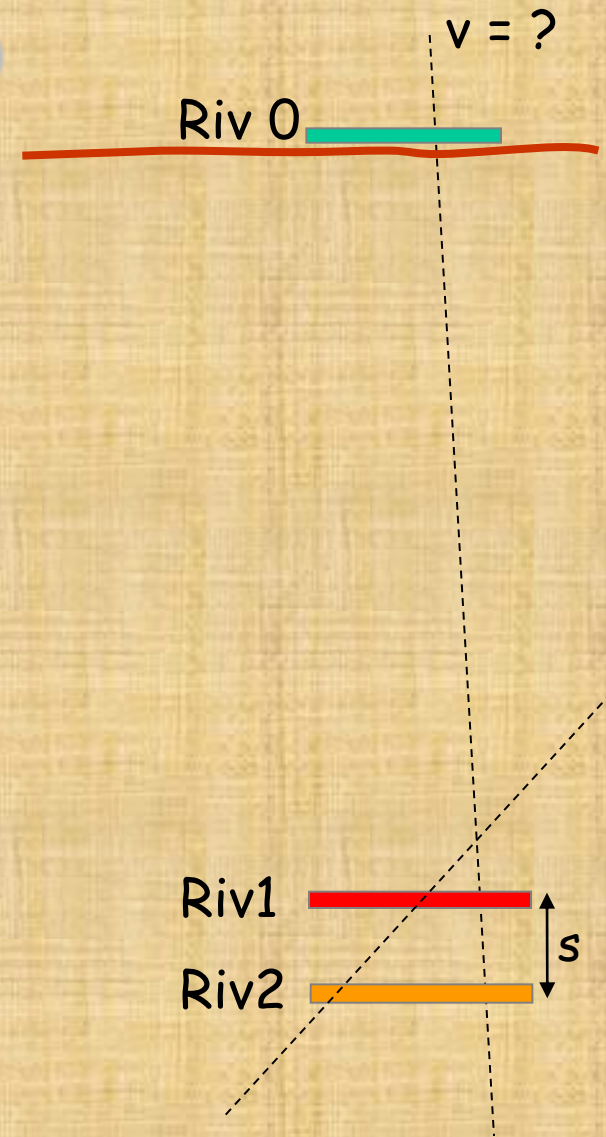
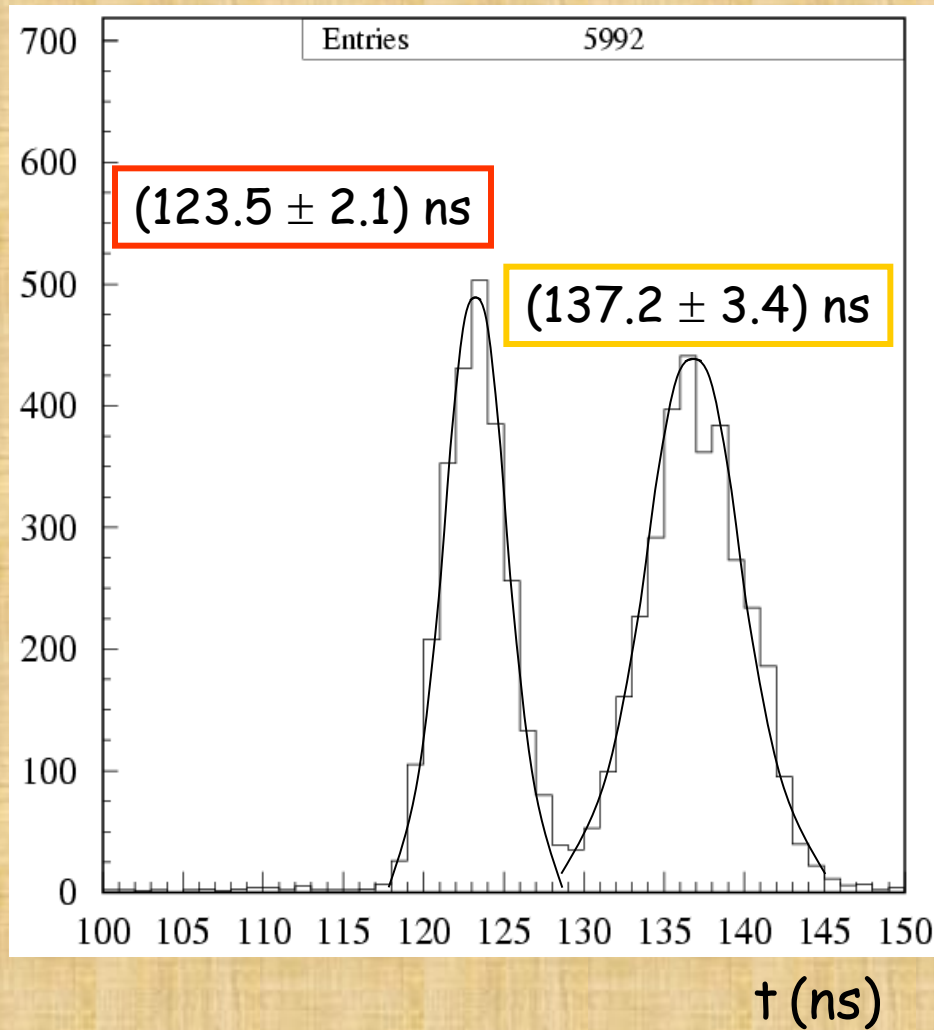
$$m_K^2 = E_K^2 - p_K^2 = (E_1 + E_2)^2 - p_{12}^2$$

