

ISTITUTO NAZIONALE DI FISICA NUCLEARE  
Laboratori Nazionali di Frascati

LNF-87/14(R)  
1 Aprile 1987

A. Cattoni, C. Sanelli:  
Metodi di calcolo di ondulatori in vista della costruzione di un  
modello di Linac s.c. con un esperimento di Free Electron  
Laser

**LNF-87/14(R)**  
**1 Aprile 1987**

**Metodi di calcolo di ondulatori in vista della costruzione di un modello di Linac s.c. con un esperimento di Free Electron Laser**

A. Cattoni, C. Sanelli  
INFN - Laboratori Nazionali di Frascati, P.O.Box 13, 00044 Frascati (Italia)

**Introduzione**

Scopo di questa nota è richiamare sinteticamente i criteri e le formule per il calcolo magnetico degli ondulatori, sia del tipo a elettromagneti, sia del tipo a magneti permanenti e ibridi. Del primo tipo si ha esperienza nei Laboratori {ref.1}. Per gli altri tipi ci siamo riferiti alla letteratura sull'argomento e a quanto abbiamo visto in una recente visita a BNL.

Tuttavia il discorso non vuole essere del tutto generale ma mirato all'impiego che si prevede nei Laboratori per il programma della test facility di un Linac s.c. + FEL {ref.2}.

In particolare hanno fornito dati di input oltre alla citata {ref. 2} anche due comunicazioni private {ref.3 e 4}.

La recente visita a DESY {ref. 4} ha fornito dati realistici su come ci possiamo orientare nell'attuale contesto di tempi di realizzazione previsti e fondi disponibili; potremo ragionevolmente disporre, entro un anno e mezzo, di almeno un modulo acceleratore lungo circa 4 m contenente 8 celle sotto criogenia capaci di fornire 2.4 m equivalenti di struttura accelerante, con energia finale dell'ordine di 15 MeV (nell'ipotesi che la tensione ottenibile sia dell'ordine di 5 MV/m). Con due moduli, sono ottenibili i 30 MeV di cui alla ref. 2 mentre i 50 MeV sembrano difficili da raggiungere a meno di non disporre di ulteriori strutture acceleranti o di un sostanziale improvement della tensione unitaria.

Da ref. 3 si traggono informazioni sulle caratteristiche base degli ondulatori di interesse. Per funzionamento a bassa potenza, ossia senza recupero dell'energia degli elettroni, e avendo scelto per gli ondulatori un periodo costante di lunghezza 5 cm, le caratteristiche base ottimali risultano:

per fasci di 30 MeV     $N = 15$      $K = 2.0$      $g = 3.6\%$      $\lambda = 30 \mu\text{m}$   
 per fasci di 50 MeV     $N = 22$      $K = 2.4$      $g = 4.1\%$      $\lambda = 10 \mu\text{m}$

Le potenze laser ottenibili con un fascio di elettroni come previsto in ref. 3 sono vicine ai 100 W.

Tenendo conto dei dati di cui sopra, viene delineato nel seguito il calcolo magnetico per ondulatori di vario tipo con passo = 5 cm e gap = 2 cm. Considerazioni su caratteristiche strutturali e meccaniche vengono anche riportate insieme ad alcune ipotesi su strutture a passo costante ma numero di periodi variabile per accordare l'ondulatore con l'energia effettiva che si otterrà dalle cavità superconduttrici.

## 1. - Formule generali

In un magnete periodico piano, l'andamento del campo lungo la direzione delle particelle e' del tipo

$$B_y = B_\phi \sin(2\pi z/\lambda_q) \quad (1)$$

dove  $B_\phi$  [T] è il valore massimo del campo magnetico;

$\lambda_q$  [m] è il periodo dell'ondulatore.

La Fig.1 mostra il significato dei simboli.

