

ISTITUTO NAZIONALE DI FISICA NUCLEARE  
Laboratori Nazionali di Frascati

LNF-85/40(R)  
4 Settembre 1985

L. Ideo, F. Cindolo e G. Prisco:  
EFFETTI DELLE CARATTERISTICHE DEL FASCIO ELETTRONICO  
SULL'EMISSIONE SPONTANEA E STIMOLATA DA UN OPTICAL  
KLYSTRON

**EFFETTI DELLE CARATTERISTICHE DEL FASCIO ELETTRONICO SULL'EMISSIONE SPONTANEA  
E STIMOLATA DA UN OPTICAL KLYSTRON**

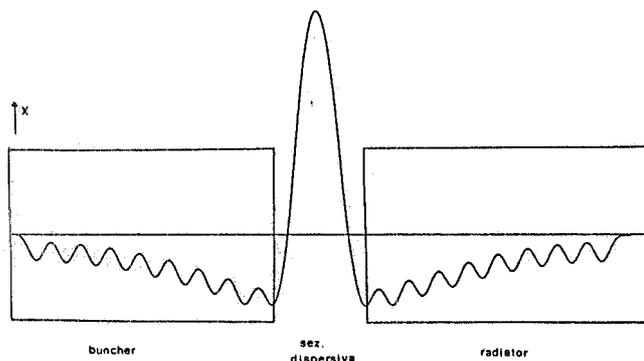
L. Ideo  
INFN - Laboratori Nazionali di Frascati, Frascati, Italia

F. Cindolo e G. Prisco  
Istituto di Fisica Sperimentale dell'Università di Napoli, Napoli, Italia

**1. - INTRODUZIONE**

In un Free-Electron-Laser, l'amplificazione di radiazione ottica coerente è realizzata tramite la sua interazione con un fascio di elettroni di alta energia in una struttura magnetica spazialmente periodica (ondulatore); il guadagno ottico dipende dalla configurazione di campo magnetico. Vinokurov e Skrinsky<sup>(1)</sup> hanno proposto una speciale struttura, detta Optical Klystron, che può fornire un guadagno maggiore rispetto ad un normale ondulatore sinusoidale con la stessa intensità di picco del campo magnetico sull'asse, lo stesso periodo e la stessa lunghezza totale.

La struttura di un optical klystron (OK) è mostrata schematicamente in Fig. 1: essa consiste



**FIG. 1 - Ondulatore in configurazione OK e traiettoria di un elettrone con condizioni d'ingresso ideali.**

di due ondulatori (detti rispettivamente "buncher" e "radiator") nei quali il campo magnetico può essere approssimato con un andamento sinusoidale, separati da un tratto magnetico dispersivo (in cui il tempo di transito dipende dall'energia degli elettroni) che converte la modulazione di energia all'uscita del buncher in una modulazione di densità all'ingresso del radiator; si ottiene allora una modulazione delle curve di emissione sia spontanea che stimolata, nonché un aumento del valore di picco di queste ultime. La frequenza di modulazione ed il guadagno di picco sono funzioni della configurazione di campo magnetico nella sezione dispersiva; in particolare, aumentano entrambi con la lunghezza della sezione dispersiva e con il momento del secondo ordine del campo magnetico in tale zona (Eq. 8). Lo scambio energetico tra il campo EM e il bunch di elettroni in un OK è stato studiato in base all'equazione di Vlasov<sup>(2)</sup>, alle traiettorie elettroniche<sup>(3)</sup>, alle equazioni self-consistent accoppiate di Lorentz-Maxwell<sup>(4)</sup> ed al teorema di Madey<sup>(5)</sup>. Quest'ultimo approccio, al quale si fa riferimento nel seguito, lega il guadagno ottico alla derivata, rispetto all'energia degli elettroni, dello spettro di emissione spontanea.