$$p_{12}^2 = (p_{1x} + p_{2x})^2 + (p_{1y} + p_{2y})^2 + (p_{1z} + p_{2z})^2$$

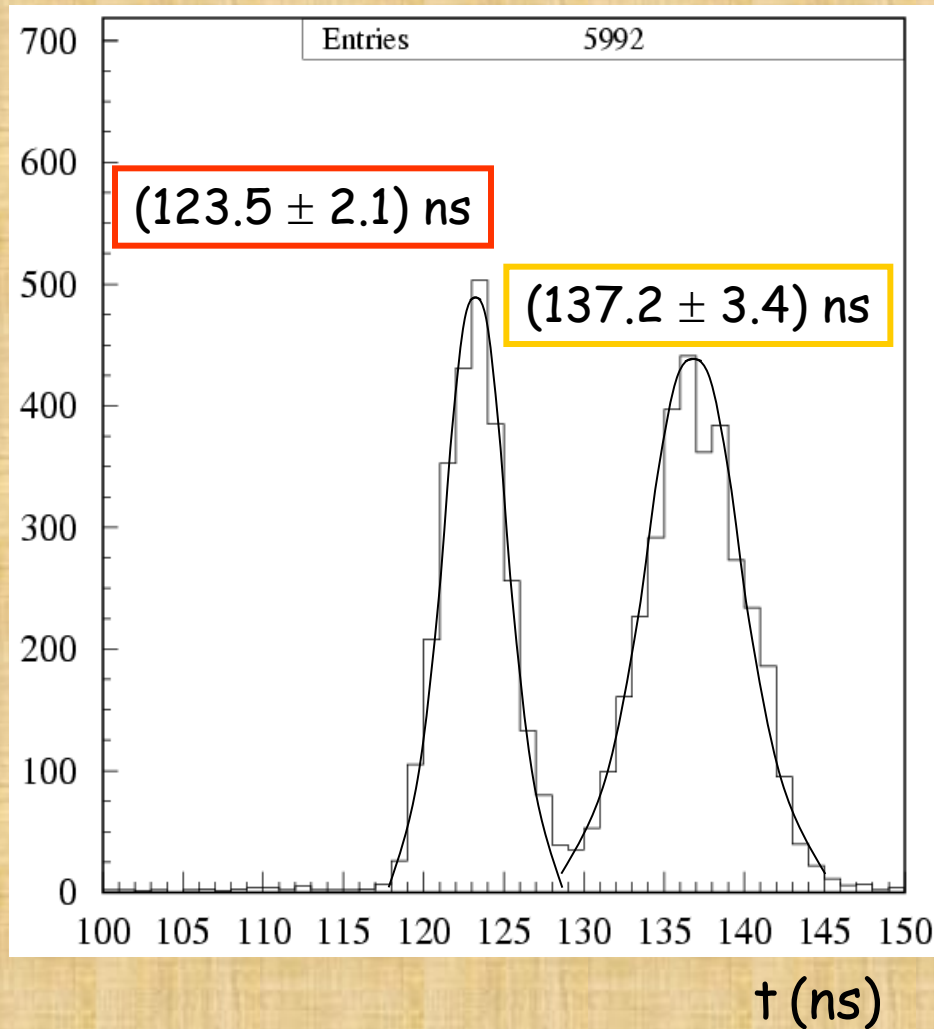
Esempio 1 (misura massa K^0)