La lunghezza d'onda della prima armonica della radiazione emessa, osservata lungo l'asse dell'ondulatore, è espressa dalla relazione:

$$\lambda = \lambda_q \cdot (1+k^2/2)/(2\gamma^2) \quad (2)$$

dove  $\gamma = E/m_0 c^2$  è il rapporto tra l'energia degli elettroni che attraversano l'ondulatore e la loro energia a riposo;

$k$  è un parametro correlato alla deflessione massima degli elettroni e dipende dalla lunghezza del periodo e dal campo magnetico massimo dell'ondulatore secondo la relazione:

$$k = 93.4 \lambda_q [m] B_\phi [T] \quad (3)$$

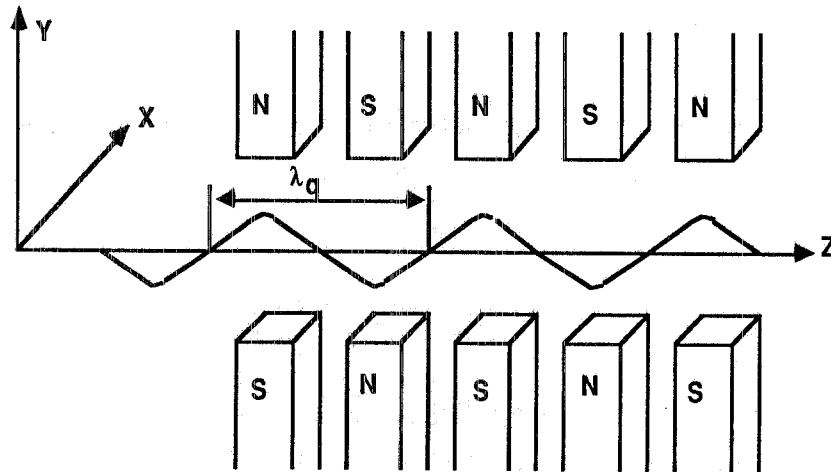


FIG. 1

### 1.1. - Ondulatore a magneti permanenti

Il campo di picco prodotto da Ondulatori a magneti permanenti (REC) è descritto {ref.5} dalla relazione:

$$B_{\theta} = 2B_r \left[ \frac{\sin(\pi/M)}{(\pi/M)} \right] \left[ 1 - e^{-2\pi h / \lambda q} \right] e^{-\pi g / \lambda q} \quad (4)$$

dove sono raccolte le caratteristiche fisiche dell'ondulatore, infatti:

$B_r$  [T] = Campo residuo del REC (tipico 0.8 +1.07 T)

$M$  = Numero di blocchi per ogni periodo di ondulatore (in ciascuna metà) (tipico 4÷8)

$h$  [m] = Altezza dei blocchi di REC

$g$  [m] = Gap totale.

La (4) può essere espressa in forma più generale {ref. 6} nel seguente modo:

$$B_y = 2B_r \cos(bz) \cosh(by) \cdot (e^{-by_1} - e^{-by_2}) \cdot \frac{\sin(\pi/M)}{(\pi/M)} \quad (5)$$

dove  $b = 2\pi/\lambda q$ ;  $y_1; y_2$  = valore delle ordinate di inizio e fine del REC ( $y_2 - y_1 = h$ ).

Per  $z=0$  ed  $y=0$  la (5) si riduce alla (4).

## 1.2. - Ondulatore ibrido

Per questo tipo di ondulatori non si ha una formulazione analitica generale come nel caso dei puri permanenti. K. Halbach {ref. 7} riporta per un ondulatore ottimizzato la seguente espressione per il  $B_{\phi}$  :

$$B_{\phi} = 3.33 * e^{-(5.47 - 1.8 g / \lambda q)} * g / \lambda q \quad (6)$$

la (6) è valida per  $0.07 < g / \lambda q < 0.7$ ; avendo considerato il polo realizzato non con ferro (es. ARMCO) ma con Vanadium - Permendur (49% Fe-49% Co-2% V) la cui caratteristica di magnetizzazione è riportata in Fig.2; inoltre la (6) è valida per un REC con campo residuo di 0.9 T e presuppone un punto di lavoro del REC corrispondente a 0.18 T circa. In queste condizioni, la (6) confrontata con la (4), valutata per  $M=4$ ;  $h = \lambda q / 2$ ;  $B_r = 0.9$  T, a parità di  $g / \lambda q$  da valori di campo di picco più alti.