Attività sperimentali relative all'utilizzo di magneti ondulatori in configurazione OK sono in corso a Novosibirsk<sup>(6)</sup> ed a Orsay<sup>(7)</sup>; la sensibilità dello spettro di emissione da un OK all'emittanza ed allo spread energetico del fascio elettronico in ingresso rende tale dispositivo un interessante strumento di diagnosi di macchina (Ref. (8)). Anche nel quadro dell'esperimento LELA è stata prevista la possibilità di modificare la corrente nelle bobine centrali dell'ondulatore in modo da convertire la struttura magnetica in un OK: a titolo di esempio, riportiamo in Fig. 2 una delle mappe di campo effettuate in fase di calibrazione dell'ondulatore LELA in configurazione OK.

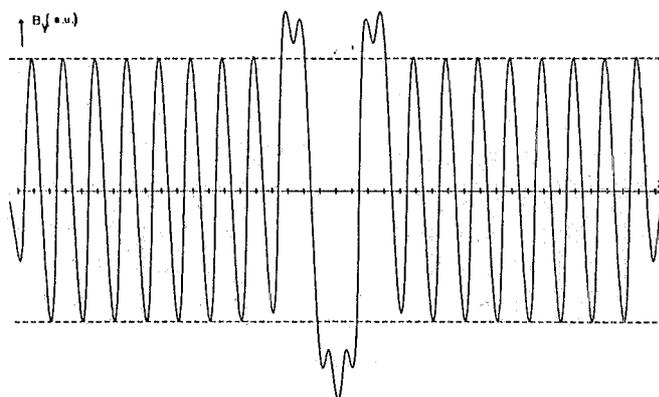


FIG. 2 - Mappa di campo ottenuta tramite misure sull'ondulatore di ADONE in configurazione OK.

Viene inoltre presentato uno studio sistematico degli spettri di emissione spontanea e stimolata dall'ondulatore LELA in configurazione OK, in funzione dei parametri del fascio elettronico in ingresso e della sezione dispersiva. I risultati esposti sono infine confrontati con i valori previsti in base ad altri approcci teorici<sup>(8)</sup>.

## 2. - GUADAGNO DI UN MODO LASER GAUSSIANO AMPLIFICATO DA UN FASCIO ELETTRONICO REALE

Il guadagno di un modo laser gaussiano  $TEM_{00}$  polarizzato linearmente, amplificato da un fascio elettronico monocromatico di emittanza finita, è dato da<sup>(9-10)</sup>

$$G = - \frac{\partial}{\partial \gamma_i} \left[ C_x C_y \sum_{p,q} \frac{D_x^p}{p!} \frac{D_y^q}{q!} |I_{pq}|^2 \right] \quad (1)$$

dove

$$I_{pq} = \iint du_x du_y u_x^p u_y^q \hat{E}(\hat{u}, \omega_L) e^{-(B_x u_x^2 + B_y u_y^2 + \gamma_x u_x + \gamma_y u_y)}$$

$$C_{x,y} = (\theta^2 + 2 \sigma'_{x,y})^{-\frac{1}{2}} \exp \left[ - \frac{2 (\delta_{ox,y}/\theta)^2}{1+2(\sigma'_{x,y}/\theta)^2} \right]$$

$$D_{x,y} = 2(|b|^2 d_{x,y}) + \frac{1}{2} K_L^2 \sigma_{x,y}^2$$

$$B_{x,y} = b \left( 1 - \frac{b}{d_{x,y}} \right) + \frac{1}{4} K_L \sigma_{x,y}^2$$

$$d_{x,y} = \frac{2}{\theta^2} + \frac{1}{\sigma_{x,y}^2} \quad (2)$$

$$b = \frac{1}{\theta^2} + i \Delta z \quad \Delta z = \pi z_o / \lambda_L$$

$$\gamma_{x,y} = \frac{2 \delta_{ox,y}}{1+2(\sigma'_{x,y}/\theta)^2} - i K_L x_o, y_o$$

dove abbiamo indicato con  $\hat{u}$  un vettore unitario che punta nella direzione di osservazione ( $du_x du_y = \sin \theta d\theta d\varphi$ ), in un riferimento solidale con l'ondulatore, e con  $\hat{E}(u, \omega_L)$  la distribuzione angolare di campo lontano della componente di Fourier, alla frequenza  $\omega_L$  del modo laser, del campo elettrico dell'emissione spontanea da un elettrone con condizioni di ingresso ideali.