Esempio 2 (raggi cosmici)

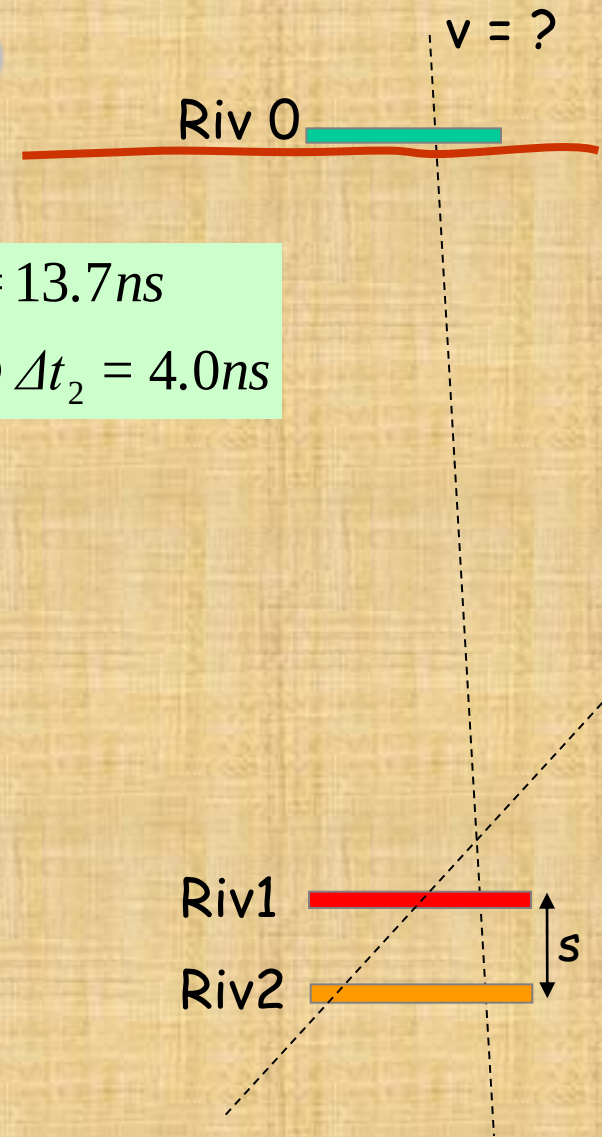


Esempio 2 (raggi cosmici)