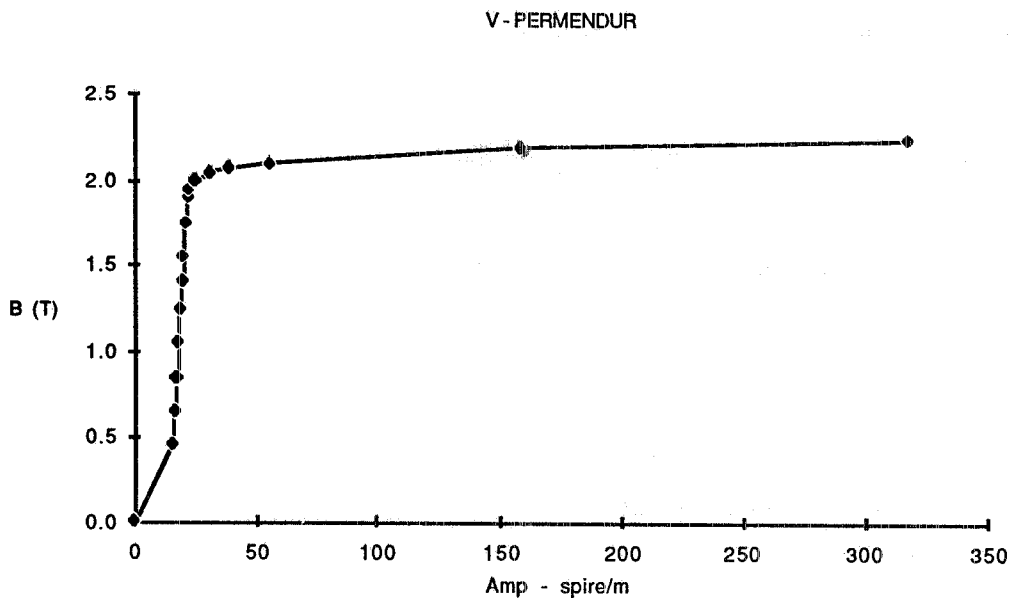


FIG. 2

Se invece del Samario - Cobalto, fosse usato il Neodimio - Ferro - Boro, che ha un campo residuo di 1.07 T, si guadagnerebbe sul picco del campo un 20 % circa e la (6) va riscritta {ref. 8} nel seguente modo :

$$B_{\phi} = 3.44 * e^{-(5.08 - 1.54 g / \lambda q)} * g / \lambda q \quad (7)$$

### 1.3. - Ondulatore a elettromagnete

In questo tipo di ondulatori il picco del campo sull'asse è strettamente legato al valore del campo sulla superficie del polo  $B_p$  dalla relazione {ref. 9} :

$$B_\phi/B_p = (1/\cosh(\zeta)) * (1 - \sinh(\zeta)/(3 \sinh(3\zeta)))/(1 - \operatorname{tgh}(\zeta)/(3 \operatorname{tgh}(3\zeta))) \quad (8)$$

dove  $\zeta = \pi / (\lambda_q / g)$ ; poichè il  $B_p$  è limitato dalla saturazione del ferro, il valore del picco di campo  $B_\phi$  decresce al diminuire del rapporto  $\lambda_q / g$ . In questi ondulatori diminuire il passo a parità di gap, significa ottenere piccoli valori del rapporto  $B_\phi/B_p$ . A parità di  $B_\phi$ , una diminuzione del passo impone una densità di corrente rapidamente crescente con forti cadute di tensione magnetica sul ferro.

Una valutazione delle A-spire necessarie può essere fatta in modo approssimato con la seguente relazione, funzione del k desiderato {ref. 6} :

$$NI/k = 1.18 * 10^3 * \sinh(\zeta)/(1 - \sinh(\zeta)/(3 \sinh(3\zeta))) \quad (9)$$

La (9), che considera trascurabile la c.d.t. magnetica nel ferro, va usata con molta attenzione e soltanto in caso di rapporti  $\lambda_q / g$  molto favorevoli.

