

ISTITUTO NAZIONALE DI FISICA NUCLEARE
Laboratori Nazionali di Frascati

LNF-86/30 (R)
25 Luglio 1986

V. Muccifora e E. De Sanctis:
**REALIZZAZIONE DI UN FASCIO DI FOTONI "ETICHETTATI", PRODOTTI
DALLA BREMSSTRAHLUNG DEGLI ELETTRONI DI ADONE SU UNA JET
TARGET (STUDIO DI FATTIBILITA')**

Tesi di Laurea

Servizio Documentazione
dei Laboratori Nazionali di Frascati
Cas. Postale 13 - Frascati (Roma)

LNF-86/30(R)
25 Luglio 1986

Università degli Studi di Roma "La Sapienza" - Corso di Laurea in Fisica

**REALIZZAZIONE DI UN FASCIO DI FOTONI "ETICHETTATI", PRODOTTI DALLA
BREMSSTRAHLUNG DEGLI ELETTRONI DI ADONE SU UNA JET TARGET
(STUDIO DI FATTIBILITA')**

Relatore: Prof. ENZO De SANCTIS

Laureanda: VALERIA MUCCIFORA

matricola: N41635

Anno Accademico 1985-86

Premessa

Come noto l'interazione del campo elettromagnetico con il nucleo fornisce informazioni preziose sulla struttura nucleare. L'interazione elettromagnetica è infatti ben conosciuta, cosicchè le proprietà del nucleo possono essere i soli elementi oggetto di indagine, inoltre è una interazione debole, dell'ordine di α , cosicchè il sistema in studio non viene sensibilmente perturbato, ed è possibile un calcolo quantitativo della sezione d'urto. Le sonde elettromagnetiche, inoltre, non sono assorbite nel nucleo, cosicchè sono in grado di esplorare l'intero volume nucleare, a differenza delle sonde a interazione forte, che interagiscono primariamente alla superficie del nucleo. Per questi motivi elettroni e fotoni di alta energia sono comunemente impiegati come sonda del nucleo stesso.

L'investigazione sperimentale dei fotoprocessi è però fortemente ostacolata dal fatto che la più intensa sorgente di fotoni ottenibile (la bremsstrahlung da elettroni) ha uno spettro energetico continuo. Per ricavare infatti informazioni il più possibile dettagliate riguardo la struttura nucleare, è necessario che sia lo stato finale che lo stato iniziale, costituito dal fotone incidente e dal nucleo bersaglio, siano determinati al meglio. Da ciò nasce l'esigenza di realizzare delle tecniche di monocromatizzazione dei fasci di fotoni da utilizzare in esperimenti di fisica nucleare.

In questa Tesi in particolare vengono affrontate le problematiche inerenti alla realizzazione di un fascio monocromatico di fotoni, prodotti dalla bremsstrahlung degli elettroni di Adone su di un getto molecolare supersonico (jet-target), e resi monocromatici con la tecnica del "tagging" descritta nel Capitolo II. Si tratta della prima applicazione ad un anello di accumulazione di queste due tecniche, tagging e jet-target, per ottenere un fascio di fotoni monocromatici di energia massima pari all' 80° di quella degli elettroni circolanti nell'anello. L'uso di una jet-target come radiatore, garantisce una vita media del fascio di elettroni accumulati nell'anello di qualche minuto; inoltre è possibile variare tale vita media, e conseguentemente, l'intensità del fascio di fotoni di bremsstrahlung, variando il flusso del getto gassoso.

Il lavoro specifico svolto in questa Tesi, consiste in uno studio di fattibilità riguardo la realizzazione del suddetto fascio monocromatico; la Tesi in esame risulta così strutturata:

- Nel 1° Capitolo viene sottolineato l'interesse fisico della sperimentazione con fasci di fotoni monocromatici di energia 200-1200 MeV. Sono inoltre discusse alcune proposte di esperienze realizzabili con il fascio di fotoni in esame.
- Nel 2° Capitolo vengono descritte alcune tecniche di monocromatizzazione dei fasci di fotoni, con particolare riguardo alle applicazioni della tecnica di tagging. Sono inoltre illustrati alcuni sistemi di tagging su fasci di fotoni di bremsstrahlung e discusse le caratteristiche più salienti di tali sistemi (probabilità, efficienza, risoluzione in energia).

- *Nel 3° Capitolo sono esposte alcune generalità sulla fisica dei fasci molecolari condensati, seguite da una rassegna relativa alle caratteristiche degli apparati di produzione di tali fasci. E' inoltre riportato il calcolo dettagliato delle condizioni di lavoro (pressione, temperatura) e della geometria della jet-target progettata per l'installazione su Adone, unitamente alla descrizione del sistema di produzione del fascio molecolare.*
- *Nel 4° Capitolo è descritto lo studio sugli effetti dell'interazione del fascio di Adone con la jet-target, atto a valutare la vita media e l'eventuale aumento di emittanza del fascio stesso. Sono inoltre riportati i calcoli riguardanti l'intensità dei fotoni emessi per irraggiamento sulla jet-target, e la luminosità relativa all'interazione del fascio di elettroni con il getto molecolare.*
- *Nel 5° Capitolo sono valutati gli effetti della collimazione sul fascio di fotoni di bremsstrahlung ed alcune delle sue caratteristiche (spettro, dimensioni), unitamente alla descrizione di alcuni metodi per il controllo dei parametri del fascio. Inoltre sono riportate delle considerazioni sul rapporto vere casuali e le conseguenti limitazioni sull'intensità dei fotoni.*
- *Nel 6° Capitolo sono descritte le caratteristiche dello spettrometro di tagging ed i risultati dei calcoli di ottica magnetica, che hanno condotto alla progettazione dell'apparato di rivelazione degli elettroni che hanno irraggiato. Particolare attenzione è stata rivolta alla determinazione ed ottimizzazione della risoluzione in energia, ed alla scelta dell'intervallo energetico del tagging.*
- *Nel 7° capitolo viene descritto il procedimento di calcolo della funzione di risposta dei contatori di tagging, i cui risultati sono esposti e commentati alla luce di quanto detto nei precedenti capitoli.*

INDICE

PREMESSA

INDICE

Pag 1

CAPITOLO I

INTERESSE FISICO DELLA REALIZZAZIONE DI UN FASCIO DI FOTONI MONOCROMATICI DI ENERGIA FINO A 1200 MEV

§1.1	Introduzione	4
§1.2	Generalità sull'interazione sonde elettromagnetiche-nucleo	5
§1.3	Problematiche fisiche	6
§1.4	Assorbimento totale	10
§1.5	Programma di ricerca	19

CAPITOLO II

METODI DI MONOCROMATIZZAZIONE DEI FASCI DI FOTONI E TECNICHE DI TAGGING

§2.1	Introduzione	21
§2.2	Metodi di monocromatizzazione	22
§2.3	Tecniche di tagging	24
§2.4	Classificazione dei sistemi di tagging	25
§2.5	Probabilità ed efficienza del tagging	28
§2.6	Range e risoluzione energetica di un sistema di tagging	30

CAPITOLO III

STUDI RELATIVI ALLA PROGETTAZIONE DI UNA JET-TARGET

§3.1	Generalità sulla fisica dei fasci molecolari condensati	32
§3.2	Studio dei parametri che determinano le dimensioni degli aggregati molecolari	35
§3.3	Leggi di scala al variare del tipo di gas	38
§3.4	Intensità e densità del fascio molecolare	40

§3.5	Condizioni di lavoro e geometria della jet-target progettata per l'installazione su Adone	Pag. 41
§3.6	Descrizione del sistema di produzione del fascio molecolare	45

CAPITOLO IV

EFFETTI DELL'INTERAZIONE JET-TARGET FASCIO DI ADONE

§4.1	Generalità sugli anelli d'accumulazione	47
§4.2	Caratteristiche di Adone	51
§4.3	Scattering coulombiano degli elettroni sulla jet-target	53
§4.4	Effetti dell'irraggiamento del fascio sulla jet-target	63
§4.5	Intensità del fascio di fotoni	67
§4.6	Luminosità	68

CAPITOLO V

CARATTERISTICHE DEL FASCIO DI FOTONI DI BREMSSTRAHLUNG

§5.1	Collimazione del fascio di fotoni	70
§5.2	Spettro e dimensioni del fascio di fotoni sul piano di rivelazione	74
§5.3	Considerazioni sul rapporto coincidenze vere-casuali e limitazioni sull'intensità dei fotoni	78
§5.4	Miglioramento del rapporto vere casuali	80
§5.5	Controllo dei parametri del fascio	82

CAPITOLO VI

CARATTERISTICHE DEL SISTEMA DI TAGGING

§6.1	Descrizione dello spettrometro	84
§6.2	Calcoli di ottica magnetica	89
§6.3	Determinazione ed ottimizzazione della risoluzione energetica	91
§6.4	Scelta del range energetico del tagging	95
§6.5	Progetto dei contatori di tagging	96
§6.6	Elettronica ed acquisizione dei dati	101

CAPITOLO VII

FUNZIONE DI RISPOSTA DEI CONTATORI DI TAGGING

§7.1	Introduzione	Pag. 103
§7.2	Studio sulla sezione d'urto di bremsstrahlung $d\sigma/(d\Omega_e d\Omega_\gamma dk)$	104
§7.3	Valutazione degli angoli solidi di emissione del fotone e dell'elettrone che ha irraggiato	106
§7.4	Descrizione del Montecarlo per il calcolo della funzione di risposta	109
§7.5	Calcolo dell'efficienza, della probabilità e della funzione di risposta dei contatori di tagging	111
	BIBLIOGRAFIA	116

Capitolo I

INTERESSE FISICO DELLA REALIZZAZIONE DI UN FASCIO DI FOTONI MONOCROMATICI DI ENERGIA FINO A 1200 MEV.

1.1. - Introduzione

Come è noto l'interazione del campo elettromagnetico con il nucleo fornisce informazioni preziose sulla struttura nucleare. Nella trattazione tradizionale, in cui le forze nucleari sono mediate dallo scambio di mesoni, il nucleo è una microstruttura popolata di nucleoni, risonanze isobariche, aggregati di due o più nucleoni, o di nucleoni e isobari in interazione, con scambio di mesoni. Le sonde elettromagnetiche hanno l'opportunità di interagire non solo con i nucleoni individuali - così detta approssimazione impulsiva (IA) - ma anche con coppie di nucleoni correlati, o coppie nucleone-isobaro, o aggregati di nucleoni, e con le stesse correnti mesoniche scambiate. La caratteristica attraente dell'uso di sonde elettromagnetiche è costituita dal fatto che l'esperimento può essere programmato in modo da esaltare o deprimere singolarmente ciascuno di questi processi.

Nel quadro attuale delle ricerche in fisica nucleare, il ruolo degli esperimenti con sonde elettromagnetiche è destinato ad essere ancora più importante. Questo per almeno tre buone ragioni. In primo luogo, perchè il vantaggio di disporre di un meccanismo di interazione ben noto e (in linea di principio) esattamente calcolabile, si fa sentire ancora di più quando i processi studiati diventano complicati. In secondo luogo, perchè la relativamente debole natura dell'interazione elettromagnetica ci assicura che le modifiche di un processo elementare, in particolare, ad esempio, l'eccitazione di un nucleone a un livello isobarico, che avvenga in presenza di altri nucleoni, sono dovute unicamente alla materia nucleare, senza probabilità di confusione con altri effetti. In particolare, senza le complicazioni inerenti all'uso di sonde che interagiscono fortemente, con fenomeni quali interazioni multiple e polarizzazioni del nucleo. Inoltre la debole natura della interazione elettromagnetica, fa sì che i fotoni siano assorbiti poco nel nucleo, e quindi siano in grado di esplorare l'intero volume nucleare, a differenza delle sonde a interazione forte che interagiscono primariamente alla superficie del nucleo. Infine, i fotoni virtuali dello scattering di elettroni hanno una eccellente risoluzione spaziale, che è necessaria se si vogliono studiare fenomeni a corto range, come le correlazioni nucleone-nucleone e gli stati eccitati dei nucleoni.

Per tutti questi motivi fotoni ed elettroni di alta energia vengono comunemente impiegati come sonda del nucleo stesso.

1.2. - Generalità Sull'interazione Sonde Elettromagnetiche-Nucleo.

L'interazione elettrone nucleo viene rappresentata, vedi diagramma in Fig.1.1(a), con lo scambio di un fotone virtuale, il cui impulso e la cui energia verificano la relazione $|\mathbf{q}| < \omega$. In questo modo le reazioni indotte da fotoni reali per i quali $|\mathbf{q}| = \omega$, appaiono come un caso particolare che completa l'informazione ottenuta dalla diffusione di elettroni. Il caso più generale di interazione elettrone nucleo è rappresentato dalla reazione esclusiva ($e, e'X$); pertanto le sezioni d'urto che rappresentano le possibili interazioni nucleo-sonde elettromagnetiche, possono essere ricavate dalla espressione della sezione d'urto di scattering inelastico di elettroni relativa a reazioni esclusive, in cui vengono rivelati in coincidenza l'elettrone diffuso e la particella X emessa. L'espressione di tale sezione d'urto è la seguente [AH85B]:

$$\frac{d^4\sigma}{d\Omega_2 dE_2 d\Omega_x dE_x} = \frac{2\alpha^2 k_2 p E_x}{q^2_{\mu} k_1 M_T} [V_L(\vartheta)W_C + V_T(\vartheta)W_T + V_I(\vartheta_x, \phi_x)W_I + V_s(\vartheta_x, \phi_x)W_s]$$

In questa espressione (\mathbf{k}_1, E_1) , (\mathbf{k}_2, E_2) rappresentano l'impulso e l'energia rispettivamente dell'elettrone incidente e dell'elettrone diffuso, (\mathbf{p}, E_x) sono l'impulso e l'energia della particella X, M_T è la massa del bersaglio. q^2_{μ} è il quadrimpulso trasferito dato da $q^2_{\mu} = q^2 - \omega^2$, dove $\mathbf{q} = \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2$ è l'impulso trasferito, $\omega = E_1 - E_2$ è l'energia persa dall'elettrone. ϑ è l'angolo di diffusione dell'elettrone, mentre ϑ_x e ϕ_x definiscono la direzione della particella emessa rispetto alla direzione di \mathbf{q} .

L'espressione della sezione d'urto è una somma di quattro termini, ciascuno dei quali è il prodotto di un fattore puramente cinematico (fattori V riportati nella bibliografia già citata), e un fattore che contiene informazioni riguardo la struttura del nucleo (fattori W). Il termine $V_L W_C$ deriva dall'interazione coulombiana tra l'elettrone e la distribuzione di carica del nucleo, mentre il termine $V_T W_T$ è il contributo della corrente trasversa. La corrente proporzionale alla componente trasversa del momento della particella X dà il termine $V_s W_s$, e l'interferenza tra questa corrente ed il termine coulombiano è contenuta nel fattore $V_I W_I$.

Da quest'espressione è possibile ricavare le sezioni d'urto per varie reazioni elettromagnetiche come mostrato in Fig. 1.1(b). In particolare, integrando sull'energia e sull'angolo solido di rivelazione della particella X, è possibile ricavare l'espressione della sezione d'urto di scattering anelastico d'elettroni ad un angolo ϑ , che può essere scritta nella forma [AH85];

$$\frac{d\sigma}{d\Omega d\omega} = \Gamma_T [\sigma_T(q^2_{\mu}, E_{\gamma}) + \epsilon \sigma_L(q^2_{\mu}, E_{\gamma})].$$

Γ_T è interpretato come il flusso di fotoni virtuali con stato di polarizzazione trasversa che

colpiscono il nucleo:

$$\Gamma_T = \alpha E_\gamma E_2 / [2\pi^2 q_\mu^2 E_1 (1-\varepsilon)],$$

ed ε è il rapporto tra i fotoni virtuali con polarizzazione longitudinale (L) e quelli con polarizzazione trasversa (T):

$$\varepsilon = [1 + (2 q^2 / q_\mu^2) \tan^2 \vartheta / 2]^{-1}.$$

I termini che rappresentano la risposta nucleare σ_{LT} , sono funzioni del quadrimpulso trasferito al nucleo e di una energia equivalente del fotone E_γ che è pari all'energia necessaria ad un fotone (nel sistema del laboratorio) per produrre la stessa eccitazione del nucleone:

$$E_\gamma = \omega - q_\mu^2 / 2M.$$

Avendo introdotto questo formalismo, la sezione d'urto $d\sigma/\Gamma_T$ diventa la sezione d'urto di fotoassorbimento $\sigma_{\gamma T}(E_\gamma)$ nel limite in cui $q_\mu^2 \rightarrow 0$; infatti in tale limite

$$\omega \rightarrow E_\gamma, \quad \sigma_T \rightarrow \sigma_{\gamma T}(E_\gamma), \quad \sigma_L \rightarrow 0.$$

Più in generale, come già detto precedentemente, le sezioni d'urto relative ai fotoni, si ottengono dalle corrispondenti per gli elettroni nel limite in cui $q \rightarrow \omega$.

1.3. - Problematiche Fisiche

L'uso di fasci molecolari per ricerche in fisica nucleare è stato finora effettuato nel laboratorio di Novosibirsk con gli anelli di accumulazione VEP-1 e VEPP-2. In questo caso le reazioni studiate sono state rispettivamente:

- diffusione quasi elastica in coincidenza di elettroni su un getto molecolare di ^{16}O nella regione della risonanza gigante (reazioni $^{16}\text{O}(e, e'd)$, $(e, e'\alpha)$) [PO83],
- misura dell'asimmetria nello scattering elastico (e, d) , su una jet-target di deuterio polarizzato [DM85].

Tuttavia, negli esperimenti di diffusione di elettroni su fasci molecolari, le luminosità disponibili con fasci da anelli di accumulazione sono almeno due ordini di grandezza inferiori ai corrispondenti valori nel caso di fasci estratti e bersagli convenzionali (cfr. §4.6). Pertanto, per mantenere le velocità di conteggio a livelli accettabili, si rendono necessari degli apparati a grande angolo solido per la rivelazione degli elettroni diffusi e delle particelle emesse. E' quindi conveniente utilizzare questi bersagli e i fasci di anelli di accumulazione

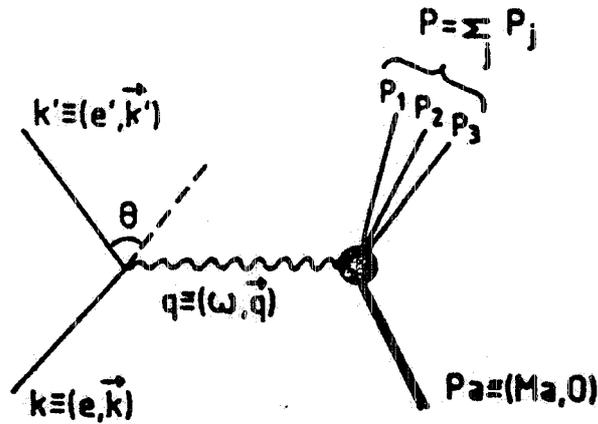


FIG. 1.1 (a) - Diagramma che rappresenta l'interazione elettrone-nucleo con lo scambio di un fotone virtuale.

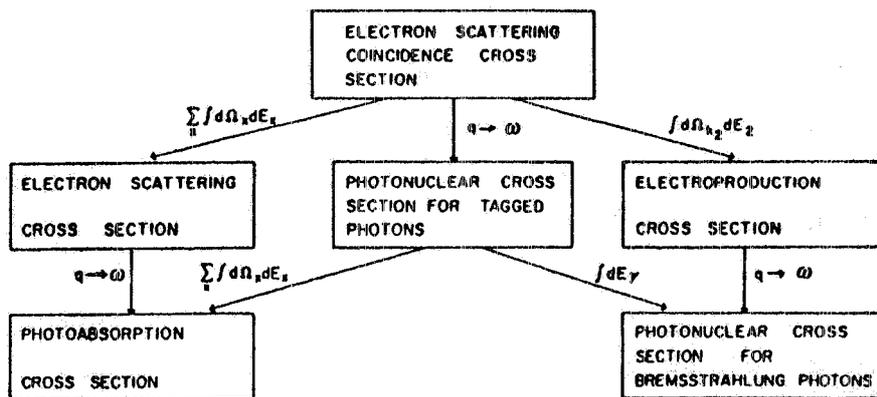


FIG. 1.1 (b) - Relazioni tra le sezioni d'urto inclusive ed in coincidenza, relative a reazioni indotte da elettroni e fotoni. La direzione e l'energia dell'elettrone diffuso e della particella X emessa, sono indicate rispettivamente con Ω_{12} , E_2 ; Ω_X , E_X . Le sezioni d'urto relative ai fotoni si ottengono dalle corrispondenti per gli elettroni nel limite $q \rightarrow \omega$.

- per esperimenti in cui si vogliono rivelare particelle dotate di alto potere di frenamento, prodotte nella reazione (in questo caso l'uso di targhette a bassa densità permette la loro rivelazione),
- per misure con bersagli polarizzati, che richiedono la deposizione di piccole quantità di energia per non distruggere la polarizzazione,
- per esperimenti con apparati a grande angolo solido ($\approx 4\pi$), dove alti valori di luminosità non sono utilizzabili per l'elevato valore del fondo che ne deriva.

Nel caso discusso in questa tesi, l'interazione degli elettroni di Adone con la jet-target verrà invece utilizzata per produrre un fascio di fotoni di bremsstrahlung, che sarà reso monocromatico con la tecnica del "tagging" descritta nel §2.3. Si tratta della prima applicazione di queste tecniche

(fasci molecolari e tagging), per produrre fotoni monocromatici con un anello di accumulazione. In questo caso le limitazioni più importanti ai flussi di fotoni producibili, derivano dal valore del ciclo utile dell'acceleratore utilizzato, e, come vedremo nel capitolo V, i bassi valori della densità dei fasci molecolari non risultano penalizzanti nel confronto con le "facilities" che usano fasci convenzionali e bersagli solidi.

Le problematiche che si possono affrontare con un fascio di fotoni monocromatici di energia fino a 1200 MeV, sono quelle centrali della fisica nucleare ad energie intermedie, cioè la descrizione della struttura e della dinamica nucleare in termini di interazioni fondamentali e lo studio delle modifiche apportate all'interazione fotone-nucleone dalla presenza della materia nucleare.

a) Gli esperimenti più opportuni per lo studio di tali effetti, sono misure di sezione d'urto totale nei canali più direttamente accoppiati alle risonanze quali: fotoassorbimento totale [*reazione (a)*], scattering elastico ed inelastico di fotoni [*reazione (b)*], fotoproduzione di pioni carichi e neutri [*reazione (c)*].

Per quanto riguarda le *reazioni di tipo (a)*, le sezioni d'urto nell'intervallo di energie del fotone comprese tra 700 e 1500 MeV hanno valori elevati [dell'ordine di $(0.1 - 0.4) \cdot A$ mb]. Pertanto già con un flusso di fotoni di $\sim 10^3$ γ /sec per canale di energia e targhette di spessore $t \approx 10$ g/cm² si ottengono velocità di conteggio di ≈ 0.5 sec⁻¹. Misure di questo tipo non richiedono, quindi, nè flussi elevati, nè grossi apparati di rivelazione. Occorre naturalmente essere in grado di estrarre con accuratezza dai conteggi il contributo nucleare da quello atomico.

Per quanto riguarda invece i processi (γ, γ) [KO85] [*reazioni di tipo (b)*], le sezioni d'urto nei nuclei leggeri tra 400 MeV e 600 MeV hanno valori medi compresi tra 10^{-1} e 10^{-3} μ b/sr. Pertanto con un bersaglio di spessore $t \leq 5$ g/cm² ed una intensità di fotoni $N_\gamma(k) dk \leq 5 \cdot 10^7 dk/k$ sec⁻¹, per avere una velocità di conteggio superiore a $C = 10^{-3}$ eventi/sec per canale di tagging ($dk/k \geq 10^{-2}$) si deve disporre di un rivelatore con efficienza di rivelazione ϵ ed angolo solido Ω il cui prodotto è

$$\epsilon \Omega = \frac{C}{\frac{d\sigma}{d\Omega} N_0 \frac{t}{A} N_\gamma} \geq \frac{A}{1.5} \quad (\approx 10 \text{ per } A=16) \quad (\text{sr})$$

dove N_0 è il numero di Avogadro.

E' chiaro quindi che lo studio sistematico delle risonanze tramite misure di scattering di fotoni richiede l'uso di rivelatori a grande angolo solido ($\approx 4\pi$).

Per quanto riguarda i processi (γ, π) [GI77] [*reazioni di tipo (c)*] un'estrapolazione delle sezioni d'urto nell'intervallo di energie tra 400 e 600 MeV porta a valori dell'ordine di 20μ b/sr. Il prodotto $\epsilon \Omega$ scende quindi, per questo canale, al valore $\approx 10^{-5} \cdot A$ sr. Esperimenti di questo tipo sono quindi effettuabili con spettrometri tradizionali.

b) Lo studio dell'influenza del mezzo nucleare sull'eccitazione delle risonanze può essere effettuato a cinematica completa con esperimenti esclusivi che consentano l'identificazione dell'impulso iniziale \mathbf{p}_0 del nucleone legato sul quale è prodotta la risonanza. Un esempio è la fotoproduzione della Δ nei nuclei leggeri $\gamma + A \rightarrow p + \pi^- + (A - 1)$ con fotoni di energia ≈ 300 MeV.

Nell'ambito dell'approssimazione impulsiva, l'impulso \mathbf{p}_0 del neutrone prima dell'interazione è dato da $\mathbf{p}_0 = -\mathbf{p}_R$, dove \mathbf{p}_R è l'impulso di rinculo del nucleo residuo. Se si effettua la misura delle quantità di moto \mathbf{p}_p e \mathbf{p}_π del protone e del pione in coincidenza, \mathbf{p}_R viene ad essere determinato in modulo e direzione.

Misure preliminari effettuate a Saclay anni fa sull' ${}^4\text{He}$ hanno mostrato un rapido decremento della larghezza della risonanza al crescere dell'impulso iniziale \mathbf{p}_0 del neutrone legato (vedi Fig. 1.2). Questo risultato, che potrebbe essere interpretato come un aumento di vita media dovuto alla propagazione dell'eccitazione tra nucleoni correlati, è tuttora scarsamente attendibile e richiede ulteriore verifica tramite l'esecuzione di esperimenti di coincidenza protone-pione ($\gamma, p\pi$) [reazione (d)] con fotoni monocromatici e buon rapporto coincidenze vere/coincidenze casuali.

Poichè la sezione d'urto per produzione di pioni su neutroni in ${}^4\text{He}$ è [AR72]:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_p d\Omega_\pi p_0^2 dp_0} \approx 2 \mu\text{b sr}^{-2} \text{fm}^3, \text{ a } p_0 \approx 1 \text{ fm}^{-1} \text{ e } dp_0 = 0.1 \text{ fm}^{-1},$$

se si utilizza un bersaglio di spessore 1 g/cm^2 e un rivelatore con angolo solido $\approx 4\pi$, la velocità di conteggio corrispondente all'intervallo $p_0 \pm dp_0/2$ risulta dell'ordine $C \geq 2 \cdot 10^{-3}$ eventi/sec per canale di tagging ($dk/k \approx 10^{-2}$).

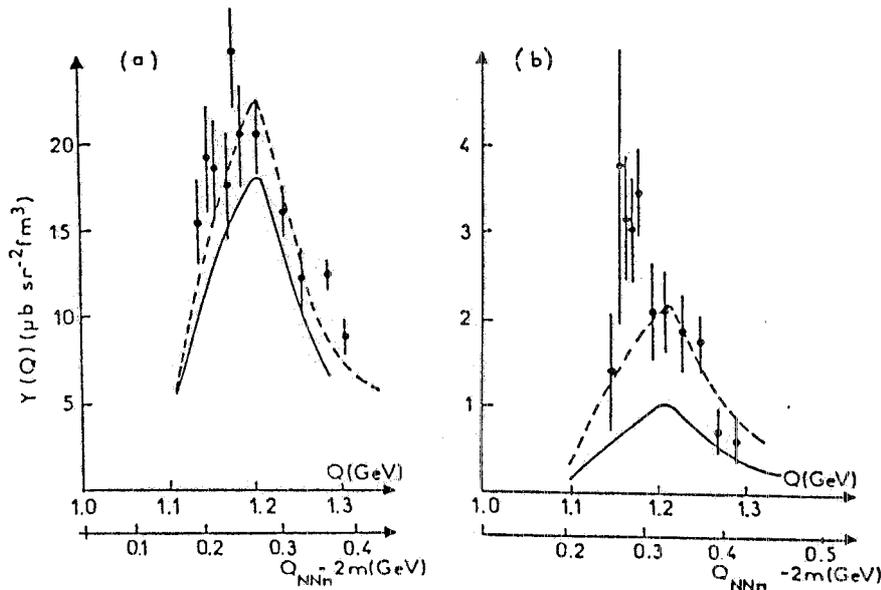


FIG 1.2. Valori misurati (punti in figura) della sezione d'urto differenziale $y(Q) = d\sigma/d\Omega_p d\Omega_\pi p_0^2 dp_0$, relativa alla reazione ${}^4\text{He}(\gamma, p\pi^-)$, per $p_0 = 50 \text{ MeV}/c$ (a) e $p_0 = 200 \text{ MeV}/c$ (b). La grandezza in ascissa Q , rappresenta la massa invariante del sistema protone-pione; $Q_{NN\pi}$ rappresenta la massa invariante del sistema protone, pione, nucleone, m è la massa a riposo del nucleone. Le curve in figura si riferiscono a dei calcoli teorici basati su modelli a particella singola.

c) La sperimentazione effettuata negli ultimi anni con fasci forniti da linac di prima e seconda generazione, ha notevolmente contribuito ad approfondire la conoscenza della matrice densità a un corpo nel nucleo (densità di carica e magnetizzazione, funzione d'onda di stati a singola particella e singolo buco ecc.). I forti limiti imposti agli esperimenti in coincidenza dai bassi duty-cycles disponibili hanno invece impedito lo studio della matrice densità a due corpi e quindi limitato lo studio delle correlazioni nucleone-nucleone a corto range. In particolare a distanze tra i nucleoni inferiori a 0.4-0.5 fm la conoscenza delle forze nucleari diviene più incerta e gli esperimenti di scattering nucleone-nucleone sembrano indicare addirittura un cambiamento di segno (nocciolo repulsivo). D'altra parte a queste stesse distanze i due nucleoni risultano notevolmente sovrapposti e non è chiaro se il sistema risultante possa ancora essere descritto come una coppia di unità interagenti o come un' unica "sacca" a sei quark con caratteristiche proprie (dibarione).

Lo studio del dibarione, inteso nel senso più generale di un sistema di due nucleoni strettamente correlati, costituisce per le vaste implicazioni il programma di ricerca più stimolante in questo range di energia e può essere isolato scegliendo condizioni cinematiche nelle quali una quantità di moto definita, non inferiore a 500 MeV, venga trasferita ad entrambi i nucleoni della coppia.

Possibili esperimenti per lo studio di queste problematiche sono forniti dallo studio delle reazioni (γ , NN) in nuclei leggeri [reazione (e)], tra cui la fotodisintegrazione in due corpi del deutone nel range $400 \leq E_\gamma \leq 700$ MeV [reazione (f)] costituisce il caso più semplice.

Per questo processo a $E_\gamma = 500$ MeV e $\theta_{cm} = 60^\circ$ si ha $d\sigma/d\Omega \approx 1.5 \mu\text{b/sr}$ [BA83] e quindi, per una velocità di conteggio $C = 10^{-3}$ eventi/(canale·sec), occorre disporre di un rivelatore con $\epsilon\Omega \geq 4 \cdot 10^{-3}$ sr con un bersaglio di 1g/cm^2 di D_2 liquido. Pertanto un sistema di rivelazione convenzionale, con singoli rivelatori che coprono angoli solidi dell'ordine della decina di mrad, è sufficiente per questa misura.

La sezione d'urto della reazione (γ , pp) in ^{12}C misurata recentemente [HO83], vale $d\sigma/(d\Omega_p d\Omega_{p'} dE_p) \approx 5 \cdot 10^{-32} \text{ cm}^2/\text{sr}^2 \text{ MeV}$. Se si assumono due rivelatori identici e risoluzione $\Delta E_p \approx 3 \cdot 10^{-2} E_p \approx 3 \cdot 10^{-2} k/2$, un bersaglio di spessore non inferiore a $t = 1\text{g/cm}^2$ e una larghezza di canali di tagging $\Delta k/k \approx \Delta E_p/E_p$, un conteggio minimo dell'ordine di 10^{-3} coincidenze/(canale·sec) richiede ($\epsilon_p \Delta\Omega_p \geq \sqrt{18/k} \text{ sr}$) pari, per $k = 600$ MeV, a circa 170 msr per ciascun ramo.

1.4. - Assorbimento Totale

Come abbiamo visto nel §1.3, tra le reazioni fotonucleari lo studio del fotoassorbimento costituisce uno dei programmi di ricerca più stimolanti. Infatti, la sezione d'urto di fotoassorbimento $\sigma_{\gamma T}$ fornisce alcune informazioni utili riguardo la fisica del nucleo, ad esempio essa è legata dal

teorema ottico alla parte immaginaria dell'ampiezza di diffusione in avanti f_0 dello scattering elastico di fotoni:

$$\sigma_{\gamma T}(E_\gamma)E_\gamma \propto \text{Im } f_0(E_\gamma).$$

Tale ampiezza può però essere determinata in termini di una relazione di dispersione, soltanto se $\sigma_{\gamma T}$ è nota su un intervallo energetico abbastanza ampio.

Inoltre, definendo momenti della sezione d'urto $\sigma_{\gamma T}$ le quantità S_a

$$S_a = \int_0^\infty \sigma_{\gamma T}(\omega)\omega^a d\omega,$$

è possibile ricavare da tali grandezze ulteriori proprietà generali dei nuclei. Infatti S_{-2} rappresenta la polarizzabilità nucleare, S_{-1} misura essenzialmente il raggio del nucleo, S_0 è la sezione d'urto d'assorbimento integrata sull'energia:

$$S_0(E_\gamma) = \int_0^{E_\gamma} \sigma_{\gamma T}(\omega) d\omega.$$

Passiamo ora ad uno studio di tale sezione d'urto al variare dell'energia E_γ .

a) Sezione d'Urto Sotto la Soglia di Produzione dei π

Sotto la soglia di emissione di particelle il nucleo ed il nucleone libero sono quasi trasparenti alla radiazione. Essi infatti interagiscono con il fotone unicamente attraverso il processo di scattering, quest'ultimo caratterizzato da una sezione d'urto totale piccola rispetto alle sezioni d'urto di reazione. Tale processo non contribuirà quindi agli effetti discussi in quanto segue.

Sopra la soglia di emissione di particelle la sezione d'urto aumenta rapidamente fino a raggiungere un massimo nella regione della risonanza gigante (GR).

Tale regione è stata ampiamente investigata e la risonanza può essere compresa qualitativamente nell'ambito dei modelli collettivi, dai quali è possibile dedurre una approssimativa dipendenza da A per la posizione e la larghezza del picco. Comunque non sono state ancora spiegate le forme differenti delle risonanze al variare del tipo di nucleo; tali forme sono mostrate per alcuni nuclei in Fig. 1.3 (a). [AH85B].

Nella regione compresa tra la risonanza gigante e la soglia di produzione dei π , la sezione d'urto $\sigma_{\gamma T}/A$ diminuisce lentamente, come mostrato in Fig. 1.3 (b). Si ha inoltre

$$\sigma_{\gamma T}/A \approx \sigma_d$$

con σ_d sezione d'urto di fotodisintegrazione del deutone [AH85B]; pertanto, assumendo che il

fotone interagisca con una coppia di nucleoni, tale regione viene indicata come la regione del quasi deutone.

L'analisi dei dati sperimentali ha mostrato che la sezione d'urto totale di fotoassorbimento integrata fino a 140 MeV, è maggiore della sezione d'urto totale σ_0 definita come:

$$\sigma_0 = \int_0^{\infty} \sigma_{\gamma T}(\omega) d\omega$$

il cui valore è ottenuto dalle regole di somma di Thomas-Reiche-Kuhn [BE85]:

$$\sigma_0 = 0.06NZ/A \quad [\text{MeV} \cdot \text{barn}]$$

con Z numero atomico, A numero di massa. Per i dati sperimentali si ottiene infatti:

$$\int_0^{140 \text{ MeV}} \sigma_{\gamma T}(E_\gamma) dE_\gamma = \sigma_0(1+K)$$

dove $K \approx 0.75$ è comunemente chiamato "enhancement factor". Questo eccesso di assorbimento mostrato per vari nuclei in Fig. 1.3 (c), è indicativo dell'importanza delle correnti di scambio all'interno dei nuclei in questo range d'energia ($0 < E_\gamma < m_\pi$).

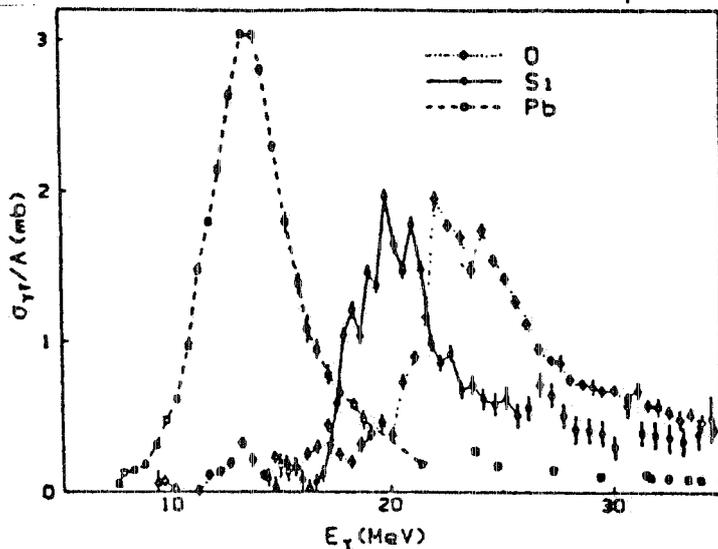


FIG. 1.3 (a) - Andamento della sezione d'urto di fotoassorbimento per nucleone, nella regione della risonanza gigante [AH85B].

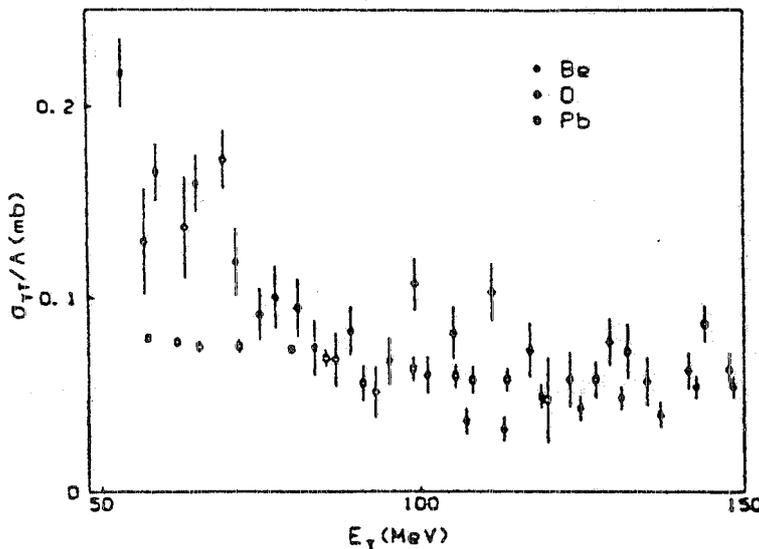


FIG. 1.3 (b) - Sezione d'urto di fotoassorbimento per nucleone, nella regione del quasi deutone.

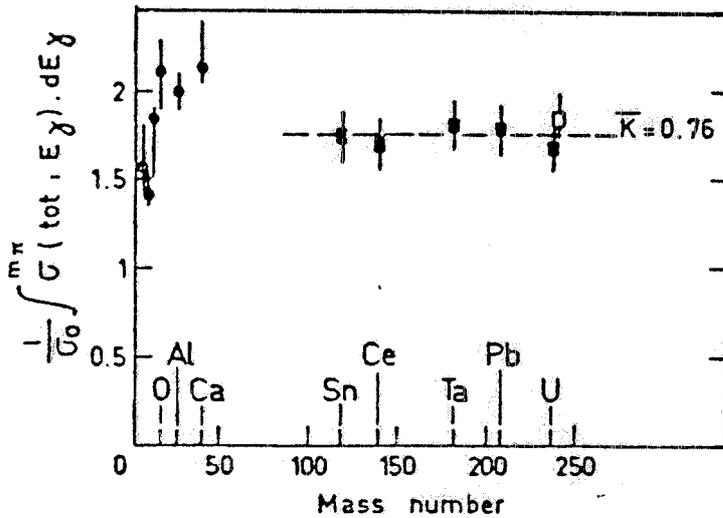


FIG. 1.3 (c) - Sezione d'urto di fotoassorbimento integrata tra $E_\gamma=0$ ed $E_\gamma=m_\pi$, in unità di σ_0 (σ_0 è la sezione d'urto che si ottiene dalle regole di somma di T.R.K.) [BE85].

b) Sezione d'Urto nella Regione delle Risonanze

Sopra la soglia di emissione del π la sezione d'urto totale di fotoassorbimento è dominata dalla transizione al primo stato eccitato del nucleone: la risonanza Δ . Nella Fig. 1.4 (a) è riportata la $\sigma_{\gamma T}/A$ per vari nuclei e, con la linea continua, la $\sigma_{\gamma T}/A$ per il protone. Entro gli errori sperimentali le sezioni d'urto per nucleone sono praticamente le stesse al variare del tipo di nucleo, ma differiscono palesemente dai dati del protone. Questa differenza, dovuta alla presenza del mezzo nucleare, è spiegata con il moto di Fermi ed il "Pauli blocking", effetti che riducono entrambi il valore della sezione d'urto [AH85B].

I metodi utilizzati per la misura della sezione d'urto in questo range d'energia sono riportati in Fig. 1.5 [BE85]:

- Il primo metodo permette di ricavare il valore della sezione d'urto di fotoassorbimento, misurando lo spettro di un fascio di fotoni di bremsstrahlung prima e dopo un bersaglio assorbitore. Dovendo sottrarre dal valore di tale sezione d'urto il contributo elettronico, questo metodo è difficilmente applicabile a nuclei con $Z > 20$.
- Il secondo metodo, che utilizza dei fotoni di bremsstrahlung etichettati ed uno spettrometro per la rivelazione di particelle cariche (essenzialmente protoni e π) a vari angoli, permette di estendere la misura di sezioni d'urto di fotoassorbimento anche a nuclei con Z elevati. Il valore della sezione d'urto così ottenuto, deve essere corretto per un fattore relativo alla sezione d'urto di particelle neutre non rivelate.
- Il terzo metodo consiste nella rivelazione dei neutroni emessi, con un rivelatore a grande angolo solido, utilizzando, nel caso indicato, un fascio di fotoni di annichilazione raccolti ad un angolo $\vartheta \approx 1.7^\circ$. Poichè tale metodo risulta valido per nuclei con $A > 100$, sono stati presi in considerazione nuclei di Sn, Ho, Ta, Pb ed U.
- Il quarto metodo utilizza dei fotoni di annichilazione marcati che incidono su un bersaglio

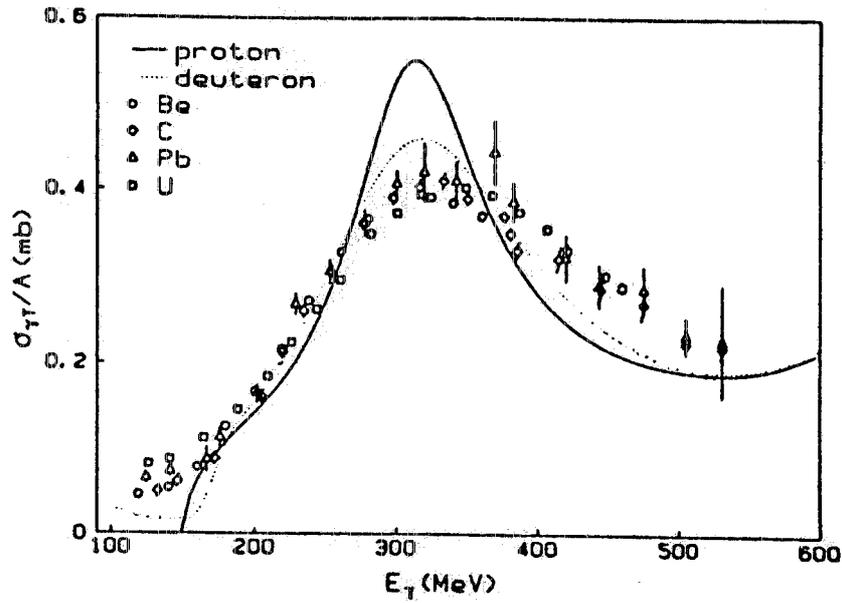


FIG. 1.4 (a) - Sezione d'urto di fotoassorbimento per nucleone nella regione della risonanza Δ , in funzione dell'energia del fotone [AH85B].

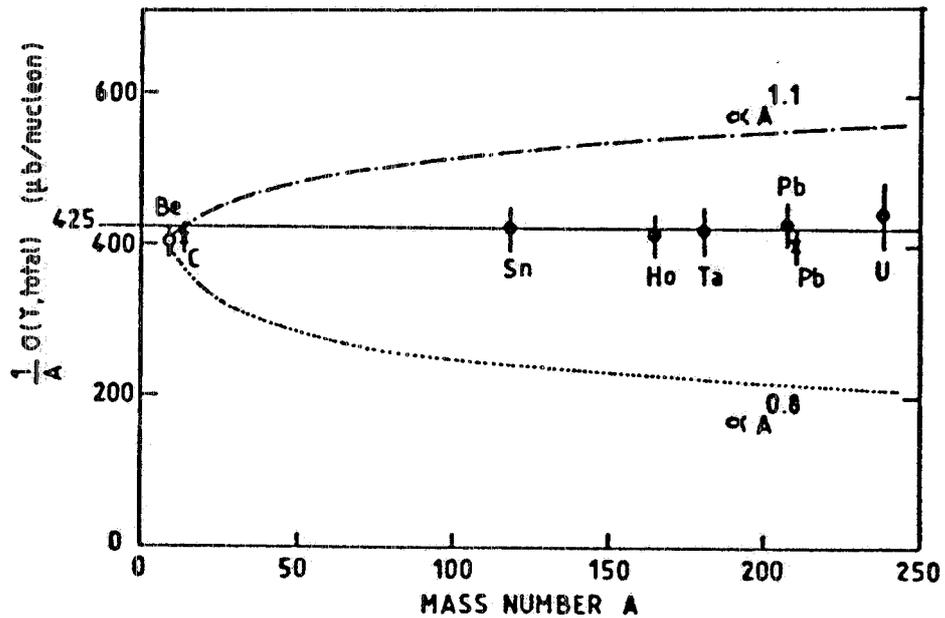


FIG. 1.4 (b) - Sezione d'urto di fotoassorbimento per nucleone misurata su vari nuclei per $E_{\gamma}=330$ MeV, valore corrispondente al picco della risonanza Δ [BE85].

pesante (Pb), ed un rivelatore a 4π che rivela gli adroni prodotti. I dati sperimentali relativi al Piombo, sono in perfetto accordo con quelli ottenuti utilizzando il terzo metodo.

- Il quinto metodo consiste nella determinazione della sezione d'urto di fotoassorbimento, partendo dalla misura della sezione d'urto di fotofissione di nuclei, come l'Uranio, a fissilità

=1. Tale misura è stata eseguita utilizzando un fascio di fotoni di bremsstrahlung etichettati, ed un rivelatore a grande angolo solido (4π) dei frammenti di fissione.

I valori della $\sigma_{\gamma T}$ ottenuti con il primo metodo risultano proporzionali ad $A^{0.8}$, mentre il secondo metodo fornisce dei valori di $\sigma_{\gamma T}$ proporzionali ad $A^{1.1}$; con gli ultimi tre metodi invece sono ottenuti valori della sezione d'urto proporzionali ad A . Questi risultati sono riassunti in Fig.1.4 (b), nella quale sono riportati i valori di $\sigma_{\gamma T}/A$ misurata su C, Sn, Mo, Ta, Pb, U, per $E_{\gamma} = 330$ MeV, valore corrispondente al picco della risonanza Δ .

Il fatto che la sezione d'urto totale di fotoassorbimento su un nucleo A ($\sigma_T(\gamma, A)$), sia la somma incoerente della sezione d'urto su ciascuno degli A nucleoni ($\sigma_T(\gamma, N)$):

$$\sigma_T(\gamma, A) = A \sigma_T(\gamma, N),$$

dimostra che l'assorbimento da parte del nucleo di un fotone di energia $E_{\gamma} \approx 330$ MeV, non introduce degli stati coerenti tra nucleoni analogamente a quanto avviene per la risonanza gigante.

Ad energie del fotone maggiori $350 \text{ MeV} < E_{\gamma} < 2000 \text{ MeV}$ i dati sperimentali risultano alquanto scarsi. Esistono delle buone misure di sezioni d'urto di fotoassorbimento su protone e su deutone [ARM72], e dei dati recenti di Yerevan [AR83] che presentano degli andamenti simili al variare del tipo di nucleo, ma fanno presumere l'assenza delle risonanze presenti nel protone e nel deuterio ad energie del fotone ≈ 700 MeV e 900 MeV. Questi dati normalizzati ad A e mediati per i vari nuclei esaminati, sono riportati in Fig. 1.6.

c) Sezione d'urto alle alte energie

Tale regione comprende energie del fotone > 2 GeV. Esistono misure di sezioni d'urto totali di fotoassorbimento sul protone e sul rame fino a $E_{\gamma} \approx 200$ GeV [CA79].

Le caratteristiche della sezione d'urto in questa regione sono da attribuirsi al comportamento adronico del fotone [GE73], che diventa evidente confrontando la sezione d'urto di fotoassorbimento con la sezione d'urto d'assorbimento del π su protone, mostrate entrambe in Fig.1.7 (a). Infatti le due sezioni d'urto, moltiplicate per opportuni fattori di scala, mostrano lo stesso andamento al variare di E_{γ} .

Inoltre confrontando i dati sperimentali del deuterio e del rame mostrati in Fig.1.7 (b), è possibile ricavare la relazione che lega la sezione d'urto totale di fotoassorbimento su un nucleo di massa A , con la corrispondente sezione d'urto sul nucleone:

$$\sigma_T(\gamma, A) = A^{0.9} \sigma_T(\gamma, N).$$

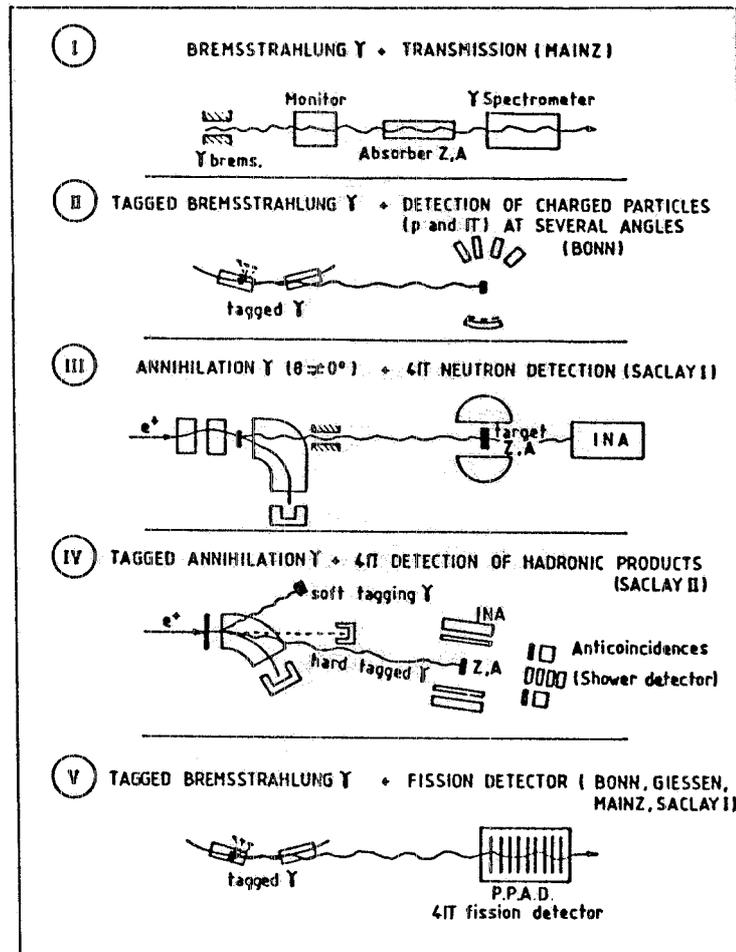


FIG. 1.5. - Metodi utilizzati per le misure della sezione d'urto di fotoassorbimento nella regione della risonanza Δ , riportate in Fig. 1.4 (a) [AH85B].