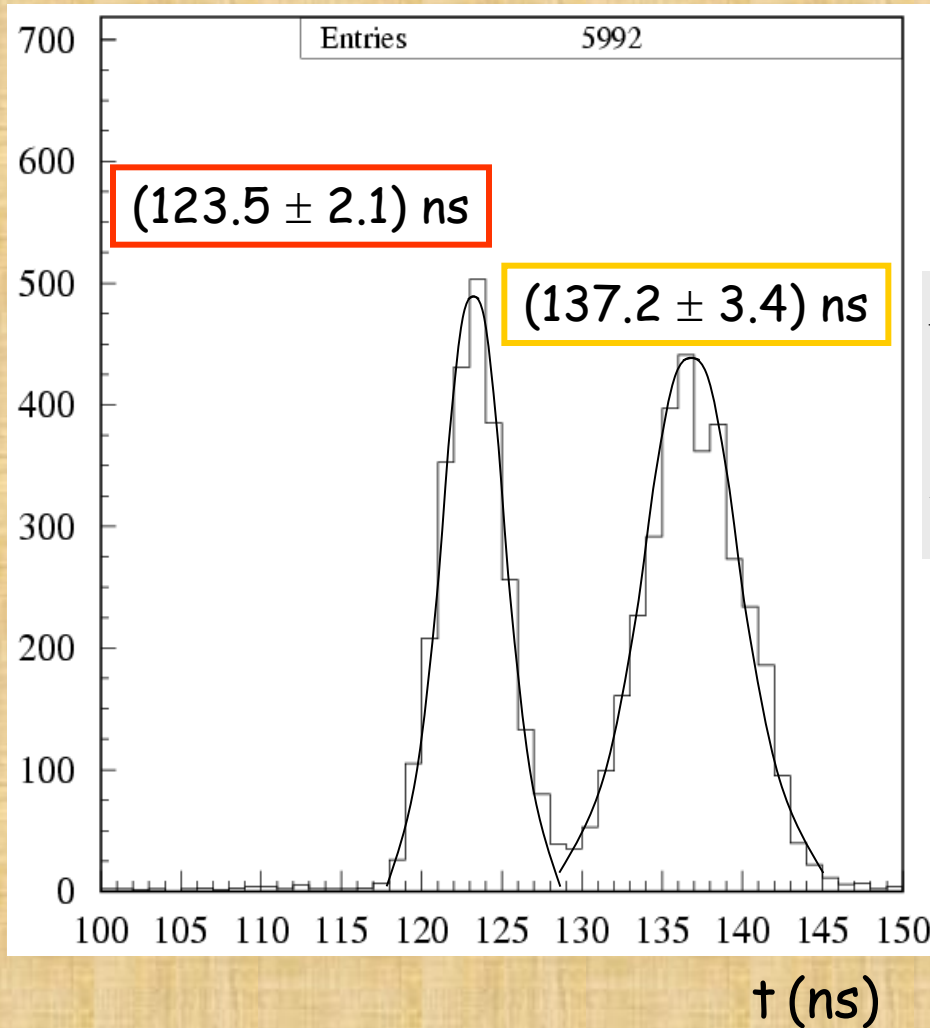


$$t_{12} = \bar{t}_2 - \bar{t}_1 = 13.7 \text{ ns}$$

$$\Delta t_{12} = \Delta t_1 \oplus \Delta t_2 = 4.0 \text{ ns}$$



Esempio 2 (raggi cosmici)



$$t_{12} = \bar{t}_2 - \bar{t}_1 = 13.7 \text{ ns}$$

$$\Delta t_{12} = \Delta t_1 \oplus \Delta t_2 = 4.0 \text{ ns}$$

$$v = \frac{s}{t_{12}} = \frac{3.8 \text{ m}}{13.7 \times 10^{-9} \text{ s}} = 2.77 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$\Delta v = v \left(\frac{\Delta s}{s} \oplus \frac{\Delta t_{12}}{t_{12}} \right) = 0.83 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$\sim 2\%$