Il significato degli altri simboli presenti nelle (2), insieme ai valori per essi previsti nell'attuale configurazione dell'esperimento LELA, è riportato in Tabella I; gli indici x e y si riferiscono alla componente radiale (x) e verticale (y) delle quantità in cui compaiono. Le equazioni (1) e (2) sono state ricavate assumendo che la potenza trasportata dal modo laser sia indipendente dalla divergenza angolare  $\theta$ . Si è inoltre supposto che il fascio elettronico sia debolmente divergente, e che la sue dimensioni trasverse siano molto minori del gap nell'ondulatore.

E' da notare infine che le (1) e (2) non fanno riferimento ad una particolare configurazione di campo magnetico; questa influisce infatti sul guadagno ottico solo tramite la distribuzione di radiazione spontanea  $\hat{E}$  nella (1). L'approccio descritto consente quindi di ottenere, tramite un calcolo preliminare dell'emissione spontanea di un elettrone nel dispositivo, le curve di guadagno sia di un FEL che di un OK. Un codice di calcolo, sviluppato a partire dalle (1) e (2) permette<sup>(9)</sup> di valutare gli effetti dell'emittanza finita del fascio elettronico in ingresso sulle curve di guadagno, senza che questo comporti un sensibile aumento del tempo di CPU.

Gli effetti dovuti allo spread energetico finito del fascio elettronico in ingresso possono essere valutati in base all'espansione<sup>(9)</sup>

$$\int dy_i f(y_i) F(y_i) = \sum_N \frac{1}{N!} \left( \frac{\sigma_y}{2} \right)^{2N} g^{(2N)}(\gamma_c) \quad (3)$$

dove la quantità a primo membro rappresenta la media di una funzione  $f$  dell'energia iniziale sulla distribuzione gaussiana

**TABELLA I** - Significato e valori (Esperimento LELA) dei parametri nelle equazioni (1) e (2).

Lunghezza d'onda del modo laser $\lambda_L = 2\pi/K_L = 2\pi c/\omega_L = 5145 \text{ \AA}$
Divergenza angolare del modo laser $\theta \sim 0.3 \text{ mrad}$
Distanza del waist del modo laser dall'ingresso dell'ondulatore $Z_0 \sim 1.16 \text{ m}$
Spostamento angolare dell'asse ottico del modo laser dall'asse dell'ondulatore <sup>(*)</sup> $\delta_{0x}, \delta_{0y}$
Spostamento (all'ingresso dell'ondulatore <sup>(*)</sup> ) dell'asse ottico del modo laser dall'asse dell'ondulatore <sup>(*)</sup> $x_0, y_0$
Energia di ingresso degli elettroni $\gamma_i = \text{energia [MeV]}/0.511 = 1193$
Sezione del fascio elettronico in ingresso <sup>(+)</sup> $\sigma_x = 0.75 \text{ mm} \quad \sigma_y = 0.2 \text{ mm}$
Divergenza angolare del fascio elettronico in ingresso <sup>(+)</sup> $\sigma'_x = 0.075 \text{ mrad}, \quad \sigma'_y = 0.08 \text{ mrad}$

(\*) Questi parametri sono nulli nel caso in cui l'asse di simmetria del fascio laser incidente e l'asse dell'ondulatore sono allineati: sono stati inseriti nelle (1) e (2) allo scopo di studiare gli effetti dovuti ad un eventuale disallineamento.