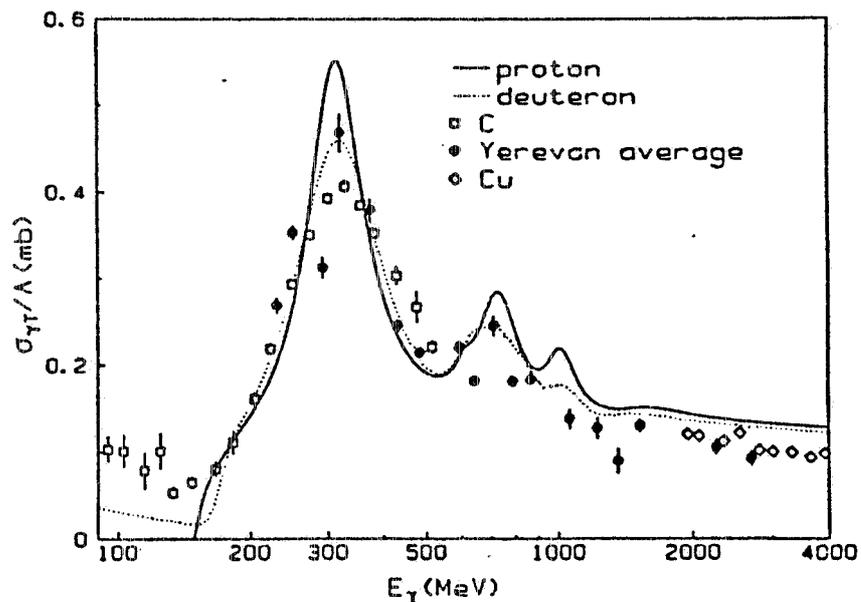


FIG. 1.6 - Sezione d'urto di fotoassorbimento per nucleone nella regione delle risonanze isobariche, in funzione della energia del fotone. I dati relativi al protone ed al deutone sono riportati in [ARM72], gli altri dati [AR83] presentati degli andamenti simili al variare del tipo di nucleo, ma fanno presumere l'assenza delle risonanze presenti nel protone e nel deutone ad energie del fotone ≈ 700 MeV e 900 MeV.

L'esponente 0.9 indica che, in questo range d'energia, l'assorbimento fotonucleare è intermedio tra un assorbimento di volume (tipico di un'interazione puramente elettromagnetica) che risulta proporzionale ad A , ed un assorbimento di superficie (tipico di un'interazione forte) che risulta proporzionale ad $A^{2/3}$. Questo effetto, che fa sì che il volume nucleare non venga totalmente esplorato dal fotone, è indicato come "shadowing-effect", ed è appunto causato dalle fluttuazioni adroniche del fotone [WE74].

La Fig. 1.8 riassume la situazione sperimentale su tutto il range di energia E_γ esplorato. Come già notato in precedenza la regione tra 500 MeV e 2000 MeV è quella che presenta i dati sperimentali meno attendibili pur essendo, per la presenza delle risonanze sul protone, particolarmente significativa. In particolare la depressione delle risonanze a 700 e 900 MeV nei vari nuclei, sarebbe, se confermata, un chiaro indizio dell'influenza della materia nucleare sulle eccitazioni intrinseche dei nucleoni.

Va inoltre notato un disaccordo tra i valori misurati della sezione d'urto totale di fotoassorbimento e quelli previsti dalle regole di somma ad energie >140 MeV. Infatti l'assorbimento fotonucleare per energie minori di 140 MeV, è collegato all'assorbimento ad energie maggiori di 140 MeV, dalle regole di somma di Gell Mann-Goldberger-Thirring [BE85]:

$$\int_0^{140 \text{ MeV}} \sigma_T(\gamma, A) dE_\gamma - \sigma_0 = \int_{140 \text{ MeV}}^{\infty} (A \sigma_T(\gamma, N) - \sigma_T(\gamma, A)) dE_\gamma.$$

Tali regole stabiliscono, sotto opportune ipotesi, che il "enhancement factor" K è

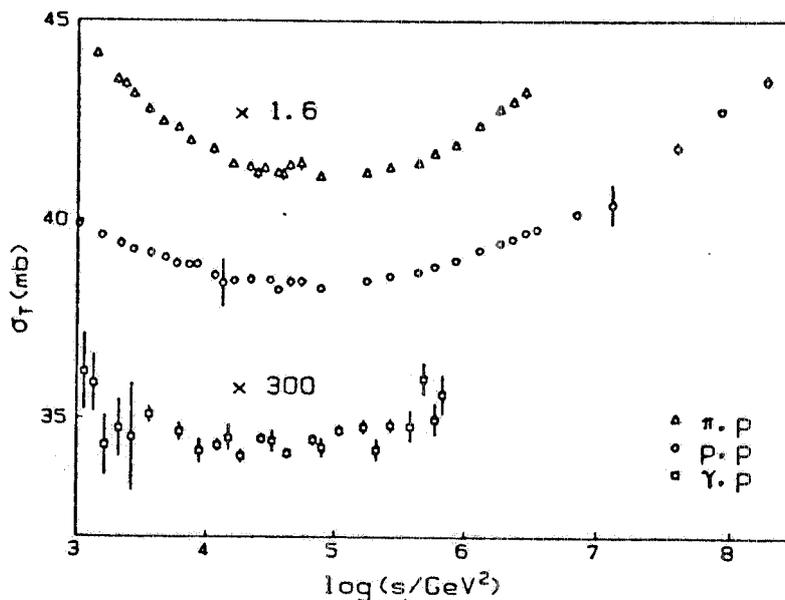


FIG. 1.7 (a) - Sezione d'urto di fotoassorbimento confrontata con la sezione d'urto di assorbimento del π su protone, le due sezioni d'urto sono moltiplicate rispettivamente per 300 e per 1.6. La quantità s che compare in ascissa rappresenta il quadrato della energia del centro di massa [AH85B].

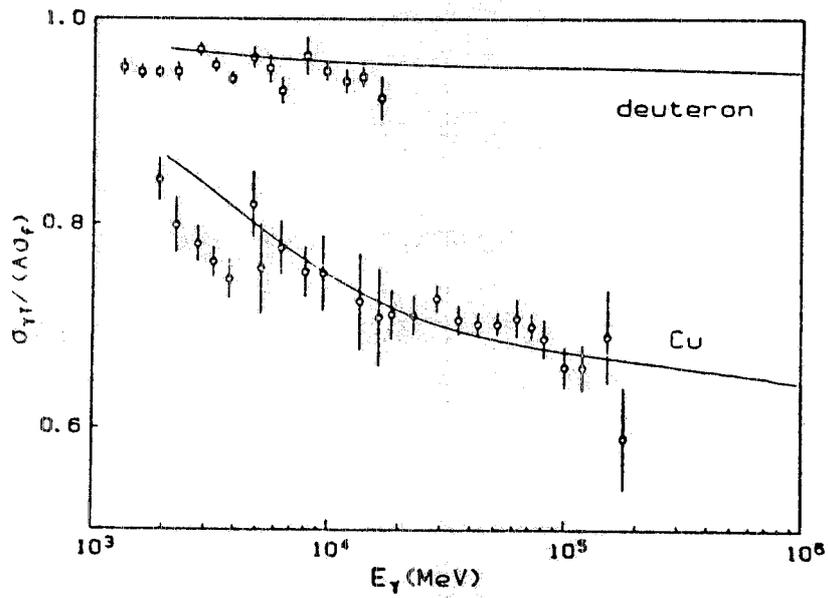


FIG. 1.7 (b) - "Shadowing effect", dato come rapporto tra le sezioni d'urto di fotoassorbimento sul nucleone legato e sul nucleone libero, per il deuterio e per il rame, in funzione della energia del fotone [AH85B].

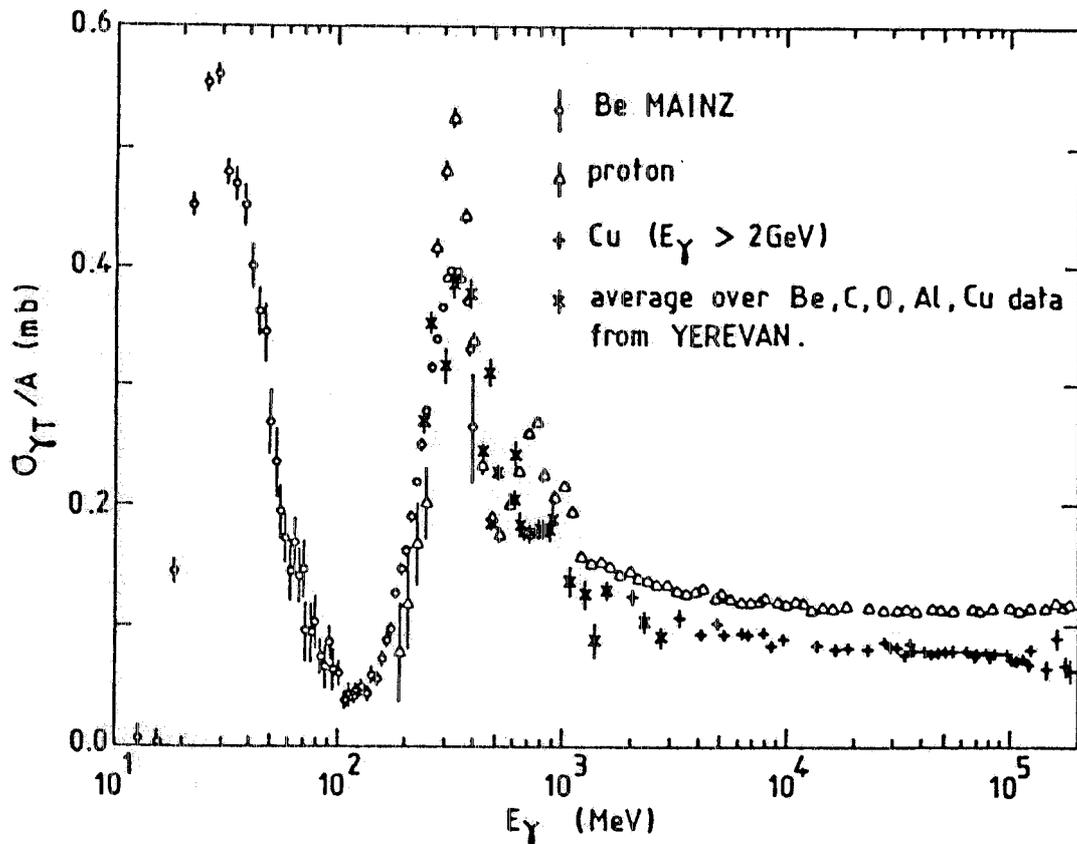


FIG. 1.8 - Andamento della sezione d'urto di fotoassorbimento per nucleone, su tutto l'intervallo energetico attualmente esplorato.

dato da:

$$K\sigma_0 = \int_{140 \text{ MeV}}^{\infty} (A \sigma_T(\gamma, N) - \sigma_T(\gamma, A)) dE_\gamma.$$

Pertanto un eccesso di assorbimento $K\sigma_0$ per $E_\gamma < m_\pi$, deve corrispondere, per $E_\gamma > m_\pi$, a dei valori di $\sigma_T(\gamma, A)$ tali che $\sigma_T(\gamma, A) < A \sigma_T(\gamma, N)$.

Ciò è confermato con attendibilità per $E_\gamma > 2 \text{ GeV}$, ma nella zona $140 \text{ MeV} < E_\gamma < 500 \text{ MeV}$ abbiamo visto che i numerosi dati sperimentali mostrano $\sigma_T(\gamma, A) = A \sigma_T(\gamma, N)$, in disaccordo pertanto con quanto stabilito dalle regole di somma.

1.5 - Programma di ricerca

Sulla base delle analisi precedenti il programma di ricerca con il fascio di fotoni monocromatici di $E_\gamma < 1200 \text{ MeV}$, verrà articolato in due fasi successive.

- 1) Una fase preliminare che comprende un primo gruppo di esperimenti da realizzare non appena disponibile il fascio con apparati e rivelatori di tipo più convenzionale e precisamente:
 - spettrometri di protoni per *reazioni (e), (f)*, posti ad angoli diversi, ciascuno con angolo solido dell'ordine di 0.1 sr e risoluzione di qualche percento. Con questa strumentazione sarà possibile uno studio completo della fotodisintegrazione a due corpi del deuterio fino a circa 600 MeV ed una esplorazione preliminare delle sezioni d'urto (γ, pp) nei nuclei leggeri nel medesimo range di energia;
 - spettrometro per fotoni fino a 1.5 GeV con risoluzione dell'ordine del percento ed elevata efficienza, (del tipo di quello BGO- NAI descritto nel § 5.5). Con questo strumento, usato in coincidenza con i rivelatori di tagging, sarà possibile misurare la sezione d'urto di assorbimento totale [*reazione (a)*] fino a 1200 MeV nei nuclei a basso Z (dove la correzione atomica è ancora effettuabile con sufficiente accuratezza) effettuando misure dello spettro del fascio alternativamente con e senza bersaglio assorbitore;
 - camera a fissione [BE85]. Nei nuclei pesanti la fotofissione costituisce il canale di assorbimento più rilevante. Lo studio della sezione d'urto di fotofissione fino a 1200 MeV con camera a fissione, permette di estendere le misure di assorbimento anche nei nuclei ad alto numero atomico. Questo rivelatore è già stato utilizzato a Saclay [RI84] nella misura della sezione d'urto di fotofissione dell'Uranio per $E_\gamma < 140 \text{ MeV}$, ed a Bonn [AH84], nella stessa misura, con fotoni di energia $140 \text{ MeV} < E_\gamma < 450 \text{ MeV}$.

Il gruppo di Saclay di R. Bergère ha proposto di estendere tale misura a fotoni monocromatici di energia $500 \text{ MeV} < E_\gamma < 1000 \text{ MeV}$, ottenuti etichettando la bremsstrahlung degli elettroni di Adone su una jet target, utilizzando la camera a fissione di Saclay. Tale camera, costituita da 60 strati ciascuno dei quali contenente 2 mg/cm^2 di Uranio per un totale di $3 \cdot 10^{20}$

elettroni di Adone su una jet target, utilizzando la camera a fissione di Saclay. Tale camera, costituita da 60 strati ciascuno dei quali contenente $2\text{mg}/\text{cm}^2$ di Uranio per un totale di $3 \cdot 10^{20}$ atomi/ cm^2 , è caratterizzata da un'efficienza di rivelazione $\epsilon_F \approx 1$, e risulta inoltre poco sensibile al fondo ambientale. Con una modesta intensità $\approx 10^3$ fotoni al secondo per canale di tagging, e 25 canali con risoluzione di 20 MeV ciascuno, è possibile ottenere un numero di conteggi per canale di tagging:

$$C = \sigma_{\gamma\text{fiss}} \cdot n_{\gamma} \cdot 3 \cdot 10^{20} \cdot \epsilon_F \approx 1 \cdot 10^{-2} [\text{sec}^{-1}].$$

Infatti la sezione d'urto di fotofissione $\sigma_{\gamma\text{fiss}}$, per $E_{\gamma} < 500$ MeV, risulta pari (entro il 10%) alla sezione d'urto di fotoassorbimento discussa nel §1.4; nell'ipotesi che ciò resti vero per $500 \text{ MeV} < E_{\gamma} < 1000$ MeV, si ottiene, per $E_{\gamma} \approx 700$ MeV, $\sigma_{\gamma\text{fiss}} \approx 238 \cdot 0.15 \approx 36$ mbarn.

- spettrometro per π^0 con angolo solido dell'ordine del mrad e accettabile risoluzione (10-20%).

- 2) Una fase successiva, che comporterà l'installazione di un rivelatore di particelle cariche e fotoni a grande angolo solido (di tipo crystal-ball). Uno strumento di questo tipo potrà rendere il fascio realmente competitivo nello studio dei canali esclusivi [reazioni (b), (c), (d), (f)] di maggior interesse fisico.

Capitolo II

METODI DI MONOCROMATIZZAZIONE DEI FASCI DI FOTONI E TECNICHE DI TAGGING

2.1. - Introduzione

L'investigazione sperimentale dei fotoprocessi è fortemente ostacolata dal fatto che la più intensa sorgente di fotoni ottenibile (la bremsstrahlung da elettroni) ha uno spettro energetico continuo. Per ricavare, infatti, informazioni il più possibile dettagliate riguardo la struttura nucleare è necessario che sia lo stato iniziale, costituito dal fotone incidente e dal nucleo bersaglio, sia quello finale, siano determinati al meglio. Conoscere pertanto l'energia del fotone con sufficiente precisione è un problema di importanza vitale nello studio delle reazioni fotoindotte.

Tale problema viene risolto con l'uso di tecniche di monocromatizzazione. A riprova di questa affermazione in Fig.2.1 (a) [PL85] sono riportati i dati sperimentali relativi alla sezione d'urto di fotodisintegrazione del deuterio, con fotoni di bremsstrahlung di energia di testa pari a 100 MeV. Dall'esame della figura i dati, che rappresentano la situazione sperimentale fino a qualche anno fa, risultano sparpagliati su un vasto intervallo di valori, così da rendere impossibile un confronto quantitativo con i risultati teorici. In Fig.2.1 (b) [CA85] sono riportati i valori della sezione d'urto misurati con fasci di fotoni monocromatici negli anni 84-85; è evidente la notevole riproducibilità di quest'ultime misure eseguite in quattro laboratori diversi.

Se già per una reazione a due corpi come la ${}^2\text{H}(\gamma, p)n$, e quindi a cinematica completamente determinata, l'uso dei fasci monocromatici determina un miglioramento così sensibile nella qualità delle misure, è immediato intuire il grosso vantaggio che si ottiene nel caso di esperimenti più complicati. Per questo motivo nel corso degli anni, lo studio delle fotoreazioni è stato accompagnato da un'intensa attività di sviluppo delle tecniche di monocromatizzazione dei fasci di fotoni.

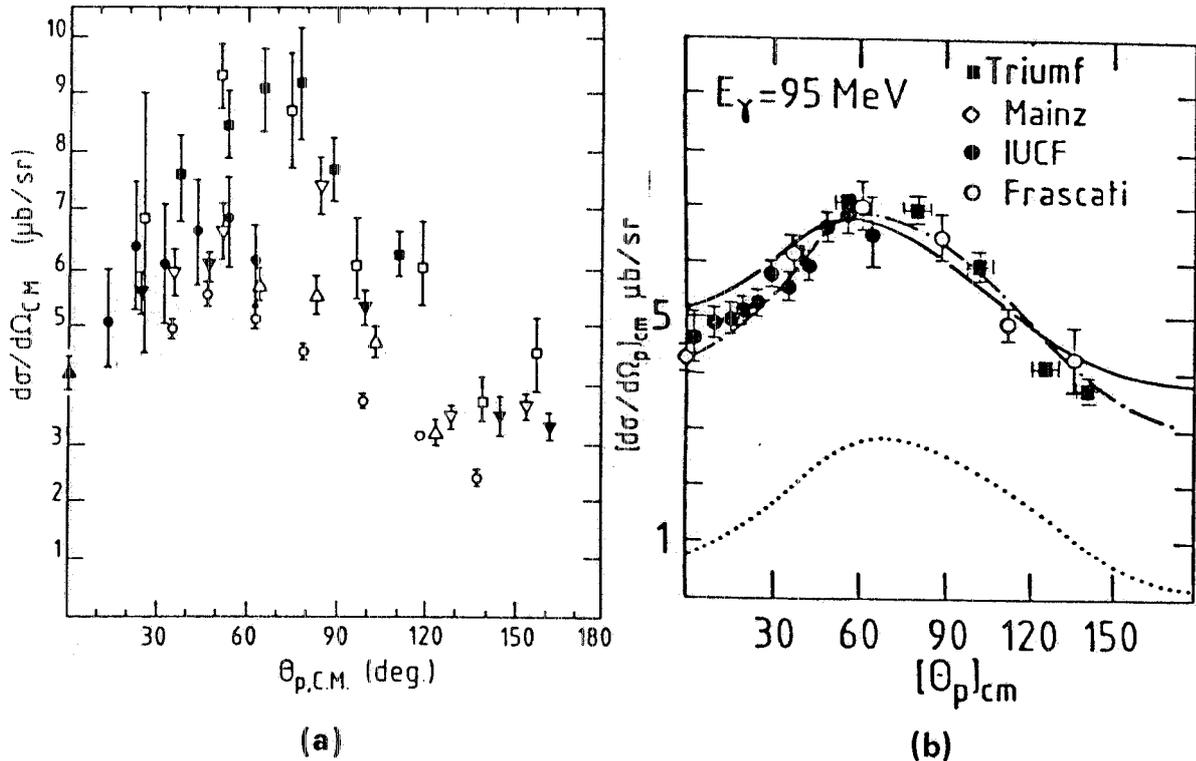


FIG. 2.1 - Dati sperimentali relativi alla fotodisintegrazione del deuterio con fotoni di bremsstrahlung di energia di testa 100 MeV (a) [PL85]. Dati ottenuti con fotoni monocromatici in quattro diversi laboratori (b) [CA85].

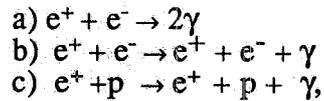
2.2. - Metodi di Monocromatizzazione

Nel caso della bremsstrahlung, che ha uno spettro energetico continuo il cui limite superiore è ben determinato, è possibile misurare sezioni d'urto per fotoreazioni, in funzione della energia, variando tale limite; il che equivale a dire variando l'energia degli elettroni incidenti. Un metodo generalmente utilizzato è quello chiamato "photon difference", che consiste nel sottrarre da uno spettro di bremsstrahlung di energia massima K_{max} un altro spettro di energia di testa $K_{max} - dK$ leggermente diversa. I due spettri $\phi(K_{max})$ e $\phi(K_{max} - dK)$ sono sottratti con una combinazione lineare i cui coefficienti sono ottimizzati in modo da ridurre la coda alle basse energie del picco. Quest'ultimo presenta comunque una forma piuttosto asimmetrica ed una risoluzione in energia non eccezionale (di qualche %).

Per avere un ulteriore miglioramento si aumenta il numero delle sottrazioni tra misure eseguite con energie di testa leggermente diverse. Naturalmente questo modo di procedere richiede e dei tempi di misura molto lunghi ed una conoscenza dettagliata della sezione d'urto di bremsstrahlung in prossimità del picco (per evitare la produzione di oscillazioni nel picco stesso). Va detto inoltre che tale metodo presenta problemi di normalizzazione dell'intensità dei fotoni e fornisce sezioni d'urto affette da grandi errori statistici; conseguentemente ha validità ed applicabilità limitate.

Un altro metodo di monocromatizzazione consiste nella produzione di fotoni dalla annichilazione in volo di un fascio di positroni di alta energia E_0 . Le reazioni predominanti che intervengono nella

collisione di un positrone con un atomo leggero sono le seguenti:



per cui lo spettro in energia che si ottiene mostra, oltre all'usuale coda di bremsstrahlung (reazioni b) e c)), il picco di annichilazione ad alta energia. Poichè l'annichilazione in volo dei positroni (reazione a)) è un processo a due corpi, esiste una corrispondenza biunivoca tra l'energia e l'angolo del fotone. Ciò significa che selezionando opportunamente in angolo è possibile ottenere un fascio di fotoni quasi monocromatici.

Lo spettro di fotoni dovuti alla bremsstrahlung su elettrone e su nucleo si estende su tutto l'intervallo in energia da 0 a $\approx E_0$, costituendo un fondo da ridurre. Allo scopo si può sfruttare:

- la diversa dipendenza da Z delle sezioni d'urto dei due processi, rispettivamente proporzionali a Z^2 quella di bremsstrahlung, ed a Z quella di annichilazione,
- la diversa apertura angolare dei due processi, la bremsstrahlung è più pronunciata in avanti. Pertanto se i fotoni vengono raccolti ad un angolo maggiore di 0° rispetto alla direzione di volo dei positroni, si ha un miglioramento del rapporto annichilazione / bremsstrahlung a spese della intensità e della risoluzione del picco.

Se si sottrae lo spettro prodotto sulla stessa targhetta da un fascio di elettroni di caratteristiche identiche a quelle dei positroni, si ottiene uno spettro costituito soltanto dal picco di annichilazione. Si può notare che, usando questa tecnica, la sottrazione è eseguita in modo più attendibile perchè la differenza tra due spettri è massima in prossimità della energia di testa. Lo svantaggio è che l'intensità dei fotoni risulta diminuita di almeno due ordini di grandezza rispetto a quella ottenibile con la bremsstrahlung, poichè il fascio di positroni viene prodotto facendo sciamare il fascio di elettroni fornito dall'acceleratore.

Un terzo metodo di monocromatizzazione usato da alcuni anni è quello basato sulla diffusione Compton inversa. In questo caso i fotoni monocromatici sono prodotti dalla collisione di fotoni provenienti da un laser, con elettroni di energia nota E_0 . Come risultato i fotoni subiscono uno spostamento Doppler ad energia più alta.

Essendo anche questa una reazione a due corpi, i fotoni raccolti in un piccolo angolo solido sono monocromatici. Questo metodo presenta lo svantaggio che i fotoni prodotti hanno energia molto minore di quella del fascio primario di elettroni. In particolare il massimo valore della energia, ottenibile ad un angolo di collisione di 180° tra il fotone laser ed il fascio di elettroni, risulta, nel caso di elettroni relativistici ($\beta=1$):

$$E_\gamma = 2K_0 / ((m/E_0)^2/2 + 2K_0/E_0)$$

dove K_0 è l'energia del fotone incidente ed m la massa dell'elettrone. Inoltre l'intensità dei fotoni è limitata dai piccoli valori dell'angolo solido necessari per avere un'alta risoluzione in energia. Va

però detto che con questo metodo si conserva la polarizzazione del fascio laser incidente ed i fotoni finali risultano anch'essi polarizzati.

2.3. - Tecniche di Tagging

E' possibile apportare un ulteriore e notevole miglioramento ai metodi di monocromatizzazione precedentemente descritti, utilizzando le tecniche di etichettamento comunemente conosciute come tecniche di tagging. L'idea base di tali tecniche, mostrate in Figg. 2.2 (a), 2.2 (b), 2.2 (c), è concettualmente semplice e consiste nella rivelazione in coincidenza della particella X, prodotto di fotoreazione, e della particella Y, associata al fotone nel processo di produzione dei fotoni, (precisamente l'elettrone che ha subito la bremsstrahlung, il fotone molle nell'annichilazione, l'elettrone bersaglio nella diffusione Compton). Il segnale proveniente dal rivelatore delle particelle fotoprodotte X, è indicativo del tempo di creazione di ciascun fotone e permette di selezionare la particella Y associata, la cui energia viene misurata da un apposito rivelatore. Entrambe queste informazioni permettono di determinare l'energia del fotone, ossia di "etichettarla", da cui il nome di fotone marcato.

Nella Fig. 2.2 è riportata in modo schematico l'applicazione della tecnica di tagging rispettivamente a fasci di fotoni prodotti da bremsstrahlung (a), da annichilazione di positroni (b) e da diffusione Compton di luce laser su elettroni (c):

- (a) un fascio di elettroni di energia nota E_0 incide sul radiatore producendo un fascio di fotoni di bremsstrahlung. Gli elettroni che hanno irraggiato sono trasportati da uno spettrometro magnetico fino ai rivelatori che permettono l'identificazione dell'energia dell'elettrone E_r . Una coincidenza tra questi rivelatori ed il rivelatore di particelle fotoprodotte, permette di risalire alla energia del fotone $E_\gamma = E_0 - E_r$.
- (b) L'energia di uno dei due fotoni ottenuti con l'annichilazione (tipicamente il fotone duro che è emesso in avanti rispetto al centro di massa del sistema), può essere determinata con migliore risoluzione misurando l'energia $E_{\gamma 1}$ e l'angolo di emissione ϑ_1 del fotone molle. Una coincidenza tra il rivelatore del fotone molle ed il prodotto di reazione fotone duro-targhetta, permette di risalire alla energia di quest'ultimo che risulta pari a $E_{\gamma 2} = ((E_0^2 - mc^2)^{1/2} - E_{\gamma 1} \cos \vartheta_1) / \cos \vartheta_2$.
- (c) Fig. 1.1(c). Misurando l'energia E_r dell'elettrone che ha subito la diffusione Compton inversa, in coincidenza con i prodotti di reazione fotone-bersaglio, si può marcare l'energia del fotone che risulta pari a $E_\gamma = E_0 - E_r$.

Con l'applicazione del tagging alle tecniche di monocromatizzazione la risoluzione in energia del fotone viene determinata dalla risoluzione in momento dello spettrometro del tagging. Vengono inoltre eliminate le sottrazioni tra spettri per la bremsstrahlung e l'annichilazione che, come già visto nella descrizione della photon-difference, introducevano problemi di normalizzazione e di statistica. Per la diffusione Compton inversa è invece possibile aumentare l'angolo di raccolta del fascio di fotoni (e quindi la sua intensità) senza tuttavia perdere in risoluzione. Inoltre le caratteristiche dei

fotoni raccolti sono meno sensibili ad eventuali cambiamenti di emittanza nel fascio di elettroni incidenti.

2.4. - Classificazione dei Sistemi di Tagging

Da un punto di vista puramente sperimentale i sistemi di tagging da bremsstrahlung possono essere classificati in 3 categorie: tagging interno, tagging esterno e tagging ibrido.

Il primo è caratterizzato dall'uso di un bersaglio sottile posto sul fascio dell'acceleratore. In questo caso i magneti curvanti dell'acceleratore sono utilizzati come analizzatori dell'energia degli elettroni che hanno irraggiato. La grossa limitazione del tagging interno è che non è possibile variare il campo magnetico dello spettrometro senza variare l'energia del fascio circolante, e ciò rende il sistema di tagging molto meno flessibile. Un tagging di questo tipo installato a Bonn su un sincrotrone, è riportato in Fig.2.3 [CA83].

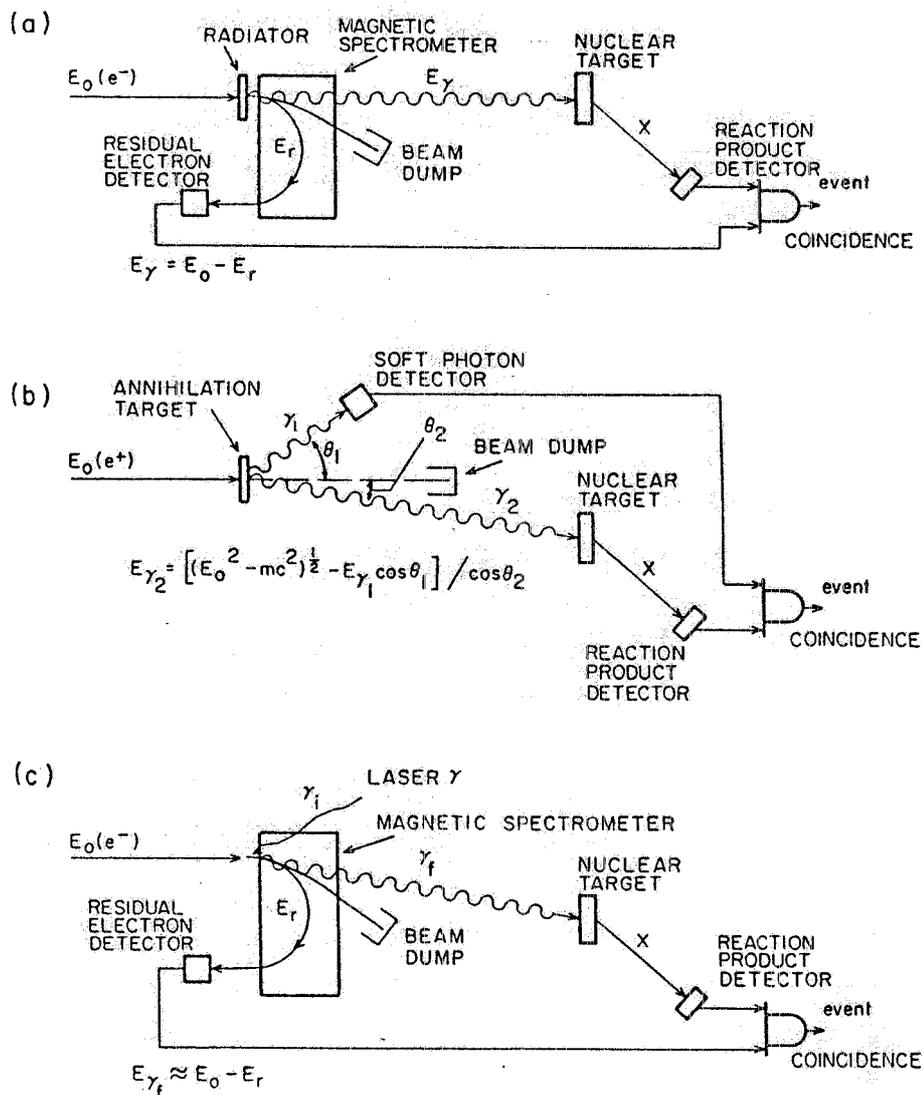


FIG. 2.2 - Applicazione della tecnica di tagging a fasci di fotoni prodotti dalla bremsstrahlung di elettroni (a), dall'annichilazione in volo di un fascio di positroni (b), e dalla diffusione Compton di luce laser su elettroni (c) [CA83].

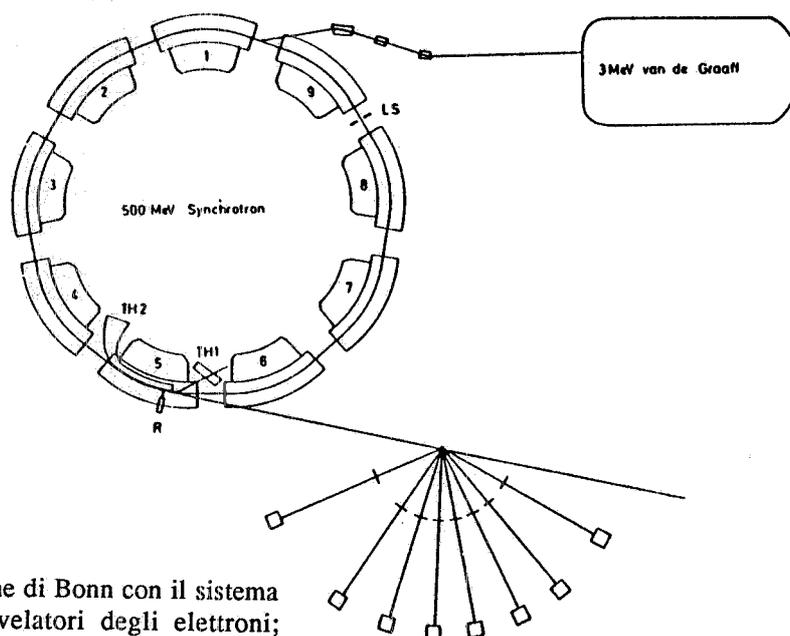


FIG. 2.3 - Vista schematica del sincrotrone di Bonn con il sistema di tagging (R=radiatore; TH1, TH2=rivelatori degli elettroni; LS=collimatore) ed i rivelatori dei prodotti di fotoreazione [CA83].

Nei sistemi di tagging esterno, si impiega invece uno spettrometro separato dall'acceleratore per analizzare l'impulso degli elettroni dopo l'irraggiamento. Il fascio di elettroni viene estratto e, dopo aver irraggiato nell'attraversamento del bersaglio (pure esterno all'acceleratore), viene deflesso dallo spettrometro. Un esempio di questo sistema di tagging è quello installato a Tokyo [AR75] riportato in Fig. 2.4.

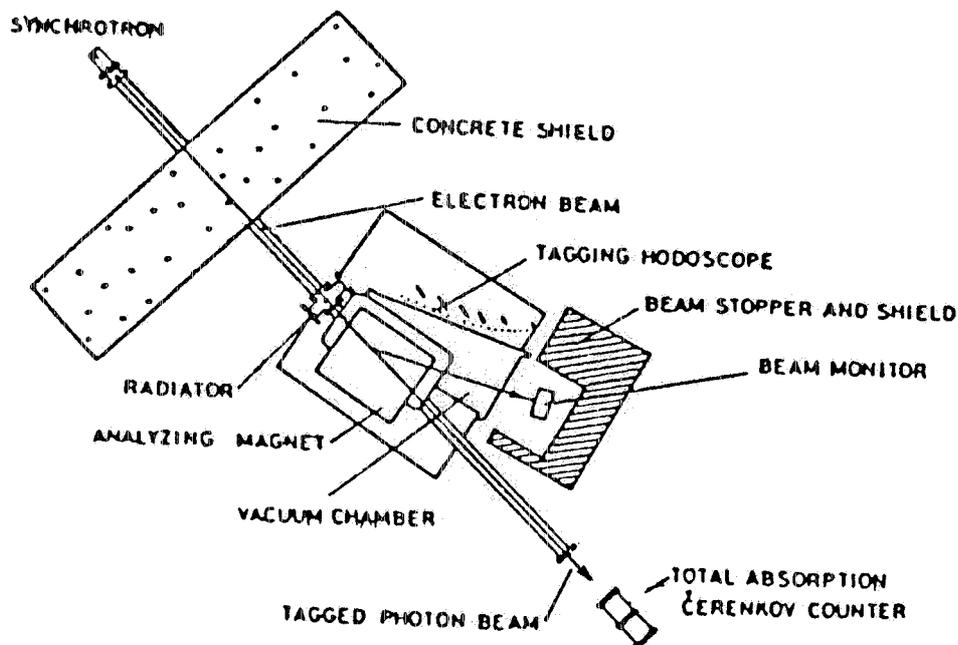


FIG. 2.4 - Sistema di tagging di Tokyo con l'uscita del sincrotrone, il radiatore, lo spettrometro magnetico a piano inclinato. Gli elettroni che non hanno irraggiato sono trasportati dal magnete fino ad una camera a ionizzazione utilizzata come monitor dell'intensità del fascio, e poi fermati da un opportuno assorbitore. La camera a vuoto è posta immediatamente a ridosso dei contatori del tagging posizionati sull'asse focale dello spettrometro [CA83].

Nei sistemi di tagging "ibrido" il radiatore di bremsstrahlung è posto direttamente sul fascio dell'acceleratore, ma lo spettrometro è separato dalla macchina. Un sistema di tagging di questo tipo già presente a Mainz [KE85] è in costruzione al Fermilab. Questo è il sistema più flessibile, perchè, oltre ai vantaggi forniti dall'uso di uno spettrometro separato dall'acceleratore (come avviene anche nel caso precedente), non richiede l'estrazione del fascio di elettroni.

Nella Tabella 2.1 sono riportati l'energia massima del fascio E_0 , la risoluzione energetica, il range energetico del fascio di fotoni ed il tipo di spettrometro per i sistemi di tagging installati rispettivamente a Bonn, Tokyo e Mainz.

TABELLA 2.1

	E_0 [MeV]	RISOLUZIONE $\Delta E_\gamma/E_\gamma$	RANGE	SPETTROMETRO
BONN	500	$\frac{0.02E_0}{E_\gamma}$	$0.45E_0 < E_\gamma < 0.95E_0$	Dipolo
TOKYO	1300	$\frac{10}{E_\gamma}$	$0.73E_0 < E_\gamma < 0.92E_0$	Piano inclinato
MAINZ III	180	0.003	$0.44E_0 < E_\gamma < 0.97E_0$	Quadrupolo- Dipolo-Dipolo

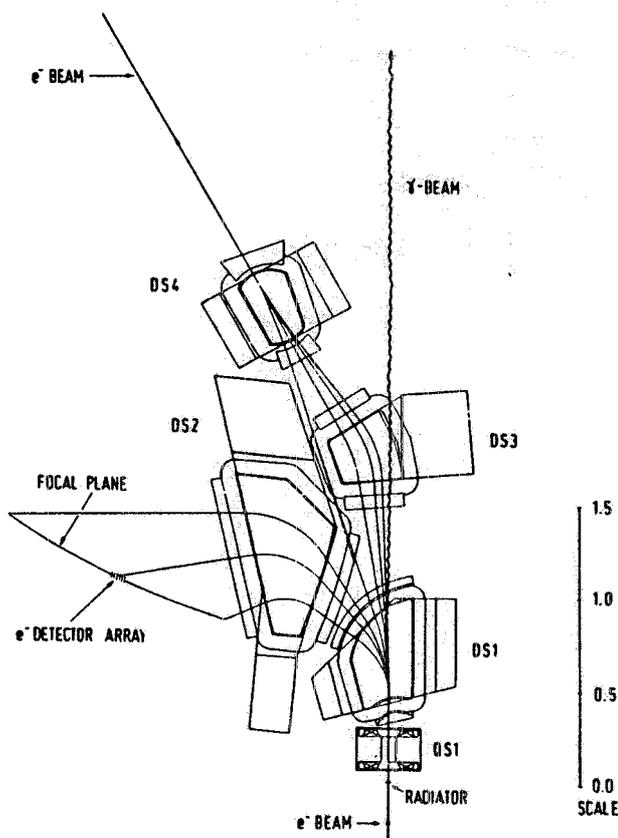


FIG. 2.5 - Sistema di tagging di Mainz. Il fascio del microtrone, dopo aver colpito il radiatore, attraversa il quadrupolo QS1; la parte del fascio che ha prodotto bremsstrahlung viene deflessa dal dipolo DS1 ed analizzata dal dipolo DS2. Combinando opportunamente i campi magnetici dei dipoli DS3 e DS4, è possibile deflettere il fascio di 30° ed avere contemporaneamente un foccheggiamento tale da non variare l'emittanza del fascio circolante [KE83].

2.5. - Probabilità ed Efficienza del Tagging

Due parametri importanti caratterizzano un sistema di tagging dal punto di vista sperimentale: la probabilità del tagging p_t e l'efficienza del tagging ϵ_t . p_t è definita come il numero di fotoni marcati per intervallo di energia, diviso il numero totale di fotoni nello stesso intervallo. L'efficienza ϵ_t è invece data dal rapporto tra il numero di fotoni marcati per intervallo di energia ed il numero di conteggi sul contatore di tagging che definisce quell'intervallo.

Una serie di fattori contribuisce alla riduzione dell'efficienza e della probabilità dal loro valore ideale di uno. L'efficienza del tagging viene ridotta dalla collimazione sul fascio di fotoni, che può essere dettata dall'esigenza sperimentale di avere un fascio di fotoni di date dimensioni sul bersaglio di fotoreazione. La probabilità diminuisce se l'accettanza angolare dello spettrometro per elettroni è minore della divergenza angolare degli elettroni che hanno irraggiato. Quest'ultima quantità è determinata da tre fattori: la divergenza angolare del fascio incidente di elettroni, l'apertura angolare dovuta alla bremsstrahlung, e l'eventuale diffusione sul radiatore.

La divergenza angolare degli elettroni dovuta alla bremsstrahlung è caratterizzata da un angolo medio (trascurando il rinculo del nucleo)

$$\vartheta_e = \frac{m E_\gamma}{E_0 E_r}$$

dove m è la massa dell'elettrone, E_0 l'energia del fascio incidente, E_γ l'energia del fotone, E_r l'energia dell'elettrone che ha irraggiato; ossia l'angolo ϑ_e si ottiene moltiplicando l'angolo $\vartheta_\gamma = m/E_0$, che caratterizza l'apertura angolare del fascio di fotoni di bremsstrahlung, per il fattore cinematico E_γ/E_r (ϑ_γ è l'angolo medio tra il fotone emesso e l'elettrone incidente).

Kellie et al. [KE85] hanno calcolato che oltre il 97% degli elettroni che hanno irraggiato sono contenuti entro un cono la cui semiapertura è $4\vartheta_e$; tale pertanto dovrebbe essere l'accettanza dello spettrometro del tagging per ottenere un alto valore (>97%) della probabilità P_γ . Qualora, come nel tagging interno, le caratteristiche dello spettrometro siano vincolate, è consigliabile non diminuire E_0 e, per ogni valore di E_0 , non marcare fotoni di energia E_γ che rendano $4\vartheta_e$ maggiore della accettanza dello spettrometro.

Va detto inoltre che qualora la divergenza angolare degli elettroni dopo l'irraggiamento risultasse maggiore della accettanza dello spettrometro, si avrebbe anche una diminuzione della efficienza del tagging. Infatti l'urto degli elettroni contro la camera da vuoto provocherebbe la formazione di sciami con una conseguente riduzione della efficienza [CA83].

Ad energie dei fotoni prossime alla energia di testa, l'efficienza del tagging è ridotta dallo scattering Møller. Infatti man mano che l'energia dei fotoni tende alla energia del fascio E_0 , e quindi l'energia degli elettroni uscenti dal radiatore si avvicina a 0, lo scattering Møller diventa predominante rispetto al processo di bremsstrahlung. A titolo esemplificativo nella Fig.2.6 (a) riportiamo i valori della efficienza misurata a Bonn [AR82] (punti x sulla figura), per una energia del fascio E_0 pari a 475 MeV, in funzione dell'energia del fotone. La linea tratteggiata mostra invece l'andamento del rapporto $\sigma_B/(\sigma_B + \sigma_M)$, dove σ_B è la sezione d'urto di bremsstrahlung e σ_M

la sezione d'urto di scattering Møller. Il crollo della efficienza in corrispondenza di $E_\gamma = 0.95E_0$ è ben approssimato da tale rapporto, mentre la discrepanza a più basse energie del fotone è dovuta sostanzialmente alla collimazione dei fotoni ed al fondo.

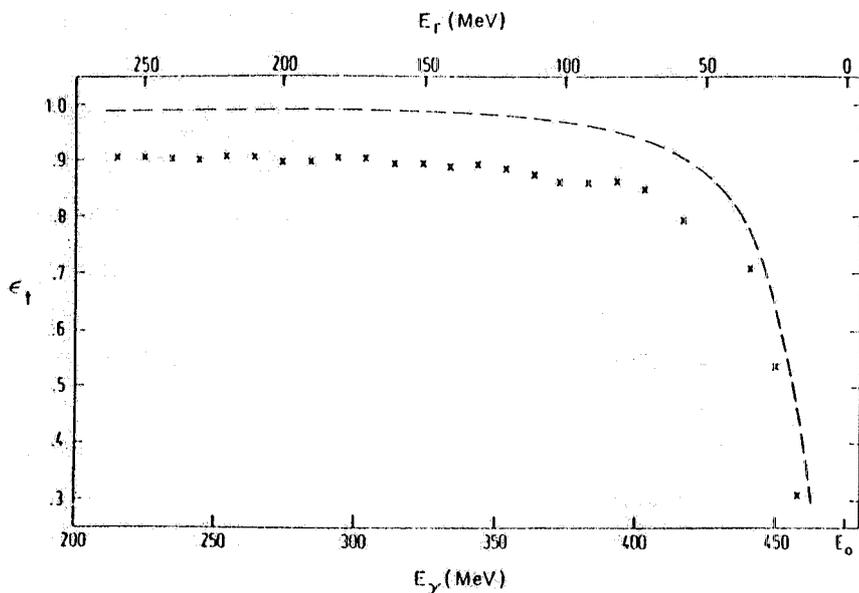


FIG. 2.6 (a) - Valori della efficienza misurata (croci) a Bonn [CA83] in funzione della energia del fotone per un fascio di elettroni di energia pari a 475MeV. La curva tratteggiata rappresenta l'andamento del rapporto $\sigma_B/(\sigma_B + \sigma_M)$.

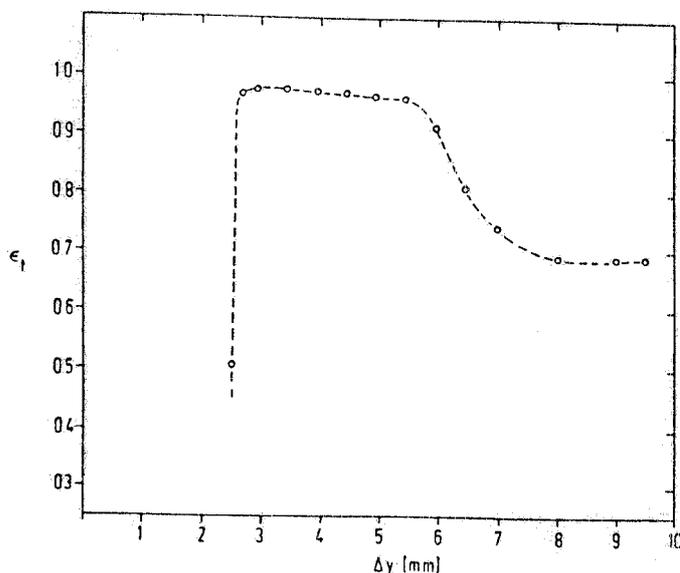


FIG. 2.6 (b) - Efficienza del tagging misurata a Bonn in funzione della apertura Δy del collimatore posto all'interno della camera da vuoto del sincrotrone.

Quest'ultimo, provocato dai disturbi che il radiatore arreca al fascio dell'acceleratore, può essere ridotto con l'inserimento nella camera da vuoto di un collimatore che rimuove l'alone del fascio. Infatti, come già detto, gli elettroni fuori accettazione urtano contro la camera da vuoto, potendo così generare degli sciami elettromagnetici che aumentano i conteggi sui rivelatori degli elettroni.

La Fig. 2.6 (b) mostra l'effetto dell'apertura del collimatore sulla efficienza misurata a Bonn [CA83]. Per valori della collimazione da 6mm. a 2.5 mm. l'efficienza migliora in quanto viene rimosso l'alone del fascio; mentre per valori minori di 2.5mm. il fascio colpisce il collimatore producendo una grossa quantità di fondo con conseguente crollo della efficienza.

2.6. - Range e Risoluzione Energetica di un Sistema di Tagging

Lo spettrometro magnetico, utilizzato per l'analisi in energia degli elettroni che hanno irraggiato, dovrebbe avere un range in impulso P_{\max} - P_{\min} il più ampio possibile, in modo da consentire:

- la riduzione degli eventi provocati da fotoni non marcati,
- la riduzione degli errori sistematici (dovuti a normalizzazione di misure eseguite in serie), in quanto l'intero range energetico di interesse può essere coperto simultaneamente.

In pratica però vi sono dei limiti imposti dal costo del rivelatore e dalla geometria dello spettrometro. Inoltre, come mostrato nel § 2.5, per energie dei fotoni prossime alla energia di testa si ha un crollo della efficienza del tagging a causa della diffusione Møller. Pertanto, anche nel caso in cui la geometria dello spettrometro consenta di rivelare fotoni di energia $E_\gamma = E_0$, il limite superiore del range energetico del sistema di tagging è fissato dalla esigenza di lavorare con valori accettabili dell'efficienza del tagging.

Per quanto riguarda la risoluzione energetica in percento del fotone, essa viene definita come:

$$\frac{\Delta E_\gamma}{E_\gamma} = \frac{[\Delta E_r^2 + \Delta E_0^2]^{1/2}}{E_0 - E_r},$$

dove: ΔE_γ , ΔE_0 , ΔE_r sono rispettivamente le incertezze energetiche sul fascio di fotoni, sul fascio primario di elettroni, e sul fascio di elettroni che hanno dato bremsstrahlung. L'incertezza ΔE_r rappresenta, sostanzialmente, l'indeterminazione in energia del tagging; considerando infatti ΔE_0 trascurabile rispetto a ΔE_r (tipicamente $\Delta E_0/E_0$ è dell'ordine di 10^{-4}) si ottiene che $\Delta E_\gamma = \Delta E_r$.

All'indeterminazione energetica ΔE_r degli elettroni che hanno irraggiato, contribuiscono le dimensioni del fascio e la sua divergenza angolare, la divergenza angolare dovuta al processo di bremsstrahlung ed, eventualmente, la diffusione multipla e le perdite di energia sul radiatore. Tutti questi fattori che determinano il ΔE_r si ripercuotono sull'andamento della risoluzione $\Delta E_\gamma/E_\gamma$.

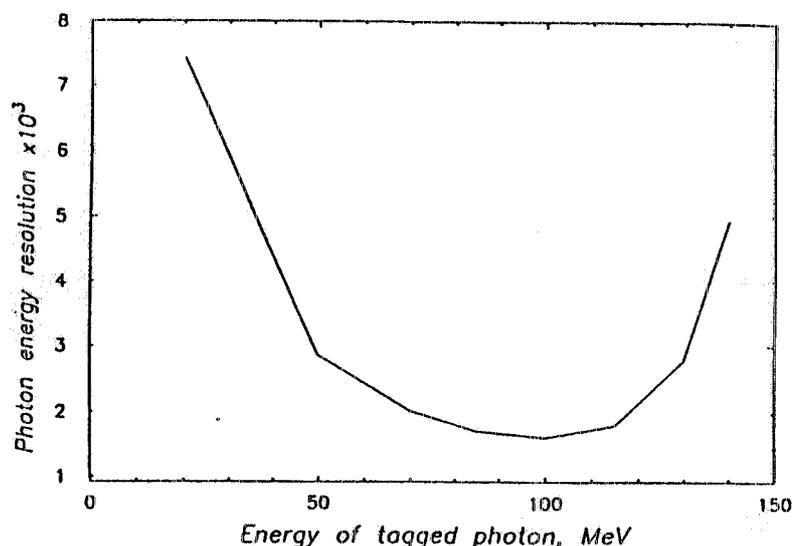
A titolo di esempio in Fig.2.7 è riportata la curva di risoluzione ottenuta a Mainz [KE85], per il sistema di tagging installato sul microtrone di energia $E_0 = 180$ MeV.

Il peggioramento della risoluzione alle alte energie del fotone è dovuto all'aumento di ΔE_r causato dalla crescita della apertura angolare della bremsstrahlung. Abbiamo già visto infatti nel § 2.5 che l'angolo dovuto alla bremsstrahlung aumenta all'aumentare di E_γ . Invece la risalita dei valori del rapporto $\Delta E_\gamma/E_\gamma$ a basse energie del fotone è dovuta ai piccoli valori di E_γ (denominatore).