$\sim 30\%$

Riv1

Riv2

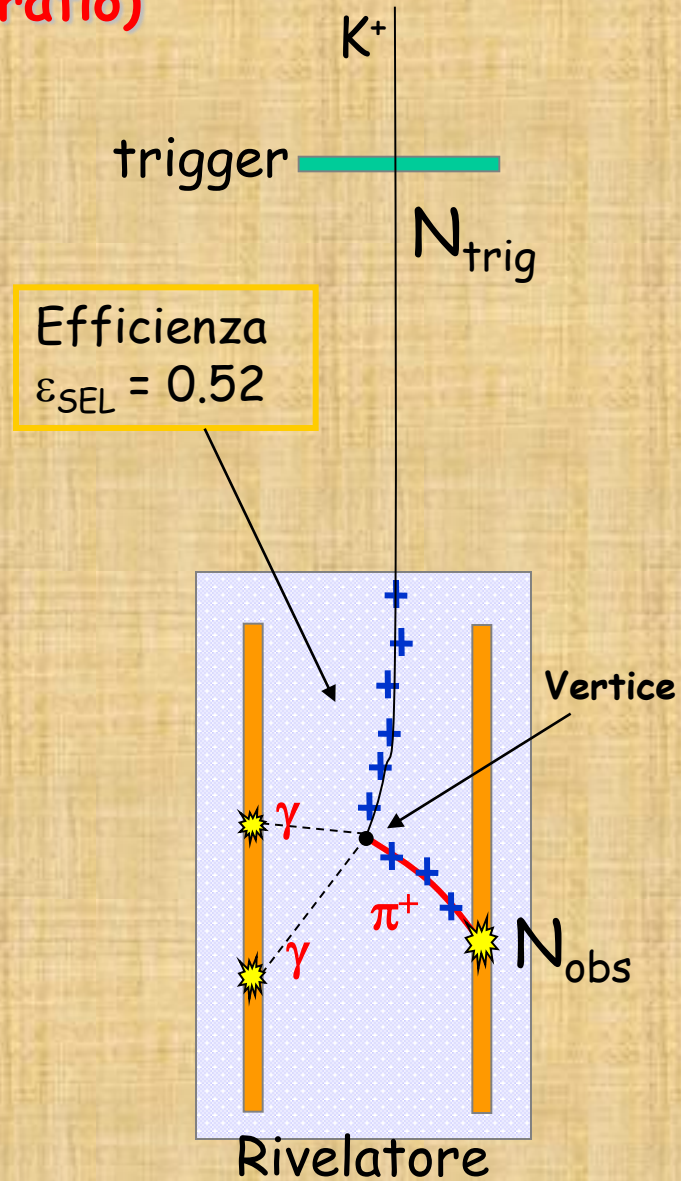
s

$v = ?$

Riv 0