(+) Questi valori non tengono conto dell'allungamento anomalo, i cui effetti sulle caratteristiche del fascio sono discussi nel paragrafo 4.

$$F(\gamma_i) = \frac{1}{\sigma_\gamma \sqrt{\pi}} \exp - \frac{(\gamma_i - \gamma_C)^2}{\sigma_\gamma^2} \quad (4)$$

di valor medio  $\gamma_C$  e spread  $\sigma_\gamma$ . La (3) può essere usata per calcolare la media sulla distribuzione iniziale in energia del fascio delle curve di emissione sia stimolata che spontanea; le funzioni che vengono mediate sono rispettivamente il guadagno per il fascio monocromatico (dato dalla (1) per un fascio di emittanza finita), e l'energia  $d^2W/d\omega d\Omega$  emessa per unità di frequenza e di angolo solido dagli elettroni. Quest'ultima (proporzionale a  $|\hat{E}|^2$ ) può essere calcolata in base alle note formule dell'elettrodinamica classica quando siano state risolte le equazioni del moto per un elettrone nella configurazione di campo magnetico considerata (vedi § 5).

Per quanto concerne il calcolo numerico, il secondo membro della (3) può essere valutato determinando il valore di  $f(\gamma_i)$  in  $2M+1$  punti disposti simmetricamente attorno a  $\gamma_C$ ,  $M+1$  essendo l'ordine a cui si vuole troncata la serie. Il tempo di CPU di un codice di calcolo in cui sia stata implementata la (3) aumenta di conseguenza. La scelta di  $M$  dipende dalla rapidità di variazione di  $f$  nell'intorno di  $\gamma_C$ ; questo punto sarà discusso in dettaglio nel seguito (§ 5).

I tempi di CPU di un codice in cui siano implementate entrambe la (1) e la (3) sono dell'ordine

di qualche ora sul sistema VAX 11/780 dei LNF; nei casi in cui ci si aspetta che gli effetti dovuti allo spread energetico siano più sensibili di quelli dovuti agli altri parametri che vengono qui presi in considerazione (divergenza finita del fascio laser, disallineamento, emittanza finita del fascio elettronico) conviene implementare la (3) in un codice in cui il guadagno per il fascio monocromatico sia calcolato in base al teorema di Madey<sup>(5)</sup>

$$G(\gamma_i) = - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \gamma_i} \frac{d^2 W}{d\omega d\Omega} \quad (5)$$

dove l'energia emessa per unità di frequenza e per unità di angolo solido  $d^2 W/d\omega d\Omega$  da un elettrone con condizioni iniziali di ingresso ideali è valutata sull'asse dell'ondulatore per  $\omega = \omega_L$ . Il teorema di Madey è stato originariamente dimostrato nell'ipotesi che il modo laser sia un'onda piana, ma può essere ritenuto valido anche in una corretta analisi tridimensionale se il modo laser è debolmente divergente. La (5) può essere ottenuta dalle (1), (2) ponendo  $\sigma=0$ ,  $\sigma'=0$ ,  $x_0=0$ ,  $\gamma_0=0$  e passando al limite per  $\theta \rightarrow 0$ .

I tempi di CPU di un codice in cui  $G(\gamma_i)$  siano calcolati tramite la (5) sono ridotti, rispetto a quelli in cui venga usata la (1), di un fattore dell'ordine di grandezza del numero di punti campionati nel calcolo numerico degli integrali bidimensionali nella prima delle (2), ( $\sim 10^3$ ).