Si può migliorare la risoluzione in energia dei fotoni migliorando la risoluzione in impulso dello spettrometro del tagging. Un altro metodo consiste nel ridurre il valore dell'impulso centrale dello spettrometro a spese del range energetico esplorato. Ovviamente questa soluzione è valida

solamente per i tagging esterni, dove, come già si è detto, le caratteristiche dello spettrometro possono essere fissate con maggiore libertà rispetto alla energia del fascio incidente.

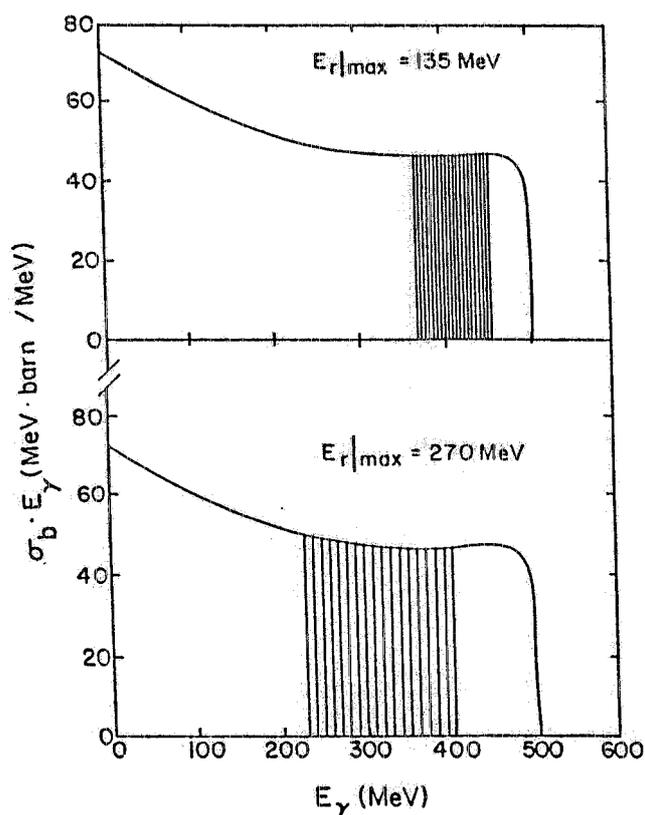
FIG. 2.7 - Risoluzione energetica del sistema di tagging di Mainz in funzione dell'energia del fotone marcato, per una energia del fascio incidente pari a 180 MeV [KE85].



Questo metodo è mostrato in Fig. 2.8 dove è riportata, per un fascio di elettroni incidenti di 500 MeV, la sezione d'urto di bremsstrahlung moltiplicata per l'energia del fotone, in funzione della energia del fotone irraggiato [CA83]. Le regioni tratteggiate mostrano la parte di spettro marcata con uno spettrometro il cui rapporto in momento P_{\max}/P_{\min} è pari a 2.7. In un caso l'energie degli elettroni massime e minime rivelate dallo spettrometro sono rispettivamente $E_{r\max} = 135$ MeV, $E_{r\min} = 50$ MeV (figura in alto); nell'altro caso $E_{r\max} = 270$ MeV, $E_{r\min} = 100$ MeV (figura in basso); ovviamente variando il campo magnetico è possibile ricoprire l'intero spettro.

Riducendo l'impulso centrale dello spettrometro è possibile variare il range energetico e marcare fotoni con energie sempre più prossime all'energia di testa. Questo metodo è particolarmente conveniente quando si studiano processi di soglia; in questo modo non vengono infatti rivelati fotoni con energia minore di quella di soglia e quindi si minimizza il contributo degli eventi casuali sull'apparato di tagging.

FIG. 2.8 - Sezione d'urto di bremsstrahlung moltiplicata per l'energia del fotone, in funzione di E_γ per un fascio di elettroni incidenti di 500 MeV. Le regioni tratteggiate mostrano la parte di spettro marcata con uno spettrometro il cui rapporto in momento è $P_{\max}/P_{\min} = 2.7$, rivelando energie massime di elettroni rispettivamente $E_{r\max} = 135$ MeV (figura in alto), ed $E_{r\min} = 270$ MeV (figura in basso) [CA83].



Capitolo III

STUDI RELATIVI ALLA PROGETTAZIONE DI UNA JET-TARGET

3.1. - Generalità sulla Fisica dei Fasci Molecolari Condensati

L'espansione nel vuoto di un gas, che si trova inizialmente in uno stato con pressione P_0 e temperatura T_0 , è caratterizzata dalla conversione in energia cinetica dell'energia termica delle molecole del gas e, conseguentemente, dalla produzione di un flusso molecolare con velocità determinata.

Questo processo di espansione isentropica del gas è descritto dall'equazione:

$$P_0/P = (T_0/T)^{\gamma/(\gamma-1)}$$

dove P e T rappresentano la pressione e la temperatura ad un istante qualsiasi, e γ è il rapporto tra il calore specifico a pressione costante c_p ed il calore specifico a volume costante c_v . Nel piano $\log P$, $\log T$ questa espressione rappresenta una retta con coefficiente angolare $\gamma/(\gamma-1)$, passante per il punto (T_0, P_0) . Nella Fig.3.1(a) è riportata nel piano $\log T$, $\log P$ la retta $\log P = (\gamma/(\gamma-1))\log T + c$ con $c = \log P_0 - (\gamma/(\gamma-1))\log T_0$, insieme con la curva di transizione di fase tra il liquido ed il gas. Tale curva, caratteristica di ogni gas, è attraversata dalla suddetta retta in un punto T_s, P_s univocamente determinato da T_0, P_0 ; pertanto alla temperatura T_s e pressione P_s comincerà la saturazione del gas che poi condenserà parzialmente, dando origine nella zona centrale del fascio a degli aggregati molecolari (clusters) che ne aumentano la densità e la direzionalità.

Il modo più semplice per ottenere fasci molecolari è quello di lasciar espandere un gas, che si trova inizialmente a temperatura T_0 e pressione P_0 , in un recipiente a pressione $P \ll P_0$ attraverso un orificio di diametro d (sorgente effusiva). Il diametro del foro effondente deve essere molto più piccolo del libero cammino medio delle molecole nel recipiente a pressione P_0 e temperatura T_0 . Sotto queste condizioni si ha l'effusione ideale dal foro di area A_s e l'intensità del fascio molecolare è espressa dalla relazione:

$$I = n_0 A_s \langle v \rangle / 4 \quad [\text{molecole/sec}],$$

dove $\langle v \rangle = (8kT_0/\pi m)^{1/2}$ è la velocità media maxwelliana delle molecole contenute nel recipiente ed n_0 è il numero di molecole per centimetro cubo [MO77]. Per aumentare $\langle v \rangle$ è necessario alzare la temperatura (a 300 °K la velocità è dell'ordine di 10^4 cm/sec) con il rischio di provocare dei cambiamenti nel gas stesso (dissociazione, ionizzazione); pertanto con questo tipo di sorgente non è possibile ottenere alte velocità e quindi alte intensità del fascio molecolare.

FIG. 3.1 (a) - Retta che rappresenta, nel piano $\log T, \log P$, l'espansione adiabatica di un gas; in figura è inoltre riportata la curva di transizione di fase tra il gas ed il liquido [OB78].

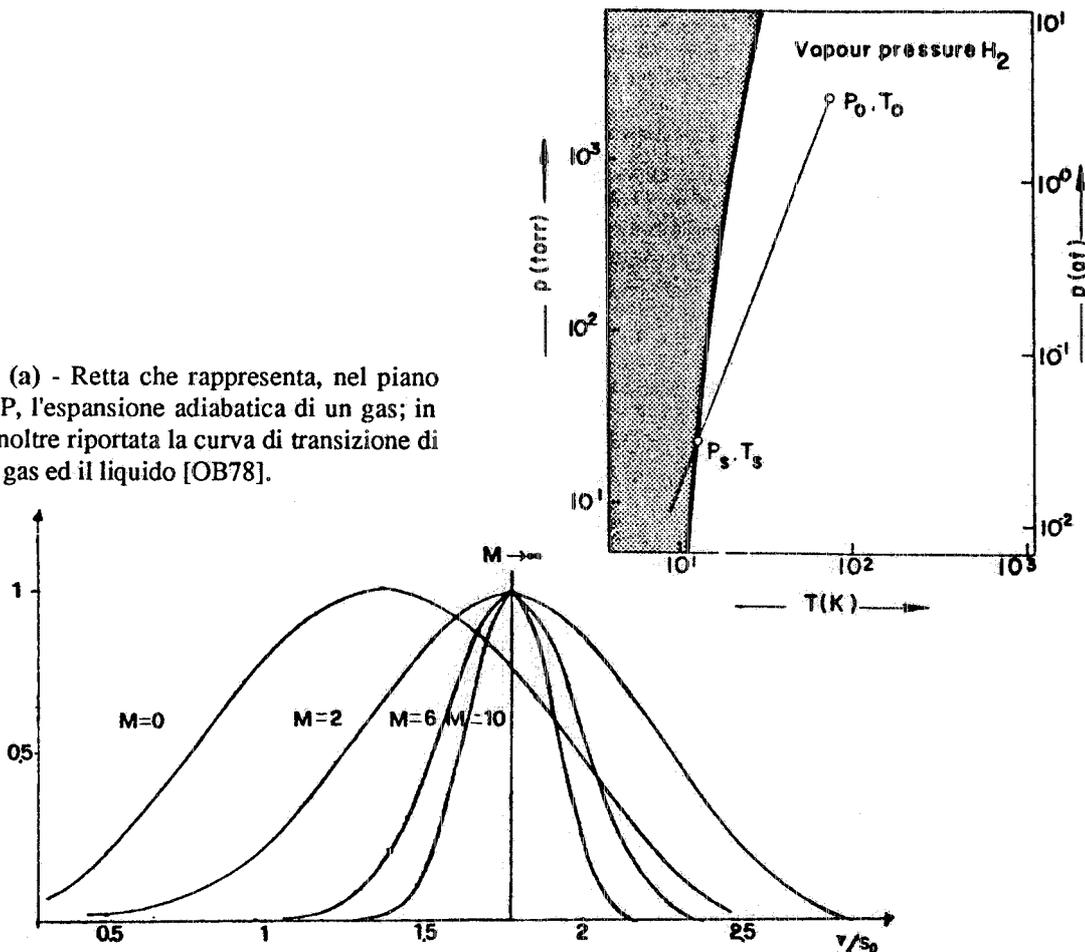


FIG. 3.1 (b) - Distribuzioni delle velocità molecolari in funzione di v/s_0 , dove v è la velocità del fascio molecolare ed s_0 la velocità del suono all'inizio dell'espansione (punto (T_0, P_0) in Fig.3.1(a)). M rappresenta il valore del numero di Mach [MO77].

Per aumentare l'intensità del fascio si deve realizzare l'espansione libera in condizioni continue, facendo cioè espandere il gas tramite un ugello (nozzle) la cui geometria influisce in maniera essenziale sulle caratteristiche del fascio. Il gas che espande attraverso un ugello supersonico, ha una velocità che supera di gran lunga il valore precedentemente fornito per $\langle v \rangle$, e, complessivamente, possiede un moto direzionale più pronunciato rispetto al caso di una sorgente effusiva.

Una tale espansione è descritta da un insieme di equazioni che legano la temperatura T , la pressione P , il numero n di molecole per cm^3 ai corrispondenti valori iniziali P_0, T_0, n_0 e l'area interna all'ugello Q al suo valore minimo Q_0 (area di gola). Queste equazioni sono espresse in termini di un'unica variabile M che rappresenta il numero di Mach, definito come rapporto tra la velocità locale del fascio e la velocità locale del suono $s=(\gamma kT/m)^{1/2}$, con k costante di Boltzman ed m massa molecolare del gas in grammi [MA84]:

$$T = T_0 [1 + M^2(\gamma - 1)/2]^{-1} \quad [1]$$

$$P = P_0 [1 + M^2(\gamma - 1)/2]^{-\gamma/(\gamma - 1)} \quad [2]$$

$$n = n_0 [1 + M^2(\gamma - 1)/2]^{-1/(\gamma - 1)} \quad [3]$$

$$Q = Q_0 [2/(\gamma + 1)]^{(\gamma + 1)/2(\gamma - 1)} (1/M) [1 + M^2(\gamma - 1)/2]^{(\gamma + 1)/2(\gamma - 1)}. \quad [4]$$

La velocità locale del fascio v dipende dalla velocità del suono s_0 alla temperatura T_0 :

$$v = s_0 \left[\frac{1 - T/T_0}{\gamma - 1} \right]^{1/2}, \quad [5]$$

con $s_0 = (\gamma k T_0 / m)^{1/2}$. In particolare è possibile ricavare il valore della velocità massima, che si ottiene per $M \rightarrow \infty$, esprimendo il rapporto T/T_0 in termini di M . Calcolando tale limite si ottiene:

$$v_{\max} = [2\gamma k T_0 / (m(\gamma - 1))]^{1/2}. \quad [6]$$

Come già detto la distribuzione delle velocità molecolari risulta molto ristretta rispetto a quella di una sorgente effusiva, e al limite, come mostrato in Fig.3.1 (b), tende a zero per M tendente ad infinito.

La geometria dell'ugello influisce in modo essenziale sulle caratteristiche dei fasci molecolari, in particolare se z indica la lunghezza dell'ugello è possibile ricavare dall'equazione di continuità e dal teorema di Bernoulli la seguente espressione che lega l'area Q alla velocità v [RO62]:

$$(1/Q)(dQ/dz) = -(1/v)(dv/dz)(1 - M^2)$$

Tale equazione mostra che se $M < 1$ (fascio sonico) una diminuzione di Q comporta un aumento della velocità, mentre per $M > 1$ (fascio supersonico) si ha un aumento di velocità aumentando Q . E' cioè possibile passare da fasci sonici (ottenuti con ugelli convergenti) a fasci supersonici, utilizzando la particolare geometria convergente-divergente.

Le misure d'intensità del fascio effettuate con ugelli dello stesso diametro, ma geometrie diverse, hanno dimostrato che, a parità di flusso uscente dall'ugello, si ottiene una direzionalità e quindi un'intensità assiale maggiore per i fasci supersonici rispetto ai fasci sonici. Infatti, come mostrato in Fig. 3.2, la divergenza del fascio molecolare passa da circa 10° per il "nozzle" sonico, a 5.5° e 4° per quello conico rispettivamente corto e lungo, e a 3.5° per l'ugello a forma di trombetta (trumpetshape). Pertanto, nel caso dei fasci supersonici, la divergenza ϑ_{eff} del fascio molecolare è sempre minore della apertura angolare geometrica ϑ del nozzle stesso, come mostra la Fig.3.3 nel caso di un ugello conico lungo. Ciò è dovuto alla maggiore lentezza con cui avviene l'espansione nei "nozzles" supersonici rispetto a quella nei "nozzles" sonici.

Nella Fig. 3.3 sono inoltre mostrati i processi principali che conducono alla formazione degli aggregati molecolari: l'espansione del gas descritta dalle [1], [2], [3], [4] porta il gas alla saturazione, il gas diventa sovrasaturo nella zona di liquido del diagramma di fase per poi dar luogo alla formazione dei clusters. Questa fase di nucleazione comincia nella parte centrale del fascio dove gli urti molecolari sono più frequenti e, a seconda dei valori di P_0 , T_0 e della forma del "nozzle", porta ad aggregati molecolari composti da 10^5 - 10^6 molecole per cluster.

Il rapporto tra la parte di gas condensata e la massa totale del gas prende il nome di efficienza o grado di condensazione; questa grandezza dipende fortemente dalle condizioni di ristagno del gas e dalla geometria del nozzle, e può raggiungere valori intorno al 20%. La frazione del gas che non è condensata viene rimossa all'uscita del nozzle da un'opportuna serie di collimatori.

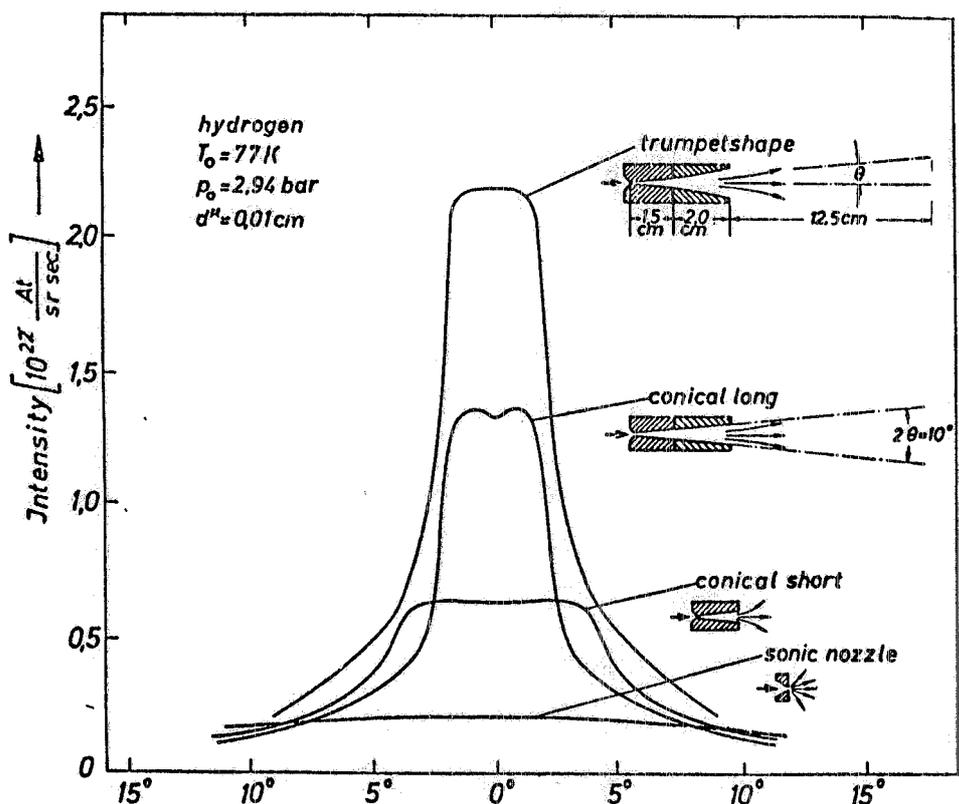


FIG. 3.2 - Influenza della geometria dell'ugello sull'intensità del fascio molecolare. A parità di flusso uscente dal "nozzle", il getto presenta una direzionalità diversa a seconda del tipo di ugello utilizzato. Le caratteristiche degli ugelli sono riportate in figura. [OB78].

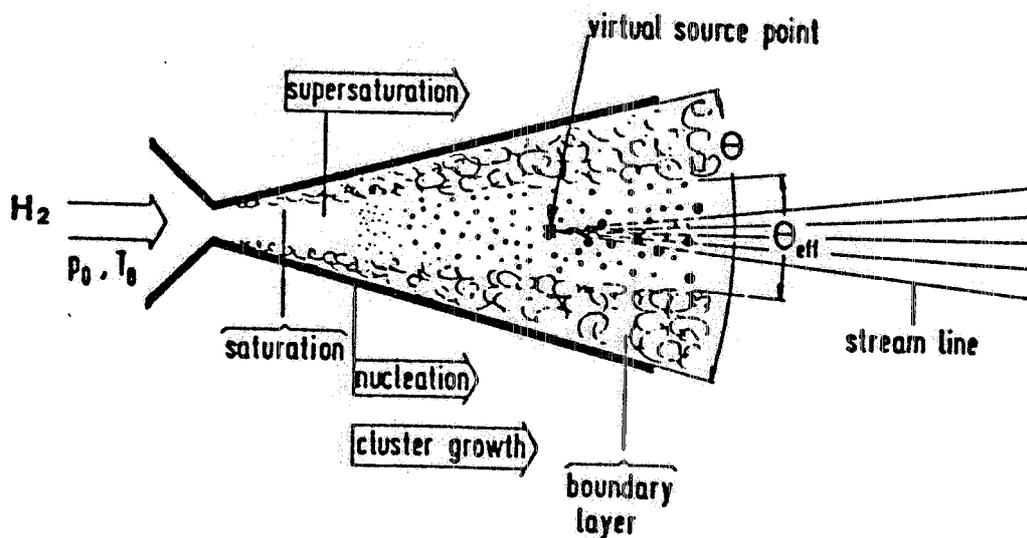


FIG. 3.3 - Processi principali che conducono alla formazione di aggregati molecolari nel getto supersonico (la geometria considerata è quella convergente-divergente). θ indica l'angolo di apertura dell'ugello, θ_{eff} è la divergenza angolare del fascio molecolare [MA84].

3.2. - Studio dei parametri che determinano le dimensioni degli aggregati molecolari.

Una conoscenza dettagliata dell'influenza delle condizioni termodinamiche della sorgente e della geometria del nozzle sulla formazione e sulla crescita degli aggregati molecolari, è indispensabile

non solo per comprendere il meccanismo della condensazione, ma soprattutto per l'uso dei fasci molecolari stessi. In particolare è importante determinare le condizioni di pressione, temperatura e diametro del nozzle al variare delle quali si hanno le medesime dimensioni dei clusters. Poiché non è possibile una predizione teorica per tali condizioni, quest'ultime sono state determinate sperimentalmente per vari tipi di gas e vari tipi di ugelli [HA72]. I risultati nel caso dell'Argon e CO_2 richiedendo delle dimensioni medie dei clusters $C=500$, sono riportati nella Fig.3.4 (a) per tre diversi tipi di "nozzles" illustrati in figura e per varie dimensioni di quest'ultimi. I dati sperimentali relativi ad ugelli sonici sono riportati con i simboli scuri; il cerchio, il triangolo, il quadrato ed il rombo indicano rispettivamente diametri $d=0.15$ mm, 0.49 mm, 0.81 mm, 1.5 mm. Per ugelli supersonici sono stati utilizzati simboli chiari, dei quali il triangolo si riferisce al "laval nozzle" con diametro $d=0.16$ mm, ed il quadrato al "conical nozzle" con diametro $d=0.14$ mm. Le linee continue che approssimano i dati sperimentali rappresentano l'isentropica $P_0 T_0^{(\gamma-1)/\gamma} = \text{cost}$. Nel caso dell'Argon $\gamma=5/3$, mentre per CO_2 sono state prese in considerazione le variazioni di γ con T_0 .

Quindi, come risulta dalla Fig.3.4 (a), per ottenere clusters di date dimensioni è sufficiente che, per le condizioni della sorgente, valga la relazione $P_0 T_0^{(\gamma-1)/\gamma} = \text{cost}$, indipendentemente dalla geometria, dal tipo di nozzle e dal tipo di gas.

Analogamente a quanto fatto per le condizioni della sorgente si possono prendere in considerazione gli effetti della geometria del nozzle. Sempre dall'analisi della Fig.3.4(a) si ricava che, a T_0 fissata, per avere le stesse dimensioni medie dei cluster riducendo il diametro d del nozzle, è necessario aumentare la pressione P_0 . Una possibile legge di scala per la geometria del nozzle che mantenga costante C è la seguente:

$$P_0 d^q = \text{cost.}$$

con $0 < q < 1$. Il valore di q è stato ricavato sperimentalmente nel caso di nozzles sonici per Argon e CO_2 , e vale rispettivamente 0.8 e 0.6. In Fig.3.4 (b) sono riportati i valori della pressione del gas e del diametro dell'ugello usati, nel caso dell'Argon a $T_0=298^\circ\text{K}$, per ottenere i valori di C indicati. Le linee continue rappresentano l'andamento di $P_0 d^{0.8} = \text{cost}$, e riproducono molto bene i dati sperimentali.

Uno studio del tutto analogo nel caso di "nozzles" supersonici è riportato, per un fascio di idrogeno, nella referenza [OB78]. In particolare per i "nozzles" le cui caratteristiche sono date in Fig. 3.5 (a), sono stati ottenuti gli andamenti delle dimensioni medie dei clusters mostrati, in funzione della pressione, nella Fig.3.5 (b). Da un'analisi della figura si ricava che le dimensioni medie degli aggregati molecolari crescono all'aumentare del diametro del nozzle ed al diminuire della sua apertura angolare; inoltre si ha pure un aumento delle dimensioni al diminuire della temperatura di ristagno.

E' possibile riunificare i grafici di Fig. 3.5 (b) in un unico grafico, mostrato in Fig. 3.5 (c), se in ascissa si riporta la grandezza:

$$P_0 (d/\tan\theta)^{1.5} (T_0/77)^{-2.4}.$$

Pertanto le dimensioni medie dei clusters C risultano legate alle condizioni termodinamiche della sorgente ed alla geometria dell'ugello, dalla seguente relazione:

$$C = P_0 d_{eq}^{1.5} T_0^{-2.4} z_d^{0.2} = \text{cost.} \quad [7]$$

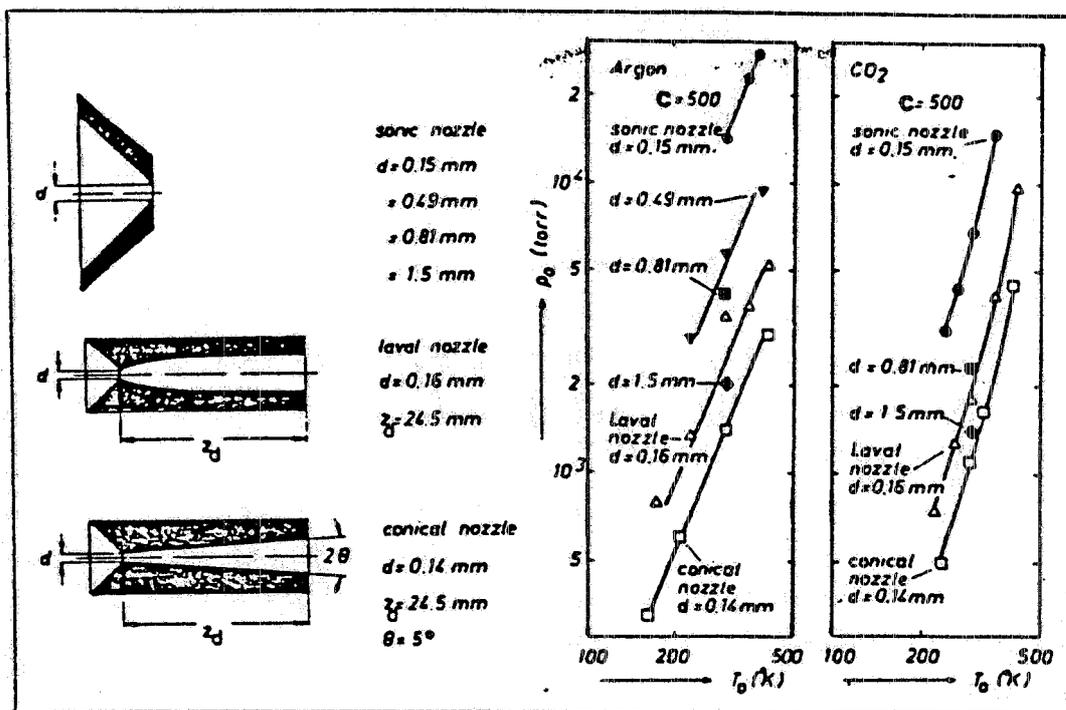


FIG. 3.4 (a) - Condizioni di pressione, temperatura, diametro dell'ugello, che garantiscono, al variare della geometria del "nozzle", le stesse dimensioni degli aggregati molecolari, per Argon e CO₂. Le linee continue che approssimano i dati sperimentali, rappresentano l'isentropica $P_0 T_0^{2(\gamma-1)/\gamma} = \text{cost.}$

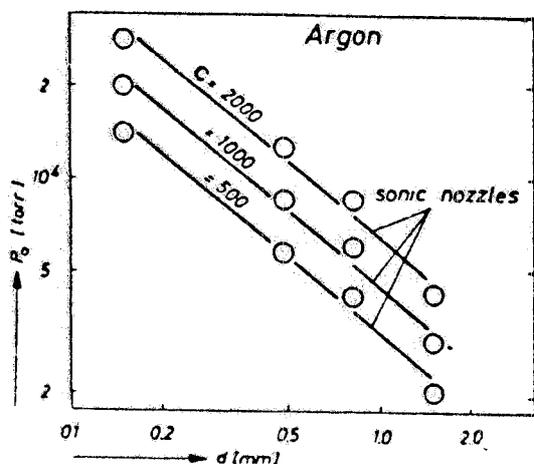


FIG. 3.4 (b) - Condizioni di pressione e diametro del "nozzle" che, per Argon a $T_0 = 298^\circ \text{K}$, determinano le dimensioni medie degli aggregati molecolari indicate in figura. Le linee continue rappresentano l'andamento di $P_0 d^{0.8} = \text{cost}$ [HA72].

dove si è introdotto il diametro equivalente $d_{eq} = d / \tan \theta$, ed inoltre è stata esplicitata la debole dipendenza dalla lunghezza z_d della parte divergente del nozzle [MA84].

Le leggi di scala delle grandezze termodinamiche T_0 e P_0 sono le stesse per fasci sonici e supersonici ($P_0 T_0^{\gamma/(1-\gamma)}$, si ricordi che $\gamma/(1-\gamma) \approx -2.5$ per Argon), mentre quelle della geometria del "nozzle" sono diverse (rispettivamente uguali a d^q con $0 < q < 1$ per fasci sonici e $d_{eq}^{1.5}$ per quelli supersonici).

3.3 - Leggi di scala al variare del tipo di gas

E' possibile ottenere le stesse dimensioni medie dei clusters al variare del tipo di gas, se la temperatura T_0 , la pressione P_0 di ristagno ed il diametro d_{eq} del nozzle, scalano secondo delle leggi formulate dal così detto modello dei jet-corrispondenti [HA74]. I parametri di scala utilizzati da questo modello sono l'ampiezza ϵ e la portata σ del potenziale interatomico di Lennard-Jones ed il numero di Knudsen K dell'espansione (numero legato al numero di Mach ed alla viscosità del fluido) [RO62].

Dati i valori di T_0 , P_0 , d_{eq} per un dato gas, i valori T_0 , P_0 , d_{eq} ("variabili ridotte") per un qualsiasi gas diverso, sono forniti dalle seguenti relazioni:

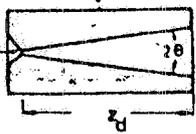
$$P_0 = P_0' / (\epsilon / \sigma^3) = \text{cost} \quad T_0 = T_0' / (\epsilon / K) = \text{cost} \quad d_{eq} = d_{eq}' / \sigma = \text{cost}.$$

Queste espressioni, valide rigorosamente per i gas nobili, possono essere estese con buona approssimazione anche ad altri tipi di gas.

Nella tabella in Fig. 3.6 sono riportati i valori di $T^* = \epsilon / K$, $r^* = \sigma$, $p^* = \epsilon / \sigma^3$, per alcuni tipi di gas. Nella stessa figura riportiamo a titolo esemplificativo l'andamento della pressione ridotta P_0 in funzione della temperatura ridotta T_0 , per aggregati molecolari di 3500 atomi per cluster di alcuni gas nobili; l'ugello utilizzato è un "conical nozzle", con apertura angolare $2\vartheta = 10^\circ$, diametro ridotto $d = 4 \times 10^5$ e lunghezza ridotta $z_d = z_d' / \sigma = 7.2 \times 10^7$ (z_d è la lunghezza della parte divergente del nozzle). Nel caso dell'Argon questo ugello corrisponde al conical nozzle mostrato in Fig. 3.4(a).

Dall'analisi della Fig. 3.6 appare evidente che i punti sperimentali relativi ai gas nobili si trovano tutti sulla stessa retta che rappresenta l'isentropica nel piano $\log T - \log P$: ciò è una conferma della validità del modello dei jet-corrispondenti.

symbol	○	□	△	▽	◇	◆	+	x	✖
d mm	.13	.11	.17	.13	.13	.13	.13	.13	.11
2 ϑ	24°	18°	18°	14°	10°	10°	10°	7°	10°
L mm	40	38	40	40	28	28	38	38	35
T K	77	77	77	77	77	30	77	77	77
$d^0 / \tan \vartheta$.61	.69	1.1	1.1	1.5	1.5	1.5	2.12	1.3



conical



trumpet-shape

FIG. 3.5 (a) - Caratteristiche degli ugelli con i quali sono state ottenute le misure riportate nelle Figg. 3.5 (b) e (c).

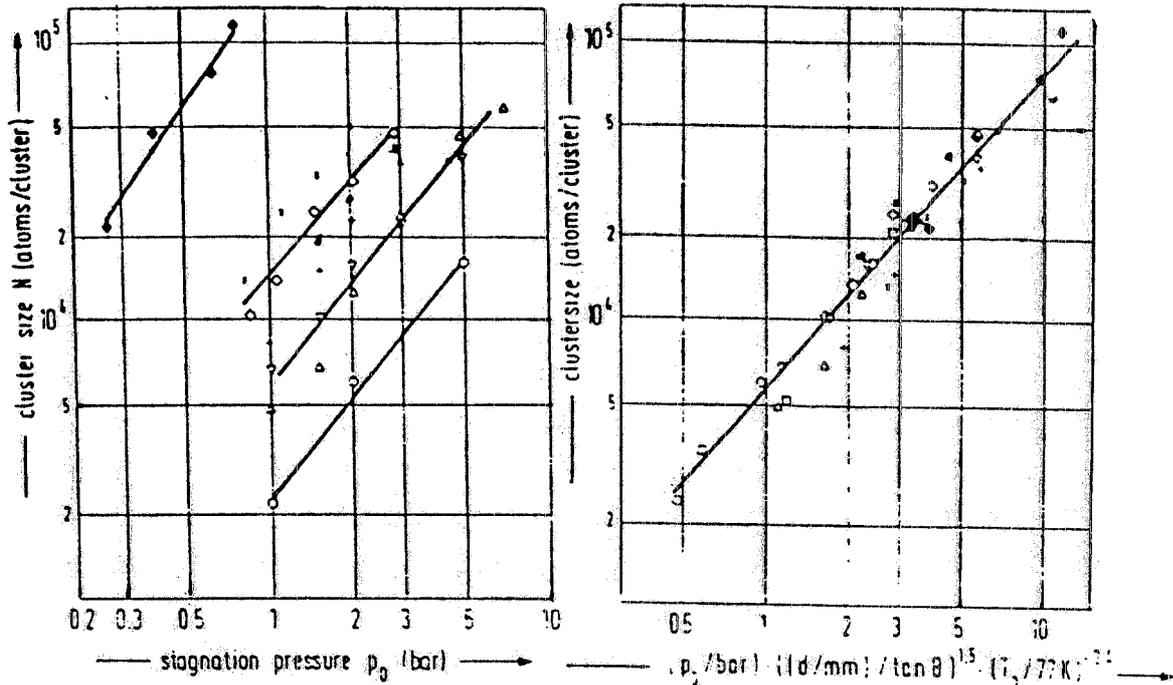


FIG. 3.5 (b) - Andamento delle dimensioni medie degli aggregati molecolari in funzione della pressione, per vari tipi di ugelli; i grafici possono essere unificati in un unico grafico mostrato in Fig.3.5(c), se in ascissa si riporta la grandezza $P_0(d/\tan\theta)^{1.5}(T_0/77)^{-2.4}$ [OB78].

	Ne	Ar	Kr	Xe	N ₂	CO ₂
Temperature						
$T^* = \epsilon/k$ (°K)	35.60	119.8	171.0	221.0	95.05	189.0
Radius						
$r^* = \sigma$ (Å)	2.749	3.405	3.6	4.1	3.698	4.484
Pressure						
$p^* = \epsilon/\sigma^3$ (atm)	233.4	413.4	499.3	436.8	256.0	285.2

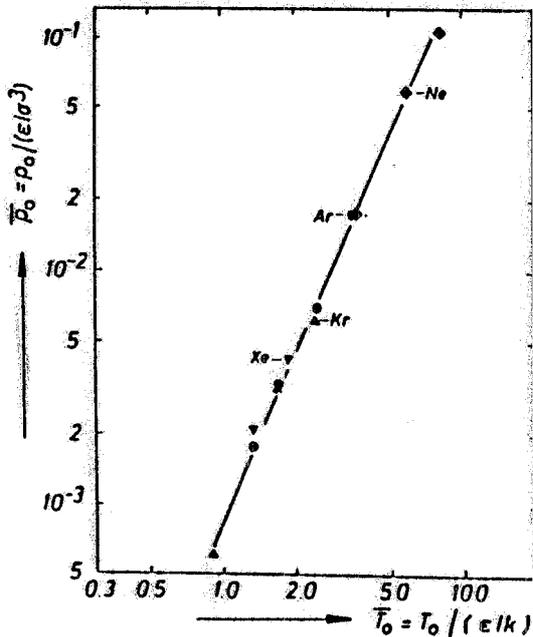


FIG. 3.6 - Nella tabella sono riportate le variabili definite nell'ambito del modello dei "jet-corrispondenti", che permettono di ottenere le stesse dimensioni medie degli aggregati molecolari variando il tipo di gas. La figura mostra l'andamento della pressione ridotta in funzione della temperatura ridotta, per gas nobili con aggregati molecolari di 3500 atomi per cluster. La retta che approssima i dati sperimentali rappresenta l'isentropica nel piano $\log T, \log P$ [HA72].

3.4 - Intensità e densità del fascio molecolare

E' possibile ricavare l'espressione dell'intensità totale del getto gassoso dall'equazione di continuità:

$$I_0 = nvQ = \text{cost},$$

con n , v , Q definite dalla [3], [4], [5] del §3.1.

Poichè queste grandezze dipendono dal numero di Mach è conveniente calcolare l'espressione di I_0 nella gola dell'ugello, punto in cui il numero di Mach assume il valore $M=1$.

Pertanto l'espressione

$$I_0 = nvQ = nvQ_0 = n_0 [1 + M^2(\gamma - 1)/2]^{-(1/\gamma - 1)} s_0 M [1 + M^2(\gamma - 1)/2]^{-1/2} Q_0$$

$$I_0 = n_0 s_0 Q_0 [1 + M^2(\gamma - 1)/2]^{-(\gamma + 1)/2(\gamma - 1)}$$

ponendo $M=1$ diventa

$$I_0 = (2/\gamma + 1)^{(\gamma + 1)/2(\gamma - 1)} n_0 s_0 Q_0.$$

Sostituendo i valori $n_0 = P_0/kT_0$, $s_0 = (\gamma k T_0/m)^{1/2}$, $Q_0 = \pi d^2/4$ si ricava:

$$I_0 = 5.2 \times 10^{17} \gamma^{1/2} (2/\gamma + 1)^{(\gamma + 1)/2(\gamma - 1)} P_0 d^2 / (T_0 A)^{1/2} \quad [\text{molecole/sec}] \quad [8]$$

dove A è il numero di massa, P_0 è espresso in bar, T_0 in gradi Kelvin, d in micron. Come già detto una frazione al massimo dell'ordine del 20% di tale intensità da luogo alla formazione dei clusters, tale frazione costituisce il fascio utilizzato di intensità I .

Se X indica lo spessore [cm] ed S la sezione del fascio molecolare nel punto d'interazione con gli elettroni, allora il numero di molecole che attraversano la sezione S in un tempo t è pari al numero di molecole comprese nel volume Svt , cioè:

$$I t = N_0 \rho S v t / A \quad [\text{molecole}]$$

dove N_0 è il numero di Avogadro e ρ la densità del fascio molecolare.

Sostituendo l'espressione della velocità supersonica [6] si ottiene:

$$\rho = IA / N_0 S v = IA / \{N_0 S [2\gamma k T_0 / (m (\gamma - 1))]^{1/2}\}$$

e quindi ρX (dove X è lo spessore in centimetri del fascio molecolare nel punto d'interazione con gli elettroni) è dato da:

$$L = \rho X = 1.82 \times 10^{-28} [(\gamma - 1)/2\gamma]^{1/2} A^{3/2} (X/S) (I/T_0)^{1/2} \quad [\text{g/cm}^2]$$

conoscendo l'intensità del fascio molecolare I e la sua sezione in tale punto.

Quindi aumentando la pressione P_0 e diminuendo la temperatura T_0 di ristagno del gas, è possibile aumentare l'intensità del getto ed il suo spessore nel punto d'interazione. I valori di P_0 e di T_0 debbono però soddisfare le seguenti condizioni:

- trovarsi nella zona gassosa del diagramma di fase,
- rendere il numero di Mach nel punto di transizione di fase maggiore di uno.

Quest'ultima condizione è indispensabile per la formazione dei clusters supersonici, pertanto, supposto che nel piano $\log T$, $\log P$ la curva di transizione di fase possa essere rappresentata dalla retta $\log P = a \cdot \log T + b$, con a e b caratteristiche del tipo di gas preso in esame, per ricavare M di transizione di fase bisogna risolvere il seguente sistema:

$$\begin{aligned}\log P &= a \cdot \log T + b \\ \log P &= (\gamma/\gamma - 1) \log T + c \\ T &= T_0 [1 + M^2(\gamma - 1)/2]^{-1}\end{aligned}$$

La costante c che compare nell'equazione dell'isentropica è pari a $\log P_0 - (\gamma/\gamma - 1) \log T_0$, l'ultima equazione è già stata descritta nel §3.1 (espressione [1]). Risolvendo il sistema si ricava per M la seguente espressione:

$$M = [2/(\gamma - 1)(T_0 e^{(b-c)/[a - \gamma/(\gamma + 1)]} - 1)]^{1/2},$$

che sarà in seguito utilizzata per determinare le condizioni di lavoro della sorgente.

3.5. - Condizioni di lavoro e geometria della jet-target progettata per l'installazione su Adone.

Nel 3.3 abbiamo visto come il modello dei jet-corrispondenti permetta di ricavare le condizioni termodinamiche della sorgente e le caratteristiche della geometria del "nozzle", che garantiscono la formazione di aggregati molecolari di uguali dimensioni al variare del tipo di gas. Tale modello verrà ora utilizzato per derivare le condizioni di lavoro con una jet-target di Argon, partendo da quelle di una jet-target di idrogeno (che per la bassa temperatura della sorgente può essere considerato un gas monoatomico, cfr. [OB78]) descritta in Fig.3.2.

Varie motivazioni, alcune delle quali dettate da esigenze tecniche, ci hanno indotto a preferire l'Argon rispetto a gas comunemente impiegati quali l'idrogeno [GS81] e l'azoto [TR83]. Innanzi tutto, a parità di condizioni di lavoro tale gas permette di ottenere densità del getto maggiori e conseguentemente (cfr. §4.5) flussi maggiori di fotoni di bremsstrahlung, inoltre l'Argon è un gas monoatomico e quindi presenta caratteristiche identiche al getto di idrogeno a bassa temperatura, che è preso come getto di partenza. Infine l'Argon è un gas di facile reperibilità, e non presenta

particolari difficoltà nel raffreddamento, dal momento che anche a temperatura ambiente e pressioni <80 bar si mantiene nella fase gassosa.

Utilizzando le relazioni descritte nel §3.3 e la tabella riportata in Fig.3.6 si possono ricavare i valori di pressione, temperatura, e diametro equivalente per l'Argon a partire dai dati dell'idrogeno:

$$P_0^{\text{Ar}}=7.60 \text{ bar} \quad T_0^{\text{Ar}}=263.56 \text{ °K} \quad d_{\text{eq}}^{\text{Ar}}=916.49 \text{ }\mu\text{m}.$$

Per problemi legati alla velocità di pompaggio del sistema di produzione e mantenimento del vuoto (cfr. §3.6), la massima intensità del getto gassoso deve essere $2.2 \cdot 10^{20}$ molecole/sec. Pertanto utilizzando questi valori della pressione e della temperatura e fissando $I_0 = 2.2 \cdot 10^{20}$ molecole/sec, dall'espressione di I_0 e dal valore di $d_{\text{eq}}^{\text{Ar}}$ si ricava $d=88.96 \text{ }\mu\text{m}$ e $\vartheta=5.5^\circ$.

E' inoltre possibile realizzare altri tipi di nozzle che ci consentono di mantenere costante le dimensioni dei clusters e l'intensità I_0 , lavorando però a temperatura ambiente. Infatti fissando $T_0=300 \text{ °K}$, le equazioni per I_0 (cfr.[8]) e per C (cfr. [7]) presentano tre incognite (P_0 , d , ϑ), è quindi conveniente ricavare P_0 e d per un set opportuno di valori di ϑ (Tabella 3.1).

E' importante notare che con questi "nozzles", diminuendo la temperatura e la pressione della sorgente in modo da mantenere I_0 costante, le dimensioni dei clusters aumentano. Questo fatto, dovuto alla diversa dipendenza da T_0 di I_0 ($I_0 \propto T_0^{-1/2}$) e di C ($C \propto T_0^{-2.4}$), permette di avere, a parità di gas uscente dal nozzle, una maggior efficienza di condensazione (cfr.§3.1), e quindi un fattore di guadagno f_c sulla densità del fascio molecolare.

Nella Tabella 3.2 sono riportati, per i nozzle presi in considerazione in Tabella 3.1, i valori di P_0 e di T_0 relativi ad un f_c fissato. Il valore $f_c=1$ si riferisce a $T_0=300 \text{ °K}$, cioè alla situazione riportata in Tabella 3.1.

La linea continua sulla Tabella 3.2 delimita i valori di P_0 , T_0 che si trovano nella zona gassosa del diagramma di fase dell'Argon (valori al di sotto della linea continua), dai valori che si trovano nella zona di liquido-vapore di tale diagramma (valori al di sopra della linea continua); quest'ultimi non hanno pertanto significato dal punto di vista applicativo.

Dall'esame della Tabella 3.2 appare evidente che l'ultimo nozzle è quello che potenzialmente permette di ottenere, a parità d'intensità totale, un fattore 11 di guadagno rispetto alle dimensioni dei clusters della targhetta di idrogeno. In realtà la condizione che i valori di T_0 , P_0 siano tali da rendere il numero di Mach nel punto di transizione di fase maggiore di uno (cfr.§3.4), impone di non scendere al di sotto di $T_0=130^\circ\text{K}$ e $P_0=5.7 \text{ bar}$, consentendo un fattore massimo di guadagno pari a 7.5.

I parametri che debbono ancora essere determinati sono il diametro massimo D dell'ugello, la lunghezza z_1 della parte conica e la lunghezza z_2 della parte a trombetta. La lunghezza z_1 viene fissata dalla condizione che il numero di Mach all'uscita della parte conica sia lo stesso della jet-target di idrogeno da cui eravamo partiti. Ciò significa che richiediamo la medesima direzionalità del fascio molecolare. Imponendo $M=26$ [MA84] si ricava, dalla relazione che lega l'area interna del

nozzle Q al numero di Mach (cfr. §3.1 espressione [4]), $z_1=2.3$ cm. E' possibile inoltre ricavare la lunghezza z_2 della parte a trombetta, richiedendo che il rapporto tra le lunghezze della parte a trombetta e della parte conica, sia lo stesso dell'ugello di partenza la cui geometria è riportata in Fig. 3.7 (a):

$$z_2/z_1=1.12.$$

Tabella 3.1

ϑ [°K]	$T_0=300$ °K	
	d [μm]	P_0 [bar]
5.0	30	74
4.5	41	39
4.0	58	19
3.5	87	8.6

Tabella 3.2

		T_0 [°K]	300	150	140	130	120	110	100
		f_c	1	5	6	7.5	9	11	14
d [μm]	ϑ [°]	P_0 [bar]							
30	5	74	51	49.5	48	46	44	42	
41	4.5	39	27	26.5	25.5	24.5	23.5	22	
58	4	19	14	13	12.8	12	11.7	11	
87	3.5	8.6	6	5.9	5.7	5.5	5.2	5	

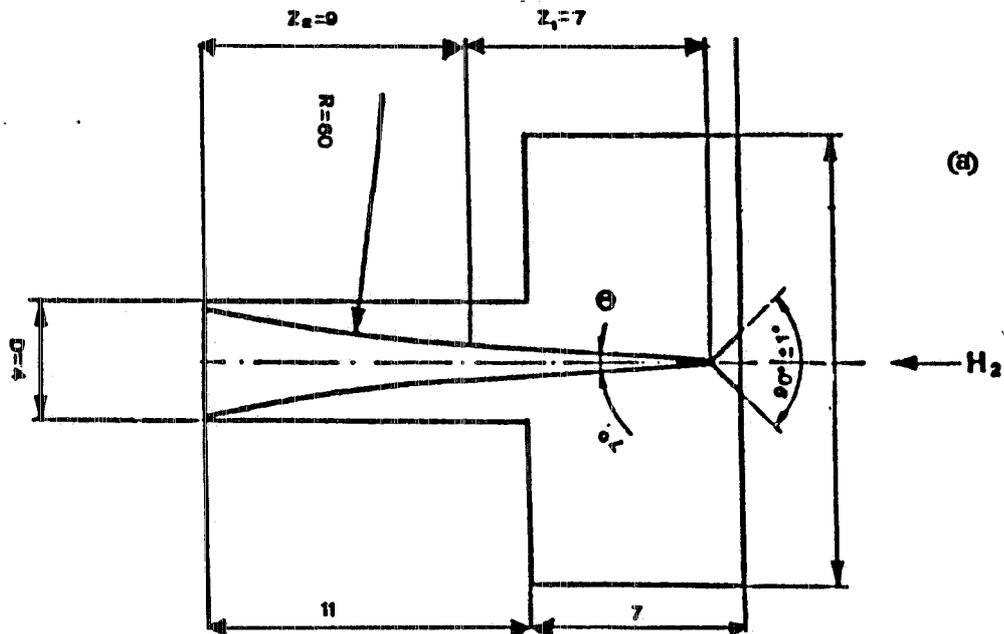


FIG. 3.7 (a) - Ugello utilizzato per ottenere un fascio molecolare di idrogeno, le cui caratteristiche sono riportate nella referenza [MA84]. I valori sono espressi in millimetri.

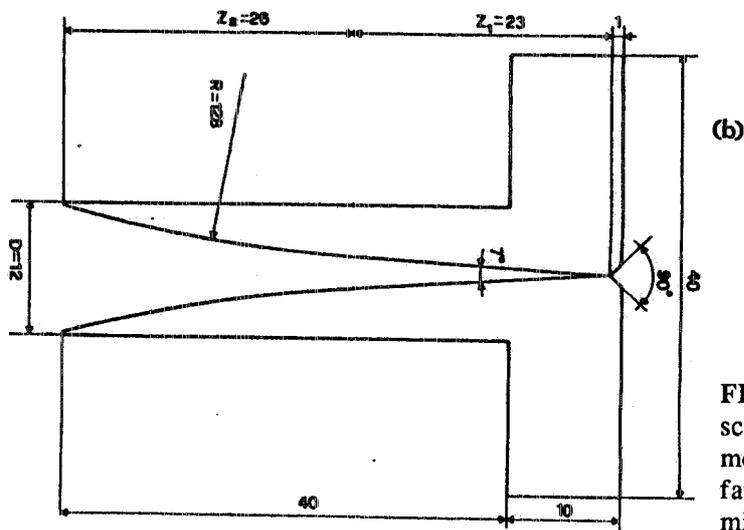


FIG. 3.7 (b) - Ugello ricavato per l'Argon, scalando la geometria del "nozzle" di Fig. 3.7(a), in modo da ottenere la medesima direzionalità del fascio molecolare. I valori sono espressi in millimetri.

Analogamente il diametro massimo D dell'ugello è determinato dalla condizione:

$$D/(z_1 \tan \vartheta) = 8.17,$$

valida (cfr. 3.7 (a)) per il nozzle di partenza. Entrambe queste condizioni permettono di scalare la geometria dell'ugello in modo da mantenere inalterata la velocità d'espansione rispetto al nozzle di partenza, e quindi garantiscono un numero di Mach all'uscita dell'ugello identico al getto di idrogeno ($M \approx 43$) [MA84].

Infine è possibile ricavare il raggio di curvatura R della parte a trombetta, imponendo le condizioni di raccordo con la parte conica del "nozzle", essendo già noto il diametro massimo D dell'ugello.

L'ugello da noi calcolato risulta pertanto avere la geometria mostrata in Fig.3.7 (b), nella quale tutti i valori sono espressi in millimetri.

Con un nozzle con queste caratteristiche e lavorando con $T_0=300$ °K, $P_0=8.6$ bar, che corrisponde ad un getto di Argon d'intensità $I_0=2.2 \cdot 10^{20}$ molecole/sec, è possibile ottenere un fascio molecolare d'intensità $I \approx 5 \cdot 10^{18}$ molecole/sec (corrispondente ad un numero di molecole per cluster $>10^5$). Il rapporto $(I/I_0)=0.02$ è in questo caso identico (essendo $f_c=1$) al corrispondente rapporto per la jet-target d'idrogeno [MA84]. La frazione di gas non condensata esce dall'ugello con divergenza angolare più grande del fascio molecolare e viene rimossa da un'opportuna serie di collimatori.

Se questi definiscono un fascio molecolare di spessore X nel punto d'interazione (posto a circa 32 cm dalla uscita del nozzle) pari ad 1 cm, lo spessore del getto L risulta $\approx 10^{-8}$ g/cm².

3.6 - Descrizione del sistema di produzione del fascio molecolare.

La jet target progettata consiste di una camera di ultra alto vuoto (UHV) posta in comunicazione con la ciambella dell'anello di accumulazione e divisa in tre sezioni (vedi Fig.3.8):

- a) sezione di produzione del fascio molecolare;
- b) sezione di interazione del fascio molecolare con quello accumulato;
- c) sezione di recupero del fascio molecolare.