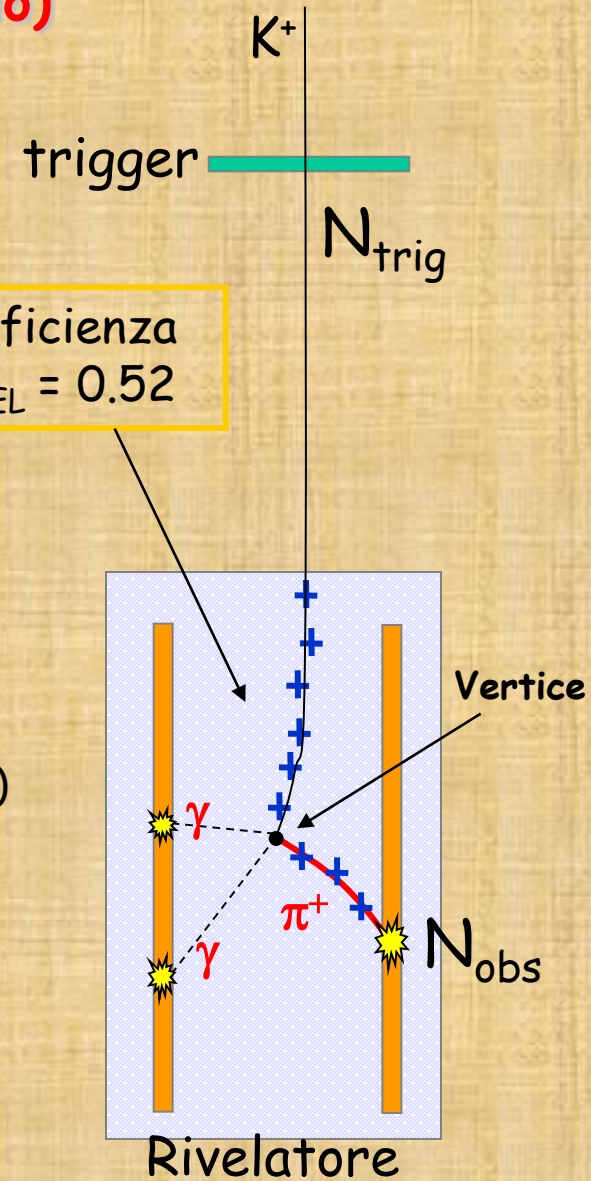
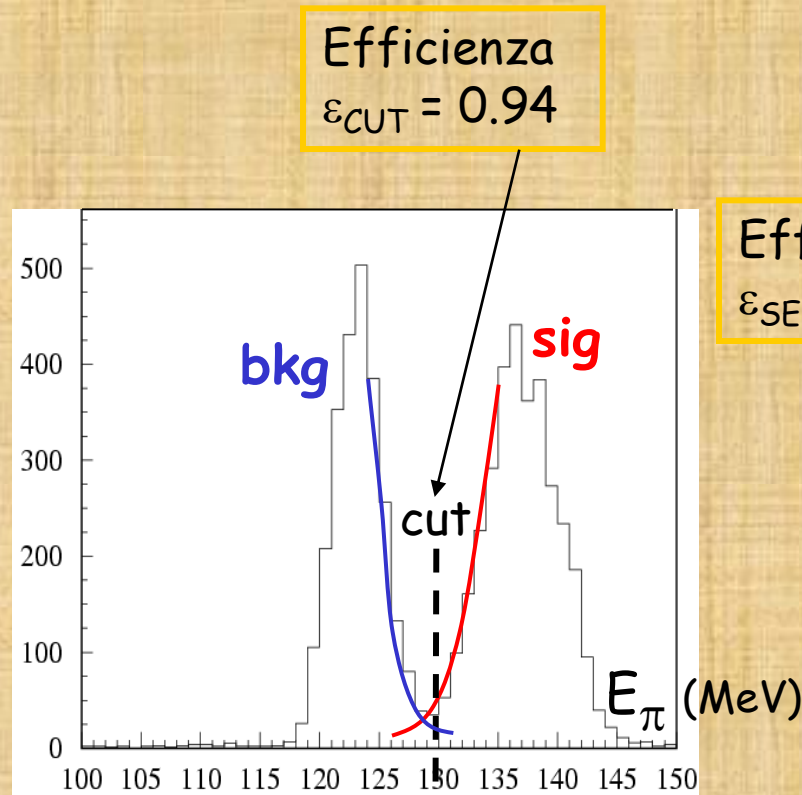
Esempio 3 (branching ratio)