## 2. - Alternative possibili

I seguenti parametri fisici sono stati assunti in questo studio preliminare:

$$\lambda_q = 0.05 \text{ [m]}; \quad E = 50 \text{ [MeV]}; \quad g = 0.02 \text{ [m]};$$

Sia le formule che i codici di calcolo usati risolvono il problema bidimensionale.

I valori teorici che si dovrebbero ottenere dalla (1), (2), e (3) sono:

$$B_\phi = 0.51 \text{ [T]}; \quad \lambda = 10 \text{ [\mu m]}; \quad k = 2.38.$$

### 2.1 - Ondulatore "solo permanenti"

Supponiamo di poter usare dei REC al Samario-Cobalto con un  $B_r = 0.9 \text{ [T]}$ , utilizzando quattro REC per lunghezza d'onda di ondulatore, con blocchi a sezione quadrata di lato  $h=0.0125$

[m], la (4) prevede un  $B_{\phi} = 0.365$  [T], a cui corrisponde un  $K = 1.7$  ed una lunghezza d'onda di radiazione di  $\lambda = 6.4$  [ $\mu\text{m}$ ].

Se invece si usasse il Neodimio-Ferro-Boro, si otterrebbe un  $B_{\phi} = 0.43$  [T], a cui corrisponderebbe un valore di  $K = 2.03$ , ed una  $\lambda = 8$  [ $\mu\text{m}$ ].

Un check della validità del Poisson (CERN) nel risolvere il field mapping con campi magnetici generati da REC è stato effettuato sull'esempio trattato in ref. 6 con un programma scritto ad hoc. Rispetto al valore teorico atteso di 0.266[T] sul picco del campo, il Poisson prevede un valore di 0.259 [T]. La Fig. 3 riporta l'andamento delle linee di flusso per il caso considerato.

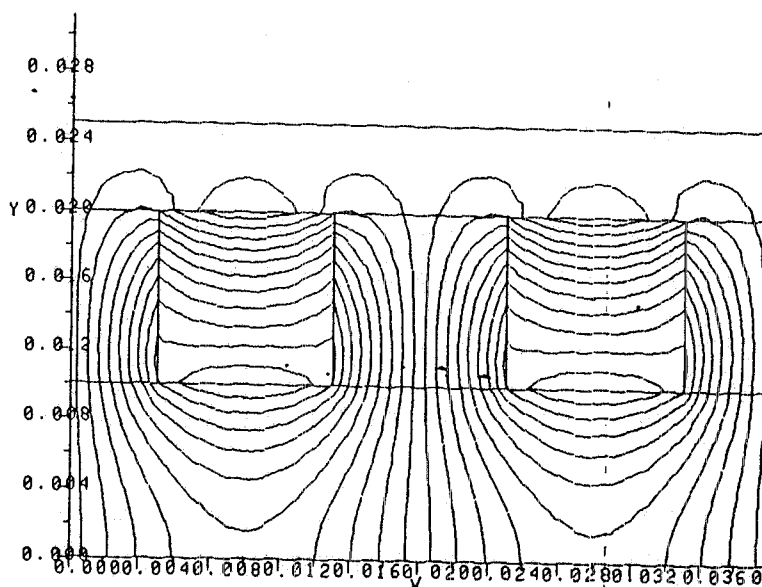


FIG. 3

## 2.2. - Ondulatore ibrido

Per arrivare ad un dimensionamento di massima di un tale tipo di ondulatore, si è partiti con l'effettuare una verifica di un caso in letteratura e precisamente quello presentato in ref. 7. A tal fine è stata data come input la curva B-H del V-Permendur riportata in Fig. 2, e per il REC si è preso un  $B_r = 0.9$  [T]. Per un rapporto  $g/\lambda_q = 0.4$  dalla relazione (6) si ottiene un valore di  $B_{\phi} = 0.49$  [T], mentre il Poisson prevede un  $B_{\phi} = 0.47$  [T].

La Fig. 4 riporta la geometria adottata e l'andamento delle linee di forza con e senza studs (per gli studs è stata usata la curva di magnetizzazione del ferro ARMCO), ed è evidente l'effetto di richiamo che essi esercitano sul campo magnetico. L'effetto, in queste condizioni, è valutabile dal Poisson in una variazione del 10% circa del picco del campo magnetico ( $B_{\phi}$  varia da 0.47 a 0.435 [T]).