Le sezioni a) e c), hanno forma conica (Fig.3.9) e sono collocate in posizione diametralmente opposta rispetto alla sezione b). Ciascuna di esse è internamente divisa in tre regioni, che forniscono il gradiente di pressione necessario per mantenere il vuoto nella sezione b) migliore di 10^{-8} mbar e permettono di collimare il fascio molecolare per mezzo di opportuni collimatori ("skimmers"). Con l'intensità totale di $2.2 \cdot 10^{20}$ molecole/sec ed una velocità massima di pompaggio di 1000 litri/sec (raggiungibile utilizzando le più potenti pompe turbomolecolari presenti sul mercato), il vuoto dinamico nel volume contenente il "nozzle" è di circa 10^{-2} mbar. La sezione a) contiene, inoltre, il "nozzle" ed il suo sistema di termostatazione.

Le sezioni a) e c), supportano ciascuna 4 pompe turbomolecolari le quali, insieme alle relative pompe rotative di prevuoto, costituiscono il sistema progettato per ottenere un vuoto statico migliore di 10^{-10} mbar. Le 8 linee di vuoto (pompa turbomolecolare e relativa pompa rotativa) sono inoltre in grado, assieme ad ulteriori 2 linee operanti sulla sezione b), di mantenere il vuoto dinamico nell'anello di accumulazione.

Si può ottenere il gradiente di pressione desiderato (da 10^{-2} mbar nella zona di formazione del clusters, a 10^{-8} mbar nella zona di interazione, a 10^{-3} mbar nella zona finale di recupero) disegnando ogni settore in modo che sia in comunicazione con il precedente ed il successivo esclusivamente tramite il foro dei collimatori ed inoltre facendo operare sul volume di ogni settore una delle pompe

turbomolecolari montate sulle sezioni a) e b), con il compito di ripulire il settore stesso dal gas rimosso dal fascio molecolare dallo "skimmer".

Le tre sezioni sono separate tra loro da due valvole, che permettono di isolare le sezioni a) e c) dalla ciambella dell'anello di accumulazione nei periodi di non utilizzo del fascio molecolare. Esse sono provviste di un sistema di lettura del vuoto e di un sistema di riscaldamento per effettuare il degassaggio iniziale della camera e verranno montate verticalmente in modo da non ingombrare il piano di produzione dei fotoni "etichettati".

Il controllo del funzionamento dell'apparato (condizioni iniziali del fascio molecolare, vuoto nella camera, stato delle valvole, etc.) verrà effettuato mediante un microprocessore dedicato.

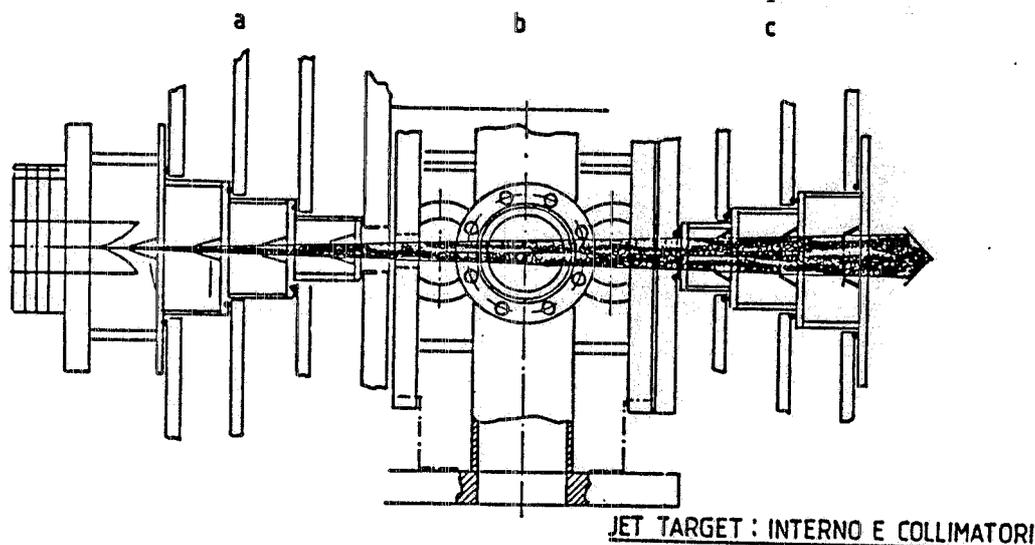


FIG. 3.8 - Interno della jet-target, in cui sono riportati l'ugello, i collimatori, la camera ad ultra alto vuoto. Le sezioni a, b, c, rappresentano, rispettivamente, la sezione di produzione del fascio molecolare, la sezione d'interazione con il fascio accumulato, la sezione di recupero del fascio molecolare.

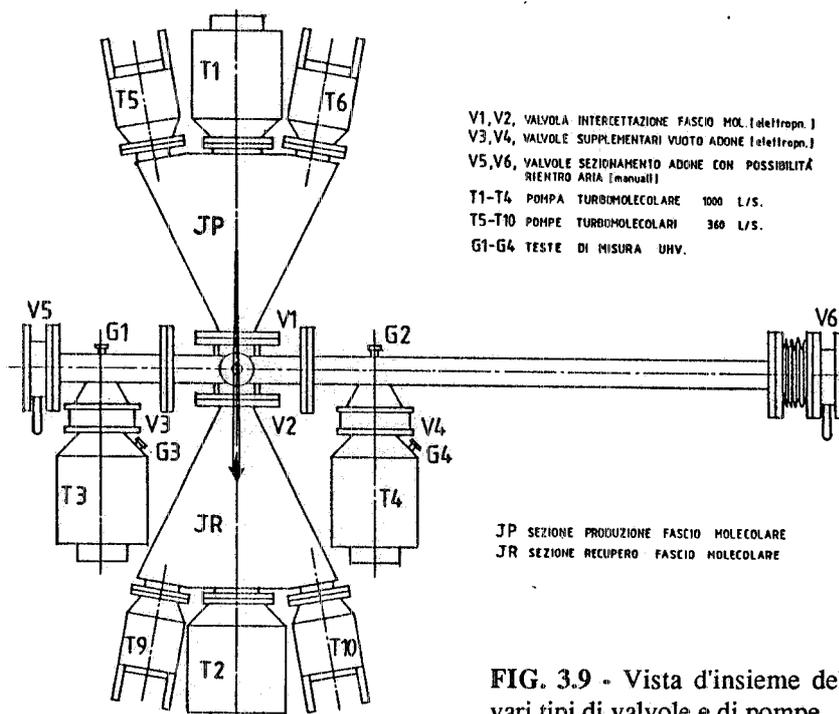


FIG. 3.9 - Vista d'insieme della jet-target, con indicazione dei vari tipi di valvole e di pompe.

Capitolo IV

EFFETTI DELL' INTERAZIONE JET TARGET-FASCIO DI ADONE

4.1. - Generalità sugli anelli di accumulazione

Prima di passare ad una descrizione delle caratteristiche di Adone, è necessario ricordare alcune proprietà generali degli anelli di accumulazione.

Un elettrone di energia $E_0 = mc^2\gamma$ descrive, in un campo magnetico costante B , una traiettoria circolare di raggio R , se la sua energia soddisfa la seguente relazione:

$$E_0 = 0.3B[\text{Tesla}]R[\text{m}] . \quad [1]$$

Chiamando s l'ascissa curvilinea lungo l'orbita, x ed y rispettivamente le coordinate radiali e verticali, la posizione di ciascun elettrone può essere rappresentata da queste tre coordinate come mostrato in Fig. 4.1.

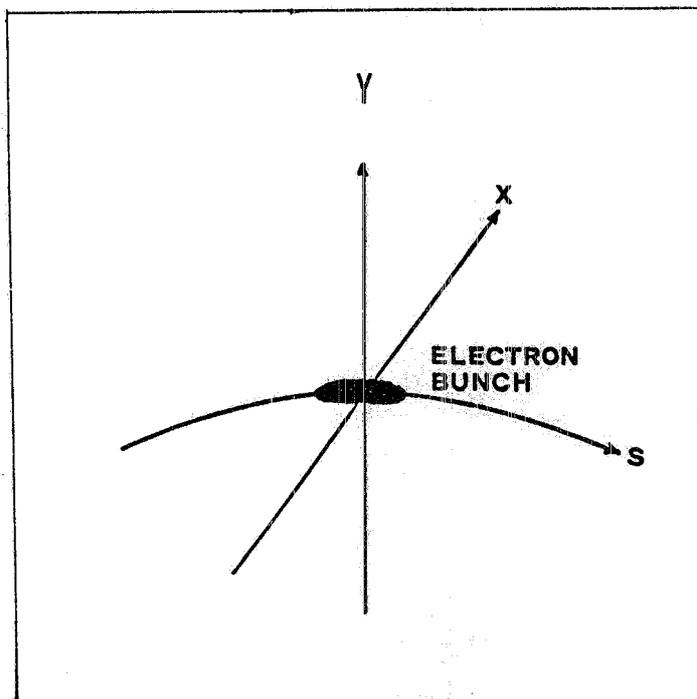


FIG. 4.1 - Sistema di riferimento in cui viene descritto il moto dell'elettrone nell'anello. s è l'ascissa curvilinea lungo l'orbita, x la coordinata radiale, y la coordinata verticale.

Il moto di un elettrone intorno all'orbita ideale è stabile se è presente un sistema di focheggiamento; in particolare negli anelli di accumulazione i magneti deflettori provvedono al trasporto, sono invece i quadrupoli che creano una disposizione di lenti focheggianti e

defoccheggianti. Per una particella la cui energia soddisfa la [1], le equazioni del moto sono date da:

$$d^2x(s)/ds^2=K_x(s)x(s) \quad ; \quad d^2y(s)/ds^2=K_y(s)y(s) \quad [2]$$

dove $K_x(s)$ e $K_y(s)$ sono le funzioni di foccheggiamento definite, rispettivamente, come $K_x(s)=(ec/E_0)(\delta B/\delta x)$, $K_y(s)=(ec/E_0)(\delta B/\delta y)$ con e carica della particella [SA70].

Le soluzioni di tali equazioni sono le cosiddette oscillazioni di betatrone:

$$x(s)=A_x\beta_x(s)^{1/2}\cos(\phi_x(s)-\vartheta_x) \quad ; \quad y(s)=A_y\beta_y(s)^{1/2}\cos(\phi_y(s)-\vartheta_y) \quad [3],$$

$\beta_x(s)$ e $\beta_y(s)$ sono le funzioni di betatrone dell'anello e

$$\phi(s)=\int_0^s dz/\beta(z). \quad [4]$$

Le costanti A_x , A_y dipendono dallo spostamento iniziale di ciascun elettrone dall'orbita di equilibrio, mentre ϑ_x e ϑ_y rappresentano la deviazione angolare dall'orbita d'equilibrio.

Gli integrali

$$Q_x=\int_0^L ds/\beta_x(s) \quad ; \quad Q_y=\int_0^L ds/\beta_y(s) \quad [5]$$

(dove L è la lunghezza totale dell'anello), sono chiamati numeri d'onda di betatrone; dal punto di vista fisico rappresentano il numero di oscillazioni descritte dalle [3] in una rivoluzione.

La traiettoria di una particella con $A_x=0$ (nessuna ampiezza orizzontale di betatrone), la cui energia differisce dalla energia E_0 definita dalla relazione [1] di un termine δE_0 , è spostata rispetto all'orbita ideale di una quantità

$$x(s)=\psi(s) \delta E_0/E_0. \quad [6]$$

La funzione $\psi(s)$ è chiamata dispersione ed è una proprietà della struttura magnetica della macchina; insieme a $\beta_x(s)$ e $\beta_y(s)$ descrive il moto delle particelle nell'anello. Nella maggior parte degli anelli dove il trasporto magnetico degli elettroni avviene nel solo piano radiale, la dispersione ha un valore finito soltanto in questo piano, mentre non esiste nessuna relazione tra gli spostamenti verticali e l'energia della particella.

Gli anelli di accumulazione possono quasi sempre essere divisi in un dato numero di celle, ciò significa che gli elementi magnetici (magneti deflettori, quadrupoli, sezioni dritte) sono disposti in una sequenza che si ripete un certo numero di volte. Questo numero è chiamato periodicità della macchina, e le funzioni $\beta_x(s)$, $\beta_y(s)$ e $\psi(s)$ sono le stesse in ciascuna cella.

Gli elettroni che attraversano il campo magnetico perdono per irraggiamento parte della loro energia. L'energia media persa da ciascun elettrone in un giro è data da:

$$U_0[\text{GeV}] = c_\gamma E_0^4 [\text{GeV}]/R [\text{m}] \quad [7]$$

con $c_\gamma = 8.85 \times 10^{-5} [\text{m}][\text{GeV}^{-3}]$, tale energia viene fornita dalla cavità a radiofrequenza con un campo elettrico oscillante

$$V(t) = V_0 \cos(h\omega_0 t + \chi) \quad [8]$$

dove h è il rapporto tra la frequenza della cavità e la frequenza di rivoluzione $\omega_0/2\pi$.

L'elettrone sincro riceverà quindi ad ogni giro un'energia U_0 data da:

$$U_0 = eV(t). \quad [9]$$

Comunque a causa delle fluttuazioni quantistiche l'energia persa non è sempre U_0 , ed in questi casi il bilancio in energia espresso dalla [9] non viene soddisfatto. Ciò provoca delle oscillazioni in energia e nella posizione longitudinale rispetto all'elettrone sincro. Infatti un elettrone con energia maggiore dell'energia E_0 della particella sincro, percorre nel magnete curvante un cammino più lungo essendo la dispersione ψ dell'anello una quantità positiva. Poichè la velocità di un elettrone di energia sufficientemente alta è praticamente la velocità della luce, l'elettrone arriva nella cavità a radio frequenza con un certo ritardo rispetto a quello sincro. Se la fase del campo elettrico è corretta l'elettrone guadagna meno energia dalla radio frequenza rispetto all'elettrone sincro, e quindi il suo moto tenderà a stabilizzarsi. Gli elettroni oscillano quindi intorno alla condizione d'equilibrio [9] con una frequenza chiamata la frequenza di sincrotron

$$v_s = (1/2\pi)(a_c \dot{V}_0 / TE_0)^{1/2}, \quad [10]$$

dove a_c è il rapporto tra l'allungamento della traiettoria e la relativa deviazione in energia

$$a_c = (\delta L/L) / (\delta E_0/E_0), \quad [11]$$

\dot{V}_0 è la derivata del campo elettrico, T è il tempo necessario all'elettrone sincro per compiere una rivoluzione completa.

Va detto inoltre che il ritardo in tempo moltiplicato per la velocità della luce c è la distanza s (cfr. Fig. 4.1) dalla particella sincro, e ciò spiega perchè gli elettroni in un anello sono impacchettati intorno ai punti stabili h dove la fase della cavità soddisfa la condizione [9].

L'espressione [8] per l'energia persa per giro mostra che la potenza irradiata aumenta con l'energia degli elettroni. Ciò significa che un elettrone con una deviazione positiva in energia irradia più che uno sincro, e quindi le oscillazioni in energia tendono ad essere smorzate. Anche le oscillazioni di betatrone sono smorzate e tale effetto è dovuto all'interazione con il campo elettrico longitudinale della cavità a radio frequenza. Quindi sia le oscillazioni di sincrotrone che le oscillazioni radiali e verticali di betatrone hanno un decadimento esponenziale con coefficiente di smorzamento α_i (con $i = \epsilon, o x, y$).

Il tempo di smorzamento τ_i è pari all'inverso del coefficiente di smorzamento α_i ed è dato dall'espressione:

$$\tau_i = 4\pi R_A R / c \gamma_i E_0^3 c \quad [12]$$

con $c_\gamma = 8.85 \times 10^{-5} [\text{m}][\text{GeV}^{-3}]$, R_A = raggio dell'anello, c velocità della luce.

Le costanti J_i soddisfano le relazioni:

$$J_x = 1 - D, \quad J_y = 1, \quad J_z = 2 + D \quad [13]$$

dove D è una quantità che negli anelli di accumulazione è ≈ 0.15 .

Sia la distribuzione in energia che le dimensioni del fascio risulteranno da un equilibrio tra le oscillazioni di betatrone e sincrotrone ed il damping di tali oscillazioni. La distribuzione in energia è una distribuzione gaussiana caratterizzata da una deviazione standard σ_{E_0} e da una indeterminazione relativa σ_p

$$\sigma_p = \sigma_{E_0} / E_0 = 8.6 \cdot 10^{-4} E_0 [\text{GeV}] / (R^{1/2}). \quad [14]$$

Le distribuzioni radiali e verticali sono anch'esse gaussiane con deviazione standard

$$\sigma_x = \sigma_p (2M \beta_x / (1 + \epsilon^2) + \psi^2)^{1/2}, \quad \sigma_y = \sigma_p (2M \beta_y \epsilon^2 / (1 + \epsilon^2))^{1/2}, \quad [15]$$

dove ϵ rappresenta l'accoppiamento tra oscillazioni radiali e verticali di betatrone dovuto ad errori di allineamento dei magneti, ed è una quantità variabile tra 0 (nessun accoppiamento) ed 1 (accoppiamento completo), e

$$M = (1/2\pi R) \int (\gamma_x \psi^2 + 2 \alpha_x \psi \psi' + \beta_x \psi'^2) ds. \quad [16]$$

Le funzioni $\alpha_{x,y}(s)$, $\beta_{x,y}(s)$ e $\gamma_{x,y}(s)$ sono chiamate funzioni di Twiss dell'anello, tra di esse valgono le seguenti relazioni:

$$\alpha_{x,y}(s) = -1/2 (d\beta_{x,y}(s)/ds), \quad \gamma_{x,y}(s) = (1 + \alpha_{x,y}^2(s)) / \beta_{x,y}(s). \quad [17]$$

Anche gli angoli sono distribuiti gaussianamente con deviazioni standard:

$$\sigma_x' = \sigma_p (2M \gamma_x / (1 + \epsilon^2) + \psi'^2)^{1/2}; \quad \sigma_y' = \sigma_p (2M \gamma_y \epsilon^2 / (1 + \epsilon^2))^{1/2}. \quad [18]$$

Il secondo termine che compare sotto radice nelle espressioni di σ_x e σ_x' rappresenta il contributo delle oscillazioni di sincrotrone alle dimensioni ed alla divergenza radiale del fascio.

Prendendo in considerazione le sole oscillazioni di betatrone si può definire emittanza del fascio la quantità

$$\epsilon_0 = 2M \sigma_p^2, \quad [19]$$

che coincide con il prodotto $\sigma_x \sigma_x'$ per $\epsilon=0$ e $\alpha_x=0$. L'emittanza è una delle caratteristiche più importanti dell'anello, che definisce direttamente la "qualità" del fascio circolante.

4.2. - Caratteristiche di Adone

Adone è un anello di accumulazione di raggio medio $R_A=16.2$ m, costituito da 12 sezioni dritte di lunghezza 2.6 m, da 24 coppie di quadrupoli, e da 12 magneti curvanti, (ognuno dei quali deflette il fascio di 30°), il cui raggio di curvatura è 5 m.

La pianta dell'anello con indicazione delle pareti dell'edificio e del punto di iniezione, è riportata in Fig. 4.2. Da tale figura si ricava facilmente che la configurazione dell'anello è ottenuta ripetendo 12 volte la struttura magnetica dal centro di una sezione dritta al centro della sezione dritta successiva; la periodicità della macchina è quindi pari a 12.

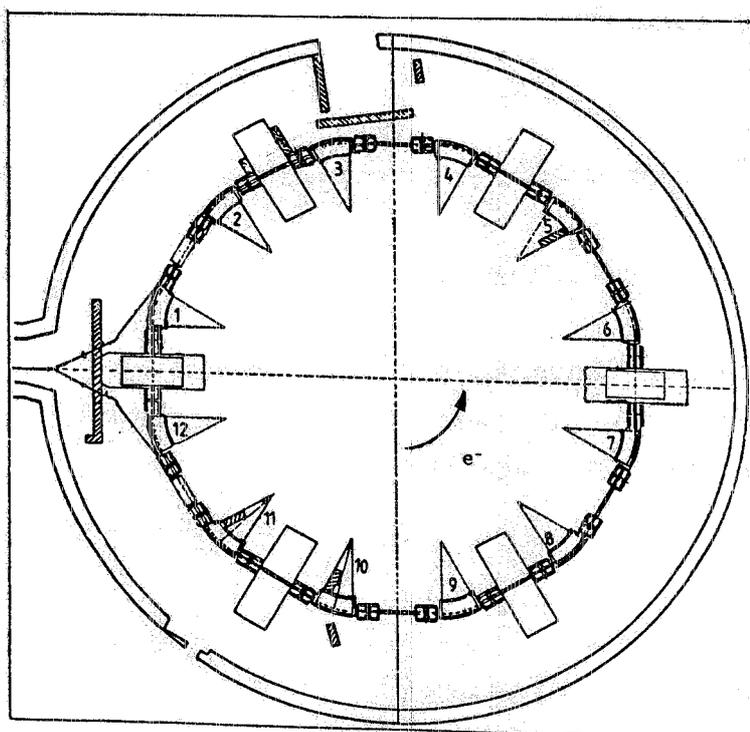


FIG. 4.2 - Pianta di Adone con indicazione delle pareti dell'edificio e del punto di iniezione.

L'energia degli elettroni circolanti nell'anello, che all'iniezione è circa 300 MeV, può raggiungere il valore massimo di 1500 MeV, che corrisponde ad un campo magnetico nei magneti curvanti di 10 kGs.

La corrente massima accumulabile è 100 mA, che equivale a $2 \cdot 10^{11}$ elettroni accumulati. Considerando che ciascun elettrone compie in un secondo un numero di giri $\approx 3 \cdot 10^6$, e che la radiofrequenza è 50 MHz, si ricava che nell'anello gli elettroni sono impacchettati in 18 bunches; la distanza tra il fronte di salita di due bunches successivi è 20 ns e la lunghezza di ciascun bunch è 1 ns.

Poiché la jet target verrà installata al centro di una delle 12 sezioni dritte dell'anello, ci interessano i valori che le funzioni caratteristiche dell'ottica della macchina assumono in questo punto. In particolare per determinare le dimensioni del fascio nel punto di interazione con la jet target dobbiamo conoscere (cfr [15], [18]) i valori che le funzioni di Twiss dell'anello $\alpha_{x,y}$, $\beta_{x,y}$ e $\gamma_{x,y}(s)$, la dispersione ψ , la sua derivata ψ' , e la funzione M assumono in questo punto. Tali valori sono i seguenti:

$$\begin{array}{llll} \alpha_x & = & 0 & \gamma_y = 0.305 \quad [\text{m}^{-1}] \\ \alpha_y & = & 0 & \psi = 2.05 \quad [\text{m}] \\ \beta_x & = & 9.00 \quad [\text{m}] & \psi' = 0. \quad [\text{m}] \\ \beta_y & = & 3.28 \quad [\text{m}] & M = 0.364 \quad [\text{m}]. \\ \gamma_x & = & 0.111 \quad [\text{m}^{-1}] & \end{array}$$

La dipendenza dall'energia delle dimensioni del fascio è racchiusa nel fattore σ_p che (cfr. [10]) cresce linearmente al crescere di E_0 . Inoltre le dimensioni del fascio dipendono dall'accoppiamento tra le oscillazioni radiali e verticali di betatrone, in particolare, nel caso di accoppiamento completo ($\epsilon=1$), le dimensioni verticali risultano massime e quelle radiali minime; nel caso invece di nessun accoppiamento ($\epsilon=0$), le dimensioni verticali sono minime e quelle radiali massime.

Riportiamo in tabella 4.1 i valori delle deviazioni standard σ_x , σ_x' , σ_y , σ_y' alle energie massime (1500 MeV) e minime del fascio (500 MeV), nei casi $\epsilon=0$ e $\epsilon=1$:

TABELLA - 4.1

ϵ	E_0 [MeV]	σ_x [mm]	σ_x' [mrad]	σ_y [mm]	σ_y' [mrad]
1	1500	1.581	0.116	0.631	0.192
1	500	0.527	0.039	0.201	0.064
0	1500	1.895	0.164	0	0
0	500	0.631	0.055	0	0

Nella Fig.4.3 sono riportati gli andamenti delle funzioni di betatrone radiali e verticali β_x e β_y e della dispersione ψ su di una cella, insieme ai valori dei numeri di betatrone radiali Q_x e verticali Q_y definiti precedentemente (cfr.4.1 [5]). Tali numeri caratterizzano le matrici di trasporto di macchina nel caso di fascio monocromatico. Infatti tali matrici, che permettono di determinare la posizione e gli angoli di un elettrone dopo un giro di macchina a partire da x , y , x' , y' qualsiasi, presentano al centro della sezione dritta la seguente struttura:

$$T_{x,y} = \begin{vmatrix} \cos\mu_{x,y} & \beta_{x,y} \operatorname{sen}\mu_{x,y} \\ -\gamma_{x,y} \operatorname{sen}\mu_{x,y} & \cos\mu_{x,y} \end{vmatrix}$$

con $\mu_{x,y} = 2\pi\Delta Q_{x,y}$, dove $\Delta Q_{x,y}$ è la parte decimale del numero di betatrone $Q_{x,y}$.

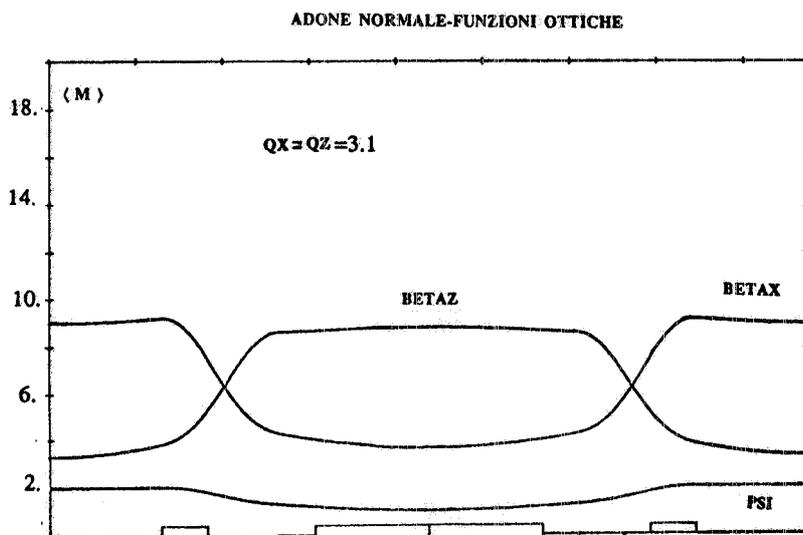


FIG. 4.3 - Andamenti delle funzioni di betatrone radiali e verticali β_x e β_y , e della dispersione ψ su di una cella. Q_x e Q_y sono i numeri di betatrone radiali e verticali dell'anello.

4.3. - Scattering Coulombiano degli elettroni con la jet-target

L'interazione del fascio di elettroni di Adone con la jet-target avviene principalmente attraverso i processi di scattering multiplo e di perdita di energia per ionizzazione e radiazione. Tali processi possono provocare una diminuzione del numero di elettroni circolanti nell'anello, con conseguente riduzione della vita media del fascio, e/o un aumento dell'emittanza del fascio stesso.

Nel caso dello scattering coulombiano, discusso in questo paragrafo, la rimozione degli elettroni dal fascio circolante avviene quando l'angolo di scattering supera l'accettanza dell'anello, mentre angoli di scattering minori dell'accettanza e maggiori della divergenza angolare del fascio descritta dalle grandezze σ_x' , σ_y' (cfr. Tabella 4.1), provocano una degradazione dell'emittanza di quest'ultimo.

Prima di passare ad uno studio quantitativo di tali effetti, diamo alcune generalità sulla teoria dello scattering Coulombiano, sottolineando che, a causa del piccolo spessore della targhetta (10^{-8} g/cm²), il processo di scattering verrà descritto con la teoria dello scattering singolo [KE60] che prevede la possibilità di avere ad ogni interazione di un elettrone con la jet-target, nessuna collisione, una collisione, due collisioni.

a) Teoria dello scattering singolo

Il processo di scattering singolo di una particella di carica ze con un bersaglio di numero atomico Z , si assume mediato da un potenziale Coulombiano schermato della forma:

$$V(r) = -zZe^2 [\exp(-\mu r/r_0)]/r$$

dove μ è una costante che vale circa 1.8, r_0 (raggio di Thomas-Fermi) = $0.885a_0Z^{1/3}$, e a_0 (raggio di Bohr) = 5292 fm.

Il processo di scattering è caratterizzato da due angoli intrinseci:

- 1) χ_μ (angolo di schermaggio di Born) che per elettroni relativistici vale

$$\chi_\mu = 4.215 \cdot 10^{-3} \mu Z^{1/3} / p \quad [\text{rad}],$$

con p momento dell'elettrone incidente in unità di massa elettronica.

Un calcolo più accurato definisce come angolo di schermaggio un angolo χ_α che per elettroni relativistici è legato a χ_μ dalla relazione:

$$\chi_\alpha = \chi_\mu (1 + 0.04902 \chi_\mu).$$

- 2) χ_c è l'angolo di scattering per il quale lo schermaggio può essere trascurato. Per elettroni relativistici è dato da:

$$\chi_c^2 = 0.157 Z(Z+1) L / A p^2 \quad [\text{rad}^2]$$

dove L è lo spessore [g/cm^2] ed A il numero di massa del bersaglio.

Contenendo il fattore $Z(Z+1)$, questa espressione tiene conto sia dello scattering sugli elettroni atomici che sul nucleo.

Il parametro fondamentale nel determinare la natura dello scattering è Ω :

$$\Omega = \chi_c^2 / \chi_\alpha^2 = 8837 Z^{1/3} (Z+1) L / (\mu^2 A),$$

parametro che rappresenta il numero di scattering nella targhetta. Si può notare infatti che questa espressione è quasi indipendente dal tipo di elemento perchè $Z^{1/3}(Z+1)/A \approx 1$, e quindi dipende unicamente dallo spessore L del bersaglio.

Se Ω è maggiore di 10 è possibile applicare al processo di diffusione la teoria della diffusione multipla, mentre per $\Omega < 1$ il processo va descritto con la teoria dello scattering singolo. In quest'ultimo caso la funzione di scattering $F(\vartheta_\alpha, \Omega)$ viene data come somma di tre termini che rappresentano rispettivamente la probabilità che non vi sia alcuno scattering $F_0(\vartheta_\alpha)$, che vi sia uno scattering $F_1(\vartheta_\alpha)$, che vi siano due scattering $F_2(\vartheta_\alpha)$:

$$F(\vartheta_\alpha, \Omega) = [F_0(\vartheta_\alpha) + \Omega F_1(\vartheta_\alpha) + 1/2 \Omega^2 F_2(\vartheta_\alpha)] e^{-\Omega/2\pi}$$

ϑ_α (angolo polare ridotto) = ϑ/χ_α ,

$$F_0(\vartheta_\alpha) = \delta_2(\vartheta_\alpha),$$

$$F_1(\vartheta_\alpha) = 2/(1 + \vartheta_\alpha^2)^2,$$

$$F_2(\vartheta_\alpha) = 4/\vartheta_\alpha^4 (1 + \vartheta_\alpha^3)^2 \times \{ \vartheta_\alpha^2 (\vartheta_\alpha^4 + 4\vartheta_\alpha^2 + 2) + (1 + \vartheta_\alpha^2) (4\vartheta_\alpha^2 + \vartheta_\alpha^4)^{1/2} + \\ \log [(\vartheta_\alpha^4 + 4\vartheta_\alpha^2 + 2) + (2 + \vartheta_\alpha^2) (4\vartheta_\alpha^2 + \vartheta_\alpha^4)^{1/2} / ((\vartheta_\alpha^4 + 4\vartheta_\alpha^2 + 2) - (2 + \vartheta_\alpha^2) \\ (4\vartheta_\alpha^2 + \vartheta_\alpha^4)^{1/2}) \}.$$

$\delta_2(\vartheta_\alpha)$ è la delta bidimensionale.

La normalizzazione usata è

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\infty F(\vartheta_\alpha, \Omega) \vartheta_\alpha d\vartheta_\alpha d\phi = 1.$$

Il termine che in questa espressione rappresenta il doppio scattering è dato dalla convoluzione di due termini di scattering singolo. Per $\Omega \ll 1$ (nel nostro caso $\Omega = 0.33 \times 10^{-4}$) si può trascurare il termine che rappresenta il secondo scattering essendo quest'ultimo proporzionale ad $\Omega^2/2$.

La funzione $F(\vartheta_\alpha, \Omega)$ rinormalizzata includendo soltanto $F_0(\vartheta_\alpha)$ e $F_1(\vartheta_\alpha)$ è data dalla seguente espressione:

$$F(\vartheta_\alpha, \Omega) = [\delta_2(\vartheta_\alpha) + 2\Omega/(1 + \vartheta_\alpha^2)^2] / [2\pi(1 + \Omega)].$$

b) Simulazione al calcolatore dello scattering coulombiano fascio jet-target.

Per valutare gli effetti dello scattering elettrone jet-target, abbiamo simulato tale processo per un numero di giri pari al numero di giri percorsi in un tempo di damping delle oscillazioni di betatrone. L'idea base è quella di vedere se l'emittanza del fascio aumenta, e, in caso affermativo, in che quantità, entro un tempo di damping; dopo tale tempo infatti il valore dell'emittanza tenderà a stabilizzarsi, come già detto nel §4.1 [PO83].

Estratti quindi la posizione e l'angolo dell'elettrone dal fascio con le dimensioni d'equilibrio, bisogna simulare il processo di scattering elettrone jet-target, e determinare la posizione e l'angolo dell'elettrone al giro successivo con le matrici di trasporto del fascio descritte nel §4.2. In particolare indicando con T_x la matrice di trasporto radiale, x_n, x'_n la coordinata e l'angolo dell'elettrone al giro n^{mo} , $\Delta x'$ la variazione angolare dovuta allo scattering con la Jet target, è possibile determinare x, x' al giro successivo tramite le relazioni:

$$\begin{vmatrix} x \\ x' \end{vmatrix}_{n+1} = T_x \begin{vmatrix} x \\ x' \end{vmatrix}_n + \begin{vmatrix} 0 \\ \Delta x' \end{vmatrix}.$$

Poichè la funzione di distribuzione degli angoli di scattering $F(\vartheta_\alpha, \Omega)$ è espressa in termini di angoli polari, estrarremo da tale distribuzione un angolo ϑ_α che verrà poi proiettato sul piano di interesse. Per determinare ϑ_α viene estratto un numero casuale R_1 (con $0 < R_1 < 1$), se $0 < R_1 < (1/1 + \Omega)$ si assume che non avvenga nessuno scattering, quindi

$$\begin{vmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}' \end{vmatrix}_{n+1} = \mathbf{T}_x \begin{vmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}' \end{vmatrix}_n,$$

se invece $(1/1+\Omega) < R_1 < 1$ lo scattering avviene e si procede all'estrazione dell'angolo polare ridotto ϑ_α .

In questo caso si estrae il numero casuale R_2 che viene pesato per la distribuzione di scattering singolo, cioè:

$$R_2 = \int_0^{\vartheta_\alpha} 2\vartheta/(1+\vartheta^2)^2 d\vartheta = 1 - 1/(1 + \vartheta_\alpha^2).$$

Da questa espressione è possibile ricavare l'angolo polare ridotto ϑ_α in termini di R_2 :

$$\vartheta_\alpha = [R_2/(1-R_2)]^{1/2}.$$

Per risalire all'angolo proiettato $\Delta x'$ bisogna determinare l'angolo azimutale ψ . Estrahendo un numero casuale R_3 , ψ è definito dalla relazione:

$$\psi = 2\pi R_3,$$

e quindi nel piano radiale

$$\Delta x' = \chi_\alpha [R_2/(1-R_2)]^{1/2} \cos\psi$$

con $\vartheta = \chi_\alpha \vartheta_\alpha = \chi_\alpha [R_2/(1-R_2)]^{1/2}$ [CR83].

Tale simulazione del processo di scattering è stata eseguita per energie del fascio di 1500 MeV e 500 MeV, rispettivamente su un campione di 4000 elettroni seguiti per 37'000 giri e su un campione di 2000 elettroni seguiti per 1'000'000 giri (infatti il tempo di damping per le oscillazioni radiali di betatrone è 13 msec a 1500 MeV, e 350 msec a 500 MeV). Il numero totale di interazioni è risultato pari a 5180 a 1500 MeV e 68'177 a 500 MeV. La Fig. 4.4 (a) mostra la distribuzione degli angoli di scattering $\Delta x'$ per $E_0=1500$ MeV, e la Fig. 4.4(b) la corrispondente distribuzione per $E_0=500$ MeV. Quest'ultima è caratterizzata da una $\sigma_{\Delta x'}=0.27 \cdot 10^{-4}$ rad, che risulta maggiore di circa un fattore 3 rispetto la $\sigma_{\Delta x'}=0.10 \cdot 10^{-4}$ rad relativa ad $E_0=1500$ MeV.

Nella Fig.4.5 (a) l'istogramma rappresenta la distribuzione radiale iniziale per $E_0=1500$ MeV, i punti indicati con i quadrati rappresentano invece la distribuzione radiale ottenuta dopo i 37'000. Nella Fig. 4.5 (b) sono riportate le distribuzioni angolari iniziali (istogramma) e finali (quadrati) sempre per $E_0=1500$ MeV. Le Figg. 4.6(a) e 4.6(b) mostrano le corrispondenti grandezze nel caso $E_0=500$ MeV, (relativamente a 1'000'000 giri). Gli errori riportati su tali grafici rappresentano soltanto l'errore statistico, non si è invece tenuto conto dell'errore associato alle matrici di ottica di macchina ed alla sua propagazione su un milione di giri.

Tali figure mostrano che σ_x e σ_x' del fascio non sono aumentate rispetto ai valori iniziali nè per $E_0=1500$ MeV ($\sigma_x^{\text{iniziale}}=1.784$ mm, $\sigma_x^{\text{finale}}=1.775$ mm; $\sigma_x'^{\text{iniziale}}=0.166$ mrad, $\sigma_x'^{\text{finale}}=0.165$ mrad); nè per $E_0=500$ MeV ($\sigma_x^{\text{iniziale}}=0.607$ mm, $\sigma_x^{\text{finale}}=0.558$ mm; $\sigma_x'^{\text{iniziale}}=0.050$ mrad,

$\sigma_x^{\text{finale}}=0.048$ mrad). Quindi si può concludere che la diffusione coulombiana degli elettroni sulla jet-target non provoca nè una diminuzione della vita media del fascio, nè una degradazione della sua emittanza come affermato anche nella referenza [PO83].

c) **Calcolo analitico della interazione fascio targhetta.**

E' possibile dare una valutazione dello scattering elettroni jet-target mediante calcolo analitico, usando l'approssimazione che l'attraversamento per N volte di un bersaglio di spessore X, equivalga ad attraversare un bersaglio di spessore NX. Tale approssimazione è senz'altro peggiorativa in quanto viene trascurata ogni possibilità di recupero da parte della macchina; proprio per tale motivo, qualora conduca a risultati analoghi a quelli ottenuti con il programma di simulazione, può essere particolarmente significativa. Per sviluppare un calcolo analitico approssimato è necessario ricordare alcune proprietà delle matrici di trasporto.

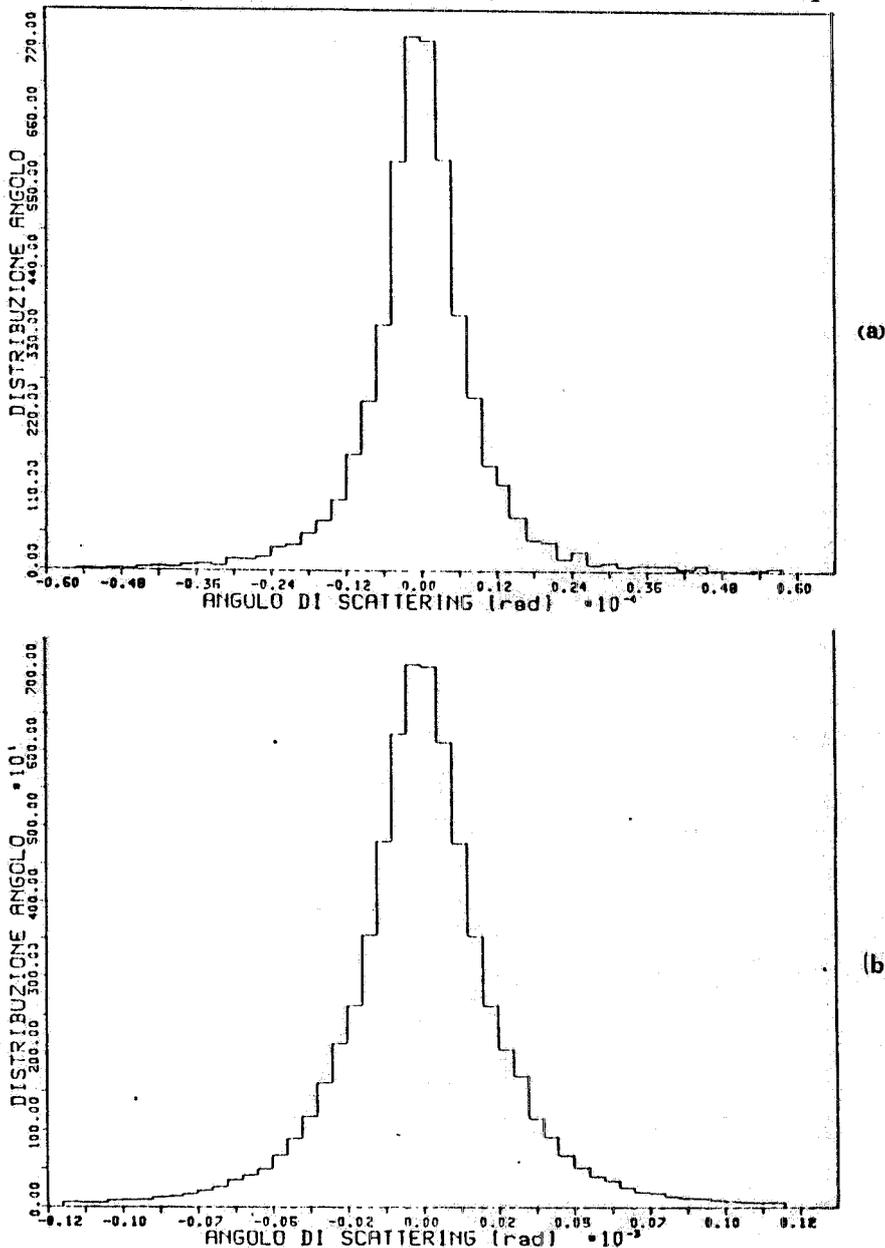


FIG. 4.4 - Distribuzione degli angoli di scattering $\Delta x'$ per $E_0=1500$ Mev (a), ed $E_0=500$ Mev (b).

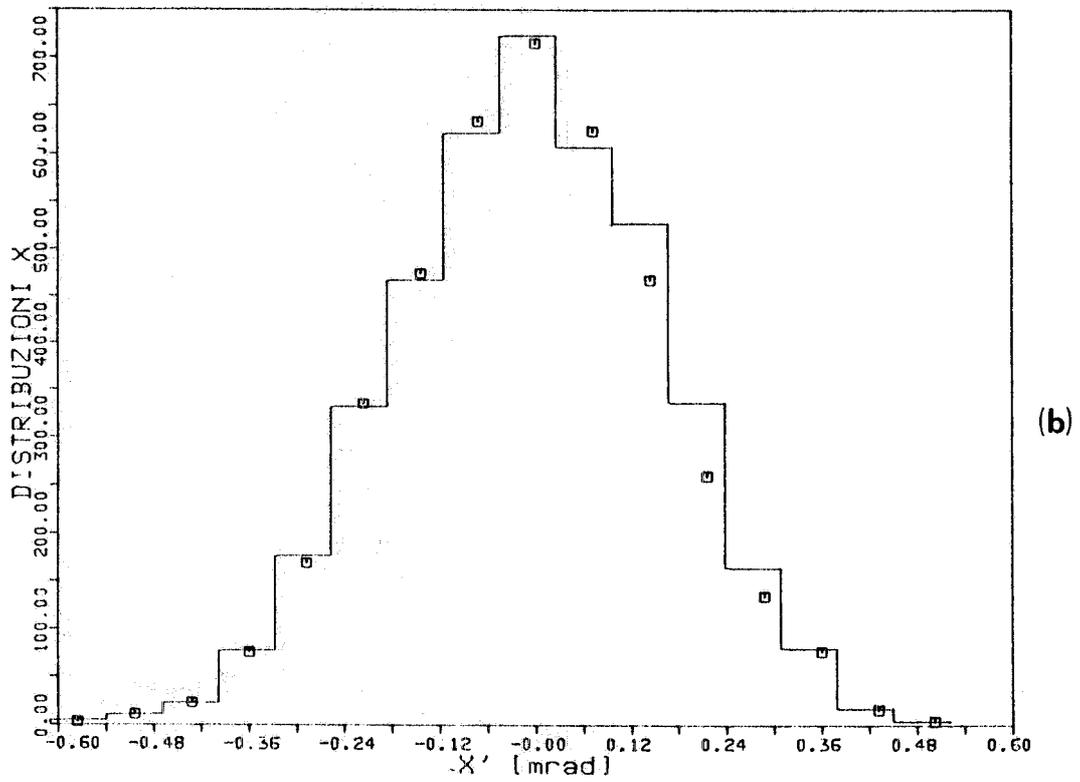
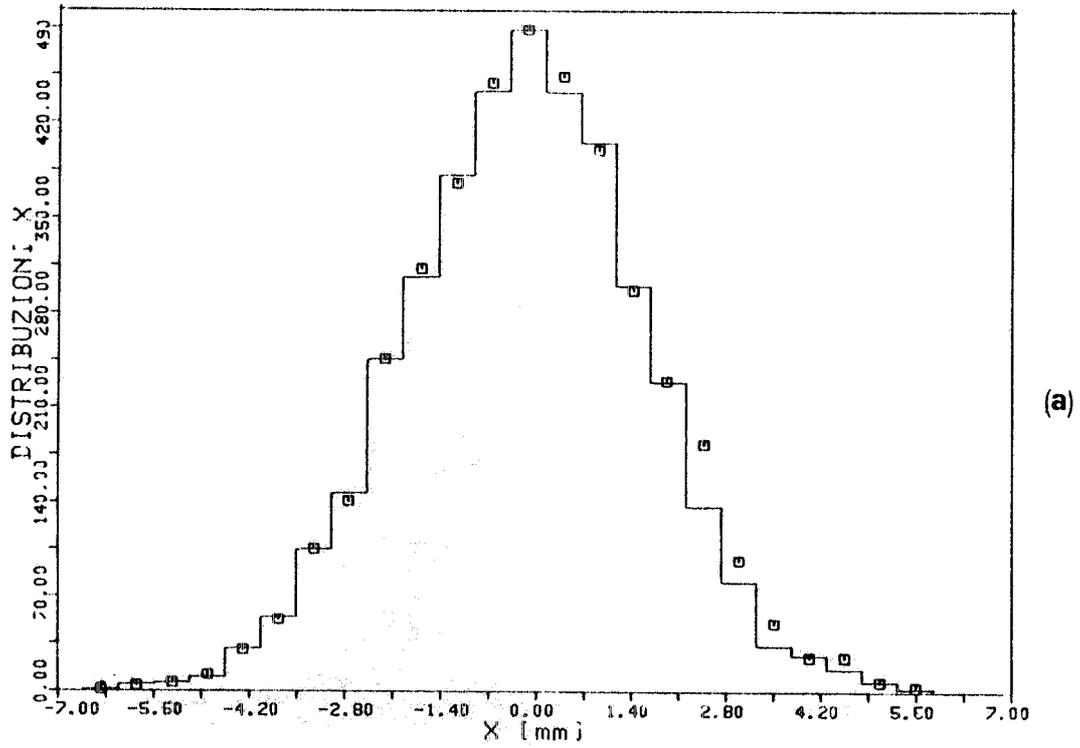
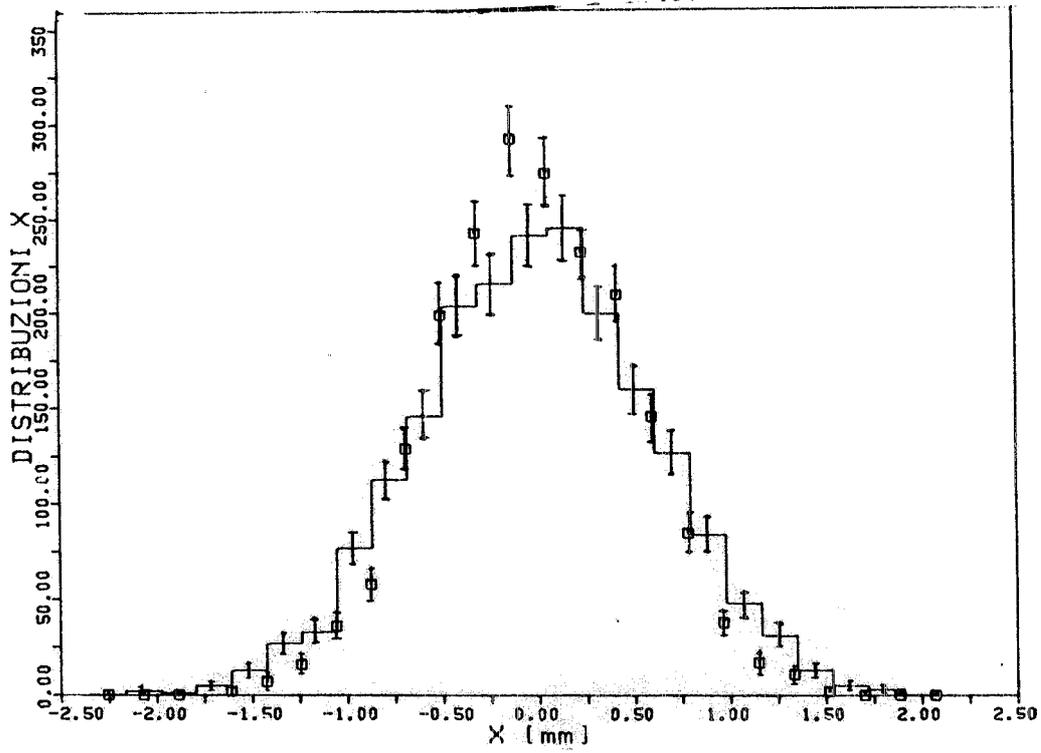
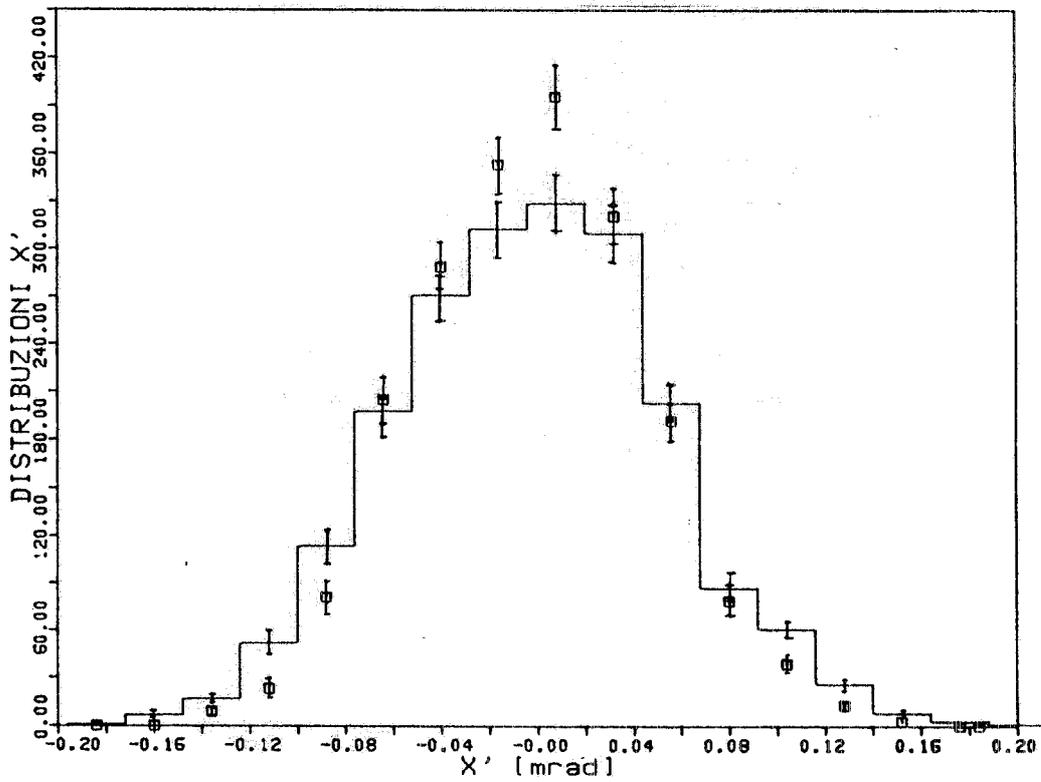


FIG. 4.5 - (a) l'istogramma rappresenta la distribuzione radiale iniziale, i punti indicati con i quadrati rappresentano invece la distribuzione radiale ottenuta dopo 37'000 giri ($E_0=1500$ MeV). (b) distribuzioni angolari iniziali (istogramma) e finali (quadrati).