$$K^+ \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \pi^+ \pi^- \pi^+ \\ \pi^+ \pi^0 \pi^0 \\ \pi^0 \pi^+ \\ \pi^0 \mu^+ \nu_\mu \\ \pi^0 e^+ \nu_e \\ \mu^+ \nu_\mu \end{array} \right.$$

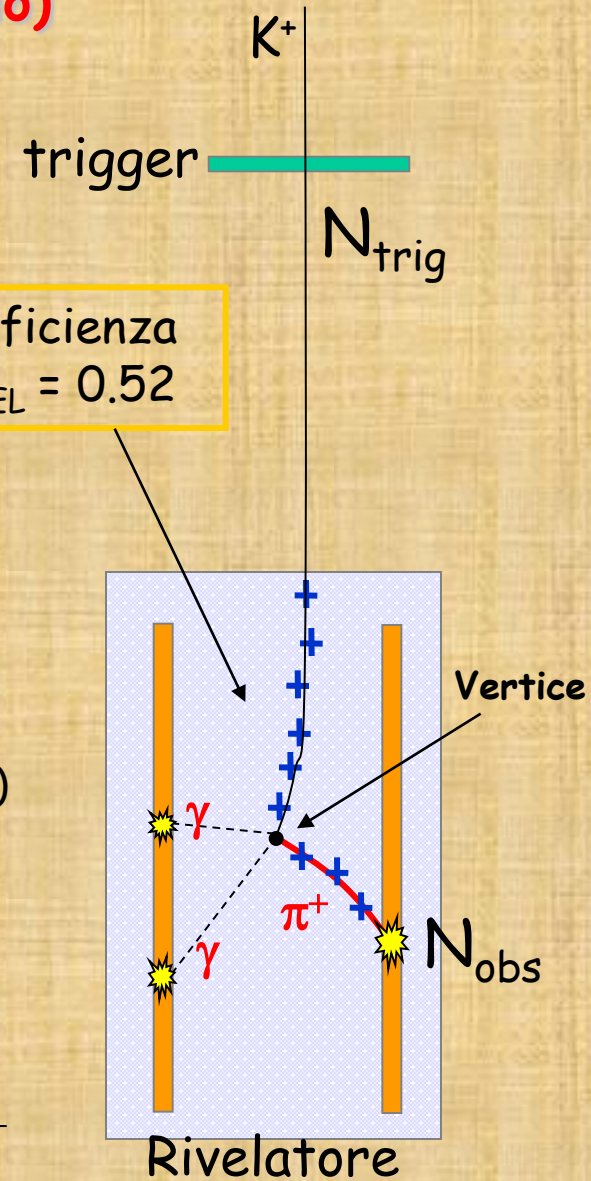
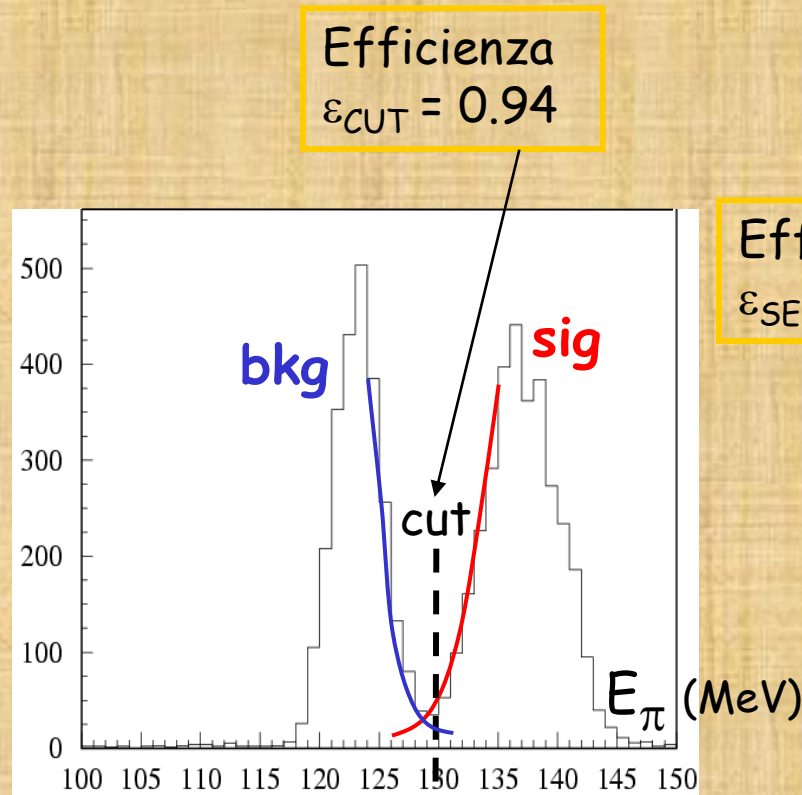
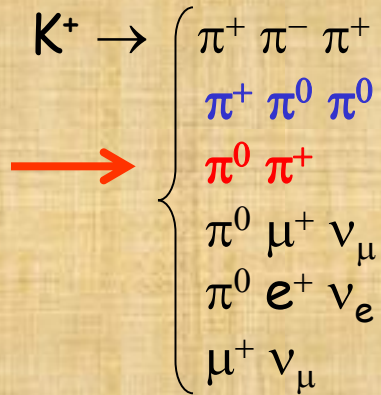


Esempio 3 (branching ratio)

$$K^+ \rightarrow \begin{cases} \pi^+ \pi^- \pi^+ \\ \pi^+ \pi^0 \pi^0 \\ \pi^0 \pi^+ \\ \pi^0 \mu^+ \nu_\mu \\ \pi^0 e^+ \nu_e \\ \mu^+ \nu_\mu \end{cases}$$



Esempio 3 (branching ratio)



$$BR(K^+ \rightarrow \pi^0 \pi^+) = \frac{N_{SIG}}{N_{trig}} = \frac{\epsilon_{SEL} \epsilon_{CUT}}{N_{trig}} = \frac{(N_{OBS} - N_{BKG})}{N_{trig} \cdot \epsilon_{SEL} \cdot \epsilon_{CUT}}$$