### 3. - CARATTERISTICHE DELL'EMISSIONE SPONTANEA E STIMOLATA DA UN OK

La distribuzione di far-field del campo elettrico da un elettrone di condizioni iniziali ideali all'ingresso di un OK è data da<sup>(10)</sup>

$$\hat{\underline{E}}^{(OK)}(u_x, u_y) = \hat{\underline{E}}^{(und)}(u_x, u_y) + \hat{\underline{E}}^{(und)}(-u_x, u_y) e^{i\Delta\psi} \quad (6)$$

dove si è indicato con  $\hat{\underline{E}}^{(und)}$  il campo emesso dall'elettrone nel buncher. L'inversione speculare del campo nel termine a secondo membro della (6) contenente il fattore  $\exp[i\Delta\psi]$  è legata ad un'ipotesi di simmetria sulla traiettoria elettronica, che si può ritenere soddisfatta con buona approssimazione (vedi Fig. 1). Il fattore di fase  $\Delta\psi$  è dato da

$$\Delta\psi = 2(N+N_d) \left( 2 \frac{\gamma_i - \gamma_R}{\gamma_R} - 1 \right) - \frac{1}{2} K_L (L+L_d) (u_x^2 + u_y^2) \quad (7)$$

dove  $N$  e  $L = N\lambda_w$  indicano rispettivamente il numero di periodi e la lunghezza sia del buncher che del radiator;  $\gamma_R$  è l'energia di risonanza, definita da:

$$\gamma_R^2 = \frac{\lambda_w}{2\lambda} \left( 1 + \frac{1}{2} K^2 \right), \quad \text{con } K = \frac{c\lambda_w B}{2\pi m_e c^2},$$

e  $B$  intensità di picco del campo magnetico sull'asse dell'ondulatore.  $L_d$  indica la lunghezza della sezione dispersiva, e<sup>(8)</sup>

$$N_d = \frac{L_d}{\lambda_L \gamma_R^2} \left( 1 + \frac{e^2}{m_e^2 L_d c^4} \int_0^{L_d} \left[ \int_0^U B(z) dz \right]^2 du \right) \quad (8)$$

(unità c.g.s.). Il secondo membro dell'Eq. (8) è uguale al numero di lunghezze d'onda ottiche che superano un elettrone risonante nella sezione dispersiva. Inserendo il secondo membro dell'Eq. (6) nella prima delle Eq. (2) si vede che il guadagno di un OK può essere espresso dall'Eq. (1), se gli integrali  $I_{pq}$  sono definiti da

$$I_{pq}^{(OK)} = I_{pq}^{(und)} + I_{pq}^{(und)} e^{-i\Phi(\gamma_i)} \quad (9)$$

dove  $I_{pq}^{(und)}$  è il secondo membro della prima delle Eq. (2) valutato per la sola sezione buncher dell'OK,  $I_{pq}^{(und)}$  è un integrale simile a  $I_{pq}^{(und)}$  con il campo  $\hat{E}(u_x, u_y)$  sostituito da  $\hat{E}(-u_x, u_y)$  e le costanti  $B_{x,y}$  sostituite da  $B_{x,y} - \frac{1}{2} i K_L(L+L_d)$ , e

$$\Phi(\gamma_i) = 2\pi(N+N_d) \left( 2 \frac{\gamma_i - \gamma_R}{\gamma_R} - 1 \right) \quad (10)$$

Si può notare che il modulo quadro del secondo membro dell'Eq. (6) (proporzionale a  $(d^2W/d\omega d\Omega)^{(OK)}$ ) contiene per  $N_d \gg 1$  un termine rapidamente oscillante con  $\lambda_L$  (contenuto nell'espressione di  $\gamma_R$ ), il che spiega la modulazione delle curve spettrali (Fig. 3÷7) dell'emissione spontanea da un OK.

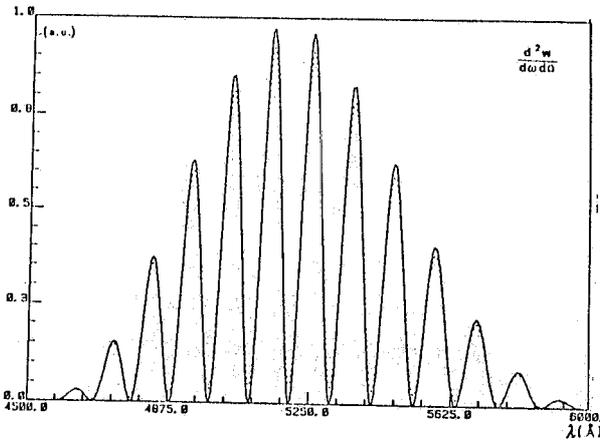


FIG. 3 - Spettro dell'emissione spontanea da un OK con  $N_d=40$  per un fascio elettronico monocromatico (curva continua) e un fascio elettronico distribuito in energia con  $\sigma_\gamma=1.25$  (curva tratteggiata).