(a)



(b)

FIG. 4.6 - (a) l'istogramma rappresenta la distribuzione radiale iniziale, i punti indicati con i quadrati rappresentano invece la distribuzione ottenuta dopo 1'000'000 di giri ($E_0=500$ MeV).
 (b) distribuzioni angolari iniziali (istogramma) e finali (quadrati).

La matrice che propaga le traiettorie dopo n giri nell'anello è data da:

$$T^n = \begin{vmatrix} \cos n\mu & \beta \sin n\mu \\ -\sin n\mu / \beta & \cos n\mu \end{vmatrix}$$

Pertanto:

$$T^n \begin{vmatrix} 0 \\ \Delta\vartheta \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \beta \Delta\vartheta \sin(n\mu) \\ \Delta\vartheta \cos(n\mu) \end{vmatrix}$$

Usando la linearità di T , lo spostamento $x_N = \begin{vmatrix} x_N \\ \vartheta_N \end{vmatrix}$ può essere scritto come:

$$x_N = \sum_{n=1}^N T^{(N+1-n)} \Delta x_n$$

$$\text{con } \Delta x_n = \begin{vmatrix} 0 \\ \Delta\vartheta_n \end{vmatrix}.$$

Si ricavano le seguenti espressioni per x_N e ϑ_N :

$$x_N = \sum_{n=1}^N \beta \Delta\vartheta_n \sin((N+1-n)\mu)$$

$$\vartheta_N = \sum_{n=1}^N \Delta\vartheta_n \cos((N+1-n)\mu).$$

Il valore medio di ϑ_N è facilmente ricavabile notando che $\Delta\vartheta_n$ non dipende da N :

$$\langle \vartheta_N^2 \rangle \approx \sum_{n=1}^N \langle \Delta\vartheta_n^2 \rangle \langle \cos^2((N+1-n)\mu) \rangle$$

$$\langle \vartheta_N^2 \rangle \approx \langle \Delta\vartheta^2 \rangle N/2$$

$$\langle \vartheta_N^2 \rangle^{1/2} \approx \langle \Delta\vartheta^2 \rangle^{1/2} (N/2)^{1/2}.$$

Quindi per un dato numero di giri N , la deviazione standard dell'angolo di scattering è ridotta di un fattore $2^{1/2}$. Pertanto un' approssimazione ragionevole della funzione di distribuzione di scattering dopo N attraversamenti di un bersaglio di spessore L $f(\vartheta, L, N)$, è data da [CR83]:

$$f(\vartheta, L, N) = F(\vartheta(2^{1/2}), NL).$$

$F(\vartheta(2)^{1/2}, NL) = F(\chi, t)$ è la funzione di distribuzione dell'angolo χ di scattering, relativamente ad uno spessore attraversato t , che per $\Omega < 1$ (scattering singolo) abbiamo descritto precedentemente.

In particolare per gli angoli proiettati nel piano radiale, possiamo scrivere l'espressione precedente come:

$$f_p(\vartheta_x, L, N) = F_p((\vartheta_x 2^{1/2}), NL) = F_p(\chi_p, t).$$

Per $E_0 = 1500$ MeV, $N = 37000$ giri, si ottiene $t = 3.7 \times 10^{-4}$ [g/cm²] e quindi $\Omega = 1.3$. In questo caso non essendo $\Omega \ll 1$ ed essendo $\Omega < 10$ non è possibile applicare il calcolo analitico in quanto non è stata formulata una teoria generale dello scattering per questi valori di Ω [CR83]. Nel caso $E_0 = 500$ MeV, $N = 1'000'000$ lo spessore t risulta 10^{-2} [g/cm²], che equivale ad $\Omega = 34$. Pertanto il processo di scattering può essere descritto con la teoria dello scattering multiplo valida per $\Omega > 10$.

La funzione di distribuzione proiettata $F_p(\chi_p, t)$ di scattering multiplo si ricava per elettroni relativistici, dalla seguente espressione [SC52]:

$$F_{p,red}(\psi, t) = k/\pi [A(\psi^2) + i B(\psi^2) - (2\chi_c \alpha \pi / B^{1/2}) (C(\psi^2) + i D(\psi^2)) + 1/B (E(\psi^2) + i F(\psi^2)) - (2\chi_c \alpha^2 \pi / B^{3/2}) G(\psi^2) + (1/2B^2) H(\psi^2) - (\chi_c \alpha \pi / B^{5/2}) J(\psi^2)]$$

con $k = \exp(\chi_c^2 (\alpha \pi + (1 + \alpha \pi) \ln 2 \gamma / \chi_c B^{1/2}))$

$\gamma = 1.7811$

$i = 1/4 \chi_c^2 (1 + \alpha \pi)$

$\alpha = Z/137$

$B = 1.153 + 2.5831 \log_{10} \Omega$

ψ è l'angolo proiettato legato a χ_p dalla relazione:

$$\psi = \chi_p / (\chi_c B^{1/2}).$$

Le funzioni che compaiono entro la parentesi quadra, che rappresentano termini gaussiani, di scattering singolo e doppio, più termini correttivi, sono tabulate nella referenza [SC63].

La funzione di distribuzione degli angoli proiettati $f_p(\vartheta_x, L, N)$, che si ricava dalla $F_p(\chi_p, t)$ scalando gli angoli di un fattore $1/\sqrt{2}$, è riportata in Fig.4.7 in funzione dell'angolo polare ϑ_x . A tale distribuzione corrisponde una deviazione standard pari a 0.13 mrad, ampiamente entro l'accettanza dell'anello (pari a circa 20 mrad), ma maggiore di un fattore 2 rispetto alla divergenza angolare σ_x' del fascio (cfr. Tabella 4.1). Come già detto in precedenza, tale aumento rispetto al calcolo di simulazione è dovuto all'aver trascurato l'azione della accelerazione longitudinale della radio frequenza sulla divergenza angolare $\Delta\vartheta$.

Può essere quindi interessante uno studio sulla variazione nel tempo della divergenza r.m.s. del fascio. Come abbiamo detto sono due gli effetti da considerare:

- lo scattering coulombiano, che dopo n giri provoca un allargamento del fascio con angolo quadratico medio:

$$\langle \vartheta^2_{\text{coul}} \rangle^{1/2} = \frac{30}{\gamma} \left(n \frac{L}{X_0} \right)^{1/2}$$

dove: $\gamma = E_0/m$, E_0 = energia della macchina, $L = 10^{-8}$ g/cm², $X_0 = 20$ g/cm²;

- l'accelerazione longitudinale della radio frequenza, che produce dopo n giri una rifocalizzazione del fascio [SA 70]:

$$\frac{\Delta\vartheta}{\vartheta} = -n \frac{U_0}{2E_0} \approx -1.25 \times 10^{-15} n \gamma^3$$

con U_0 (energia rifornita ad ogni giro all'elettrone sincrono dalla R.F.) definita nel §4.1 dalla [7], $n = t/T$ con t = tempo per percorrere n giri, T = tempo di rivoluzione.

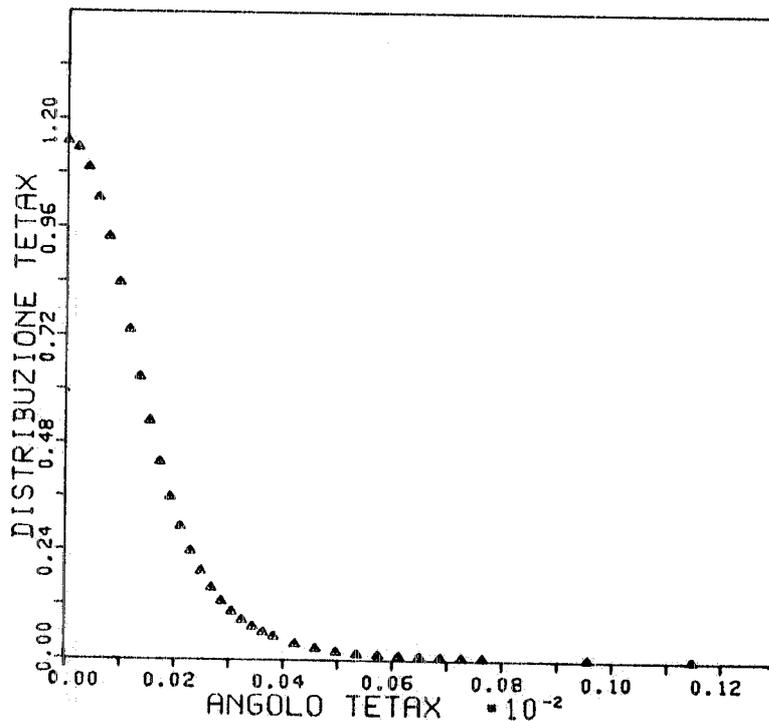


FIG.4.7 - Distribuzione dell'angolo polare di scattering ottenuta dal calcolo analitico, usando l'approssimazione che l'attraversamento per N volte di un bersaglio di spessore X , equivalga ad attraversare un bersaglio di spessore NX .

Da queste relazioni, ricordando che $n=t/T$, si può ricavare la seguente equazione differenziale:=

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \frac{2.53 \cdot 10^4}{\gamma} \left(\frac{L}{X_0} \right)^{1/2} \frac{1}{\sqrt{t}} - 3.37 \cdot 10^{-9} \gamma^3 \vartheta = \frac{c_1}{\sqrt{t}} - c_2 \vartheta$$

con ovvio significato delle costanti c_1 e c_2 . La soluzione di questa equazione differenziale è la seguente:

$$\vartheta(t) = e^{-c_2 t} \left\{ \frac{2 c_1}{\sqrt{c_2}} \int_0^{\sqrt{c_2} t} e^{x^2} dx + \vartheta_0 \right\},$$

dove ϑ_0 è la divergenza del fascio al centro della sezione diritta e all'iniezione del getto nella ciambella (cfr. Tabella 4.1).

L'andamento di $\vartheta(t)$, riportato in Fig.4.8 per $t \leq 5.5$ sec, per $E_0=1000$ MeV ed $E_0=500$ MeV, mostra una rapida crescita della divergenza, immediatamente dopo l'innesco della jet-target, subito smorzata (entro un tempo ≈ 1.5 sec a 500 MeV e ≈ 0.25 sec a 1000 MeV) dalla radiofrequenza. Tale transiente risulta pertanto trascurabile rispetto alla vita media del fascio che, come vedremo nel §4.4, risulta ≈ 130 sec. Da ciò deduciamo ancora una volta che lo scattering coulombiano non contribuisce nè alla diminuzione della vita media del fascio accumulato, nè alla degradazione dell'emittanza di quest'ultimo.

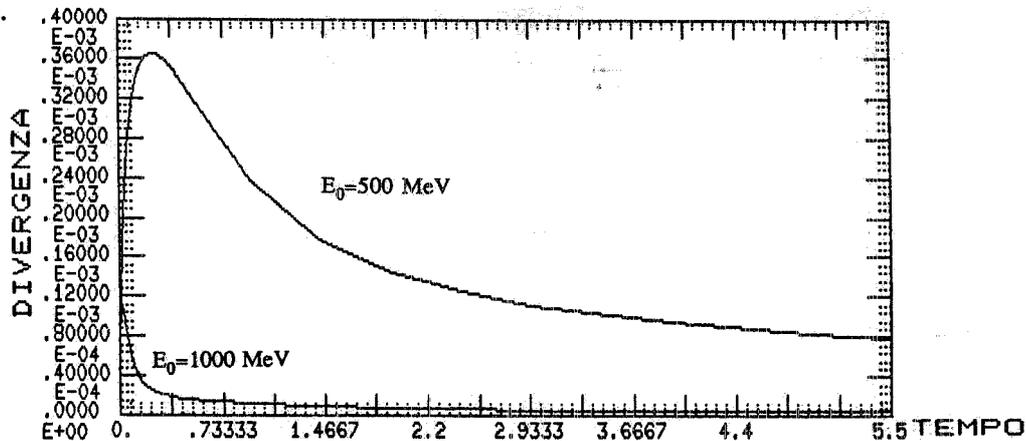


FIG. 4.8 - Andamento della divergenza angolare del fascio in funzione del tempo, per $E_0=1000$ MeV ed $E_0=500$ MeV. Tale andamento è determinato dallo scattering coulombiano sulla jet-target, e dalla rifocalizzazione della radiofrequenza.

4.4. - Effetti dell'irraggiamento del fascio sulla jet-target

Come è noto la causa principale di perdita di energia per un elettrone veloce ($E_0 \gg mc^2$) che attraversa la materia, è la radiazione elettromagnetica che esso emette a causa delle accelerazioni cui è soggetto nel campo coulombiano dell'atomo. A basse energie ($E_0 \ll mc^2$) la perdita di energia per radiazione diventa poco importante rispetto a quella per ionizzazione. Più quantitativamente, il rapporto delle due perdite è approssimativamente (E_0 è espressa in MeV) :

$$(dE/dx)_{\text{rad}} / (dE/dx)_{\text{ion}} = E_0 Z / 800.$$

Nel nostro caso all'energia minima del fascio ($E_0=500$ MeV) tale rapporto è superiore ad 11; in particolare l'energia persa per ionizzazione in un giro è $\approx 2.4 \times 10^{-8}$ MeV ampiamente inferiore sia all'energia media U_0 persa in un giro per radiazione di sincrotrone e rifornita dalla cavità a radio frequenza (cfr. §4.1 [9]), sia all'indeterminazione energetica del fascio (cfr. §4.1 [14]). Pertanto le perdite di energia per ionizzazione risultano nel nostro caso assolutamente trascurabili.

Le perdite di energia per radiazione superiore all'accettanza $\epsilon=10^{-2}E_0$ della cavità a radiofrequenza, conducono a rimozione dell'elettrone dall'orbita stabile. Ciò comporta una diminuzione dell'intensità $i(t)$ della corrente accumulata nell'anello. Se $\sigma_\epsilon^{\text{rad}}$ indica la sezione d'urto totale di bremsstrahlung calcolata tra ϵ ed E_0 [TS74]:

$$\sigma_\epsilon^{\text{rad}} = \int_\epsilon^{E_0} \frac{1}{X_0} \left(\frac{4}{3} - \frac{4}{3} \frac{k}{E_0} + \frac{k^2}{E_0^2} \right) \frac{dk}{k} = \frac{5.3}{X_0} \quad [\text{cm}^2/\text{g}],$$

con X_0 lunghezza di radiazione del materiale attraversato e k energia del fotone, il numero di interazioni con perdite di energia subite da un elettrone in un numero di giri dn al di fuori della accettanza della radio frequenza è dato da

$$\sigma_\epsilon^{\text{rad}} L dn$$

con L spessore della targhetta [g/cm^2]. Esprimendo dn in funzione del tempo dt si ottiene:

$$\sigma_\epsilon^{\text{rad}} L n = \sigma_\epsilon^{\text{rad}} L dt / T$$

con T periodo di rivoluzione dell'anello. Pertanto la diminuzione nell'intensità di corrente accumulata è data da

$$di = -i(t) \sigma_\epsilon^{\text{rad}} L dn = -i(t) \sigma_\epsilon^{\text{rad}} L dt / T$$

Per spessori del getto sufficientemente sottili da assicurare meno di un processo di irraggiamento per giro, come nel presente caso, l'integrazione di tale espressione porta ad un decremento esponenziale della corrente accumulata:

$$i(t) = i(0) e^{-t/\tau_R}$$

con $i(0)$ valore della corrente all'iniezione del getto e $\tau_R = T / (\sigma_\epsilon^{\text{rad}} L)$ [≈ 130 sec per $L/X_0 = 5 \cdot 10^{-10}$] vita media del fascio.

Per compensare la perdita di intensità di corrente è quindi necessario ripetere l'iniezione ad intervalli dell'ordine di τ_R secondi. Poichè l'intero ciclo comporta un'iniezione, l'innalzamento del campo magnetico al valore di lavoro, la raccolta dei dati per un tempo τ_R ed il riabbassamento del campo per la successiva iniezione, con tempi morti della decina di secondi, il periodo minimo del ciclo risulterà a regime almeno tre minuti.

Per quanto riguarda l'eventuale aumento dell'emittanza del fascio dovuto alle perdite di energia, dobbiamo analizzare l'effetto delle perdite di energia per radiazione che rientrano nell'accettanza della radiofrequenza. Infatti gli elettroni la cui perdita di energia $E_0 - E_r$ è compresa tra la risoluzione energetica del fascio, $\Delta \approx 10^{-3} E_0$ e l'accettanza della cavità, $\epsilon = 10^{-2} E_0$, non vengono rimossi dal fascio ma tendono ad assumere un'orbita stabile spostata nel piano radiale di $\Delta x = \psi (E_0 - E_r) / E_0$ rispetto a quella corrispondente all'energia centrale E_0 (ψ è la dispersione della macchina cfr. §4.1). L'azione acceleratrice della radiofrequenza induce su questi elettroni un

andamento oscillante attorno all'orbita centrale (oscillazioni di sincrotrone), che nel §4.1 [12] abbiamo visto essere smorzato esponenzialmente con costante di tempo τ_e .

La probabilità che nel tempo di damping τ_e il singolo elettrone subisca una perdita di energia di questa entità è data da (trascurando in $\sigma_{\Delta}^{\text{rad}}$ termini di ordine superiore):

$$P = \sigma_{\Delta}^{\text{rad}} L \frac{\tau_e}{T} = \frac{L}{X_0} \frac{\tau_e}{T} \int_{\Delta}^{\epsilon} \frac{4}{3} \frac{dk}{k} = \frac{3L}{X_0} \frac{\tau_e}{T} \approx 4.38 \cdot 10^{-3} \tau_e$$

dove τ_e va espresso in secondi. Questo tipo di radiazione non è quindi sufficientemente frequente da alterare i tempi di damping delle oscillazioni di betatrone e sincrotrone.

Dopo l'emissione di un fotone di energia k , l'elettrone subisce quindi sia uno spostamento sul piano radiale, che nella sezione diritta è dell'ordine di $\Delta x = 200 k/E_0$ [cm], sia una deflessione angolare media $\langle \vartheta_e^2 \rangle^{1/2} = k/\gamma (E_0 - k)$. Pertanto l'effetto delle piccole perdite di energia per irraggiamento $10^{-3} E_0 < k < 10^{-2} E_0$, consiste in un "alone" di elettroni più divergenti e a distanza dall'orbita stabile $0.2 \text{ cm} < \Delta x < 2 \text{ cm}$. L'intensità di tale alone in funzione del tempo e della distanza x dall'orbita di equilibrio è data da:

$$i(t, x) = i(0) \sigma_{\text{rad}}(k) dk L \int_0^t e^{-t'/\tau_R} e^{-(t-t')/\tau_e} dt'/T$$

con $\sigma_{\text{rad}}(k) dk \approx 4dk/(3kX_0)$.

Differenziando l'espressione $x = 200 k/E_0$ si ricava che $dk/k = dx/x$, quindi ponendo $\alpha = (1/\tau_e - 1/\tau_R)$, otteniamo

$$i(t, x) = i(0) 4L dx e^{-1/\tau_e} (e^{\alpha t} - 1) / (3X_0 T x \alpha)$$

La distribuzione degli elettroni nell'alone è quindi data da:

$$P(x, t) dx = \frac{i(t, x)}{i(t)} dx = \frac{L}{X_0} \frac{4}{3} \frac{1}{T} \frac{dx}{x} \frac{1 - e^{-\alpha t}}{\alpha}$$

che diventa a regime ($t \gg \tau_e$) indipendente dal tempo e pari a:

$$P(x) dx = \frac{L}{X_0} \frac{4}{3} \frac{\tau_e}{T} \frac{dx}{x}$$

In modo analogo osservando che $dk/k = (1 - \gamma \vartheta / (1 + \gamma \vartheta))$, [come risulta differenziando l'espressione $\langle \vartheta_e^2 \rangle^{1/2} = k/\gamma (E_0 - k)$], si può valutare la distribuzione della divergenza angolare ϑ_{rad} dovuta alla sola radiazione di frenamento:

$$P(\vartheta_{\text{rad}}) d\vartheta_{\text{rad}} = \frac{L}{X_0} \frac{4}{3} \frac{\tau_b}{T_0} \left(1 - \frac{\gamma \vartheta_{\text{rad}}}{1 + \gamma \vartheta_{\text{rad}}}\right) \frac{d\vartheta_{\text{rad}}}{\vartheta_{\text{rad}}}$$

dove τ_b è il tempo di damping per le oscillazioni di betatrone (cfr. §4.1). Tuttavia, a causa della limitata accettazione ϵ della RF, elettroni i cui angoli di irraggiamento sono associati a perdite di energie $E_0 - E > \epsilon$, vengono comunque rimossi dal fascio. Ciò significa che la divergenza angolare dell'alone soddisfa le seguenti relazioni:

$$\vartheta_{\text{rad}} = \frac{1}{\gamma} \frac{E_0 - E}{E} \leq \frac{1}{\gamma} \frac{\epsilon}{(E_0 - \epsilon)} \approx \frac{10^{-2}}{\gamma},$$

rimanendo così inferiore a 10^{-2} mrad su tutto l'intervallo tra 0.5 GeV e 1.5 GeV e quindi minore della divergenza angolare ϑ_0 del fascio (cfr. Tabella 4.1).

Nelle Figg. 4.9 e 4.10 sono riportati rispettivamente gli andamenti della distribuzione radiale degli elettroni nell'alone in funzione della distanza x , e della divergenza angolare in funzione dell'angolo ϑ_{rad} . Dall'analisi di tali figure e dalle considerazioni precedenti deduciamo che piccole perdite di energia per bremsstrahlung sulla targhetta non portano a sensibili peggioramenti della divergenza propria degli elettroni circolanti nell'anello, ma principalmente producono attorno al fascio un alone nel piano radiale. L'intensità di tale alone, che si ottiene integrando la $P(x)dx$ per $0.2 \text{ cm} < x < 2 \text{ cm}$, è però dell'ordine del per mille di quella del fascio accumulato e quindi comunque trascurabile. Naturalmente per quanto riguarda il fascio di fotoni di bremsstrahlung, è possibile ridurre l'effetto dell'alone diminuendo la sezione trasversale del jet gassoso. Un ragionevole compromesso con le esigenze di una pratica centratura dei due fasci consiglia l'uso di fasci molecolari di diametro di $\approx 1 \text{ cm}$. Il restante alone radiale sul fascio di fotoni risulta allora $< 10^{-3}$ e può essere facilmente eliminato da una opportuna collimazione.

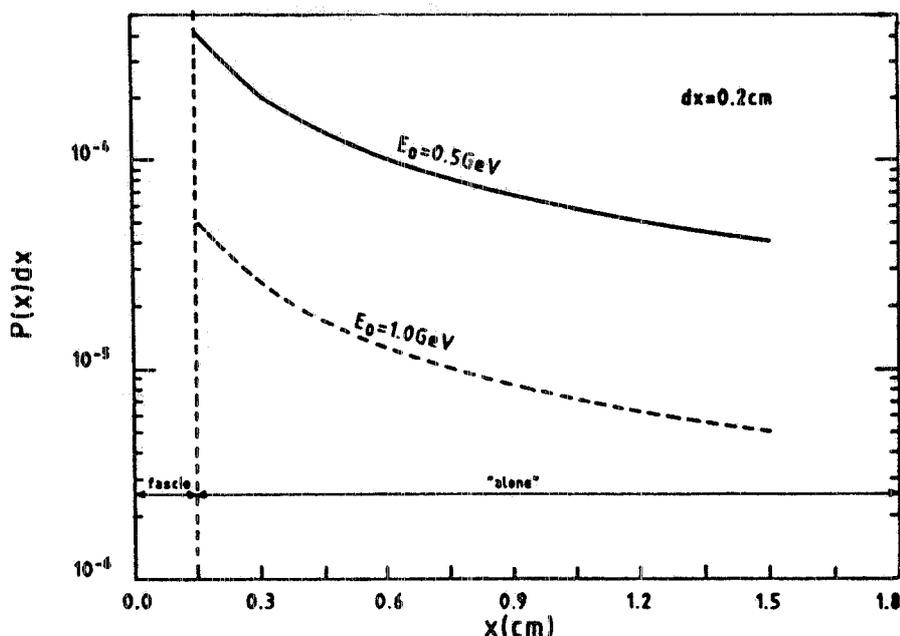


FIG. 4.9 - Distribuzione radiale degli elettroni, la cui perdita di energia per irraggiamento risulta compresa tra la risoluzione energetica del fascio e l'accettazione della radiofrequenza. Tali elettroni costituiscono l'"alone" del fascio indicato in figura.

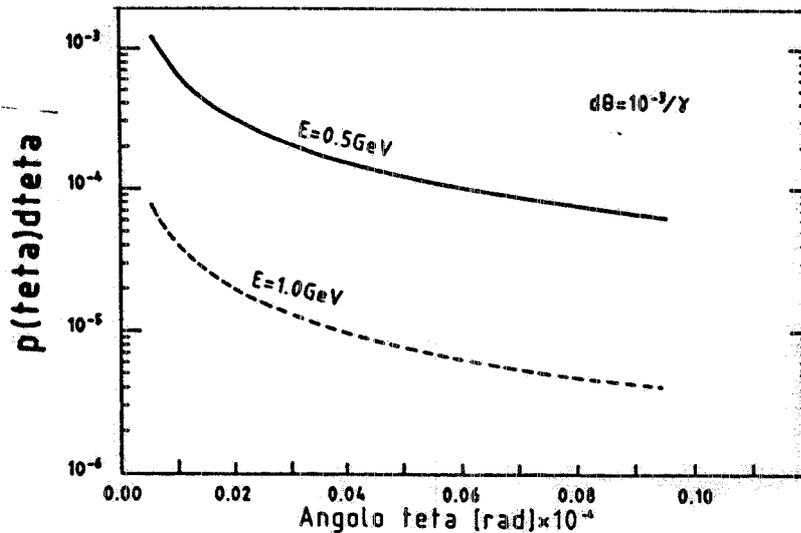


FIG. 4.10 - Distribuzione angolare degli elettroni nell' "alone", in funzione dell'angolo d'irraggiamento.

4.5. - Intensità del fascio di fotoni.

Abbiamo visto nel §4.4 come, a causa dell'irraggiamento sulla jet-target, l'intensità del fascio circolante nell'anello diminuisca esponenzialmente come

$$i(t) = i(0)e^{-t/\tau_R}$$

dove $\tau_R = T/L\sigma_{\text{erad}}$ rappresenta la vita media del fascio circolante che, per una targhetta di Argon di spessore $L = 10^{-8} \text{ gr/cm}^2$, è pari a 130 sec.

Il numero medio di elettroni rimossi dal fascio nel tempo τ_R è dato da:

$$\langle n_e \rangle = (1/\tau_R) \int_0^{\tau_R} n_0 e^{-t/\tau_R} dt = 0.632 n_0$$

dove $n_0 = 2 \times 10^{11}$ è il numero di elettroni accumulati.

Il numero di fotoni al secondo con energia compresa tra k_1 e k_2 è allora dato da

$$n_\gamma = [\sigma_{\text{rad}}(k_1, k_2, E_0) L/T] \langle n_e \rangle$$

con $\sigma_{\text{rad}}(k_1, k_2, E_0) = [(4/3 \log(k_1/k_2) - 4/3 (k_2 - k_1)/E_0 + (k_2^2 - k_1^2)/2E_0^2)] / X_0$ [cm²/g].

Se k_1 coincide con l'accettanza della radio frequenza $\epsilon = 10^{-2} E_0$, e k_2 coincide con l'energia massima del fascio, la quantità tra parentesi quadre nell'espressione di n_γ rappresenta l'inverso della vita media τ_R . Pertanto il numero di fotoni al secondo totali, cioè con energia compresa tra ϵ ed E_0 è pari a $1.3 \cdot 10^9$.

Ponendo invece $k_1 = 0.4 E_0$ e $k_2 = 0.8 E_0$ (che sono i valori minimi e massimi del range energetico del tagging cfr. §6.4), si ottengono $1.15 \cdot 10^8$ fotoni al secondo.

Infine se k_1 e k_2 sono scelti in modo tale da definire una risoluzione in energia pari a 1%, il numero di fotoni al secondo con energia $k_1 < k < k_2$ presenta al variare di k , l'andamento mostrato in Fig. 4.11. Tale andamento che è indipendente dall'energia E_0 del fascio di elettroni incidenti, è

caratteristico della funzione $\sigma_{\text{rad}}(k_1, k_2, E_0)$; il minimo corrisponde a $k=2E_0/3$ e risulta pari a $1.6 \cdot 10^6$ fotoni al secondo. Nella zona $0.4E_0 < k < 0.8E_0$, il numero di fotoni al secondo per cento si può considerare costante (commettendo un errore massimo di circa il 6%) e pari a $1.65 \cdot 10^6$.

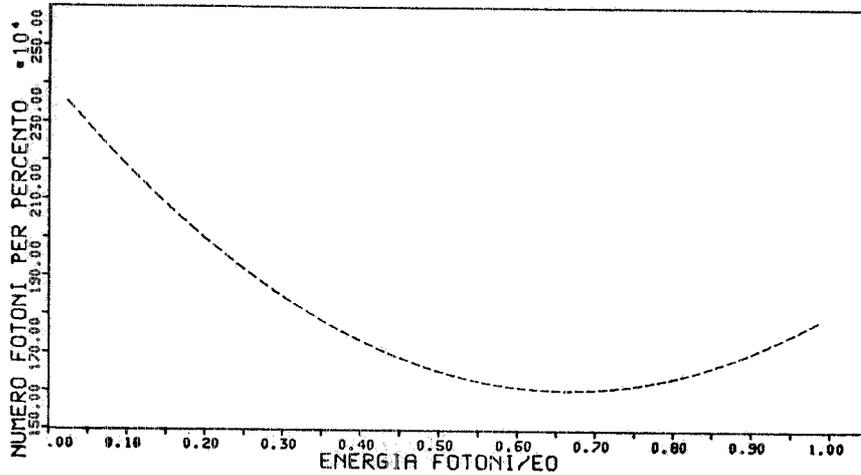


FIG. 4.11 - Numero di fotoni al secondo per percento di energia, in funzione del rapporto k/E_0 .

4.6. - Luminosità

Per un eventuale studio di reazioni di diffusione di elettroni (siano esse inclusive od esclusive), è necessaria una stima della luminosità (e conseguentemente delle velocità di conteggio) ottenibile con la jet-target ed il fascio di Adone. Tali velocità di conteggio saranno poi confrontate con i rispettivi valori nel caso di fasci estratti e targhette convenzionali.

L'espressione della luminosità (definita come il prodotto tra l'intensità del fascio ed il numero di atomi nel bersaglio) può essere scritta in funzione del tempo come:

$$L(t) = [i(0)/e] e^{-t/\tau_R} N_{\text{tar}} \quad [\text{cm}^{-2}\text{sec}^{-1}]$$

con $i(0)$ corrente iniettata nell'anello, e carica dell'elettrone, τ_R vita media del fascio, $N_{\text{tar}} = N_0 L/A$ numero di atomi nel bersaglio. Sostituendo quest'ultima quantità si ottiene:

$$L(t) = 3.75 \cdot 10^{42} i(0) e^{-t/\tau_R} L/A,$$

dove $i(0)$ è espressa in Ampere e L in $[\text{g}/\text{cm}^2]$.

Mediando tale espressione nel tempo τ_R ricaviamo l'espressione per la luminosità media:

$$\langle L \rangle = 2.37 \cdot 10^{42} i(0) L/A,$$

che per $i(0) = 0.1 \text{ A}$, $L \approx 10^{-8} \text{ g}/\text{cm}^2$, ed $A = 40$ risulta pari a

$$\langle L \rangle \approx 6 \cdot 10^{31} \quad [\text{cm}^{-2}\text{sec}^{-1}].$$

Nella Tabella 4.2 sono riportati per confronto i valori di alcuni parametri del fascio (energia,

corrente), del bersaglio (tipo, spessore), e dello spettrometro (accettanza in momento, angolo solido di rivelazione, risoluzione), relativi allo studio delle reazioni (e,e'p) su ^2H [BE81], ^3He [JA82], ^{12}C , ^{28}Si , ^{40}Ca , ^{58}Ni [MO76], eseguito presso l'ALS di Saclay.

TABELLA 4.2

Reazioni	Parametri del fascio		Bersaglio		Spettrometri					
	energia	i(0)	tipo	L	accettanza		Ω		risoluzione	
	[MeV]	[μA]		[mg/cm^2]	in impulso		[msr]		10^{-3}	
					e ⁻	p	e ⁻	p	e ⁻	p
$^2\text{H}(e,e'p)$	500	5	liquido	100	40%	10%	6.7	4.9	0.4	0.1
$^{3,4}\text{He}(e,e'p)$	600	1.5	liquido	209	40%	10%	6.5	5.6	1	1
$^{12}\text{C}(e,e'p)$	497	5	solido	200	6%	10%	3.4	2.2	1.1	1
$^{28}\text{Si}(e,e'p)$	497	5	solido	200	6%	10%	3.4	2.2	1.1	1
$^{40}\text{Ca}(e,e'p)$	497	5	solido	200	6%	10%	3.4	2.2	1.1	1
$^{58}\text{Ni}(e,e'p)$	497	5	solido	82	6%	10%	3.4	2.2	1.1	1

Dall'analisi di tale tabella appare evidente che nel caso di targhette convenzionali si ha un guadagno sullo spessore L di un fattore $2 \cdot 10^7$ ($L \approx 0.2 \text{g}/\text{cm}^2$) rispetto alla jet-target ($L \approx 10^{-8} \text{g}/\text{cm}^2$), mentre per i fasci estratti si ha una diminuzione sulla corrente i(0) di un fattore $\approx 2 \cdot 10^4$ rispetto ai 100 mA circolanti in Adone. Il prodotto Li(0), e quindi il valore della luminosità, risulta perciò maggiore di un fattore $\approx 10^3$ nel caso di targhette convenzionali e fasci estratti. Tale fattore si ripercuoterà sulle velocità di conteggio che (per le reazioni (e,e'p) prese in considerazione in Tabella 4.2) sono date da:

$$N = L \langle d\sigma/d\Omega_e d\Omega_p dp_e dp_p \rangle \Delta\Omega_e \Delta\Omega_p \Delta p_e \Delta p_p.$$

Pertanto, per non ridurre drasticamente il numero di conteggi N, è necessario aumentare gli angoli solidi di rivelazione $\Delta\Omega_e \Delta\Omega_p$ (tipicamente dell'ordine di qualche msr), e le accettanze in impulso $\Delta p_e \Delta p_p$ degli spettrometri, senza peggiorare la risoluzione che, come mostra la Tabella 4.2, risulta $\approx 10^{-3} - 10^{-4}$.

Come già accennato nel §1.3, l'uso di fasci molecolari quali targhette interne è conveniente in tutti quei casi in cui è necessario ricorrere a bersagli sottili. Nel nostro caso inoltre, l'uso di spettrometri magnetici a grandi angoli solidi per la rivelazione dei protoni e degli elettroni, non risulta conveniente, oltre che per l'elevato costo, per il notevole ingombro dei magneti stessi, che mal si concilia con le costrizioni spaziali imposte dalla geometria dell'anello. E' pertanto conveniente rivelare i prodotti pesanti della reazione, utilizzando rivelatori a stato solido posti nelle immediate vicinanze del bersaglio. In tal caso, infatti, si potrebbero avere grandi angoli solidi, ottime risoluzioni e, non rivelando gli elettroni diffusi, scegliere condizioni cinematiche ad alta sezione d'urto (per esempio piccoli angoli di scattering).

Capitolo V

CARATTERISTICHE DEL FASCIO DI FOTONI DI BREMSSTRAHLUNG

5.1. - Collimazione del fascio di fotoni.

I valori dell'intensità del fascio di fotoni forniti nel §4.5, sono stati calcolati senza prendere in considerazione la distribuzione angolare di tale fascio. Questa distribuzione diventa tanto più importante quanto più il bersaglio di fotoreazione è distante dal punto di produzione dei fotoni. Nel nostro caso, essendo la distanza tra il centro della sezione dritta e la parete esterna della sala Adone pari a 18 m, si comprende come la richiesta di avere un fascio di fotoni ben collimato, possa comportare una diminuzione consistente sull'intensità del fascio di fotoni utilizzabile sperimentalmente.

Si rende pertanto necessario uno studio della sezione d'urto di bremsstrahlung differenziale nell'energia e nell'angolo di emissione del fotone. L'espressione della sezione d'urto da noi utilizzata è la seguente [TS74]:

$$\frac{d\sigma_b}{d\Omega dk} = \frac{2\alpha E_0^2}{\pi k m^4} \left\{ \left[\frac{2y-2}{(1+t)^2} + \frac{12t(1-y)}{(1+t)^4} \right] Z(Z+1) + \left[\frac{2-2y+y^2}{(1+t)^2} - \frac{4t(1-y)}{(1+t)^4} \right] [\chi - 2Z^2 f((\alpha Z)^2)] \right\},$$

dove è stato assunto $c=h=1$, E_0 è l'energia dell'elettrone incidente, k l'energia del fotone irraggiato, $y = (k/E_0)$, α è la costante di struttura fine, m è la massa dell'elettrone, $t = (\vartheta^2 E_0^2) / m^2$, Z è il numero atomico, $\chi = \chi_{\text{elastico}} + \chi_{\text{inelastico}}$ termine legato al fattore di forma atomico elastico ed inelastico, f correzione coulombiana (per le espressioni di χ_{elastico} , $\chi_{\text{inelastico}}$, f vedi bibliografia già citata).

Dobbiamo quindi calcolare l'integrale di questa espressione, al variare dell'angolo polare ϑ . Il rapporto tra tale integrale e la sezione d'urto totale di bremsstrahlung σ_{rad} , definita nel §4.5 è pari al rapporto tra il numero di fotoni contenuti nell'angolo ϑ ed il numero totale di fotoni.

Nell'approssimazione di piccoli angoli si può scrivere:

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{\vartheta_{\text{max}}} \frac{d\sigma}{d\Omega dk} d\Omega \approx 2\pi \int_0^{\vartheta_{\text{max}}} \frac{d\sigma}{d\Omega dk} \vartheta d\vartheta,$$

dove ϑ_{max} rappresenta l'estremo superiore dell'intervallo d'integrazione.

Questo integrale è stato risolto numericamente, per un fissato valore di k , con il metodo di Simpson [DA75]. Nelle Figg. 5.1 e 5.2 sono riportati gli andamenti dell'integrale, in funzione

dell'angolo polare ϑ , per le energie estreme di lavoro: $E_0=1500$ MeV e 500 MeV. Le Figg. (a) e (b) si riferiscono ai valori massimo e minimo del range energetico del tagging, rispettivamente $k=0.8E_0$ e $k=0.4E_0$ (cfr. §6.4). Tali figure sono utili per la valutazione dell'angolo polare ϑ a cui viene raggiunto il massimo della sezione d'urto, che risulta ≈ 0.002 rad per $E_0=1500$ MeV (Figg.5.1) e ≈ 0.004 rad per $E_0=500$ MeV (Figg.5.2).

Per risalire al numero di fotoni al secondo con energia compresa tra k_{\min} e k_{\max} il risultato di tale integrazione andrà poi moltiplicato per $\Delta k = k_{\max} - k_{\min}$, e per fattori numerici quali lo spessore della targhetta, il numero medio di elettroni $\langle n_e \rangle$ calcolato nel §4.5, ed il numero di giri percorsi da un elettrone in un secondo.

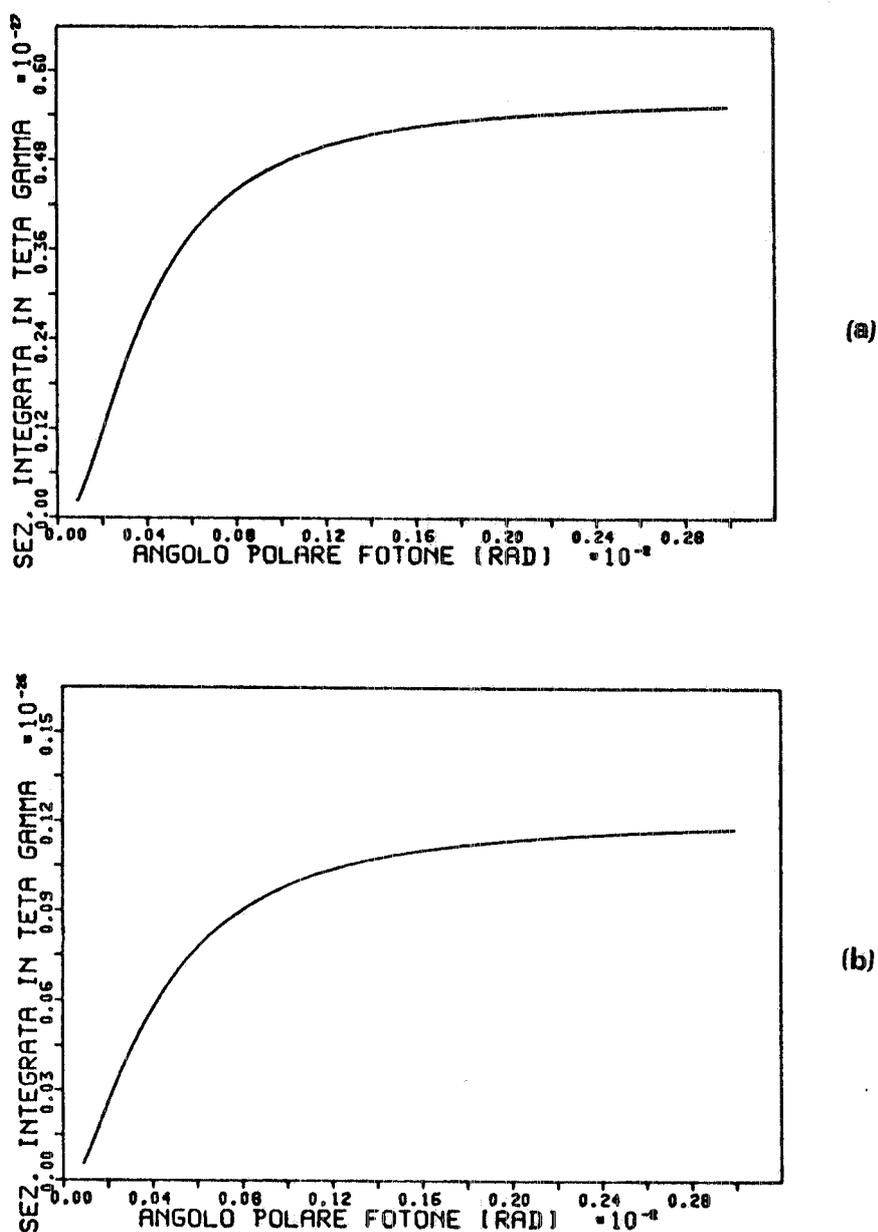


FIG. 5.1 - Andamento della sezione d'urto di bremsstrahlung [TS74], integrata sull'angolo polare del fotone, con $k=0.8E_0$ (a) e $k=0.4E_0$ (b), per $E_0=1500$ MeV.

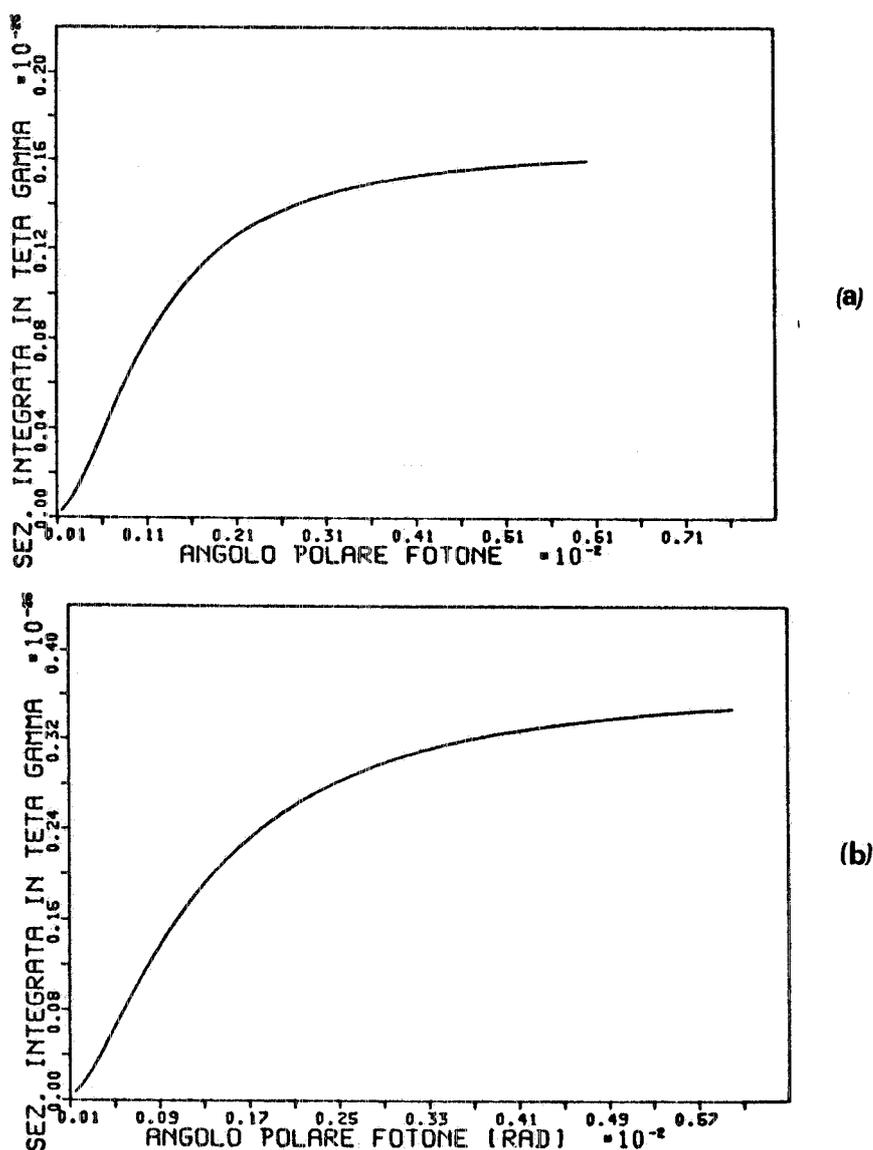


FIG. 5.2 - Andamento della sezione d'urto di bremsstrahlung [TS74], integrata sull'angolo polare del fotone, con $k=0.8E_0$ (a) e $k=0.4E_0$ (b), per $E_0=500$ MeV.

Questo procedimento di moltiplicare per Δk è ovviamente un'approssimazione dell'integrazione in k , il cui errore può essere però facilmente valutato sostituendo nella sezione d'urto differenziale [TS74]

$$\frac{d\sigma}{dk} = \frac{1}{X_0} \left[\frac{4}{3} - \frac{4k}{3E_0} + \frac{k^2}{E_0^2} \right] \frac{1}{k}$$

a k il valore $(k_{\max} + k_{\min})/2$, e a dk il valore $\Delta k = k_{\max} - k_{\min}$.

Se si confronta il risultato di tale sostituzione con quello ottenuto integrando la $d\sigma/dk$ tra k_{\min} e k_{\max} , si ottiene che i due risultati sono identici nel limite in cui $\Delta k/2k = (k_{\max} - k_{\min})/\{2[(k_{\max} + k_{\min})/2]\}$ è piccolo rispetto ad 1. Pertanto se $\Delta k/k=1\%$ l'errore commesso nell'approssimazione è pari allo 0.5%.

Nelle seguenti tabelle sono riportati, per vari valori dell'angolo ϑ , i valori del rapporto tra il

numero di fotoni n_γ contenuti in un cono di semiapertura ϑ , ed il numero di fotoni totali n_{tot} con risoluzione $\Delta k/k=1\%$. I valori di k ed E_0 sono gli stessi delle Figg. 5.1 e 5.2, in particolare la Tabella 5.1 si riferisce ad $E_0=1500$ MeV e la tabella 5.2 ad $E_0=500$ MeV. Se per esigenze sperimentali richiediamo un fascio di fotoni di diametro pari a 4 cm a 18 m dalla jet-target, e cioè una collimazione pari a ± 1.1 mrad, si ha una riduzione dell'intensità utilizzabile a circa il 90% per $E_0=1500$ MeV e $k=1200$ MeV, ed una riduzione a circa l'85% per $k=600$ MeV. Per un'energia del fascio $E_0=500$ MeV,

TABELLA 5.1

ϑ [mrad]	$k \pm \Delta k$	
	1200 \pm 6MeV	600 \pm 3MeV
	n_γ/n_{tot}	n_γ/n_{tot}
0.2	0.19	0.23
0.4	0.54	0.53
0.6	0.70	0.65
0.8	0.78	0.70
1.0	0.85	0.84
1.2	0.92	0.87
1.4	0.94	0.93
1.6	0.95	0.96
1.8	0.97	0.97
2.0	0.99	0.99
2.2	0.99	0.99
$n_{\text{tot}}[\text{sec}^{-1}]$	1.63 \cdot 10 ⁶	1.74 \cdot 10 ⁶

TABELLA 5.2

ϑ [mrad]	$k \pm \Delta k$	
	400 \pm 2MeV	200 \pm 1MeV
	n_γ/n_{tot}	n_γ/n_{tot}
0.1	0.01	0.03
0.5	0.24	0.19
1.0	0.46	0.34
1.5	0.67	0.57
2.0	0.79	0.72
2.5	0.87	0.80
3.0	0.91	0.86
3.5	0.93	0.91
4.0	0.98	0.95
4.5	0.98	0.98
$n_{\text{tot}}[\text{sec}^{-1}]$	1.63 \cdot 10 ⁶	1.74 \cdot 10 ⁶

abbiamo invece una riduzione dell'intensità del fascio di fotoni a circa il 46% per $k=400$ MeV ed al 34% per $k=200$ MeV.

5.2. - Spettro e dimensioni del fascio di fotoni sul punto bersaglio.

Per la valutazione dello spettro e delle dimensioni del fascio di fotoni sul punto bersaglio è stato messo a punto un programma di simulazione basato sul metodo di Monte Carlo. I dati d'ingresso del programma sono l'energia del fascio di elettroni, le sue dimensioni (σ_x, σ_y), la sua divergenza angolare (σ'_x, σ'_y), lo spessore e la densità della targhetta.

Per poter effettuare esperimenti a basso fondo, occorre trasportare il fascio di fotoni fuori della sala Adone ad una distanza, come già detto, di circa 18 metri, essendo la distanza centro di una sezione dritta-parete interna della sala ≈ 17 metri e lo spessore della parete pari ad un metro. Praticando su di essa un foro di 4 cm di diametro avremo all'uscita una collimazione di ± 1.1 mrad. I piani su cui interessano lo spettro e le dimensioni del fascio sono quelli all'ingresso e all'uscita del collimatore e nel punto bersaglio (targhetta di fotoreazione), fissato 1 metro dopo l'uscita del collimatore.

a) Logica del programma

Il sistema di riferimento da noi scelto è quello del laboratorio, sistema destrorso in cui il fascio di elettroni incidenti viaggia lungo l'asse z, l'asse x è orizzontale, quello y è verticale: $y > 0$ significa alto, $x > 0$ è fissato di conseguenza. L'origine di tale sistema è posta sulla superficie d'ingresso al radiatore.

Un dato numero di elettroni incide sulla jet-target, le posizioni e gli angoli di incidenza $x_0, x'_0, (y_0, y'_0)$ vengono estratti secondo l'ellisse descritta dal fascio nello spazio delle fasi [MAR84].

Dallo studio sull'interazione del fascio di Adone con la jet-target (cfr. capitolo IV) abbiamo visto che processi fisici quali lo scattering multiplo sulla targhetta o perdite di energia per ionizzazione, risultano tali da non influire nè sulla vita media, nè sull'emittanza del fascio di elettroni. Tali tipi d'interazione sono pertanto trascurati nel calcolo di simulazione e viene considerata soltanto la bremsstrahlung.

Il punto d'irraggiamento nella targhetta viene estratto uniformemente all'interno dello spessore effettivo attraversato dagli elettroni. Da tale punto si estraggono uniformemente nell'angolo solido $\Delta\Omega_\gamma$ gli angoli d'emissione del fotone, angoli che sono perciò riferiti alla direzione di volo dell'elettrone. Essendo la distanza collimatore-targhetta pari a 17 metri, la dipendenza dell'angolo di estrazione $\Delta\Omega_\gamma$ dal punto d'irraggiamento all'interno della targhetta (il cui spessore è pari ad 1 cm) è trascurabile. Al fine di minimizzare il numero di estrazioni, non è pertanto necessario variare il $\Delta\Omega_\gamma$ a seconda della direzione di volo dell'elettrone e del punto d'irraggiamento considerato.

Ciascun elettrone emette un numero di fotoni fissato dalla richiesta che la densità di fotoni emessi

da ogni elettrone rimanga costante. Se $\Delta\Omega_\gamma$ non dipende dal particolare elettrone preso in considerazione, anche il numero di fotoni emessi da ciascun elettrone resta costante.

Poichè l'energia k del fotone estratto può essere qualunque nel range energetico considerato ($0.4E_0 < k < 0.8E_0$), si esegue una scansione di tale intervallo con passo ΔE , e per ogni valore di k così fissato si calcola il valore della $d\sigma/d\Omega dk$ usando l'espressione data nel §5.1. Ogni evento viene pesato secondo la rispettiva sezione d'urto, e vengono inoltre memorizzate le posizioni di ciascun elettrone all'ingresso del collimatore.