Sulla base di quanto riportato in ref.10 si è "scalato" un ibrido in cui il REC si suppone costituito da due piastrine affiancate di  $8 \times 60$  mm<sup>2</sup> di sezione, con un  $B_r = 0.9$  [T], ed un polo in V-Permendur di  $9 \times 50$  mm<sup>2</sup>. Il Poisson indica un campo di picco di 0.43 [T], a cui corrisponde un  $K = 2.05$  ed un lunghezza d'onda di radiazione  $\lambda = 8 \mu\text{m}$ . Una attenta ottimizzazione della

geometria, non effettuata in questa fase, dovrebbe permettere un aumento del  $B_{\theta}$  secondo quanto previsto dalla (6) o (7).

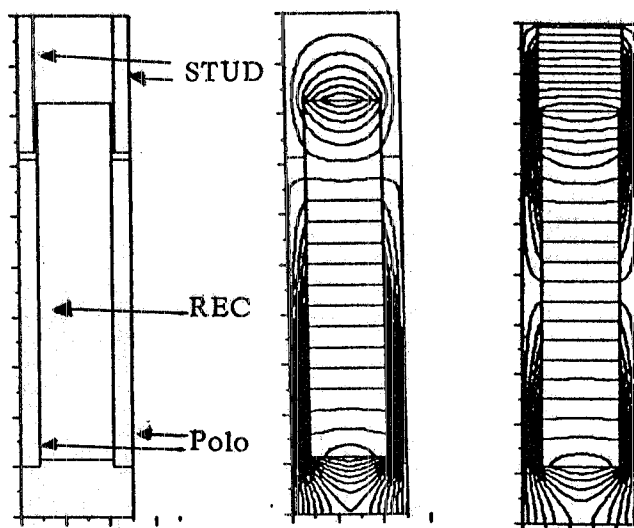


FIG. 4

### 2.3. - Ondulatore elettromagnete

Sulla base di ref. 1 si è disegnato un ondulatore a elettromagnete avente un polo largo 12.5 mm ed una finestra per l'alloggiamento della bobina della stessa larghezza. Il polo lo si è supposto lungo 28 mm, e lo spessore del giogo largamente abbondante, pari a 30 mm (ferro ARMCO).

Volendo limitare la saturazione del ferro a 2.1 [T] all'attacco del polo al giogo, ne scaturisce che con circa 4000 Amp-spire per polo si otterrebbe un valore di picco del campo di circa 0.34[T]. Questa f.m.m. può essere applicata se si immagina la bobina composta da 5 spire di conduttore di rame  $\square 5 \times 5 \text{ mm}^2 \text{ } \varnothing 3 \text{ mm}$ ; così facendo si otterrebbe una densità di corrente nel conduttore di  $\approx 44.5 \text{ A/mm}^2$ .

Questa schematizzazione è stata girata sia con MAGNET che con POISSON, i valori sul  $B_{\theta}$  differiscono leggermente tra i due codici, 0.354 [T] per Magnet contro 0.332 [T] per Poisson.

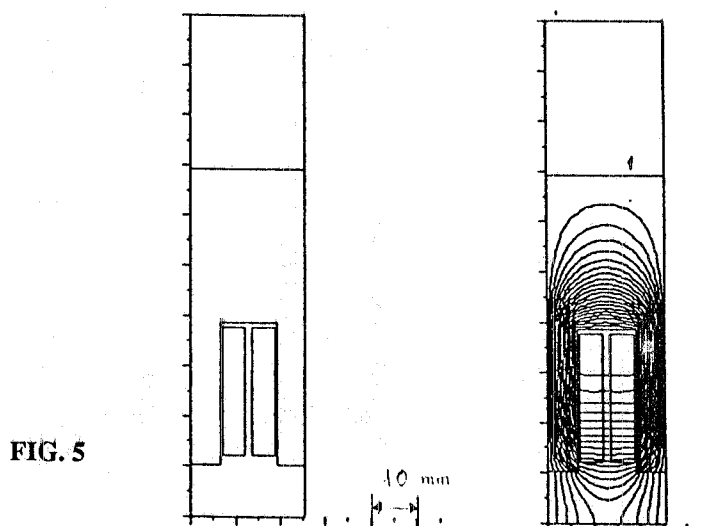
In queste condizioni si otterrebbe un  $K = 1.65$  con associata una lunghezza d'onda di radiazione  $\lambda = 6 \text{ } \mu\text{m}$ .