Dopo aver riferito gli angoli di emissione del fotone rispetto al sistema x, y, z , si valuta se il fotone passa il collimatore. Se ciò avviene vengono memorizzate le posizioni dei fotoni all'uscita del collimatore e nel punto bersaglio, e vengono calcolati i relativi spettri. Per la determinazione di quest'ultimi tutti gli eventi, opportunamente pesati per la sezione d'urto, sono moltiplicati per il fattore di normalizzazione che tiene conto del numero di Avogadro, del numero di massa e dello spessore della targhetta, dell'angolo solido $\Delta\Omega_\gamma$ del numero di elettroni estratti, del numero di fotoni estratti per ciascun elettrone e del passo della scansione.

b) Risultati del calcolo di simulazione

Le uscite del Monte Carlo relative alle distribuzioni radiali del fascio sono riportate nelle Figg. 5.3, 5.4. Nella Fig. 5.3 sono mostrate le distribuzioni radiali all'ingresso, all'uscita del collimatore e sul punto bersaglio, relativamente ad $E_0=1500$ MeV. Nella Fig. 5.4 sono riportate le corrispondenti distribuzioni nel caso $E_0 = 500$ MeV. Va detto che le distribuzioni verticali non sono riportate in quanto del tutto analoghe a quelle radiali, inoltre sono stati omessi gli errori su tutti gli istogrammi poichè minori o uguali a qualche percento.

Se si considera la distribuzione del fascio di fotoni all'ingresso del collimatore di ± 1.2 mrad per $E_0=1500$ MeV e $0.4E_0 < k < 0.8E_0$, si ottiene, per il rapporto tra l'area contenuta entro ± 20 mm (apertura collimatore) e l'area totale, il valore $\approx 90\%$. Questo è naturalmente intermedio tra i valori previsti (cfr. Tabella 5.1) per $k=1200$ MeV (92%) e $k=600$ MeV (87%).

Il rapporto tra la distribuzione all'uscita e la distribuzione all'ingresso del collimatore risulta $\approx 86\%$ (quantità consistente con una collimazione di ± 1.1 mrad); quindi attraversando un collimatore la cui lunghezza è pari ad un metro, l'intensità dei fotoni si riduce ulteriormente di circa il 4%.

Per $E_0=500$ MeV il rapporto tra la distribuzione all'ingresso del collimatore contenuta entro ± 20 mm e la distribuzione totale è pari al 56%, mentre il rapporto tra l'area in uscita e l'area in ingresso risulta $\approx 42\%$. In questo caso attraversando il collimatore l'intensità del fascio si riduce di circa il 14%, e ciò è dovuto alla maggiore divergenza angolare dei fotoni rispetto al caso $E_0=1500$ MeV. Per lo stesso motivo il fascio sul punto bersaglio risulta più largo e con bordi molto netti, come mostra la Fig. 5.4 (c).

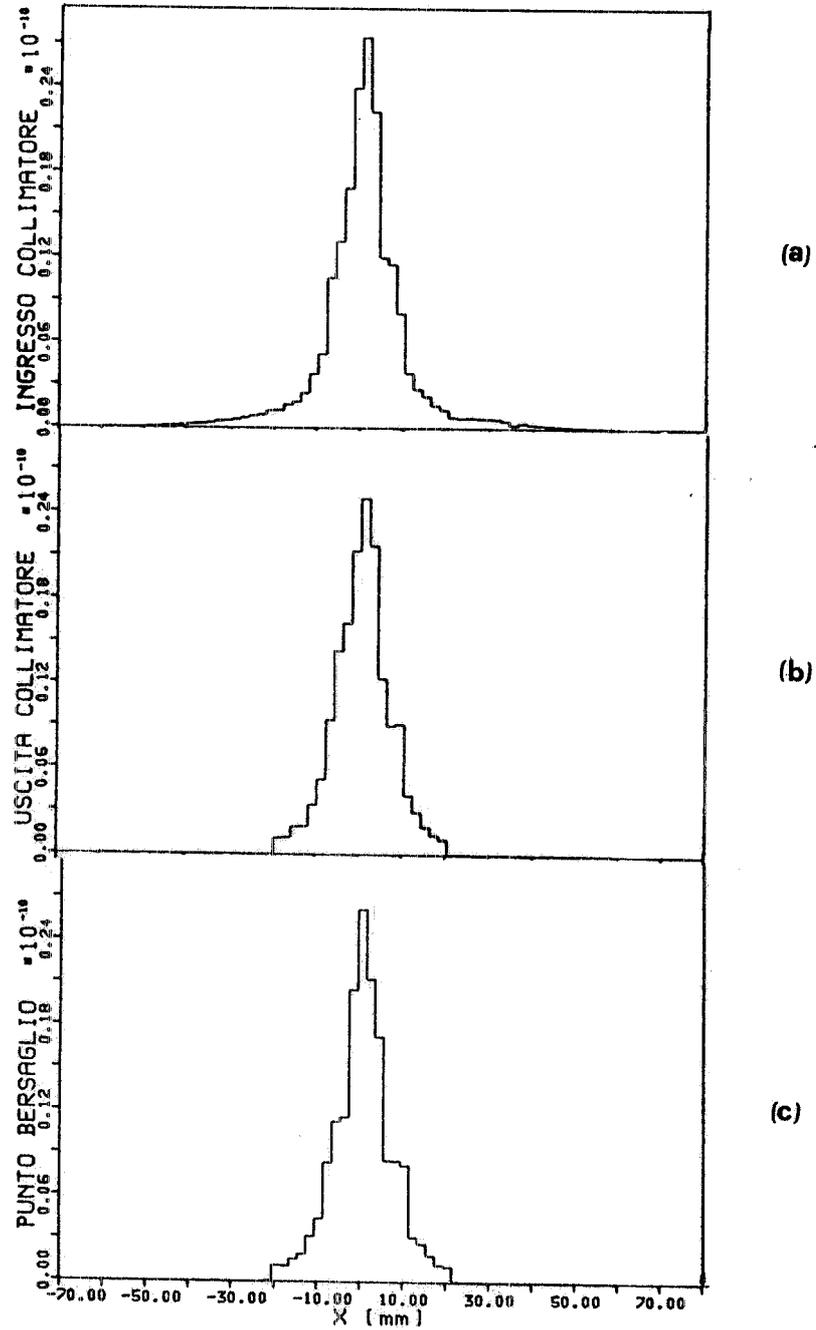


FIG. 5.3 - Distribuzioni radiali all'ingresso (a), all'uscita del collimatore (b) e sul punto bersaglio (c), relativamente ad $E_0=1500$ MeV.

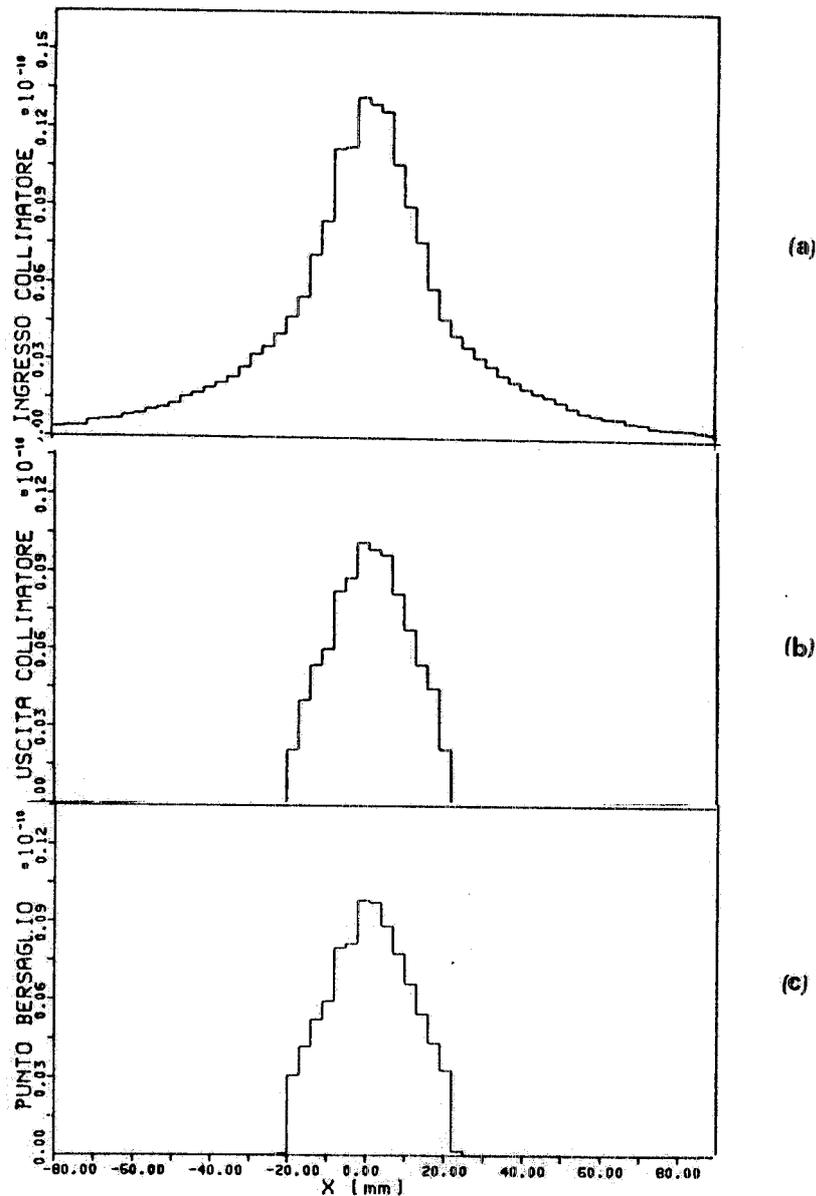


FIG. 5.4 - Distribuzioni radiali all'ingresso (a), all'uscita del collimatore (b) e sul punto bersaglio (c), relativamente ad $E_0=500$ MeV.

Nella Fig.5.5 sono riportati gli spettri per $E_0=1500$ MeV (a) e per $E_0=500$ MeV (b). La linea continua rappresenta lo spettro all'ingresso del collimatore, la linea tratteggiata è in realtà la sovrapposizione di due diverse linee che rappresentano gli spettri all'uscita del collimatore e sul punto bersaglio.

Il rapporto tra i valori dello spettro in uscita e quello in ingresso diminuisce al diminuire di E_0 , essendo la divergenza angolare dei fotoni proporzionale ad $1/E_0$. Naturalmente il valore di tale rapporto è, per entrambi i valori di E_0 , consistente con i valori della collimazione discussi precedentemente.

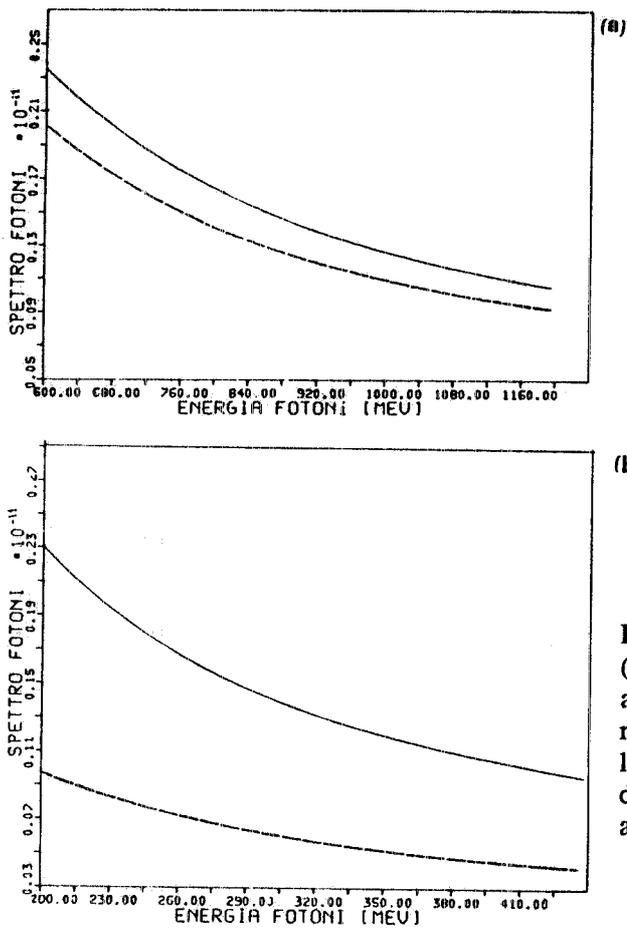


FIG. 5.5 - Spettri dei fotoni per $E_0=1500$ MeV (a) e per $E_0=500$ MeV (b), relativamente all'intervallo $0.4E_0 < k < 0.8E_0$. La linea continua rappresenta lo spettro all'ingresso del collimatore, la linea tratteggiata è in realtà la sovrapposizione di due diverse linee che rappresentano gli spettri all'uscita del collimatore e sul punto bersaglio.

5.3. - Considerazioni sul rapporto coincidenze vere casuali e limitazioni sull'intensità dei fotoni.

Un limite all'utilizzo della massima intensità di fotoni ottenibile è posto dall'effetto della struttura temporale del fascio sul rapporto tra il numero di coincidenze vere e coincidenze casuali.

Nel caso di un fascio continuo, nel quale le particelle sono distribuite in maniera casuale nel tempo, il numero di coincidenze casuali al secondo è dato da:

$$A = 2N_1N_2\tau \quad [1]$$

dove N_1 e N_2 sono i conteggi al secondo dei rivelatori 1 e 2 e τ è il potere risolutivo della coincidenza tra i due rivelatori.

Nel caso di un fascio pulsato, caratterizzato da una struttura periodica consistente in impulsi di durata T_1 sec seguiti da intervalli di durata T_2 sec e quindi da un duty-cycle $D = T_1/(T_1+T_2)$, vale la relazione [GR66]:

$$A = 2N_1N_2\tau'. \quad [2]$$

Se $\tau = mT_1$ con $0 \leq m \leq 1$, allora $\tau' = (2m - m^2)T_1/2D$; se $T_1 \leq \tau \leq T_2$ si ha $\tau' = T_1/2D$; infine per $T_2 \leq \tau \leq T_1 + T_2$ (cioè $\tau = (1/D - m)T_1$) risulta $\tau' = (2 - 2m + m^2)T_1/2D$ [GR66]. In particolare per valori di τ compresi tra T_1 e T_2 (come nel caso di Adone in cui $T_1 \approx 1$ nsec e $T_2 \approx 20$ nsec cfr. 4.2) si ha:

$$\tau' = \frac{1}{2} \frac{T_1}{D} = \frac{1}{2f}, \quad [3]$$

dove $f = 1/(T_1 + T_2)$ è la frequenza della cavità. Quindi dalla [2] si ricava che il numero di coincidenze casuali al secondo, dato da:

$$A = \frac{N_1 N_2}{f}. \quad [4]$$

non dipende dal potere risolutivo della coincidenza.

Consideriamo ora il caso specifico di un esperimento di fotodisintegrazione (γ, X) con fotoni marcati. In questo caso:

- N_1 è il numero di elettroni al secondo sul contatore di tagging corrispondenti a fotoni di energia $k \pm \Delta k/2$:

$$N_1 = N_\gamma(k) \Delta k \frac{1}{\varepsilon_t} \quad [5]$$

dove ε_t è l'efficienza di tagging (cfr. §2.4) ed $N_\gamma(k) \Delta k$ è il numero di fotoni di energia $k \pm \Delta k/2$ sul bersaglio.

- N_2 è il numero di singole al secondo nel rivelatore delle particelle X. Indicando con: $d\sigma^*/d\Omega$ la somma di tutte le sezioni d'urto differenziali di produzione delle particelle X; ε_0 , $\Delta\Omega$ e E_t l'efficienza, l'angolo solido e l'energia di soglia del rivelatore; N_b il numero di atomi del bersaglio si ha:

$$N_2 = \int_{E_t}^{E_0} N_\gamma(k) \frac{d\sigma^*}{d\Omega}(\vartheta, k) \Delta\Omega N_b \varepsilon_0 dk \quad [6]$$

- N_v è il numero di coincidenze vere tra i due rami dovute a fotoni nell'intervallo energetico $k \pm \Delta k/2$:

$$N_v = N_\gamma(k) \frac{d\sigma}{d\Omega}(\vartheta, k) \Delta\Omega N_b \varepsilon_0 \Delta k, \quad [7]$$

dove $d\sigma/d\Omega$ è la sezione d'urto del processo in studio. Naturalmente

$$\frac{d\sigma^*}{d\Omega} = (1 + F) \frac{d\sigma}{d\Omega} \quad [8]$$

avendo indicato con F la frazione in più sulla sezione d'urto che distingue le singole dalle coincidenze.

Il rapporto R tra le coincidenze vere e quelle casuali è dato, per la [4], da:

$$R = \frac{N_v}{N_1 N_2} f \quad [9]$$

da cui, per le [5] [6] [7], e nell'ipotesi che le sezioni d'urto siano lentamente variabili con l'energia nell'intervallo considerato, si ha:

$$R \approx \frac{f \cdot \varepsilon_t}{(1+F) \int_{E_t}^{E_0} N_v(k) dk} \quad [10]$$

Poichè $F \geq 0$ ed $\varepsilon_t < 1$, si ha:

$$R < \frac{f}{\int_{E_t}^{E_0} N_v(k) dk}, \quad [11]$$

cioè il numero totale di fotoni utilizzabili $N_v = \int_{E_t}^{E_0} N_v(k) dk < \frac{f}{R}$.

Essendo $f = 5 \cdot 10^7$ Hz, se si vuole un rapporto vere/casuali uguale all'unità, il numero massimo di fotoni al secondo utilizzabili è $5 \cdot 10^7$, che significa $5 \cdot 10^5$ fotoni al secondo per canale di tagging se richiediamo una risoluzione in energia $\Delta k/k = 1\%$ per ciascun canale di tagging.

5.4. - Miglioramento del rapporto vere-casuali

Nell'attuale configurazione di macchina, un miglior rapporto vere/casuali può ottenersi:

- riducendo l'intensità del fascio di fotoni (minore corrente di elettroni circolante, ovvero riduzione della densità del jet molecolare), quando ciò non comporti velocità di conteggio troppo basse;
- effettuando esperimenti a cinematica completa. In questo caso, utilizzando le leggi dell'energia e dell'impulso, è possibile fissare una finestra software sull'energia dei prodotti rivelati uguale, al limite, alla larghezza Δk del canale stesso. Se $\Delta k/k = 1\%$, si ottiene:

$$R_{\max} = \frac{f}{\int_{k_1}^{k_2} N_v(k) dk} = \frac{f}{1.65 \cdot 10^6} \approx 30 \quad [12]$$

dove $1.65 \cdot 10^6$ è il numero medio di fotoni al secondo, per percento di energia, calcolato nel §4.5.

E' quindi evidente che la piena intensità del fascio può essere utilizzata solo in esperimenti esclusivi, con pesanti limiti alla sperimentazione inclusiva, certamente non meno interessante.

Nel §5.3 abbiamo visto che, purchè il tempo risolutivo della coincidenza risulti $T_1 < \tau < T_2$, è

possibile ridurre il numero di casuali aumentando la radiofrequenza essendo $\tau' = 1/2f$ (cfr.[3]). Ad esempio, passando dall'attuale cavità di Adone a 50 MHz ad una nuova cavità a 350 MHz, R migliora di un fattore 7.

E' importante inoltre osservare che, se il tempo risolutivo della coincidenza non verifica la condizione

$$\tau \leq T_1 + T_2 \leq \frac{1}{f} \quad [13]$$

ovvero, per un dato τ , se la frequenza è tale che l'intervallo tra due impulsi è dell'ordine di τ , anche l'impulso successivo di macchina viene a contribuire al rate delle casuali, con un aumento di un fattore 2 nel numero di tali coincidenze. Ciò risulta evidente se si considera che per $T_2 \leq \tau \leq T_1 + T_2$, cioè $\tau = (1/D - m)T_1$, risulta $\tau' = (2 - 2m + m^2)T_1/2D$, come già detto nel §5.3. Pertanto nel caso in cui $\tau = T_1 + T_2$, cioè $m=0$, si ottiene $\tau' = T_1/D = 1/f$, e quindi le coincidenze casuali raddoppiano rispetto al caso $T_2 \leq \tau \leq T_1$. Questa considerazione impone, per un tempo risolutivo $\tau = 2 + 3$ nsec, la scelta di una frequenza RF non superiore a circa 350 MHz.

E' significativo osservare che il miglioramento del rapporto vere/casuali proporzionale alla frequenza, non è accompagnato ad un miglioramento del duty-cycle del fascio. Infatti (vedi [TA121]), nell'ipotesi di mantenere costante l'accettanza di radiofrequenza, l'aumento di frequenza comporta una diminuzione della durata del "bunch" di elettroni, per cui, per numeri armonici elevati, il duty-cycle rimane circa costante (e inversamente proporzionale all'energia). La figura 5.6 mostra l'andamento del duty cycle in funzione del numero armonico K, per $E_0 = 1000$ MeV ed un'accettanza della radiofrequenza $\epsilon_{\max} = 10\sigma_{E0}$, con σ_{E0} definita dalla (14) del §4.1. Nella stessa figura è riportata l'andamento della semidurata del bunch σ_τ (moltiplicata per un fattore 10), legata al duty cycle dalla relazione $D = (2\pi)^{1/2} \sigma_\tau K / T_0$, con T_0 periodo di rivoluzione [TA121].

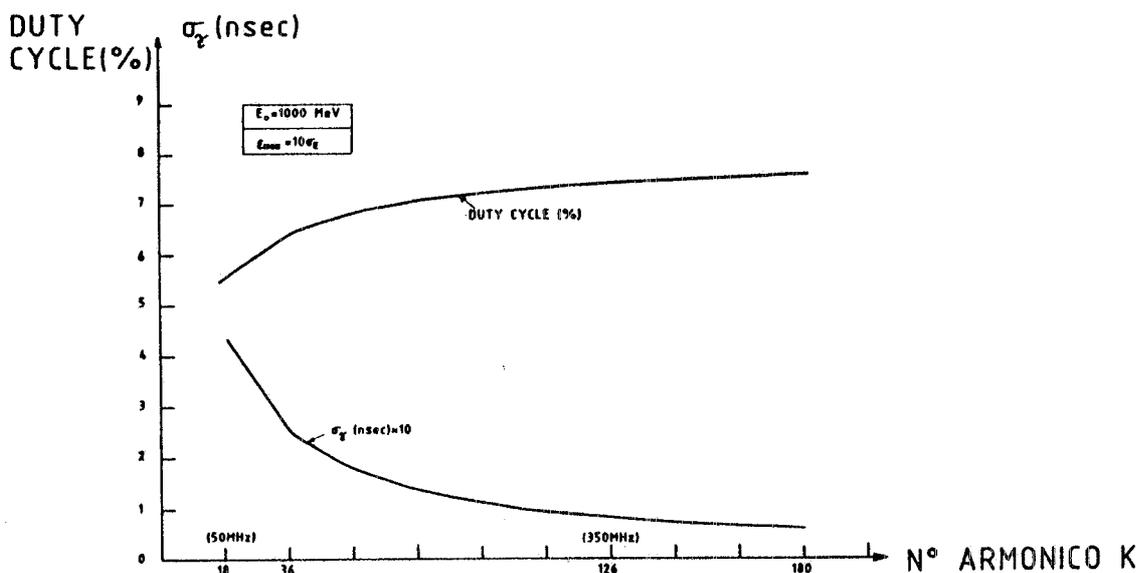


FIG. 5.6 - Andamento del duty-cycle e della semidurata del bunch, in funzione del numero armonico K, per $E_0 = 1000$ MeV ed un'accettanza della radiofrequenza $\epsilon_{\max} = 10\sigma_{E0}$. Per motivi di scala la semidurata del bunch è moltiplicata per un fattore 10 [TA121].

5.5. - Controllo dei parametri del fascio

Per il controllo dei parametri di fascio sono previsti due monitor: il primo per misure assolute di spettro energetico e di flusso a bassa luminosità, il secondo per le stesse misure anche in condizioni di esperimento. Come spettrometro assoluto si pensa di utilizzare un rivelatore ad assorbimento totale. Infatti tra gli scintillatori, il BGO appare particolarmente adatto alle energie elevate, per il basso valore della lunghezza di radiazione $X_0 = 1.1$ cm (contro 2.6 cm nell'NaI). Inoltre il basso valore di emissione luminosa (circa il 10% dell'NaI) e la relativa disomogeneità dei cristalli più grandi dovrebbero costituire un minore svantaggio per sciame di energia elevata. Un calcolo di Monte Carlo, effettuato a $E_\gamma = 1$ GeV, ha mostrato che sono sufficienti 32 cm di BGO per assorbire il 99% dell'energia incidente. Tale calcolo è stato eseguito utilizzando i programmi riportati nelle referenze [CO81] e [TA83], assumendo un diametro del cristallo di 10 cm, il massimo per ora ottenibile con accettabile omogeneità, e considerando un fascio di fotoni di circa 1 cm di raggio. In figura 5.7 (c) è riportata la distribuzione dell'energia assorbita ottenuta dal calcolo: la larghezza FWHM è pari a circa il 3%, ed è in gran parte dovuta alle fughe dalla superficie laterale del cristallo, pari in media a circa 40 MeV di energia. Se si aggiunge attorno al cristallo assorbitore uno scintillatore di NaI a forma di anello, di circa 15 cm di spessore, e lo si pone in anticoincidenza si è in grado di eliminare le fughe di energia superiori a ≈ 20 MeV, portando la larghezza FWHM a circa l'1%, ma abbassando l'efficienza di rivelazione a circa il 45% (Fig. 5.7(d)).

La risoluzione energetica totale è determinata dalla convoluzione della distribuzione di Fig.5.7(d) sulla risposta ottica del fotomoltiplicatore: per mantenere la larghezza del picco dell'ordine dell'1% è quindi necessario ottimizzare la raccolta di luce in tutti i punti del cristallo. Il disegno costruttivo dello spettrometro è riportato nelle figure 5.7(a) e 5.7(b). Il cristallo centrale è costituito da 4 scintillatori BGO ciascuno di diametro 10 cm e altezza 8 cm, accoppiati otticamente per una lunghezza di cm 32. La luce viene raccolta dalla superficie laterale di ciascun scintillatore tramite 3 coppie di fototubi Philips XP 2012 da 32 mm, poste a 120° una dall'altra. Tre spicchi cilindrici di ioduro di sodio spessi 15 cm, ciascuno visto da 3 fototubi Hamamatsu R1652 da 75 mm, costituiscono la anticoincidenza. Questo sistema permette l'ottimizzazione della raccolta di luce e la minimizzazione degli effetti di disomogeneità assiale nei BGO, a spese tuttavia dell'efficienza geometrica della anticoincidenza. Anche la velocità di conteggio resta limitata dal tempo di decadimento dell'impulso luminoso nel BGO ($\tau \approx 400$ ns) a frequenze medie non superiori a 10^4 - 10^5 eventi/sec.

Come monitor relativo veloce si può utilizzare lo stesso sistema di tagging. Poichè i rivelatori plastici permettono velocità di conteggio da pochi eventi fino a 10^6 impulsi/sec, è possibile misurare la probabilità e l'efficienza del rivelatore di tagging, utilizzando lo spettrometro BGO in parallelo sul fascio a basso flusso ($\approx 10^4$ γ /sec) ed utilizzare l'apparato così calibrato per dosimetria assoluta anche alle intensità elevate.

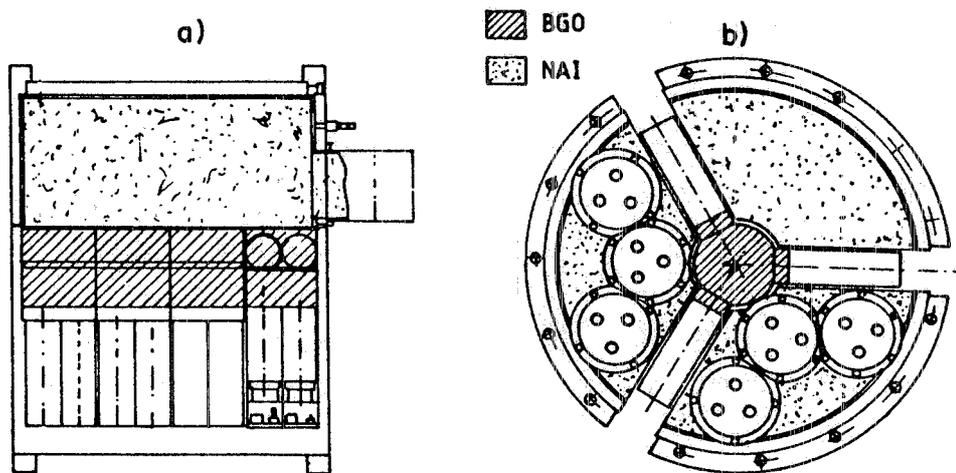


FIG. 5.7 - (a) Disegno costruttivo dello spettrometro assorbitore, costituito da 4 scintillatori BGO, accoppiati otticamente per una lunghezza di 32 cm. b) 3 spicchi cilindrici di NAI di spessore ≈ 15 cm. Sono inoltre mostrati i fototubi per la raccolta di luce sul BGO e sul NAI.

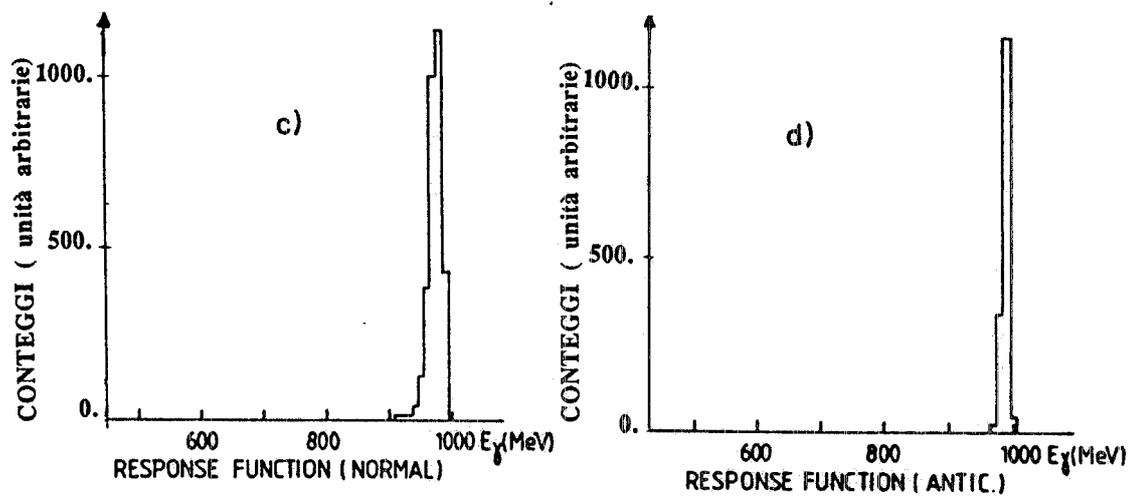


FIG. 5.7 - (c) Distribuzione dell'energia assorbita dal BGO, ottenuta da un calcolo di Montecarlo, per fotoni con $E_\gamma = 1$ GeV. (d) Distribuzione relativa al caso in cui il BGO è posto in anticoincidenza con l'NAI.

Capitolo VI

CARATTERISTICHE DEL SISTEMA DI TAGGING

6.1. - Descrizione dello spettrometro

Il magnete che utilizzeremo come spettrometro del tagging è il magnete di Adone posto immediatamente a valle della sezione dritta in cui è installata la jet target. Questo è un magnete a settore con raggio di curvatura pari a 500 cm, ed apertura angolare di 29° meccanici. La sua sezione è a forma di C con il giogo verso l'interno e con i poli sagomati ai bordi. Le dimensioni del traferro, la distanza mezziera polo-metà tip, e le dimensioni di quest'ultimo sono riportati in millimetri in Fig. 6.1.

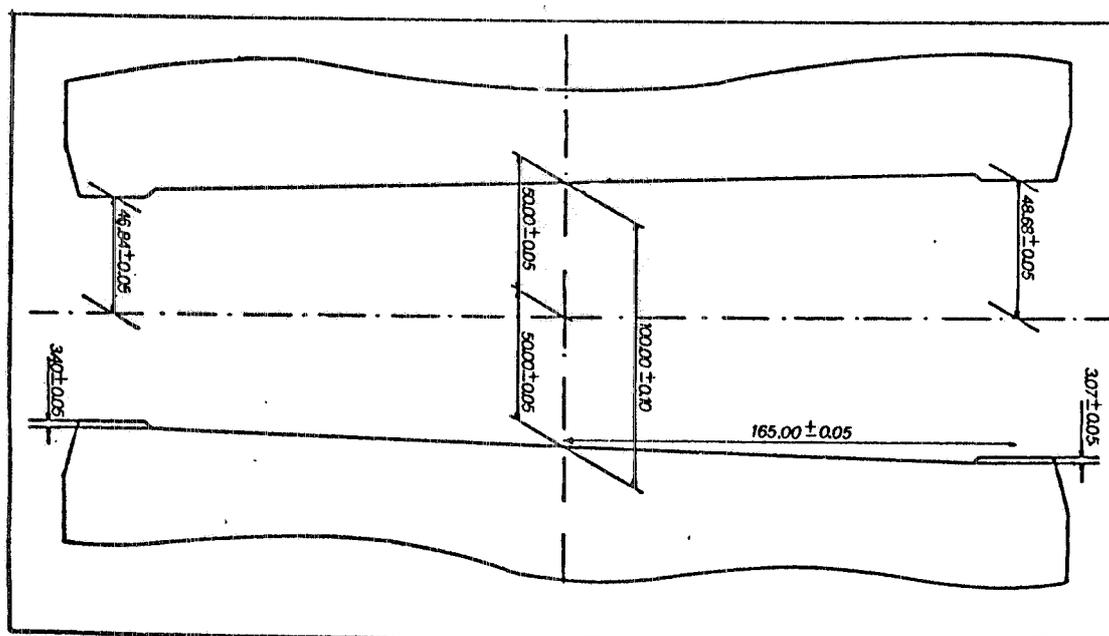


FIG. 6.1 - Dimensioni, in millimetri, del traferro del magnete curvante di Adone. L'intersezione delle linee a tratto-punto rappresenta la posizione dell'orbita centrale.

In Fig. 6.2 è mostrata la pianta sezionata sull'asse del magnete con il sistema di riferimento in cui viene dato il campo magnetico ed in seguito utilizzato per i calcoli di ottica. Le coordinate scelte sono quelle cilindriche: $R=500$ cm è il raggio dell'orbita di equilibrio, rappresentata in figura con la linea tratteggiata; le coordinate r e ϑ individuano in ogni punto del piano la posizione dell'elettrone, la sua quota z è riferita al centro del traferro del magnete. Il sistema sinistrorso tiene conto del fatto che gli elettroni in Adone circolano in senso antiorario.

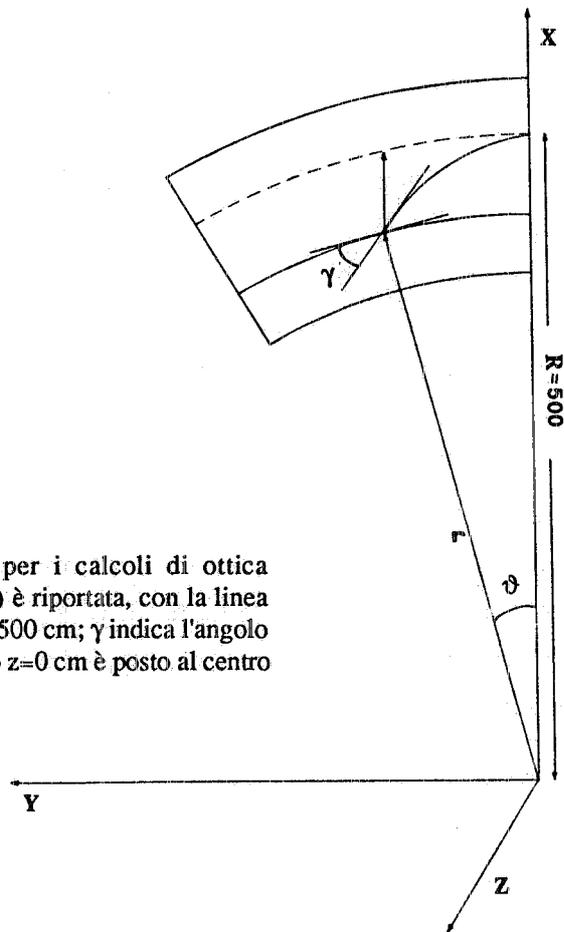


FIG. 6.2 - Sistema di riferimento utilizzato per i calcoli di ottica magnetica. Sulla pianta del magnete (non in scala) è riportata, con la linea tratteggiata, la traiettoria di equilibrio di raggio $R=500$ cm; γ indica l'angolo di incidenza sulla circonferenza di raggio r . Il piano $z=0$ cm è posto al centro del traferro del magnete.

Detto B_0 il valore del campo magnetico sull'orbita di equilibrio ed n l'indice di foccheggiamento del magnete, le componenti verticali e radiali del campo magnetico sono date dalle seguenti relazioni [SE67]:

- 1) $B_z = B_0 (r/R)^{-n}$
- 2) $B_r = -n(B_0 z)/R$.

Per la determinazione di tali componenti abbiamo a disposizione gli andamenti dell'indice di campo n , per un valore del campo sull'orbita di equilibrio $B_0=10000$ Gauss, che corrisponde ad un fascio di 1500 MeV di energia, in funzione del raggio espresso tramite la variabile $x=r-R$. Tali andamenti sono dati nei piani $z = 0$ cm Fig. 6.3 (a) e $z = 1.5$ cm Fig. 6.3 (b). La componente B_z del campo magnetico è ricavata da uno sviluppo in serie della relazione 1), sviluppo che permette di avere B_z in funzione di $r-R$:

$$B_z = B_0 (1 - n(r-R)/R)$$

L'andamento di B_z , che è praticamente identico nei due piani, è riportato in Fig.6.4.

Le misure magnetiche esistenti coprono la regione da $r=489$ cm a $r = 511.5$ cm, mentre per la progettazione dell'apparato di rivelazione degli elettroni è utile averle, nella zona di deflessione degli elettroni, almeno fino al bordo del polo, ossia fino a $r=483$ cm. Per questo motivo, in attesa di poter effettuare una misura di campo (cosa possibile soltanto dopo aver tolto la camera da vuoto del

magnete), abbiamo estrapolato linearmente, fino ad $r=483$ cm, l'andamento di B_z desunto tra 489 $\text{cm} \leq r \leq 489.5$ cm. La linea a tratto pieno nella Fig. 6.5 corrisponde a tale estrapolazione.

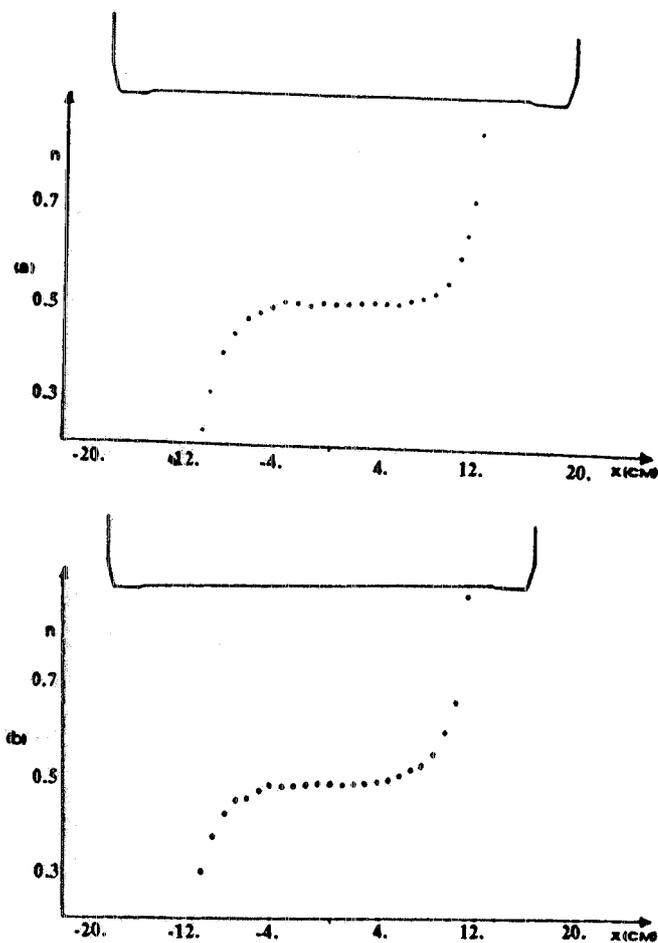


FIG. 6.3 - Andamenti dell'indice di campo n in funzione di $x=r-R$ nei piani $z=0$ cm (a) e $z=1.5$ cm (b).

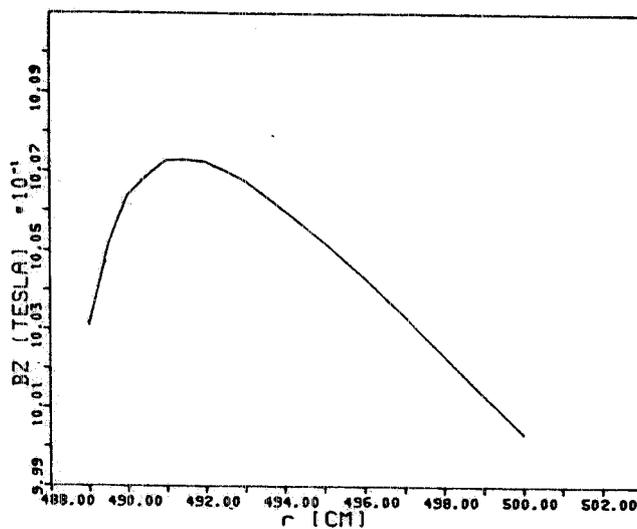


FIG. 6.4 - Componente verticale del campo magnetico in funzione del raggio r .

Per valutare l'effetto sul calcolo delle traiettorie dovuto ad un' errata valutazione del campo nella zona di estrapolazione, abbiamo calcolato le traiettorie con altre tre diverse estrapolazioni, precisamente:

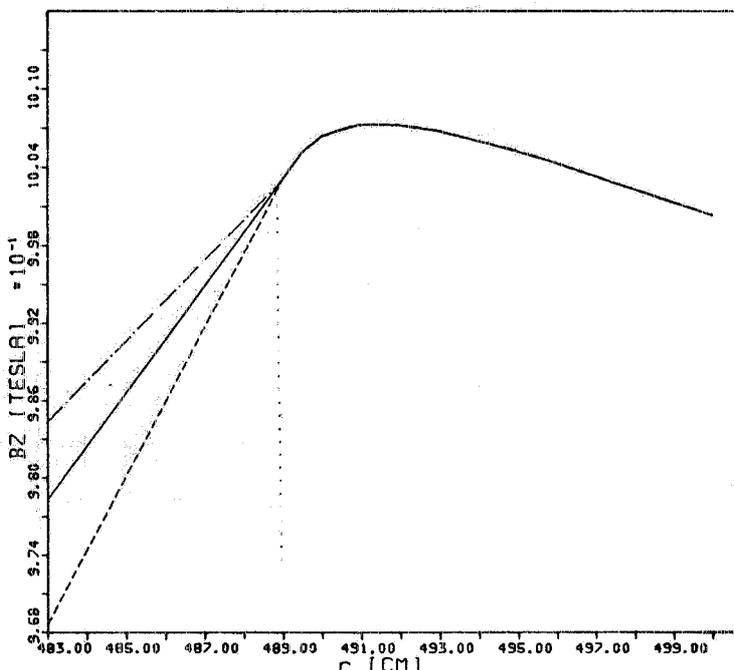
- estrapolazione lineare utilizzando i valori di B_z misurati tra $489 \text{ cm} \leq r \leq 490 \text{ cm}$ (linea a tratto-punto in Fig. 6.5);
- estrapolazione lineare applicando al coefficiente angolare desunto dai valori $489 \text{ cm} \leq r \leq 489.5 \text{ cm}$, una variazione pari a quella riscontrata passando da $489.5 \text{ cm} \leq r \leq 490 \text{ cm}$ a $489 \text{ cm} \leq r \leq 489.5 \text{ cm}$ (linea tratteggiata in Fig. 6.5);
- caduta a gradino del campo magnetico al valore di 0 Gs per $r < 489 \text{ cm}$ (linea punteggiata in Fig. 6.5).

Le variazioni percentuali dell'integrale di campo calcolato, per $485 \text{ cm} \leq r \leq 489 \text{ cm}$, nei casi a), b), c), rispetto al valore dell'integrale del campo rappresentato con la linea continua in Fig. 6.5, sono rispettivamente $+0.185\%$, -0.225% , -100% . Le corrispondenti differenze, riscontrate sulla circonferenza di raggio $r=485 \text{ cm}$, per le traiettorie calcolate nei casi a), b), c) sono rispettivamente $+1.7 \times 10^{-3} \text{ cm}$, $-2.0 \times 10^{-3} \text{ cm}$, -1.0 cm . L'ultimo valore, ottenuto da un caso palesemente limite, rappresenta l'effetto massimo sulle traiettorie dovuto ad una non corretta valutazione del campo. Pertanto la mancanza di valori misurati del campo per $r \leq 489 \text{ cm}$, permette una progettazione dell'apparato di rivelazione degli elettroni senza grandi elementi di incertezza, essendo, come vedremo più oltre, la risoluzione spaziale di tale apparato $\geq 1 \text{ cm}$.

L'effetto del campo residuo all'ingresso del magnete curvante è mostrato in Fig. 6.6, in cui il rapporto B_z/B_0 , (per $B_0=10000 \text{ Gauss}$), è dato in funzione della distanza s dal bordo del polo.

Il valore $s=0 \text{ cm}$ su tale grafico equivale al punto di "sharp cut-off", ossia al punto in cui l'andamento di B_z/B_0 può essere rappresentato da un gradino e tale punto si trova ad una distanza $s=4.39 \text{ cm}$ dal bordo del polo stesso. Il polo magnetico è pertanto allargato rispetto al polo fisico di un angolo $\alpha = \arcsin(4.39/500)$ pari a 0.5° ; il campo residuo all'ingresso ed all'uscita del polo trasforma quindi l'apertura angolare di 29° meccanici in 30° magnetici.

FIG. 6.5 - Andamento del campo magnetico con diverse estrapolazioni per $r < 489 \text{ cm}$. La linea continua rappresenta un'extrapolazione lineare di valori di B_z misurati per $489 \text{ cm} < r < 489.5$. La linea a tratto-punto si riferisce ad un'extrapolazione lineare dei valori di B_z misurati per $489 \text{ cm} < r < 490$. L'extrapolazione lineare rappresentata dalla linea tratteggiata è stata eseguita applicando al coefficiente angolare corrispondente a $489 \text{ cm} < r < 489.5 \text{ cm}$, una variazione pari a quella riscontrata passando da $489.5 \text{ cm} < r < 490 \text{ cm}$ a $489 \text{ cm} < r < 489.5 \text{ cm}$. La linea punteggiata rappresenta la caduta a gradino di B_z per $r < 489 \text{ cm}$.



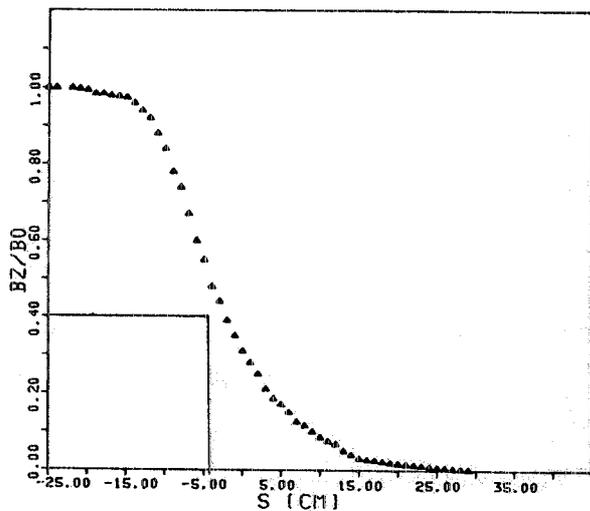


FIG. 6.6 - Effetto di campo residuo all'ingresso del magnete curvante in funzione della distanza s dal bordo del polo. L'origine su tale grafico equivale al punto in cui l'andamento di B_z/B_0 può essere rappresentato da un gradino.

Il fascio di elettroni dopo aver attraversato la jet target e prima di arrivare al magnete curvante, deve però percorrere il canale magnetico mostrato in Fig. 6.7 costituito da metà sezione dritta, da un quadrupolo foccheggiante in radiale, dal tratto dritto tra il primo ed il secondo quadrupolo, da un quadrupolo defoccheggiante in radiale, ed infine dal tratto dritto tra il secondo quadrupolo ed il magnete curvante. Pertanto per determinare le condizioni di ingresso del fascio nel magnete, dovremo applicare le matrici di trasporto del fascio ai vettori definenti la posizione e gli angoli dell'elettrone a metà sezione dritta.

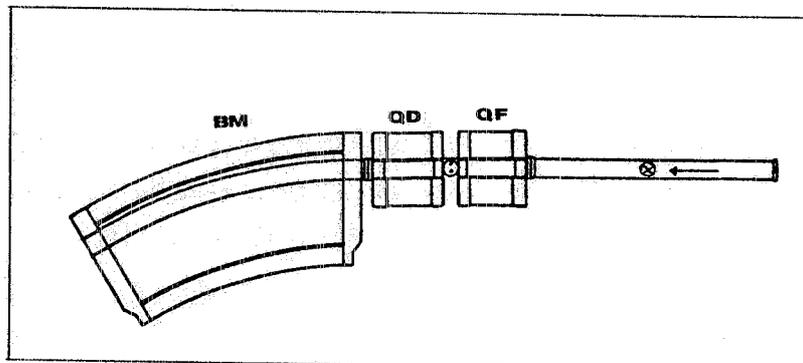


FIG. 6.7 - Canale magnetico percorso dagli elettroni da metà sezione dritta, (il cerchio barrato su tale sezione indica schematicamente la jet target), fino al magnete curvante (BM). I quadrupoli foccheggianti e defoccheggianti in radiale ed in verticale sono indicati rispettivamente con QF e QD.

Chiamando M la matrice di trasporto attraverso una sezione dritta, $MQ1$ e $MQ2$ rispettivamente le matrici del quadrupolo foccheggiante e defoccheggiante, il canale magnetico descritto in Fig.6.7 è rappresentato dalle seguenti matrici:

$$M = \begin{vmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \quad MQ1 = \begin{vmatrix} \cos K_f L_f & \sin(K_f L_f)/K_f \\ -K_f \sin K_f L_f & \cos K_f L_f \end{vmatrix} \quad MQ2 = \begin{vmatrix} \cosh K_d L_d & \sinh(K_d L_d)/K_d \\ K_d \sinh K_d L_d & \cosh K_d L_d \end{vmatrix}$$

- L_1 (lunghezza metà sezione dritta)=1.293 m,
 L_f (lunghezza quadrupolo focheggiante)=0.532 m,
 L_2 (lunghezza tratto dritto tra i quadrupoli)=0.296 m,
 L_d (lunghezza quadrupolo defocheggiante)=0.532 m,
 L_3 (lunghezza tratto dritto quadrupolo magnete)=0.410 m.

Le quantità $K_f = K_F (E_0/E_f)^{1/2}$ e $K_d = K_D (E_0/E_f)^{1/2}$, dove $K_F^2 = 0.7712 \text{ m}^{-2}$ e $K_D^2 = 0.7579 \text{ m}^{-2}$ sono le costanti di focheggiamento dei quadrupoli elevate al quadrato, tengono conto della non monocromaticità del fascio di elettroni. Infatti nel caso in cui E_0 (energia dell'elettrone prima dell'irraggiamento) = E_f (energia dell'elettrone dopo l'irraggiamento), si ha $K_f = K_F$ e $K_d = K_D$.

6.2. - Calcoli di ottica magnetica

La traiettoria di una particella carica in un campo magnetico è descritta nel nostro riferimento dal sistema di equazioni differenziali del secondo ordine:

$$\begin{aligned}
 r'' &= r + (q/p) \cdot (r'^2 + r^2 + z'^2)^{1/2} \cdot (rB_z - z'B_r(r'/r) + r'^2 B_z/r) + 2r'^2/r \\
 z'' &= (q/p) \cdot (r'^2 + r^2 + z'^2)^{1/2} \cdot (r'B_z z'/r - rB_r - z'^2 B_r/r) + 2z'r'/r
 \end{aligned}$$

con p e q rispettivamente impulso e carica della particella,

$$r' = dr/d\vartheta, \quad z' = dz/d\vartheta, \quad r'' = dr^2/d\vartheta^2, \quad z'' = dz^2/d\vartheta^2.$$

Per risolvere questo sistema è stato messo a punto un programma di integrazione numerica basato sul metodo di Hamming [DHPCG]. Tale metodo presenta il vantaggio di richiedere la valutazione del secondo membro del sistema di equazioni soltanto due volte per ogni passo di integrazione. Altri metodi con lo stesso ordine di accuratezza richiedono il calcolo di tali quantità un numero di volte maggiore, ad esempio quello di Runge-Kutta [RA62] quattro volte ad ogni intervallo di integrazione.

Un altro vantaggio di tale procedura è quello di dare ad ogni passo di integrazione l'errore locale di troncamento; in questa maniera è possibile valutare se sia conveniente aumentare o diminuire il passo in modo da mantenere l'errore al di sotto di una quantità prefissata data in ingresso al programma. Questo metodo richiede però un precedente calcolo dei valori iniziali del sistema di equazioni, ciò è stato fatto con la procedura di Runge-Kutta.

Nel "main" di tale programma vengono letti i valori dell'impulso dell'elettrone, delle sue coordinate e degli angoli di ingresso definiti nel nostro sistema di riferimento. Viene chiamata la routine di integrazione alla quale, oltre ai valori iniziali delle variabili definenti la posizione dell'elettrone, vengono passati i limiti inferiori e superiori dell'intervallo di integrazione, il passo, ed il valore massimo dell'errore tollerabile. Viene chiamata una routine in cui vengono calcolati i valori di B_r e di B_z . Questi dati vengono passati ad un'altra routine che calcola le quantità a secondo

membro del sistema di equazioni differenziali. Una routine di uscita controlla se le traiettorie escono dai bordi del polo; se ciò avviene, viene interrotta l'esecuzione del programma e vengono registrati i valori finali delle coordinate e degli angoli.

Con questo programma, che ci permette di determinare la traiettoria di un elettrone a partire da una qualsiasi posizione ed angolo in ingresso, sono state studiate le proprietà ottiche del magnete e precisamente il focheggiamento e la dispersione.

Per la determinazione della migliore linea focale sono state calcolate le traiettorie di elettroni aventi la stessa energia ma condizioni di ingresso al magnete diverse. Da questi calcoli è risultato che le proprietà focheggianti del magnete risultano massime lungo la zona adiacente alla circonferenza di raggio $r=485$ cm, come è mostrato in Fig.6.8 per elettroni di energie $E_r=290$ MeV (a), $E_r=600$ MeV (b), $E_r=900$ MeV (c). E' pertanto conveniente posizionare i contatori lungo questa circonferenza.

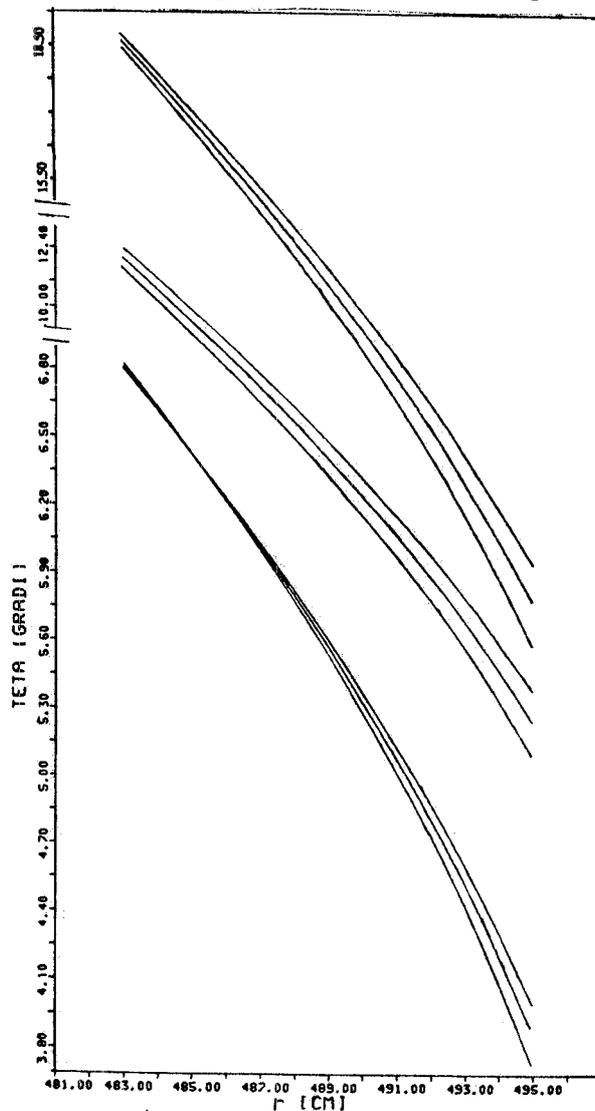


FIG. 6.8 - Traiettorie con diverse condizioni di ingresso al magnete ed energie $E_r=290$ MeV (a), $E_r=600$ MeV (b), $E_r=900$ MeV (c).

In Fig. 6.9 (a) è riportato l'andamento dell'impulso p degli elettroni in funzione dell'angolo teta per il quale la traiettoria in considerazione interseca la circonferenza di raggio $r=485$ cm. Approssimando tale andamento con il polinomio del quinto ordine (l'errore è di qualche per mille):

$$P(\vartheta) = 0.72 \cdot 10^2 - 0.30 \cdot 10^2 \vartheta + 0.15 \cdot 10^2 \vartheta^2 - 0.98 \vartheta^3 + 0.28 \cdot 10^{-1} \vartheta^4 - 0.31 \cdot 10^{-3} \vartheta^5$$

è possibile ricavare, in funzione dell'impulso degli elettroni, l'andamento della dispersione. Quest'ultima è definita come la variazione dell'impulso corrispondente ad una variazione $\Delta\vartheta$ dell'angolo teta pari ad un grado. L'andamento della dispersione è riportato in Fig.6.9 (b).

Le dimensioni dei contatori del tagging sono determinate dal vincolo che la loro accettazione $\Delta p'$, in impulso non può essere minore della indeterminazione Δp intrinseca ai processi fisici in gioco. La

determinazione per un certo valore di p del Δp corrispondente (e quindi del $\Delta\vartheta$), ci fisserà la larghezza Δl minima dei contatori del tagging. Si noti infatti che parlare di $\Delta\vartheta$ o di Δl è perfettamente equivalente, essendo queste due grandezze legate dalla relazione $\Delta l = 2r \sin(\Delta\vartheta / 2)$; la circonferenza viene in questo caso approssimata da un segmento di lunghezza Δl .

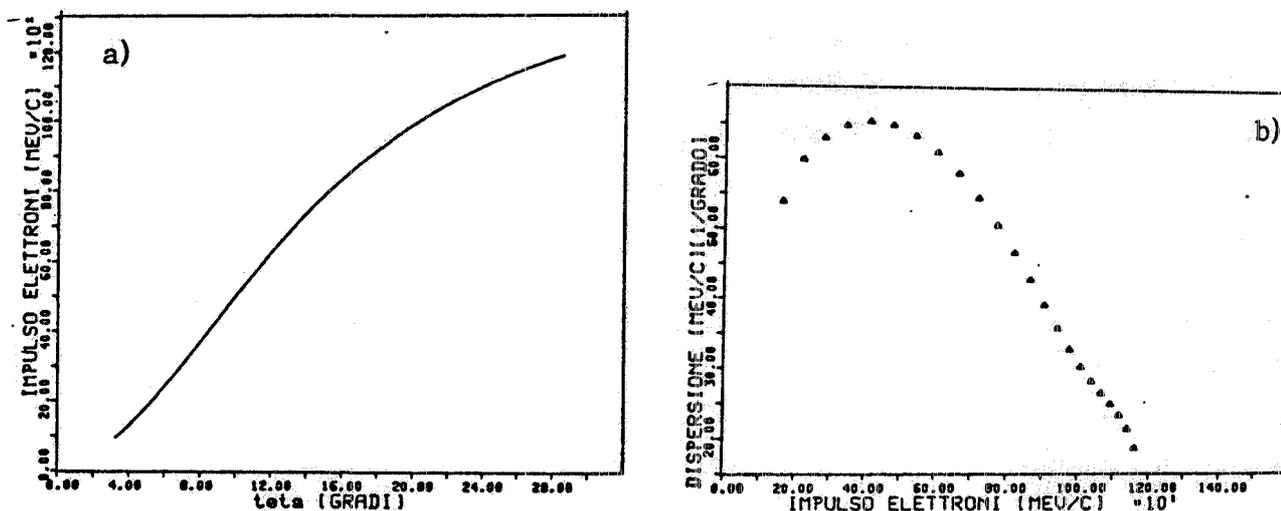


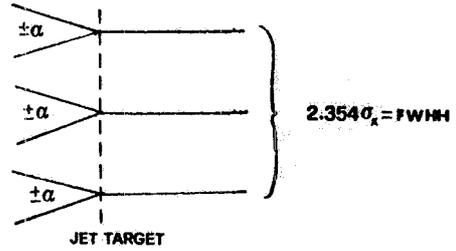
FIG. 6.9 - (a) Andamento dell'impulso in funzione dell'angolo ϑ di intersezione tra la traiettoria e la circonferenza di raggio $r=485\text{cm}$. (b) Andamento della dispersione ($\Delta p/\Delta\vartheta$ per $\Delta\vartheta=1^\circ$) in funzione dell'impulso.

6.3. - Determinazione ed ottimizzazione della risoluzione energetica

Vari fattori intrinseci contribuiscono all'indeterminazione in impulso Δp del fascio di elettroni che hanno irraggiato. Trascurando per il momento la diffusione multipla sulla camera da vuoto, vista come effetto "esterno" il cui contributo varia a seconda delle modifiche apportate alla camera stessa, dovremo invece considerare sia le dimensioni del fascio con la sua apertura angolare, sia la divergenza angolare dovuta alla bremsstrahlung.

Come è stato visto nel capitolo IV, Adone può lavorare in accoppiamento completo tra oscillazioni radiali e verticali di betatrone ($\epsilon=1$), o senza nessun accoppiamento ($\epsilon=0$). Essendo la prima condizione di funzionamento quella che garantisce le dimensioni radiali del fascio minori ($\sigma_x=1.58 \times 10^{-3}$ m contro $\sigma_x=1.895 \times 10^{-3}$ m per $E_0=1500$ MeV) ha senso, ai fini della risoluzione del tagging, metterci in questa situazione. La divergenza angolare totale α degli elettroni che hanno irraggiato, viene calcolata sommando quadraticamente il valore intrinseco della divergenza del fascio, caratterizzata da una $\sigma_x'=0.116 \times 10^{-3}$ rad (per $E_0=1500$ MeV), con il contributo della bremsstrahlung, che nel §2.2, abbiamo visto essere $\leq 4\vartheta_e$. Volendo prendere in considerazione un caso limite, tale contributo viene fissato pari a $4\vartheta_e$. Pertanto consideriamo subito dopo la jet target la situazione mostrata in Fig. 6.10, cioè elettroni che si trovano agli estremi ed al centro del fascio, il cui angolo è $\pm\alpha$ in ciascun caso.

FIG. 6.10 - Condizioni limiti di elettroni che si trovano agli estremi ed al centro del fascio e la cui divergenza angolare α è ottenuta sommando quadraticamente la divergenza angolare del fascio con quella massima di bremsstrahlung.



L'indeterminazione in impulso Δp è stata calcolata dalla richiesta di avere separate, sulla circonferenza di raggio $r=485$ cm, le traiettorie con lo stesso valore di p e le sei condizioni di ingresso date sopra, da altre sei traiettorie il cui impulso valga invece $p+\Delta p$.

Nella Fig. 6.11 sono riportate con la linea continua le sei traiettorie con $p=330$ MeV/c, con la linea tratteggiata quelle con impulso $p+\Delta p=338$ MeV/c, valore dell'impulso per cui le traiettorie appaiono separate dalle corrispondenti con $p=330$ MeV; in Fig.6.12 la linea continua corrisponde a traiettorie con $p=998$ MeV/c, e la tratteggiata a traiettorie con $p+\Delta p=1003$ MeV/c. Dall'esame di queste figure si nota che a bassi valori di p le sei traiettorie con lo stesso impulso si riuniscono in due gruppi (cfr. Fig. 6.11), mentre ad alti p si riuniscono in tre gruppi (cfr. Fig.6.12). Ciò dimostra che il contributo più importante al valore dell'indeterminazione Δp , deriva nel primo caso dalla divergenza angolare degli elettroni che hanno irraggiato (i due angoli $\pm \alpha$), nel secondo caso dalla coordinata radiale degli stessi (le tre posizioni all'interno del fascio).

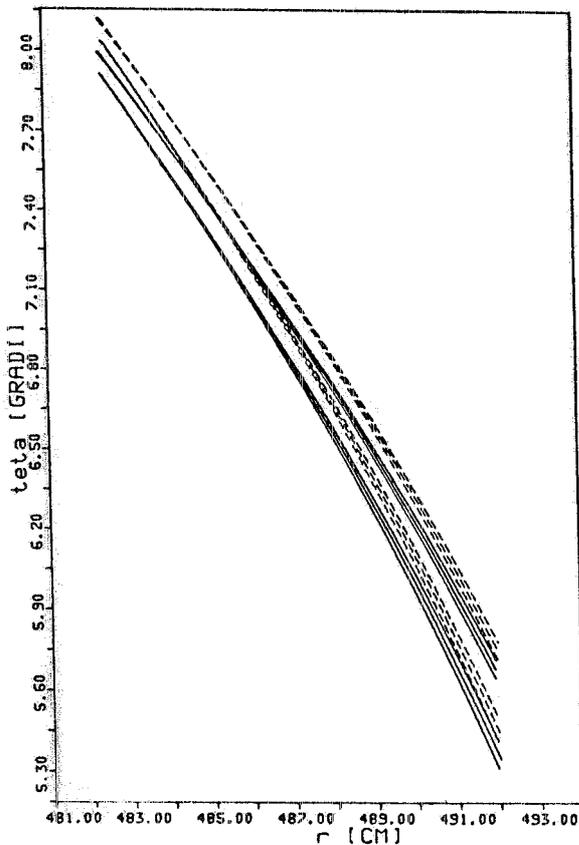


FIG. 6.11 - Traiettorie con le sei condizioni limiti di ingresso nel magnete. La linea continua rappresenta le traiettorie con impulso $p = 330$ MeV/c, la linea tratteggiata le traiettorie con $p = 338$ MeV/c.

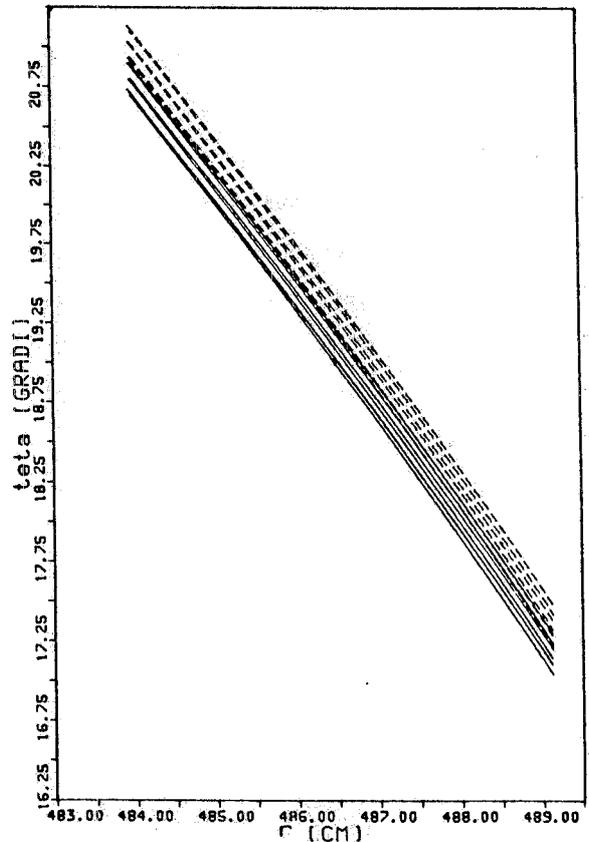


FIG. 6.12 - Traiettorie con le sei condizioni limiti di ingresso nel magnete. La linea continua rappresenta traiettorie con impulso $p=998$ MeV/c, la linea tratteggiata quelle con $p=1003$ MeV/c.

Avendo così stabilito, per p fissato, l'indeterminazione in impulso Δp (e quindi l'indeterminazione in energia essendo (vedi §2.6) $\Delta E_r = \Delta E_\gamma$) è immediato ricavare la risoluzione energetica $\Delta E_\gamma / (E_0 - E_r)$. In Fig.6.13 riportiamo gli andamenti dell' indeterminazione in impulso e della risoluzione in energia del fotone in funzione della energia E_γ per $E_0 = 1500$ MeV. Al crescere della energia del fotone c'è un graduale aumento del Δp dovuto all'aumento dell'angolo della bremsstrahlung $4\vartheta_e$ (cfr. §2.6); a basse energie del fotone dove, come già notato in precedenza, pesano soltanto le dimensioni del fascio, il Δp si mantiene costante. L'andamento del Δp determina l'andamento della risoluzione; in particolare dove Δp si mantiene costante, $\Delta E_\gamma / E_\gamma$ aumenta al diminuire di E_γ .

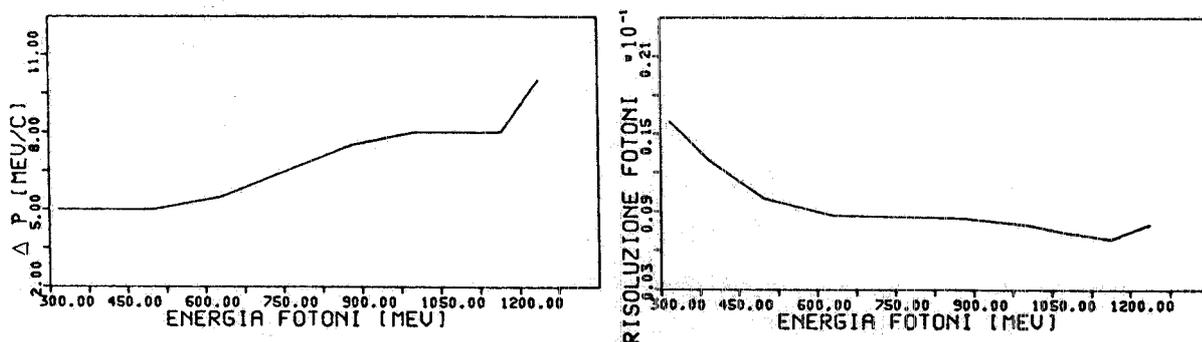


FIG. 6.13 - Indeterminazione in impulso Δp e risoluzione energetica $\Delta E_\gamma / E_\gamma$ per $E_0 = 1500$ MeV, in funzione della energia del fotone.

Per energie E_0 del fascio minori, la risoluzione peggiora su tutto il range di E_γ a causa dell'aumento generale della bremsstrahlung (ricordare che $\vartheta_e = (mE_\gamma) / (E_0 E_r)$ quindi, indipendentemente da E_γ / E_r si ha un aumento del fattore m/E_0). Per $E_0 = 500$ MeV riportiamo le corrispondenti curve di indeterminazione in impulso e di risoluzione in Fig.6.14. Questa volta il Δp diminuisce bruscamente a basse energie dei fotoni senza però raggiungere un valore costante come per $E_0 = 1500$ MeV, e tale diminuzione si ripercuote in un corrispondente calo della curva di risoluzione. Questo significa che anche a bassi valori di E_γ il contributo principale alla risoluzione è dovuto alla divergenza angolare della bremsstrahlung. Infine in Fig. 6.15 riportiamo l'andamento della indeterminazione in impulso e della risoluzione per $E_0 = 1000$ MeV; l'andamento di tali curve è ovviamente intermedio alle corrispondenti curve mostrate per $E_0 = 1500$ MeV ed $E_0 = 500$ MeV.

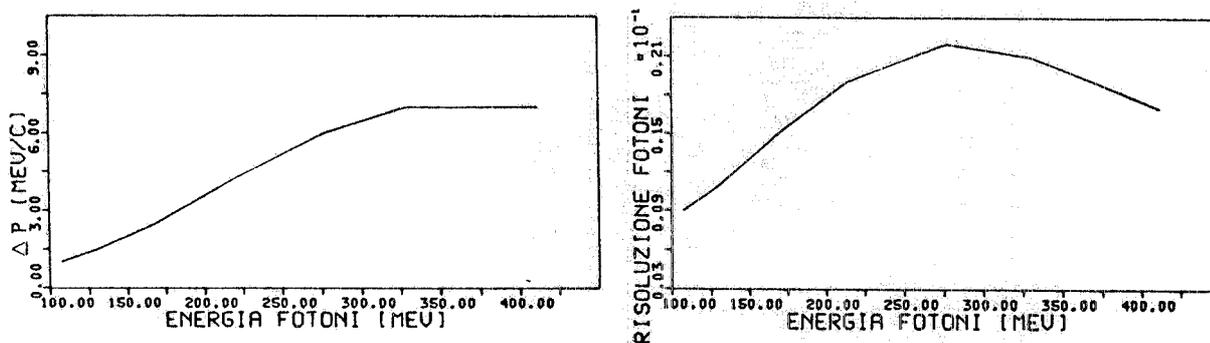


FIG. 6.14 - Indeterminazione in impulso Δp e risoluzione energetica $\Delta E_\gamma / E_\gamma$ per $E_0 = 500$ MeV, in funzione della energia del fotone.

Va di nuovo sottolineato che nel calcolo delle curve di risoluzione non sono stati considerati gli effetti della diffusione degli elettroni sulla camera da vuoto, il cui spessore è pari a 4 mm. Tali effetti, e le conseguenti modifiche da apportare alla camera stessa, saranno discussi nel capitolo VII e considerati nel calcolo della funzione di risposta dei contatori del tagging.

Un modo per migliorare la risoluzione dello spettrometro di tagging potrebbe essere quello di ridurre le dimensioni radiali del fascio di Adone, utilizzando il cosiddetto "trasporto acromatico".

Abbiamo visto nel §4.1 come un alto valore della dispersione ψ dell'anello contribuisca ad aumentare tali dimensioni, mentre è necessario poterle ridurre, in special modo nelle sezioni dritte della macchina. Questo obiettivo viene raggiunto realizzando delle disposizioni periodiche di quadrupoli, sezioni dritte, magneti deflettori (celle simmetriche), con dispersione ψ nulla all'inizio, e massima a metà cella. Su tali celle, che in Adone hanno periodicità 6 rispetto ad una periodicità della macchina pari a 12 (cfr. §4.2), è possibile annullare i valori della dispersione e della sua derivata all'inizio ed alla fine della cella, scegliendo opportunamente le costanti di foccheggiamento dei quadrupoli [SA70].

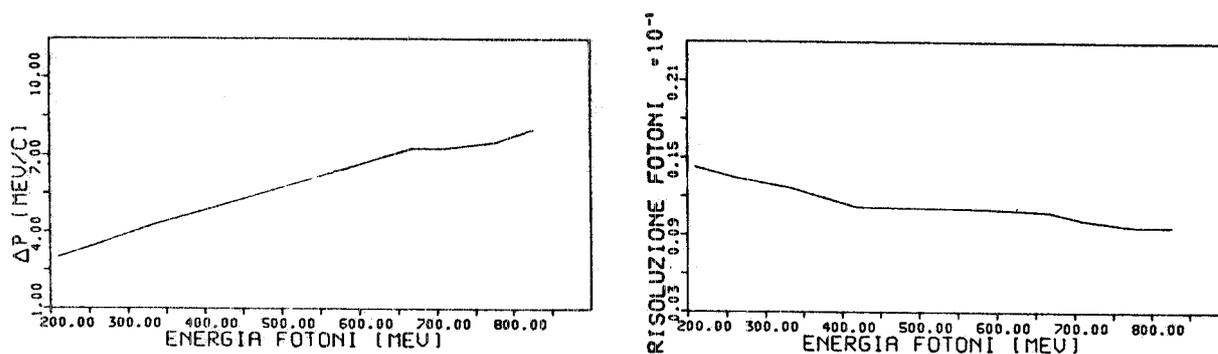


FIG. 6.15 - Indeterminazione in impulso Δp e risoluzione energetica $\Delta E_\gamma/E_\gamma$ per $E_0=1000$ MeV, in funzione della energia del fotone.

L'andamento della dispersione su metà cella è mostrato in Fig.6.16 insieme alle funzioni di betatrone radiali e verticali β_x e β_y .

Questa configurazione, in condizioni di accoppiamento completo tra oscillazioni radiali e verticali di betatrone $\epsilon=1$, permette di ottenere un fascio le cui dimensioni radiali sono caratterizzate da una $\sigma_x=0.511 \times 10^{-3}$ m, e da una divergenza angolare $\sigma_x'=0.23 \times 10^{-3}$ rad per $E_0=1500$ MeV. E' opportuno ricordare che i gradienti quadrupolari necessari per energie >700 MeV, richiederebbero nuovi alimentatori per i quadrupoli della macchina.

Lavorando con questo tipo di ottica la risoluzione che si può ottenere per $E_0=1500$ MeV è riportata in Fig.6.17. Il guadagno complessivo in risoluzione su tutto il range energetico non presenta però valori molto migliori rispetto al caso non acromatico. Inoltre ad energie del fascio più basse vi è un peggioramento della risoluzione ancora più marcato che nell'ottica standard di Adone. Tale peggioramento è imputabile alla presenza di un quadrupolo defoccheggiante in radiale subito dopo la sezione dritta (vedi andamenti di β_x e β_y in Fig.6.16), proprio laddove è necessario un più rapido rifocheggiamento in radiale.

Quindi sia per il miglioramento complessivo non molto incoraggiante ad $E_0=1500$ MeV e per il peggioramento più marcato per $E_0 < 1500$ MeV, sia per problemi tecnici che si presentano per $E_0 > 700$ MeV, abbiamo deciso di lavorare con Adone nell'ottica "standard".

Avendo determinato le curve di risoluzione alle energie massime e minime del fascio e per una energia intermedia, andiamo a stabilire il range energetico da utilizzare.

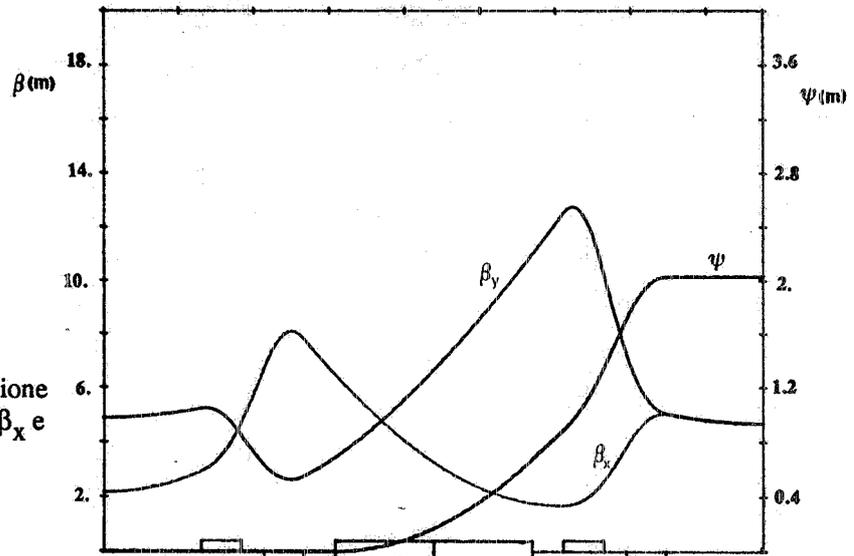


FIG. 6.16 - Andamento della dispersione ψ , delle funzioni di betatrone radiali β_x e verticali β_y , su metà cella acromatica.

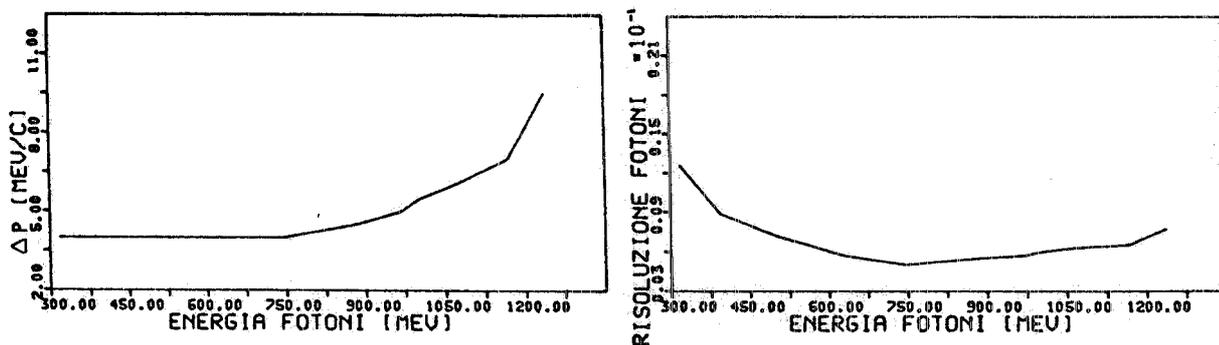


FIG. 6.17 - Indeterminazione in impulso Δp e risoluzione energetica $\Delta E_\gamma/E_\gamma$ in funzione della energia del fotone nel caso di trasporto acromatico per $E_0=1500$ MeV.

6.4. - Scelta del range energetico del tagging

Nella scelta del range energetico del tagging si possono seguire due diverse filosofie: lavorare con una sola energia del fascio e ricoprire con i contatori per gli elettroni l'intero range energetico dello spettrometro, oppure limitare la scelta del range e variare opportunamente l'energia del fascio in modo da ricoprire l'intervallo di energie del fotone desiderato. Naturalmente la prima soluzione rispetto alla seconda comporta un numero maggiore di contatori del tagging e conseguentemente un costo più elevato. Inoltre è probabilmente raro il caso in cui sia necessario e/o possibile eseguire la misura della sezione d'urto di un processo, contemporaneamente su tutto l'intervallo di energie del fotone (nel nostro caso 300-1300 MeV, per $E_0=1500$ MeV), a causa dei limiti nelle velocità di conteggio che possono essere gestite dal rivelatore per particelle fotoprodotte. Per entrambe queste ragioni abbiamo adottato la seconda soluzione.

Scendendo in energia del fascio possono però insorgere quei problemi di accettazione dello spettrometro a cui si accennava nel §2.2. In particolare nel caso di Adone tali problemi si presentano già per angoli intorno a $20 \cdot 10^{-3}$ rad ; infatti un elettrone che al centro della sezione dritta ha una divergenza angolare superiore a tale valore, urterà verticalmente contro la camera da vuoto subito dopo il primo quadrupolo, che nell'ottica normale di Adone defocchia in verticale (cfr. Fig. 6.7). Questo fatto comporta che, per $E_0 = 500$ MeV, sono rivelabili fotoni di energia massima 400 MeV. Infatti per energie dei fotoni superiori a tale valore l'angolo massimo di apertura della bremsstrahlung $4\vartheta_e$ diventa maggiore di 20 mrad (per $E_\gamma = 420$ MeV $4\vartheta_e = 21$ mrad), e ciò provocherebbe le diminuzioni nei valori della probabilità e dell'efficienza del tagging viste nel §2.2. Per questo motivo il limite superiore del range energetico del tagging è stato fissato a $0.8E_0$.

Il limite inferiore in E_γ è stato fissato richiedendo per $E_0 = 1500$ MeV una risoluzione sempre $< 1\%$; questo comporta che il valore minimo di E_γ sia pari a $0.4E_0$ (cfr. Fig. 6.13).

Con questa scelta del range energetico, con soltanto tre valori dell'energia del fascio (500 MeV, 1000 MeV, 1500 MeV) è possibile ricoprire con continuità la regione $200 \text{ MeV} < E_\gamma < 1200 \text{ MeV}$.

Abbiamo inoltre scelto di lavorare con una risoluzione costante su tutti i canali di energia del rivelatore di tagging. A 1500 MeV per $600 \text{ MeV} < E_\gamma < 1200 \text{ MeV}$ è possibile richiedere una risoluzione costante dello 0.9%, valore con cui abbiamo deciso di lavorare.

I contatori del tagging sono stati quindi dimensionati in modo da fornire questa risoluzione su ciascun canale in energia, ed il loro numero è stato determinato dalla richiesta di ricoprire questo range energetico.

Per $E_0 = 500$ MeV dove la risoluzione in energia è peggiore per l'aumento della divergenza angolare della bremsstrahlung, sommeremo a software alcuni contatori, ottenendo così una risoluzione multipla dello 0.9%. Dalla curva che dà l'andamento della risoluzione per $E_0 = 500$ MeV (cfr. Fig. 6.14) deduciamo che, volendo lavorare con una risoluzione costante per $200 \text{ MeV} < E_\gamma < 400 \text{ MeV}$, possiamo richiedere una risoluzione del 2.7%. Ciò equivale a sommare a software i canali di tagging a tre a tre.

Per $E_0 = 1000$ MeV ed $400 \text{ MeV} < E_\gamma < 800 \text{ MeV}$, possiamo invece richiedere una risoluzione del 1.8% (cfr. Fig. 6.15) che si ottiene sommando a software i canali di tagging a due a due.

6.5. - Progetto dei contatori di tagging

Per rivelare fotoni con $0.4E_0 < E_\gamma < 0.8E_0$ i contatori di tagging, la cui faccia anteriore è disposta sulla circonferenza di raggio $r = 485$ cm, devono ricoprire un zona di larghezza pari ad un metro, ed altezza ≤ 2.5 cm per $E_0 = 1500$ MeV e ≤ 7 cm per $E_0 = 500$ MeV.

La richiesta di una risoluzione energetica pari allo 0.9% per $E_0 = 1500$ MeV, comporta un rivelatore con una risoluzione spaziale variabile tra 1.1 cm e 1.4 cm. Il numero di canali necessari per ricoprire l'intero range energetico con la risoluzione richiesta è pari ad 80.

Considerando la necessità di una buona definizione temporale degli eventi, la difficoltà di accesso alla regione di focalizzazione (posta nel traferro del magnete tra la camera da vuoto ed il

giogo), la presenza di campi magnetici, il limitato spazio a disposizione, si è optato per un rivelatore costituito da un odoscopio di contatori a scintillazione.

La necessità di disporre i fotomoltiplicatori fuori dalle espansioni polari, impone l'uso di guide di luce opportunamente sagomate e di lunghezza $\approx 1.5-2$ m. Conseguentemente, le ridotte dimensioni del traferro e la necessità di raccogliere la luce da entrambe le facce superiore ed inferiore dello scintillatore, per aumentare l'efficienza di raccolta, hanno imposta un'altezza dei contatori pari a 4 cm.

Per avere una sufficiente energia depositata nello scintillatore, e quindi una produzione di luce sufficiente per la rivelazione, lo spessore dei contatori è stato fissato a 2 cm. Inoltre per minimizzare gli effetti dovuti alla diffusione multipla, le facce laterali di lunghezza 2 cm debbono essere parallele alla direzione di incidenza degli elettroni sull'asse focale. L'inclinazione dei contatori rispetto all'asse x, è pertanto caratterizzata dall'angolo $\varphi = \gamma + 90 + \vartheta$ con ϑ e γ mostrati in Fig. 6.2: γ è l'angolo di incidenza con la circonferenza di raggio $r=485$ cm, ossia l'angolo formato dalla direzione di volo degli elettroni e dalla tangente alla circonferenza nel punto di incidenza. L'andamento del seno di gamma in funzione dell'angolo teta è riportato nella Fig.6.18.

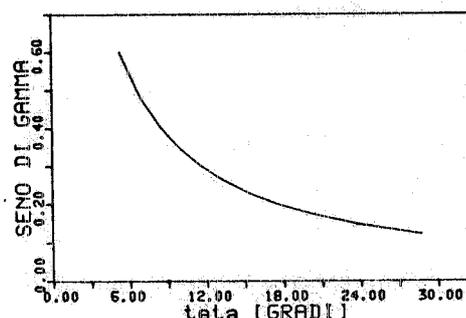


FIG. 6.18 - Andamento di $\sin \gamma$ in funzione di ϑ .

Al fine di ridurre i fondi gli scintillatori sono disposti su due file contigue: la coincidenza tra i due piani di rivelazione costituisce il segnale di trigger dell'apparato. Per diminuire il numero di contatori, (quindi della elettronica associata con conseguente risparmio di costi e di ingombri), senza però diminuire il numero dei canali di tagging, gli scintillatori della seconda fila si sovrappongono all'incirca per metà a quelli della prima fila. La prima e la seconda fila sono costituite rispettivamente da 40 e da 41 scintillatori. La larghezza della zona di sovrapposizione degli scintillatori determina, ovviamente, la risoluzione spaziale del canale di tagging.

La Fig. 6.19. illustra la disposizione degli scintillatori che definiscono i primi quattro canali di tagging (numerati nel verso decrescente della energia del fotone), che ricoprono il range energetico $1159.5 \text{ MeV} < E_\gamma < 1200 \text{ MeV}$. Ogni scintillatore è con buona approssimazione un parallelepipedo di spessore $b=2\text{cm}$ ed altezza $c=4\text{cm}$ (vedi Fig. 6.19). I due lati a_1 ed a_2 sono diversi tra di loro e variano da scintillatore a scintillatore. Nelle tabelle 6.1 e 6.2 sono riportati per ogni scintillatore rispettivamente i valori dei lati a_1 ed a_2 e degli angoli α , β , γ , δ definiti in Fig.6.19. Nella stessa figura è riportata la vista dall'alto del magnete di Adone con indicazione della zona occupata dai contatori.

Lo scintillatore da noi scelto è il tipo NE PILOT U che ha uno spettro di emissione nel visibile

con un picco a 400 nm.

Le prove eseguite per verificare se la raccolta di luce risulta maggiore con le fibre ottiche o le guide di luce, hanno dimostrato che già su distanze di 1.5m le fibre ottiche rispondono meglio delle guide. Le fibre ottiche utilizzate sono del tipo HARD CLAD SILICA. Esse sono già state impiegate nello spettrometro a coppie del LEALE, sono caratterizzate da una buona trasmissione, con coefficiente di attenuazione pari a 12 dB/km, ottima resistenza alle radiazioni nucleari, elevata resistenza alla trazione.

Per quanto riguarda il fotomoltiplicatore il modello da noi scelto è l'Hamamatsu R1450 che è dotato di un buon guadagno ($>10^6$), di una buona resa del fotocatodo e di un ottimo tempo di salita (2ns).

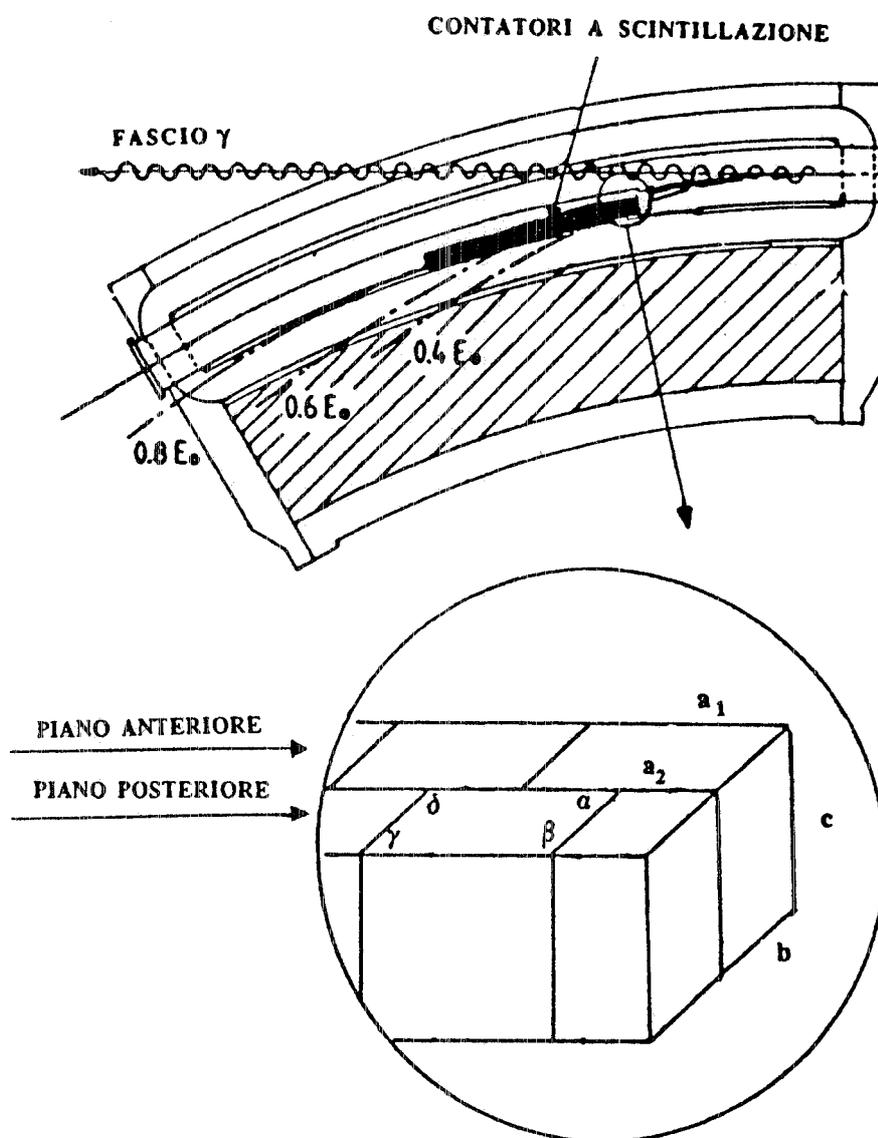


FIG. 6.19 - Vista dall'alto del magnete di Adone con indicazione della zona occupata dai contatori (non in scala). La parte ingrandita mostra la disposizione degli scintillatori che definiscono i primi quattro canali di tagging (numerati nel verso decrescente della energia del fotone), che ricoprono il range energetico $1159.5 \text{ MeV} < E_\gamma < 1200 \text{ MeV}$.

PRIMA FILA SCINTILLATORI		SECONDA FILA SCINTILLATORI	
LATO a ₁ (CM)	LATO a ₂ (CM)	LATO a ₁ (CM)	LATO a ₂ (CM)
1)	2.78	1)	1.40
2)	2.70	2)	2.74
3)	2.65	3)	2.69
4)	2.59	4)	2.63
5)	2.54	5)	2.57
6)	2.49	6)	2.52
7)	2.46	7)	2.48
8)	2.42	8)	2.45
9)	2.39	9)	2.41
10)	2.37	10)	2.38
11)	2.34	11)	2.35
12)	2.32	12)	2.34
13)	2.30	13)	2.32
14)	2.29	14)	2.30
15)	2.28	15)	2.28
16)	2.26	16)	2.27
17)	2.25	17)	2.26
18)	2.24	18)	2.25
19)	2.23	19)	2.24
20)	2.23	20)	2.23
21)	2.22	21)	2.22
22)	2.21	22)	2.22
23)	2.21	23)	2.21
24)	2.21	24)	2.21
25)	2.21	25)	2.21
26)	2.21	26)	2.21
27)	2.20	27)	2.21
28)	2.20	28)	2.20
29)	2.20	29)	2.20
30)	2.21	30)	2.20
31)	2.21	31)	2.21
32)	2.21	32)	2.21
33)	2.21	33)	2.21
34)	2.22	34)	2.22
35)	2.23	35)	2.23
36)	2.23	36)	2.23
37)	2.23	37)	2.23
38)	2.24	38)	2.24
39)	2.25	39)	2.24
40)	2.24	40)	2.25
		41)	1.14

Tabella 6.1 - Valori dei lati a₁ ed a₂ degli scintillatori.

PRIMA FILA SCINTILLATORI ANGOLI INTERNI SCINTILLATORE				SECONDA FILA SCINTILLATORI ANGOLI INTERNI SCINTILLATORE			
	α	β	γ		α	β	γ
1)	29.0	151.0	28.1	1)	29.0	151.0	28.6
2)	27.8	152.2	27.0	2)	28.4	151.6	27.5
3)	26.6	153.4	25.9	3)	27.2	152.8	26.4
4)	25.6	154.4	24.9	4)	26.1	153.9	25.4
5)	24.6	155.4	24.1	5)	25.1	154.9	24.5
6)	23.8	156.2	23.3	6)	24.2	155.8	23.7
7)	23.0	157.0	22.5	7)	23.4	156.6	22.9
8)	22.2	157.8	21.8	8)	22.6	157.4	22.2
9)	21.6	158.4	21.2	9)	21.9	158.1	21.5
10)	20.9	159.1	20.6	10)	21.2	158.8	20.9
11)	20.3	159.7	20.1	11)	20.6	159.4	20.3
12)	19.8	160.2	19.5	12)	20.1	159.9	19.8
13)	19.3	160.7	19.1	13)	19.5	160.5	19.3
14)	18.8	161.2	18.6	14)	19.0	161.0	18.8
15)	18.3	161.7	18.2	15)	18.6	161.4	18.4
16)	17.9	162.1	17.8	16)	18.1	161.9	18.0
17)	17.5	162.5	17.4	17)	17.7	162.3	17.6
18)	17.1	162.9	17.0	18)	17.3	162.7	17.2
19)	16.8	163.2	16.7	19)	17.0	163.0	16.9
20)	16.4	163.6	16.4	20)	16.6	163.4	16.5
21)	16.1	163.9	16.1	21)	16.3	163.7	16.2
22)	15.8	164.2	15.8	22)	16.0	164.0	15.9
23)	15.5	164.5	15.5	23)	15.7	164.3	15.6
24)	15.2	164.8	15.2	24)	15.4	164.6	15.4
25)	15.0	165.0	15.0	25)	15.1	164.9	15.1
26)	14.7	165.3	14.7	26)	14.8	165.2	14.8
27)	14.4	165.6	14.3	27)	14.4	165.4	14.6
28)	14.2	165.8	14.2	28)	14.3	165.7	14.3
29)	14.0	166.0	14.0	29)	14.1	165.9	14.1
30)	13.7	166.3	13.8	30)	13.8	166.2	13.9
31)	13.3	166.5	13.5	31)	13.6	166.4	13.6
32)	13.3	166.7	13.5	32)	13.4	166.6	13.4
33)	13.0	167.0	13.1	33)	13.2	166.8	13.2
34)	12.8	167.2	12.9	34)	12.9	167.1	13.0
35)	12.6	167.4	12.7	35)	12.7	167.3	12.8
36)	12.4	167.6	12.5	36)	12.5	167.5	12.6
37)	12.2	167.8	12.3	37)	12.3	167.7	12.4
38)	12.0	168.0	12.1	38)	12.1	167.9	12.2
39)	11.8	168.2	11.9	39)	11.9	168.1	12.0
40)	11.6	168.4	11.7	40)	11.7	168.3	11.8
				41)	11.5	168.5	11.6

Tabella 6.2 - Valori degli angoli interni degli scintillatori.

6.6. - Elettronica ed acquisizione dei dati

Il fatto che una parte sostanziale dell'elettronica associata ad un esperimento di tagging sia indipendente dalla reazione in studio, permette lo sviluppo di un'elettronica e di un'acquisizione dei dati standardizzata che può essere impiegata su tutti gli esperimenti. Questa standardizzazione presenta un numero di vantaggi:

- 1) la messa a punto e la comprensione di una combinazione complessa di hardware e software va fatta un' unica volta,
- 2) la diagnostica on-line non deve essere cambiata per ogni nuovo esperimento,
- 3) l'acquisizione delle coincidenze e delle singole sia nei contatori di tagging, sia nei rivelatori dei prodotti di reazione, minimizza gli errori sistematici.

La Fig.6.20 mostra il diagramma a blocchi dell'elettronica del tagging da noi impiegato conforme ai criteri di generalizzazione sopra esposti. I segnali A_i , B_i provenienti rispettivamente dai 40 scintillatori della prima fila e dai 41 scintillatori della seconda fila, vengono ritardati e formati dai discriminatori. I circuiti AND1 forniscono la coincidenza tra A_i , B_i e A_i , B_{i+1} ed un segnale di trigger che abilita la coincidenza quando il fascio è presente ed inibisce i circuiti durante il tempo morto associato alla lettura dell'evento da parte del computer.

Ciascun segnale di coincidenza viene contato su di una scala, per una misura relativa della luminosità, ed inviato ad una seconda fila di coincidenze AND2 con il segnale del rivelatore X ed all'ingresso di un OR1 di tutte le coincidenze AND1. Le uscite delle coincidenze AND2 vengono inviate ad una "pattern", che memorizza le coincidenze, ed all'ingresso di un OR2 di tutte le coincidenze AND2. Il segnale di uscita dell'OR2 viene inviato ad un'altra coincidenza AND3, insieme al segnale proveniente dal rivelatore X opportunamente ritardato. La risposta del circuito AND3 costituisce il segnale di start del TDC, i cui segnali di stop sono forniti dalle uscite degli AND2 (opportunamente ritardate). In questo modo abbiamo una misura del tempo che intercorre tra il segnale proveniente dal rivelatore X, ed il segnale proveniente dal rivelatore degli elettroni. I segnali provenienti dagli OR1 ed OR2 sono inoltre inviati ad un OR3, la cui uscita costituisce il segnale per la lettura dei rivelatori degli elettroni. Invece l'OR4 del segnale proveniente dal rivelatore X e dall'AND3, rappresenta il segnale per la lettura del rivelatore X. Il segnale per l'acquisizione da calcolatore proviene dall'OR5 dei segnali provenienti dall'OR4 e dall'OR3.

L'uso di un TDC per ciascun canale del tagging rimuove l'esigenza di identificare i segnali in tempo provenienti dall'eventuale OR di tutti i contatori del tagging. La precisa definizione delle finestre di coincidenza viene fatta, canale per canale, in software. Inoltre l'acquisizione dello spettro del TDC su di un esteso intervallo di tempo permette anche di misurare con accuratezza il conteggio delle coincidenze casuali. Per giunta, e questo è forse il punto più importante, l'uso di un TDC separato per ciascun contatore rimuove la necessità di limitare la velocità di conteggio per ridurre le coincidenze casuali sui contatori di tagging.

L'elettronica mostrata in Fig. 6.20 permette inoltre l'acquisizione simultanea delle singole

provenienti dal rivelatore X e dai contatori del tagging, e ciò costituisce uno strumento di diagnostica per il singolo rivelatore.

Per quanto riguarda il rivelatore di tagging propriamente detto, questa caratteristica costituisce anche uno strumento di normalizzazione relativo di luminosità, on-line con la raccolta dei dati di fotoreazione.

L'uso di un multiplexor (MPX) sul canale del rivelatore X rende possibile il collegamento al sistema di tagging di ciascun nuovo esperimento semplicemente inviando il relativo segnale X_i a un ingresso del multiplexor: conseguentemente la catena elettronica del sistema di tagging è indipendente dal singolo esperimento.

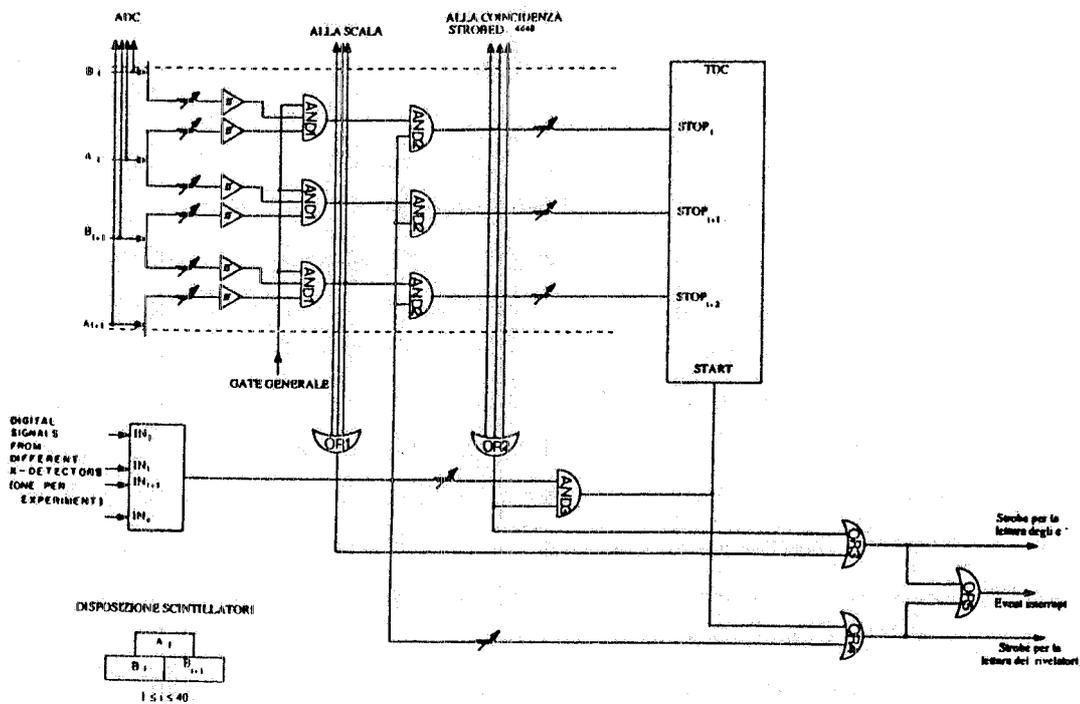


FIG. 6.20 - Diagramma a blocchi dell'elettronica del tagging.