Un tale ondulatore, supponendo un polo lungo trasversalmente 0.2 m, necessiterebbe di una potenza elettrica di circa 7 kW per ogni passo. Cioè nel caso di un 22 periodi sarebbe necessaria una potenza:  $\approx 200[\text{V}] \times 800[\text{A}] \approx 160 \text{ [kW]}$ ; ed idraulicamente necessiterebbe di una portata  $Q = 7 \text{ [m}^3/\text{h]}$  (per un  $\Delta t = 20^\circ\text{C}$ ) con una caduta di pressione di  $\Delta p = 1.5 \text{ Ate}$ .

Occorre notare che, in questo ondulatore, un aumento significativo del  $K$  è probabile che non si ottenga con il semplice aumento della corrente (peraltro consentito dal regime di scambio termico delle bobine). Potrebbe essere necessario portare il rapporto  $\lambda q / g$  a valori più favorevoli.



La Fig. 5 schematizza la geometria e l'andamento delle linee di forza nel caso sopra detto.



### 3. - Conclusioni

Dalle considerazioni effettuate emerge che essenzialmente due strade possono essere indagate in seguito, una che riguarda un ondulatore di tipo ibrido e l'altra di tipo elettromagnete; l'ibrido, rispetto al "tutto permanenti", sembra comportarsi meglio {ref. 7} ai fini del campo massimo, ed è senza dubbio meno critico per quanto riguarda i REC, che sono impiegati solo come generatori di flusso, e quindi risulta meno stringente la localizzazione dell'easy axis.

Molto importanti sono le dimensioni trasversali dei REC ai fini della bontà del campo. Valori trovati in letteratura danno ad esempio  $\Delta B < 5\%$  del campo di picco dell'ondulatore a  $\pm 1$  cm {ref. 11} per i "tutti permanenti", con REC larghi 7.5 cm; oppure  $\Delta B < 3\%$  su una apertura di campo buono di 2.9 cm, per ibridi ove i REC sono terminati trasversalmente a sbalzo rispetto al polo {ref. 10}, con REC larghi 13.27 cm e polo da 7.5 cm. Probabilmente a meno di non effettuare una sagomatura del profilo polare (?) non ci si può attendere dall'ibrido una uniformità migliore di un qualche per cento su 2÷3 cm totali utili.

Un elemento che gioca a favore dell'ibrido è la possibilità di tunare ogni singolo polo con gli studs, oltre al tuning generale che si effettua variando la gap del magnete (cosa che comporta una notevole complicazione meccanica, mentre per l'elettromagnete basta variare la corrente di eccitazione); d'altra parte proprio gli studs mettono in evidenza l'effetto di fringing esterno, per cui una buona parte del flusso generato dal REC viene "perso" dalla parte opposta alla gap, effetto questo inesistente nell'elettromagnete in quanto tutto il flusso magnetico deve passare dentro le bobine e si chiude nei gioghi; basta confrontare fra di loro le Fig. 4 e 5.

Da un punto di vista strutturale l'ondulatore a elettromagnete è molto semplice e consiste tipicamente di due gioghi continui, superiore e inferiore, sostenuti da opportune piastre laterali, ai quali sono collegati i poli generanti i campi alternati. Tutti i poli sono meccanicamente identici. Tutte le bobine che eccitano i poli sono identiche fra loro e collegate in serie.