Capitolo VII

FUNZIONE DI RISPOSTA DEI CONTATORI DI TAGGING

7.1. - Introduzione

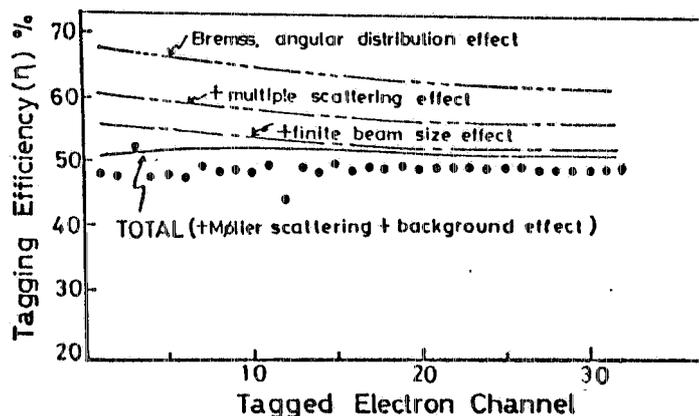
Per determinare la funzione di risposta dei contatori di tagging, è stato messo a punto un programma di simulazione basato sul metodo di Montecarlo, la cui descrizione è riportata nel §7.4.

Scopo del programma di simulazione è il calcolo della probabilità p_t e dell'efficienza ϵ_t del tagging definiti nel §2.2, nonché la determinazione dello spettro energetico per ogni canale di tagging. Da tali spettri valuteremo la risoluzione in energia, in particolare verificheremo se effetti precedentemente trascurati, quali lo scattering multiplo sulla camera da vuoto e sui contatori del tagging, contribuiscono ad un suo peggioramento rispetto ai valori richiesti per ciascun canale alle diverse energie del fascio.

Abbiamo già visto (cfr. §2.2) che i principali fattori che contribuiscono alla risoluzione in energia, ed ai valori della efficienza e della probabilità, sono la divergenza angolare dovuta alla bremsstrahlung, le dimensioni e la divergenza angolare del fascio di elettroni incidenti, nonché eventuali effetti di scattering sul radiatore e sui materiali incontrati dagli elettroni lungo il loro cammino. I valori della risoluzione, dell'efficienza e della probabilità sono pertanto determinati dal contributo complessivo di questi fattori. A titolo esemplificativo, in Fig.7.1 sono riportati i valori sperimentali (punti in figura) e calcolati, dell'efficienza del sistema di tagging installato a Sendai [TE85], su un microtrone di energia $E_0=130$ MeV. Le diverse curve riportate in figura, sono i risultati di un calcolo di Montecarlo con indicazione del contributo dei vari processi fisici (divergenza angolare della bremsstrahlung, scattering multiplo, dimensioni e divergenza angolare del fascio, scattering Møller ed effetti del fondo).

Prima di passare alla descrizione del programma di simulazione, è necessario uno studio della sezione d'urto di bremsstrahlung differenziale nell'angolo solido e nell'energia del fotone, e nell'angolo solido dell'elettrone. E' inoltre opportuna (al fine di minimizzare il numero delle estrazioni) una valutazione degli angoli solidi di emissione del fotone e di irraggiamento dell'elettrone; tali argomenti sono affrontati rispettivamente nel §7.2 e nel §7.3.

FIG. 7.1 - Efficienza dei vari canali del sistema di tagging di Sendai [TE85]. I punti si riferiscono ai valori di efficienza misurati. Le diverse curve sono i risultati di un calcolo di Montecarlo, con indicazione del contributo dei vari processi fisici.



7.2. - Studio sulla sezione d'urto di bremsstrahlung $\frac{d\sigma}{d\Omega_e d\Omega_\gamma dk}$

Nel calcolo della funzione di risposta dei contatori di tagging viene utilizzata la sezione d'urto di bremsstrahlung differenziale nell'angolo solido degli elettroni, nella energia e nell'angolo solido e dei fotoni.

Uno studio dettagliato di tale sezione d'urto, per una energia del fascio di elettroni incidenti di 140 MeV, è presentata nel lavoro di L.C. Maximon et al. [MA81].

L'espressione per la sezione d'urto presa in considerazione è quella di Bethe-Heitler [HE53]:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_e d\Omega_\gamma dk} = \frac{Z^2 e^2}{4c} \left(\frac{e^2}{mc^2} \right)^2 \frac{[1-F(q)]^2}{q^4} \frac{1}{k} \frac{p_2}{p_1} \frac{1}{(2\pi)^2} \left\{ \right\}$$

dove

$$\left\{ \right\} = \frac{p_1^2 \sin^2 \vartheta_1 (4E_r^2 - q^2)}{(E_0 - p_1 \cos \vartheta_1)^2} + \frac{p_2^2 \sin^2 \vartheta_2 (4E_0^2 - q^2)}{(E_r - p_2 \cos \vartheta_2)^2} +$$

$$- \frac{2p_1 p_2 \sin \vartheta_1 \sin \vartheta_2 \cos \Phi (4E_0 E_r - q^2)}{(E_0 - p_1 \cos \vartheta_1) (E_r - p_2 \cos \vartheta_2)} +$$

$$+ \frac{2k^2 (p_1^2 \sin^2 \vartheta_1 + p_2^2 \sin^2 \vartheta_2 - 2 p_1 \sin \vartheta_1 p_2 \sin \vartheta_2 \cos \Phi)}{(E_0 - p_1 \cos \vartheta_1) (E_r - p_2 \cos \vartheta_2)}$$

con E_0 , p_1 energia e momento dell'elettrone incidente, E_r , p_2 energia e momento finali dell'elettrone, k , k energia e momento dell'elettrone incidente, $q = p_1 - p_2 - k$ momento trasferito al nucleo.

Le energie vengono date in unità di mc^2 e gli impulsi in unità di mc , $F(q)$ è il fattore di forma atomico [KO59].

Gli angoli polari ed azimutali individuati dai vettori p_1 e p_2 , nel sistema di riferimento il cui asse z coincide con il vettore k , sono, rispettivamente, (ϑ_1, Φ_1) e (ϑ_2, Φ_2) , come mostrato nella Fig. 7.2 (a). L'angolo Φ che compare nell'espressione della sezione d'urto è pari a $\Phi_1 - \Phi_2$.

Questa espressione della sezione d'urto è stata calcolata nell'ipotesi di emissione di un solo fotone da parte dell'elettrone incidente sul radiatore ed inoltre, essendo proporzionale a Z^2 , non include le correzioni coulombiane. Anche gli effetti di rinculo del nucleo sono trascurati, approssimazione, quest'ultima, che è valida soltanto per alte energie del fotone e dell'elettrone che ha irraggiato ($k, E_r \gg 1$) e per piccoli angoli d'irraggiamento ($\vartheta_1, \vartheta_2 \ll 1$).

L'energia $q_0 = E_0 - E_r - k$ trasferita dall'elettrone al nucleo è considerata nulla e ciò equivale ad assumere quest'ultimo come infinitamente pesante. Per quanto riguarda invece l'impulso trasferito, è possibile ricavare la sua espressione scomponendo il vettore \mathbf{q} secondo le componenti parallele e perpendicolari a \mathbf{k} :

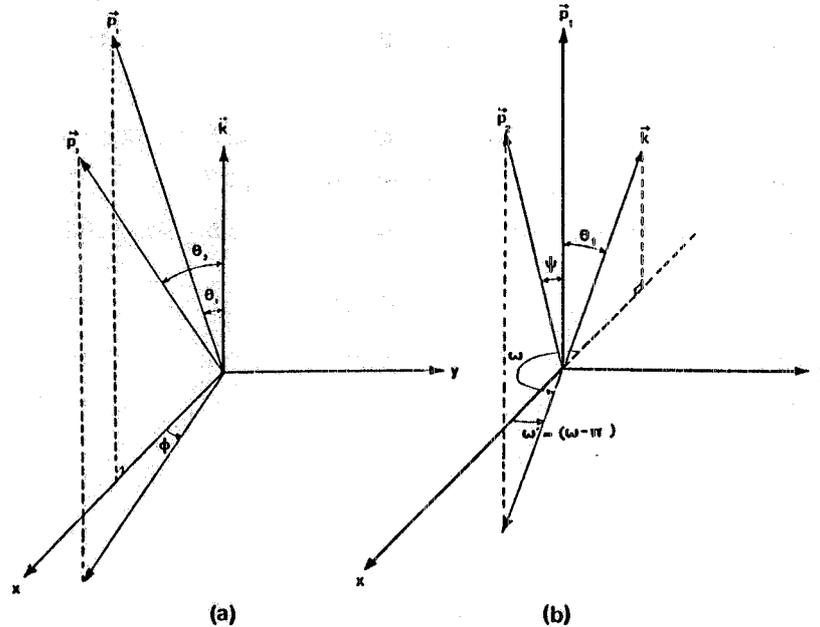


FIG. 7.2 - (a) Sistema di riferimento in cui viene data la sezione d'urto di bremsstrahlung in cui l'asse z coincide con la direzione del fotone emesso. (b) Sistema di riferimento in cui l'asse z coincide con la direzione dell'elettrone incidente.

$$q_{\perp} = p_1 \sin \vartheta_1 - p_2 \sin \vartheta_2$$

$$q_z = p_1 \cos \vartheta_1 - p_2 \cos \vartheta_2 - k.$$

Sommando membro a membro i quadrati di queste relazioni si ottiene:

$$q^2 = (u-v)^2 + uv(1 - \cos \phi) + 2\delta(1+u^2)(v-u)u + \delta^2(1+u^2)$$

dove si è posto $u = p_1 \sin \vartheta_1$, $v = p_2 \sin \vartheta_2$, $\delta = k / (2E_0 - E_r)$.

Nell' approssimazione di alte energie e piccoli angoli il momento trasferito varia nel range:

$$\delta(1+u^2) = q_{\min} < q < q_{\max}(u) \approx u.$$

In questo intervallo di valori di q , la sezione d'urto integrata sugli angoli solidi dell'elettrone è con buona approssimazione costante. Poichè l'angolo solido dell'elettrone corrispondente a $q \approx q_{\min}$, è minore di un fattore q^2/u^2 dell'angolo solido corrispondente a $q \approx q_{\max}$, ne consegue che la sezione d'urto differenziale in $\Delta\Omega_e$ nella regione di piccoli impulsi trasferiti, aumenta di un fattore u^2/q_{\min}^2 rispetto al valore nella zona $q \approx q_{\max}$ [MA81].

La regione di interesse fisico è pertanto quella di piccoli momenti trasferiti. In questa regione i valori delle grandezze che compaiono nell'espressione di q^2 sono tali da rendere $q^2 \approx q_{\min}^2$.

Come già detto precedentemente, l'espressione della sezione d'urto è data nel sistema di riferimento il cui asse z coincide con la direzione del fotone emesso. Nei calcoli di ottica dello spettrometro di tagging, sono invece comodi gli angoli dell'elettrone che ha irraggiato nel sistema il cui asse z coincide con la direzione dell'elettrone incidente, cioè di \mathbf{p}_1 .

In questo sistema di riferimento (vedi Fig. 7.2 (b)), l'angolo polare di \mathbf{p}_2 relativo a \mathbf{p}_1 è ψ , l'angolo polare di \mathbf{k} è ancora ϑ_1 , mentre l'angolo azimutale tra i vettori \mathbf{p}_2 e \mathbf{k} è denotato con ω . Dall'analisi della Fig. 7.2 risulta evidente che per $0 < \phi < 1$, ω risulta pari a $\pi + \omega'$, dove $0 < \omega' < 1$.

Gli angoli così definiti nei due sistemi di riferimento, sono legati dalle relazioni:

$$\cos\psi = \cos\vartheta_1 \cos\vartheta_2 + \sin\vartheta_1 \sin\vartheta_2 \cos\phi \quad [1]$$

$$\cos\vartheta_2 = \cos\vartheta_1 \cos\psi + \sin\vartheta_1 \sin\psi \cos\omega = \cos\vartheta_1 \cos\psi - \sin\vartheta_1 \sin\psi \cos\omega' \quad [2]$$

Per passare al sistema di riferimento in cui viene data la sezione d'urto, conviene riscrivere le espressioni [1] e [2], nel modo seguente:

$$\cos\phi = (\sin(\psi + \vartheta_1) - \cos\vartheta_1 \sin\psi(1 - \cos\omega')) / \sin\vartheta_2 \quad [3]$$

$$\cos\vartheta_2 = \cos(\psi + \vartheta_1) + \sin\vartheta_1 \sin\psi(1 - \cos\omega') \quad [4]$$

Utilizzando l'uguaglianza trigonometrica $\sin^2\vartheta_2 \sin^2\phi = \sin^2\vartheta_2(1 - \cos^2\phi)$, la [3] può essere semplificata nella seguente equazione per $\sin\phi$:

$$\sin\phi = \sin\psi \sin\omega' / \sin\vartheta_2 \quad [5]$$

Nell'approssimazione che gli angoli ϑ_1, ϑ_2 , e ϕ siano piccoli, le equazioni [4] e [5] si riducono a:

$$\vartheta_2 \approx \psi + \vartheta_1 \quad [6]$$

$$\phi \approx \psi \omega' / \vartheta_2 \quad [7]$$

che sono le espressioni da noi utilizzate nel calcolo della sezione d'urto di bremsstrahlung.

7.3. - Valutazione degli angoli solidi di emissione del fotone e d'elettrone che ha irraggiato

Per una corretta applicazione del metodo di Montecarlo al programma che calcola la funzione di risposta dei contatori di tagging, è necessario verificare che gli angoli solidi entro cui vengono

estratte la direzione d'irraggiamento dell'elettrone e di emissione del fotone, siano tali da contenere l'intera sezione d'urto totale di bremsstrahlung.

Dallo studio sulla collimazione del fascio di fotoni riportato nel capitolo V, risulta che l'angolo polare del fotone entro cui è compresa oltre il 99% della sezione d'urto totale d'irraggiamento è ≤ 0.002 rad per $E_0=1500$ MeV, mentre per $E_0=500$ MeV, circa il 97% di tale sezione d'urto è contenuta entro ≈ 0.004 rad; tali valori determinano pertanto il $\Delta\Omega_\gamma$ di estrazione per queste diverse energie del fascio. Non è quindi corretto estrarre l'angolo polare del fotone entro angoli solidi minori, d'altro canto un'estrazione entro angoli maggiori comporterebbe un inutile aumento del numero delle estrazioni.

Analogamente, per determinare l'angolo polare dell'elettrone che fissa il $\Delta\Omega_e$ di estrazione, è stata eseguita un'integrazione numerica in $d\Omega_e$ della quantità $d\sigma/d\Omega_e d\Omega_\gamma dk$, su intervalli dell'angolo polare dell'elettrone via via crescenti, con un passo di integrazione di 0.0001 rad. Il metodo di integrazione adottato è stato quello di Simpson [DA75].

Per risolvere numericamente tale integrale, bisogna fissare l'angolo polare del fotone ϑ_1 , la differenza tra gli angoli azimutali del fotone e dell'elettrone ω (quindi $\omega'=\omega-\pi$) e l'energia del fotone k ; va inoltre eseguita la trasformazione degli angoli descritta nel 7.2 per passare nel sistema di riferimento in cui è data la sezione d'urto $d\sigma/d\Omega_e d\Omega_\gamma dk$.

Nel grafico 7.3(a) è mostrato il risultato dell'integrazione, in funzione dell'angolo polare dell'elettrone ψ , per $E_0=1500$ MeV; i valori di k e ϑ_1 sono stati fissati rispettivamente a $0.8E_0$ (valore massimo del range energetico del tagging), e 0.002 rad (pari all'angolo polare massimo del fotone). Le diverse curve riportate sul grafico, corrispondono a cinque valori di ω' variabili nell'intervallo $\pm 0.5^\circ$, la linea continua corrisponde al caso $\omega'=0$. Tali curve mostrano come la dipendenza della sezione d'urto da quest'ultima variabile sia alquanto debole.

Nel caso in cui il valore di k venga portato a $0.4E_0=600$ MeV, cioè all'altro estremo dell'intervallo del tagging, lasciando inalterati i valori di ϑ_1 e di ω' , otteniamo l'andamento mostrato in Fig. 7.3 (b).

Dall'analisi della Fig. 7.3 appare evidente che i valori di ψ per i quali viene raggiunto il massimo della sezione d'urto, sono in entrambi i casi $\approx 4mk/E_0(E_0-k)$. Si ricordi (cfr. §2.2) che quest'ultima quantità risultava pari all'angolo polare dell'elettrone contenente oltre il 97% della sezione d'urto totale di bremsstrahlung [KE85].

Va sottolineato che il valore di ϑ_1 è stato scelto pari all'angolo polare del fotone emesso entro cui è contenuta oltre il 97% della sezione d'urto totale di bremsstrahlung; riducendo infatti tale angolo si ha una corrispondente riduzione dell'angolo polare ψ per il quale la sezione d'urto raggiunge il massimo, come è mostrato in Fig. 7.4.

In base a tali risultati possiamo dedurre che per $\vartheta_1=0.002$ rad, l'angolo polare degli elettroni entro cui è contenuta l'intera sezione d'urto di bremsstrahlung, vale al massimo 0.008 rad, tali valori ci fissano di conseguenza il $\Delta\Omega_\gamma$ ed il $\Delta\Omega_e$ di estrazione per $E_0=1500$ MeV.

Per un'energia del fascio di elettroni $E_0=500$ MeV, e, conseguentemente, $\vartheta_1 \approx 0.004$ rad, si ottengono risultati analoghi. Infatti nel caso $k=0.8E_0=400$ MeV, il valore di ψ per il quale la sezione

d'urto raggiunge il massimo corrisponde a $4mk/E_0(E_0-k)=0.016$ rad, come mostra la Fig. 7.5 (a). Quindi quest'ultimi valori di ϑ_1 e ψ fissano gli angoli solidi di estrazione per un'energia del fascio pari a 500 MeV.

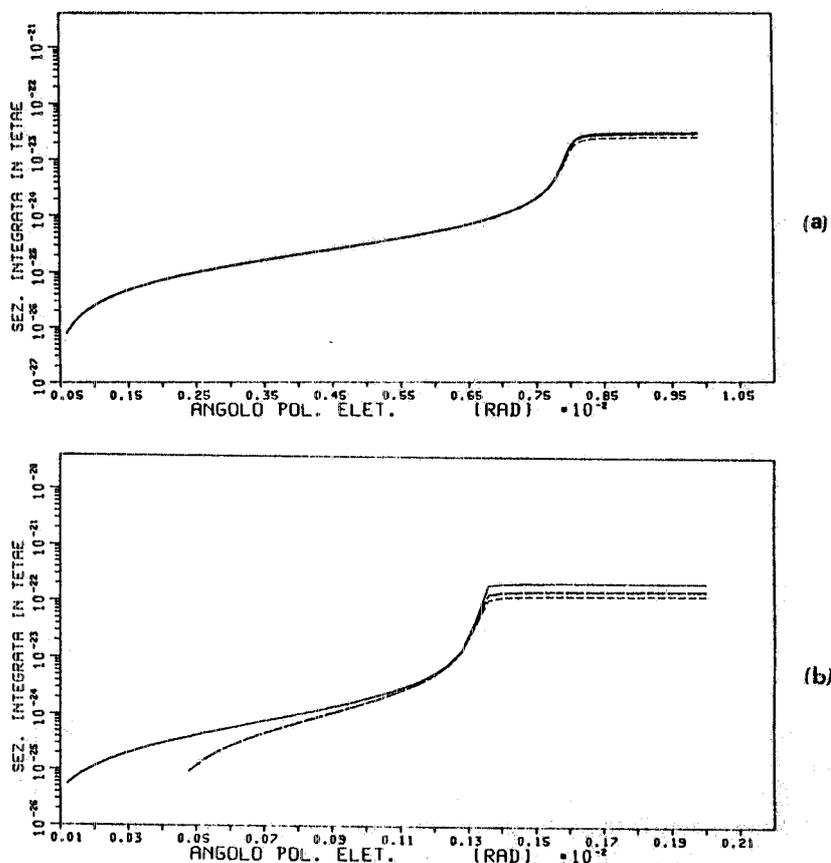


FIG. 7.3 - Sezione d'urto di bremsstrahlung integrata nell'angolo solido dell'elettrone, in funzione dell'angolo polare di quest'ultimo, per $E_0=1500$ MeV. Il valore dell'angolo polare del fotone è stato fissato a 0.002 rad, mentre l'energia del fotone è pari a $0.8E_0=1200$ MeV (Fig.7.3 (a)) e $0.4E_0=600$ MeV (Fig.7.3 (b)). Le diverse curve riportate sul grafico corrispondono a cinque diversi valori di $\omega'=\omega-\pi$, con ω differenza tra gli angoli azimutali del fotone e dell'elettrone, variabili nell'intervallo $\pm 0.5^\circ$.

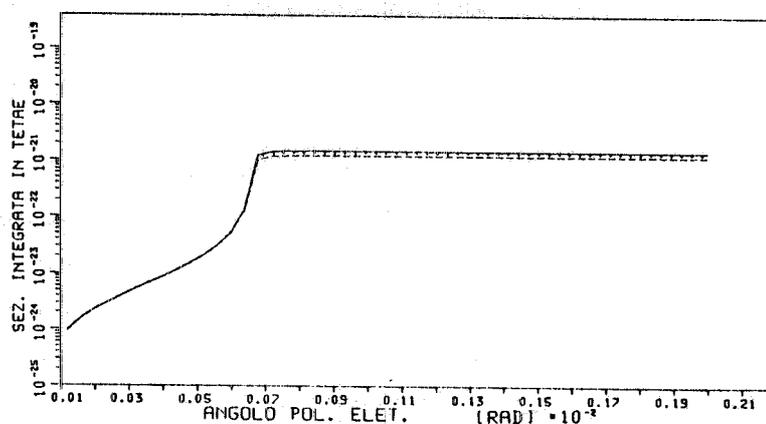


FIG. 7.4 - Sezione d'urto di bremsstrahlung integrata nell'angolo solido dell'elettrone, in funzione dell'angolo polare di quest'ultimo, per $E_0 = 1500$ MeV. I valori dell'angolo polare e dell'energia del fotone sono stati fissati rispettivamente a 0.001 rad e $0.4E_0 = 600$ MeV. Le diverse curve riportate sul grafico corrispondono a cinque diversi valori di $\omega'=\omega-\pi$, con ω differenza tra gli angoli azimutali del fotone e dell'elettrone, variabili nell'intervallo $\pm 0.5^\circ$.

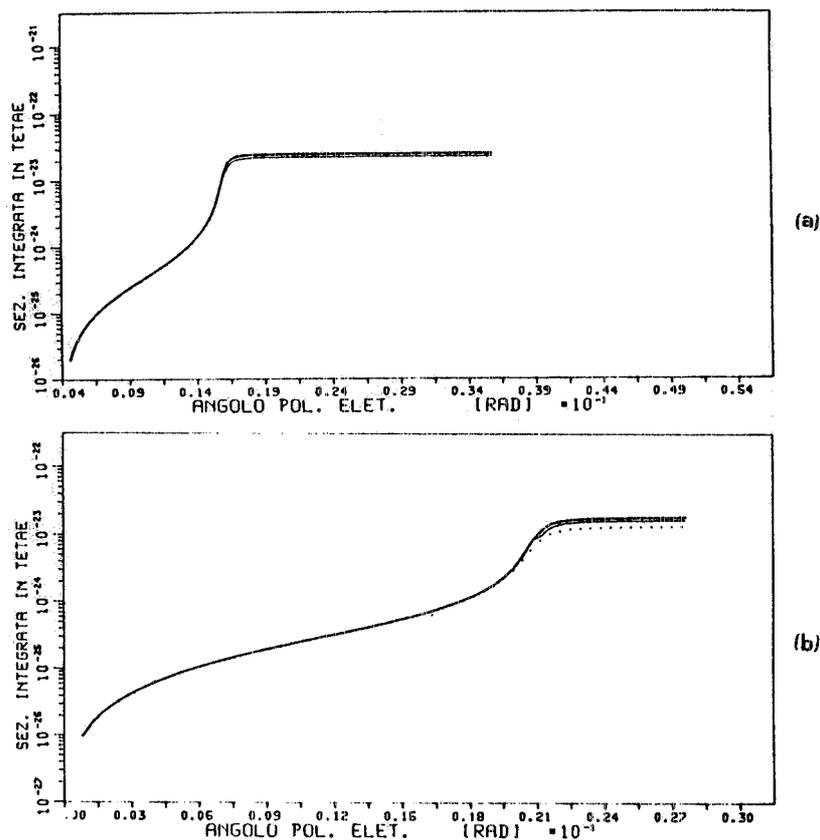


FIG. 7.5 - Sezione d'urto di bremsstrahlung integrata nell'angolo solido dell'elettrone, in funzione dell'angolo polare di quest'ultimo, per $E_0=500$ MeV. Il valore dell'angolo polare del fotone è stato fissato a 0.004 rad, mentre l'energia del fotone risulta pari a $0.8E_0=400$ MeV in Fig. 7.5 (a), e $0.84E_0=420$ MeV in Fig. 7.5 (b). Le diverse curve riportate sul grafico corrispondono a cinque diversi valori di $\omega'=\omega-\pi$, con ω' variabile nell'intervallo $\pm 0.5^\circ$.

Va notato inoltre che, in base a questi calcoli, si è confermata sensata la precauzione di non estendere oltre $0.8E_0$ il limite superiore dell'intervallo del tagging (cfr. §6.4). La Fig. 7.5 (b) mostra infatti che per $k=0.84E_0=420$ MeV il valore di ψ per cui la sezione d'urto raggiunge il massimo è pari a 0.021 rad, cioè superiore all'accettanza dell'anello come già detto nel §6.4.

7.4. - Descrizione del Montecarlo per il calcolo della funzione di risposta.

Nel programma di simulazione TAG tutti i processi fisici presi in considerazione sono contenuti in varie "routines" che vengono opportunamente richiamate dal programma principale. Questa struttura permette all'occorrenza qualsiasi modifica sul programma senza variarne comunque l'organizzazione. La logica del programma può essere riassunta nei seguenti punti:

- 1) per ogni canale di tagging viene effettuata una scansione in energia con passo di 0.5 MeV su un intervallo energetico ΔE fissato nel 'main'. Tale intervallo è ovviamente maggiore dell'intervallo energetico $\Delta E'$ definito nel canale di tagging considerato ($\Delta E'=0.009E_\gamma$ per $E_0=1500$ MeV, $\Delta E'=0.018E_\gamma$ per $E_0=1000$ MeV, $\Delta E'=0.027E_\gamma$ per $E_0=500$ MeV). Per ogni valore dell'energia fissata dalla scansione viene estratto un numero NE di elettroni e quindi un numero NG=NE di fotoni.
- 2) Si passa all'estrazione delle coordinate radiali e verticali (x,y) di un elettrone (le cui deviazioni

standard σ_x e σ_y , riportate per le varie energie del fascio nel §4.2, sono relative al caso di accoppiamento completo tra oscillazioni di betatrone radiali e verticali) e degli angoli corrispondenti x' , y' , secondo le equazioni che descrivono le ellissi nello spazio delle fasi [MAR84].

- 3) Gli angoli cartesiani x' ed y' vengono trasformati in angoli polari ϑ, ϕ . Viene estratto uniformemente il punto di irraggiamento nello spessore effettivo attraversato dall'elettrone, che è pari allo spessore del bersaglio diviso $\cos\vartheta$.
- 4) Vengono estratti uniformemente nell'angolo solido $\Delta\Omega_e$ gli angoli polari dell'elettrone che ha irraggiato. Tali angoli sono riferiti alla direzione di volo dell'elettrone, pertanto debbono essere riportati nel sistema del laboratorio per applicare le matrici di trasporto del fascio.
- 5) Gli angoli di irraggiamento dell'elettrone vengono trasformati in angoli cartesiani e l'elettrone viene trasportato, con le matrici di trasporto di un fascio non monocromatico descritte nel §6.1, fino all'ingresso del magnete curvante. Dentro il magnete la traiettoria dell'elettrone è approssimata da un tratto di elica circolare: l'errore che si commette è inferiore al millimetro.
- 6) Viene valutato l'effetto della diffusione dell'elettrone sulla parete della camera da vuoto, supposta costituita da una finestra di mylar, di spessore pari ad 1mm. La soluzione da noi adottata richiede una modifica del tratto di ciambella adiacente i contatori di tagging, dal momento che l'attuale camera da vuoto di Adone è in acciaio di 4 mm di spessore. Infatti, da un esame della Fig.6.18, risulta che lo spessore effettivo attraversato dagli elettroni, che va come l'inverso del seno dell'angolo di incidenza, è molto maggiore di 4 mm e tale da non consentire una risoluzione $<1\%$ per $E_0=1500$ MeV.
- 7) Gli angoli polari di scattering vengono trasformati in angoli cartesiani e l'elettrone viene seguito fino al piano di rivelazione. Si verifica se l'elettrone entra nello scintillatore della prima fila, che definisce il canale di tagging considerato. Se così non avviene il programma va al punto 12.
- 8) Dopo aver valutato il contributo dello scattering nello scintillatore della prima fila, si controlla se l'elettrone entra nel contatore della seconda, che definisce il canale di tagging in considerazione, in caso contrario il programma va al punto 12.
- 9) Viene valutato il contributo dello scattering sul secondo scintillatore; vengono estratti uniformemente nell'angolo solido $\Delta\Omega_\gamma$ gli angoli del fotone emesso dall'elettrone rivelato.
- 10) Dopo aver eseguito il cambiamento degli angoli descritto nel §7.2, per portarci nel sistema il cui asse z coincide con la direzione di volo del fotone, si calcola il valore della $d\sigma/d\Omega_e d\Omega_\gamma dk$ che viene usato per pesare ogni evento. Se l'indice I indica l'energia fissata dalla scansione, allora il vettore:

$$\text{CONT2}(I) = \text{CONT2}(I) + d\sigma/d\Omega_e d\Omega_\gamma dk$$

è proporzionale al numero di conteggi per elettroni di quella certa energia sul canale in considerazione.

- 11) Si controlla se il fotone irraggiato attraversa il collimatore ± 1.2 mrad di definizione del fascio. Se ciò non avviene il programma va al punto 15, altrimenti viene incrementato un vettore

indicativo del numero di elettroni rivelati, con un fotone associato che attraversa il collimatore:

$$\text{CONT1}(I) = \text{CONT1}(I) + d\sigma/d\Omega_e d\Omega_\gamma dk$$

e quindi si passa al punto 15.

I successivi punti 12, 13 e 14 vengono eseguiti soltanto se l'elettrone non è stato rivelato.

12) Se l'energia dell'elettrone perso non è compresa entro l'intervallo ΔE il programma va al punto 15, nel caso contrario, viene estratta uniformemente in $\Delta\Omega_\gamma$ una direzione di emissione del fotone irradiato dall'elettrone non rivelato.

13) Si calcola la $d\sigma/d\Omega_e d\Omega_\gamma dk$ e si incrementa un vettore in cui vengono memorizzate le perdite di elettroni:

$$\text{ELPER2}(I) = \text{ELPER2}(I) + d\sigma/d\Omega_e d\Omega_\gamma dk .$$

14) Viene verificato che il fotone irradiato passi il collimatore. Se ciò non accade il programma va al punto 15, altrimenti si incrementa un vettore in cui vengono memorizzati gli elettroni persi in corrispondenza dei quali i fotoni emessi sono rivelati:

$$\text{ELPER1}(I) = \text{ELPER1}(I) + d\sigma/d\Omega_e d\Omega_\gamma dk .$$

15) Si procede ad un'altra estrazione per l'elettrone (si torna al punto 2). Se il numero di estrazioni relativamente all'energia fissata dalla scansione ha raggiunto il valore stabilito NE, viene incrementato l'indice I, passando così ad un'altra energia e riavzerando il numero delle estrazioni.

7.5. - Calcolo della efficienza, della probabilità e della funzione di risposta dei contatori di tagging.

Dai vettori definiti nel §7.4 è immediato ricavare i valori della efficienza ϵ_t e della probabilità p_t del tagging descritte nel §2.2. Queste grandezze sono infatti determinate, relativamente al canale considerato, dalle seguenti relazioni:

$$\epsilon_t = \Sigma_I \text{CONT1}(I) / \Sigma_I \text{CONT2}(I),$$

$$p_t = \Sigma_I \text{CONT1}(I) / (\Sigma_I \text{CONT1}(I) + \Sigma_I \text{ELPER1}(I))$$

Nella Fig. 7.6 riportiamo gli andamenti della efficienza e della probabilità ottenute dal calcolo di Montecarlo in funzione del numero dei canali e per $E_0=1500$ MeV. I canali di tagging sono stati numerati nel verso crescente dell'energia degli elettroni rivelati. Entrambe queste quantità si mantengono $>80\%$ su tutto l'intervallo energetico del tagging.

Nella Fig. 7.7 riportiamo i corrispondenti andamenti di ϵ_t e di p_t per $E_0=500$ MeV, sui 26 canali di tagging. Dall'analisi di tale figura risulta che l'efficienza diminuisce su tutto l'intervallo del tagging di un fattore 2.7, rispetto all'andamento mostrato per $E_0=1500$ MeV. Tale riduzione è imputabile al taglio prodotto dal collimatore del fascio di fotoni, che diventa più severo per $E_0=500$ MeV (essendo l'apertura angolare della bremsstrahlung inversamente proporzionale ad E_0). In base alla definizione di efficienza (cfr. §2.2), ciò comporta una diminuzione del numeratore del rapporto che definisce tale grandezza.

Per quanto riguarda la probabilità, la riduzione del numeratore è compensata da una stessa riduzione della quantità a denominatore, pertanto non si nota una variazione sostanziale di p_t nei casi $E_0=1500$ MeV e $E_0=500$ MeV.

Va notato inoltre che sia per $E_0=1500$ MeV che per $E_0=500$ MeV, si ha una riduzione dell'efficienza all'aumentare del numero del canale, cioè all'aumentare dell'energia degli elettroni rivelati. Tale riduzione è imputabile:

- all'effetto del collimatore di definizione del fascio di fotoni, che, come mostrato in tabella 4.1, è più importante (per E_0 fissato) a bassi valori di k . Pertanto al diminuire dell'energia k diminuisce il numeratore di ϵ_t ;
- all'effetto della diffusione multipla sugli elettroni che è più importante per elettroni di bassa energia (e quindi alti valori di k). Quest'ultimo effetto rende infatti il denominatore di ϵ_t relativa al primo canale, minore della corrispondente quantità relativa all'ultimo canale di tagging.

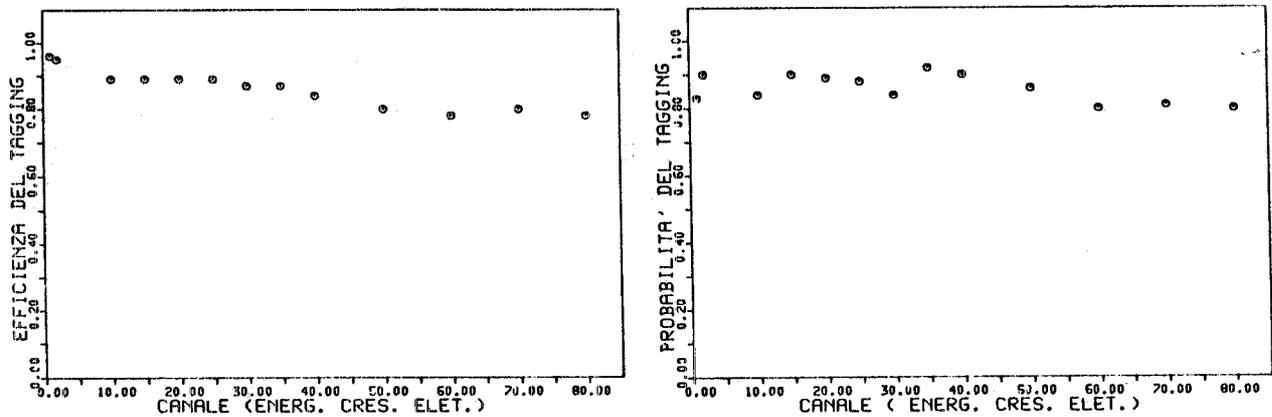


FIG. 7.6 - Curve di efficienza e di probabilità del tagging ottenute da un calcolo di Montecarlo in funzione del numero di canali e per $E_0=1500$ MeV. I canali del tagging sono numerati nel verso crescente dell'energia degli elettroni rivelati.

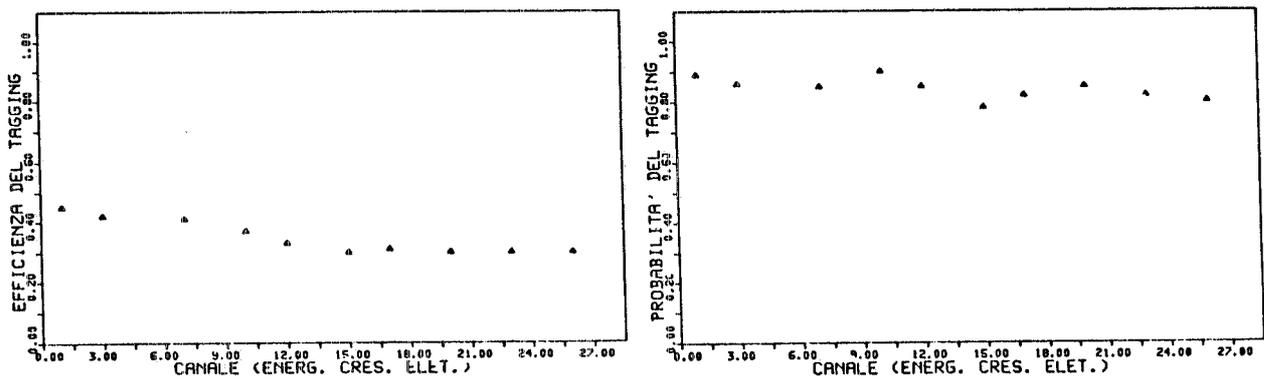


FIG. 7.7 - Curve di efficienza e di probabilità del tagging ottenute da un calcolo di Montecarlo, in funzione del numero di canali e per $E_0=500$ MeV. I canali del tagging sono numerati nel verso crescente dell'energia degli elettroni rivelati.

Se nel vettore $V(I)$ vengono immagazzinati i valori delle energie considerate nella scansione, allora l'energia del canale calcolata dal Montecarlo è definita come:

$$E = \frac{\sum_I \text{CONT1}(I) \cdot V(I)}{\sum_I \text{CONT1}(I)}$$

e la sua indeterminazione energetica è la f.w.h.h. dello spettro.

Nelle Fig. 7.8 e 7.9 sono riportati alcuni spettri con i relativi errori, rispettivamente per $E_0=1500$ MeV e per $E_0=500$ MeV. Riguardo al calcolo dell'errore è stato utilizzato il metodo descritto nel lavoro "Monte Carlo theory and practice" [JA80].

Tali figure mostrano sia lo spettro degli elettroni in coincidenza con un fotone che arriva sul punto bersaglio, sia lo spettro degli elettroni in singola, (l'efficienza è definita come il rapporto tra le aree dei due spettri). Gli spettri in Fig.7.8 si riferiscono al 1° , al 40° , all' 80° canale per $E_0=1500$ MeV, mentre in Fig.7.9 sono riportati gli spettri relativamente il 1° , al 15° , al 26° canale per $E_0=500$ MeV.

Dall'esame di tali figure risulta che la risoluzione energetica dei contatori non peggiora sensibilmente rispetto ai valori previsti, in particolare si mantiene per $E_0=1500$ MeV intorno allo 0.9%, mentre per $E_0=500$ MeV risulta circa uguale al 2.7%. L'energia dei fotoni definita dal calcolo di Montecarlo per il 1° , il 40° , l' 80° canale, risulta pari a 1196.8 MeV, 842.4 MeV, 587.3 MeV, mentre i valori dell'energia calcolati con il programma di ottica magnetica risultano rispettivamente 1196.5 MeV, 842.3 MeV, 587.6 MeV. Analogamente le energie dei fotoni calcolate dal Montecarlo per il 1° , il 15° , il 26° canale di Fig. 7.9 sono, rispettivamente, 395.7 MeV, 271.3 MeV, 201.7 MeV; i valori relativi ai calcoli di ottica magnetica risultano pari a 395.5 MeV, 270.9 MeV, 201.3 MeV.

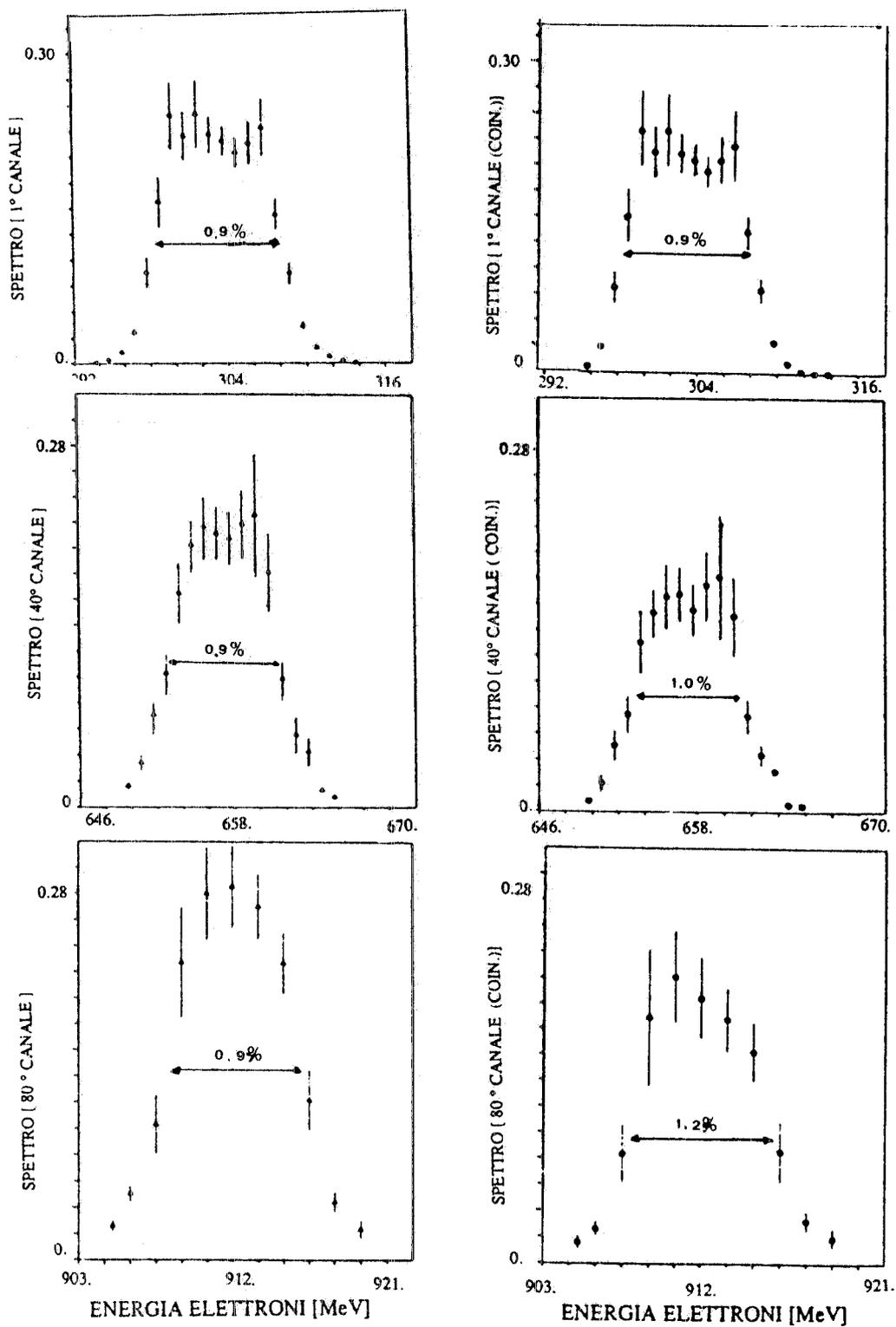


FIG. 7.8 - Spettri degli elettroni in singola ed in coincidenza (moltiplicati per 10^{11}), in funzione dell'energia degli elettroni, relativamente al 1°, al 40°, all'80° canale di tagging, per $E_0=1500$ MeV. I valori della risoluzione energetica dei fotoni, in percento, sono riportati sui singoli spettri.

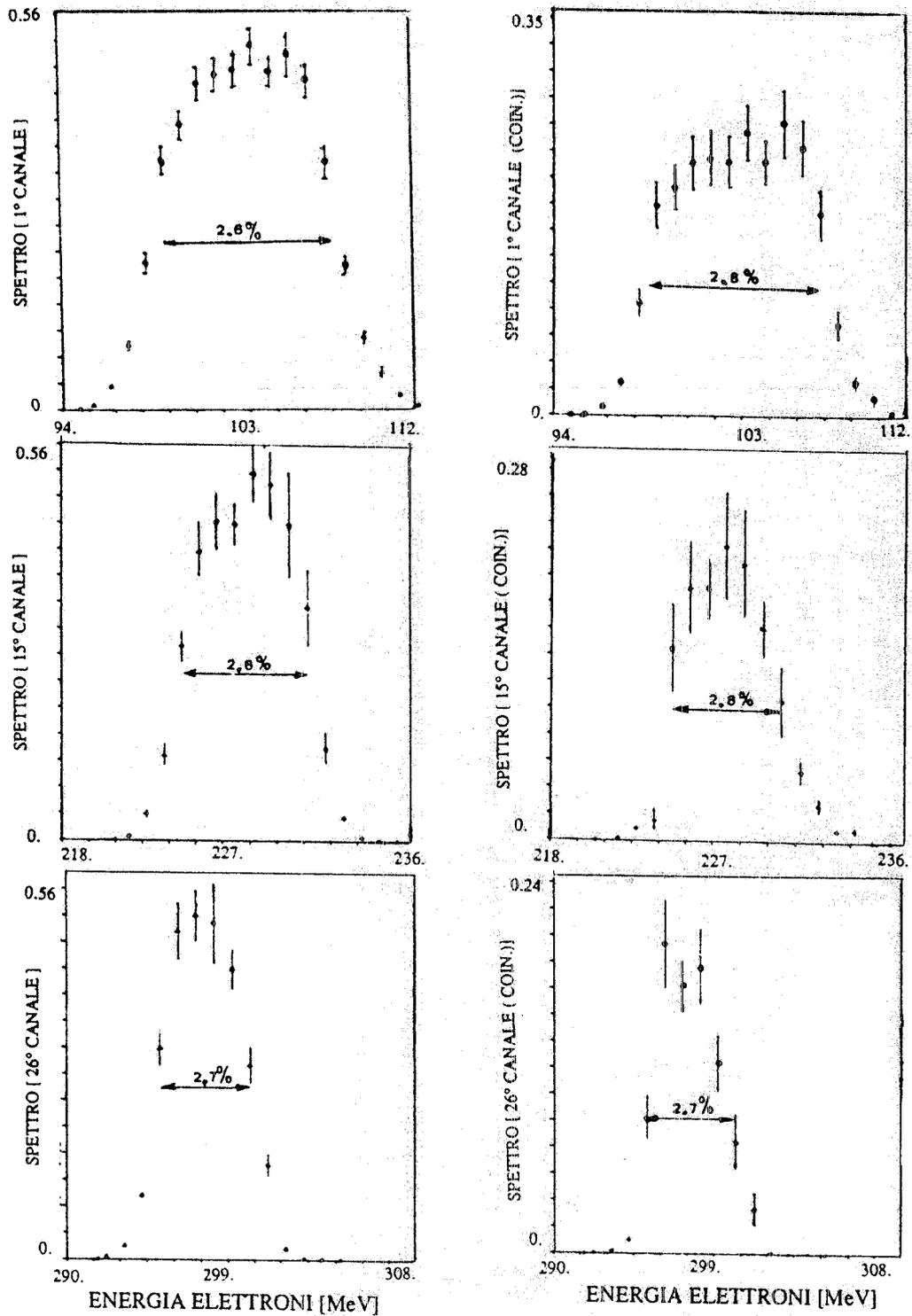


FIG. 7.9 - Spettro degli elettroni in singola ed in coincidenza (moltiplicati per 10^{11}), in funzione dell'energia dell'elettrone, relativamente al 1°, al 15°, al 26° canale di tagging, per $E_0=500$ MeV. I valori della risoluzione energetica dei fotoni, in percento, sono riportati sui singoli spettri.

BIBLIOGRAFIA

- [AH84] - J. AHRENS et al., Phys. Lett. **146B** (1984) 303.
 [AH85A] - J. AHRENS, J. S. O'CONNEL, Comments Nucl. Part. Phys. **14** (1985) 245.
 [AH85B] - J. AHRENS, Nucl. Phys. **A446** (1985) 229.
 [AR72] - P. E. ARGAN et al., Phys. Rev. Lett. **29** (1972) 1191.
 [ARM72] - T. A. ARMSTRONG et al., Phys. Rev. **D5** (1972) 1640.
 [AR75] - S. ARAI et al., J. of Appl. Phys. **14** (1975) 95.
 [AR82] - J. ARENDS et al., Nucl. Instr. and Meth. **201** (1982) 361.
 [AR83] - E. A. ARAKELYAN et al., Sov. I. Nucl. Phys. **38** (1983) 589.
 [BA83] - K. BABA et al., Phys. Rev. **C28** (1983) 268.
 [BE81] - M. BERNHEIM et al., Nucl. Phys. **A365** (1981) 349.
 [BE85] - R. BERGERE, 2° Workshop on Perspectives in Nuclear Physics at Int. Energies, Trieste (1985).
 [CA79] - D. O. CALDWELL et al., Phys. Rev. Lett. **42** (1979) 553.
 [CA83] - L. S. CARDMANN, Magnetic Spectrometer Workshop Williamsburg VA (1983).
 [CA85] - J. M. CAMERON, Nucl. Phys. **A446** (1985) 351.
 [CO81] - P. CORVISIERO et al., Nucl. Instr. and Meth. **185** (1981) 351.
 [CR83] - B. CRAFT, C. F. WILLIAMSON, A Study of the Effects of Internal Targets in a 1.0 GeV Storage Ring, Bates Internal Report N° 83-03.
 [DA75] - R. J. DAVIS, P. RABINOWITZ, Methods of Numerical Integration (1975).
 [DHPCG] - Scient. Subrout. Pachege, I.B.M.
 [GE73] - H. GENZ, W. SCHMIDT, Nucl. Phys. **B59** (1973) 629.
 [GI77] - M. GIANNINI, M. SANZONE, Proposta ALFA, Frascati Report LNF 77/46 (1977).
 [GS81] - J. GSPANN et al., J. Low Temp. Phys. **45** (1981) 343.
 [GR66] - R. J. GRIFFITHS et al., Nucl. Instr. and Meth. **40** (1966) 181.
 [HA72] - O. F. HAGENA, W. OBERT, J. Chem. Phys. **56** (1972) 1973.
 [HE53] - W. HEITLER, Quantum Theory of Radiation (1953).
 [HO83] - S. HONIMA et al., Ins- Rep.-984 (1983).
 [JA80] - F. JAMES, Rep. Progr. Phys. **43** (1980) 1145.
 [JA82] - E. JANS et al., Phys. Rev. Lett. **49** (1982) 974.
 [KE60] - E. KEIL et al., Z. Naturforsch. **15** (1960) 1031.
 [KE85] - J. D. KELLIE et al., Nucl. Instr. and Meth. **A241**(1985) 153.
 [KO59] - H. W. KOCH, J. W. MOTZ, Revs. Mod. Phys. **31** (1959) 920.
 [KO85] - S. KOCH, Perspectives in Nuclear Physics at Int. Energies, ed. by S. BOFFI, C. CIOFI and M. GIANNINI, TRIESTE (1985) 153.
 [MA81] - L. C. MAXIMON, A. De MINIAC, T. ANIEL, Note CEA-N-2203 (1981).
 [MA84] - M. MACRI, Gas Internal Targets, Proc. CERN Accelerator School, Oct. 1983 CERN 84/15.
 [MAR84] - M. MARTINI, CERN PS/84 - 9 (AA).
 [MO76] - J. MOUGEY et al., Nucl. Phys. **A262** (1976) 461.
 [MO77] - V. MONTELATICI, CNEN Nota Interna 77.126 (1977).
 [OB78] - W. OBERT, 11 Int. Sym. on Rarefied Gas Dynamics, Cannes (1978).
 [PL85] - S. PLATCHOKOV, Nucl. Phys. **A446** (1985) 151.
 [PO83] - S. G. POPOV, Workshop on the Use of Electron Rings for Nuclear Physics Research, Lund (1983) 150.
 [RA62] - A. RALSTON, MTAC, 16 (1962) 431.
 [RI84] - H. RIES et al., Phys. Lett. **139B** (1984) 254.
 [RO62] - R. M. ROTTY, Introduction to Gas Dynamics (1962).
 [SA70] - M. SANDS, The Phys. of Elect. Storage Rings, SLAC-121 UC28 (ACC).
 [SC52] - W.T. SCOTT, Phys. Rev. **85** (1952) 245.
 [SC63] - W. T. SCOTT, Revs. Mod. Phys. **35** (1963) 1.
 [SE67] - A. SEPTIER, Focusing of Charged Particles (1967).
 [TA83] - M. TAIUTI et al., Nucl. Instr. and Meth. **211** (1983) 135.
 [TA121] - F. TAZZIOLI, Memorandum Adone T-121.
 [TE85] - T. TERESAWA et al., Università di Melbourne UM-P-85/35.
 [TR83] - M. TREICHEL et al., Nucl. Instr. and Meth. **212** (1983) 101.
 [TS74] - Y. S. TSAI, Revs. Mod. Phys. **46** (1974) 815.
 [WE74] - W. WEISE, Phys. Rep. **2** (1974) 53.