I poli terminali tuttavia hanno solitamente bobine geometricamente uguali alle altre, ma con un numero di spire efficaci dimezzato per motivi di compensazione dell'integrale di campo preso lungo l'asse dell'ondulatore. Dal punto di vista idraulico le bobine costituiscono dei rami in parallelo collegati ad opportuni collettori di mandata e ritorno. Sui gioghi o sui poli terminali possono essere aggiunte spire di compensazione fine dell'integrale di campo in fase dinamica. Una simile struttura può consentire di fare un magnete a numero di passi scalabile con l'energia del fascio con le seguenti modifiche :

- a) Aggiunta di un trave superiore ed uno inferiore come supporti con attacchi modulari delle parti magnetiche (i due travi ovviamente amagnetici).
- b) Lavorazione modulare dei poli superiori e inferiori comprendendovi il tratto di giogo di pertinenza (il giogo magnetico viene così costruito imbullonando i moduli di cui sopra ai travi supporto).

E' evidente come si possa variare il numero dei moduli e quindi il numero dei passi dell'ondulatore senza alcun problema magnetico, elettrico o idraulico.

L'ondulatore ibrido ha una struttura meccanica molto più complicata. Tipicamente il tuno del campo è realizzato variando l'altezza del gap e quindi allontanando o avvicinando, fino ad una distanza minima consentita dall'apertura di macchina, le due matrici di poli ibridi. Gli ancoraggi dei poli e dei magneti permanenti, con sistemi di regolazione di posizione a battuta, sono abbastanza complessi anche se ovviamente modulari come nel caso precedente. Le due strutture che reggono i poli, a parte il movimento verticale di cui sono dotate, possono avere la stessa funzione di quelle accennate al punto a) del paragrafo precedente. In più vi sono ancoraggi laterali per tenere i magneti permanenti e anche questi possono essere pensati con attacchi modulari. Particolare riguardo meritano le terminazioni degli ondulatori di questo tipo che in genere prevedono bobine alimentate da correnti di compensazione. Una variazione del numero di passi può ottenersi agendo sui poli interni nei limiti consentiti dalla modularità degli ancoraggi cui si è fatto cenno. Fatto salvo il principio di usare strutture di supporto e di contenimento non magnetiche, sembra proponibile, anche in questo caso, la realizzazione di un ondulatore a lunghezza variabile. Ovviamente la cosa andrà vista con i necessari approfondimenti in fase di progetto costruttivo.

Va infine sottolineato che, allo stato attuale, siamo in grado di effettuare uno studio con codice 3-D per l'elettromagnete, mentre altrettanto non ci è possibile fare per l'ibrido.

## Referenze

1. R.Barbini, A.Cattoni, B.Dulach,C.Sanelli, M.Serio e G.Vignola - The Lela Undulator - Nuc. Instr. and Methods 190 (1981) 159-166.
2. F.Tazzioli - Parametri preliminari di un Linac s.c sperimentale - Adone L-88 Internal memo.
3. F.Ciocci, G.Dattoli,G.Gallerano, A.Renieri, E.Sabia - Parametri di progetto e caratteristiche di un FEL operante nell'infrarosso con fascio di elettroni prodotto da un Linac superconduttore: breve nota tecnica - Comunicazione privata - (1986).
4. R.Boni, S.Faini, U.Gambardella, F.Tazzioli - Comunicazione privata - (1987).
5. K.Halbach - Physical and optical properties of Rare-Earth Cobalt Magnets - Nucl. Instru. Sci. NS-26, 3882 (1979).
6. M.W.Poole, R.P.Walker - Periodic Magnets for Undulators and Free Electron Lasers- A review of performance features-DL/SCI/P283A (1981).
7. K.Halbach - Permanent Magnet Undulators - J. de Phys., MT-8,C1-211(1984).
8. S.H.Kim, Y.Cho - 20 KeV Undulators for a 6 GeV Storage Ring - ANL - HEP -CP-85-108 (1985).
9. M.W.Poole, R.P.Walker,Daresbury Report DL/SCI/P215A (1980).
10. K.Halbach,E.Hoyer,S.Marks,D.Plate,D.Shuman - CSEM-Steel Hybrid Wiggler/Undulator Magnetic Field Studies - IEEE Trans. Nuclear Science NS-32-5 (1985).
11. K.Halbach,J.Chin,E.Hoyer,H.Winick,R.Cronin,J.Wang,Y.Zambre - A Permanent Magnet Undulator for Spear - IEEE Trans. Nuclear Science NS-28-3 (1981).