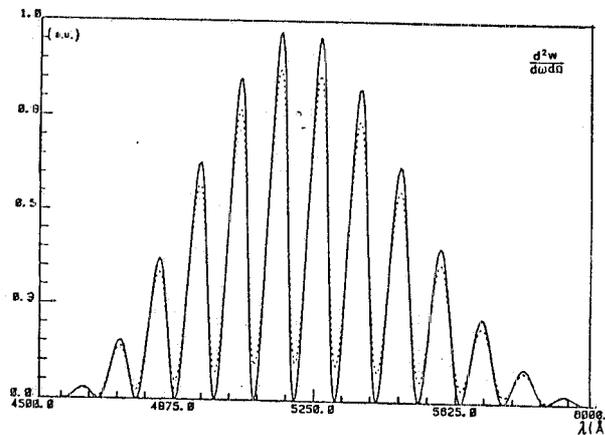


FIG. 4 - Spettro dell'emissione spontanea da un OK con  $N_d=40$  per un fascio elettronico monocromatico (curva continua) e un fascio elettronico distribuito in energia con  $\sigma_\gamma=1.875$  (curva tratteggiata).

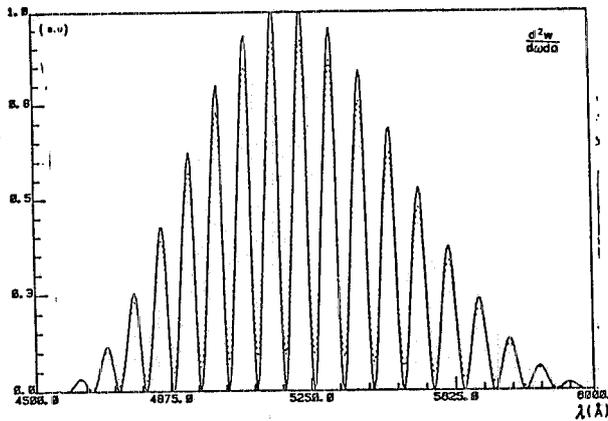


FIG. 5 - Spettro dell'emissione spontanea da un OK con  $N_d=60$  per un fascio elettronico monocromatico (curva continua) e un fascio elettronico distribuito in energia con  $\sigma_\gamma=1.25$  (curva tratteggiata).

FIG. 6 - Spettro dell'emissione spontanea da un OK con  $N_d=60$  per un fascio elettronico monocromatico (curva continua) e un fascio elettronico distribuito in energia con  $\sigma_\gamma=1.875$  (curva tratteggiata).

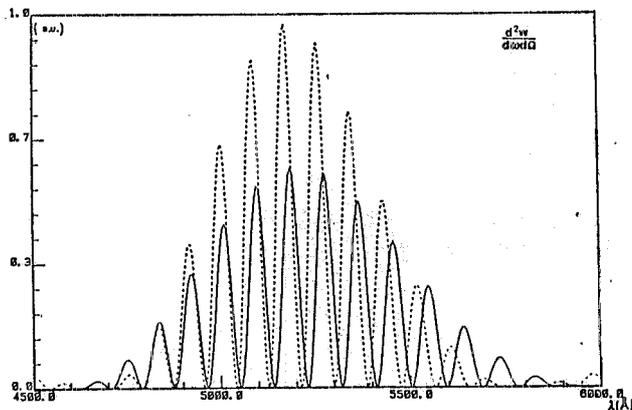
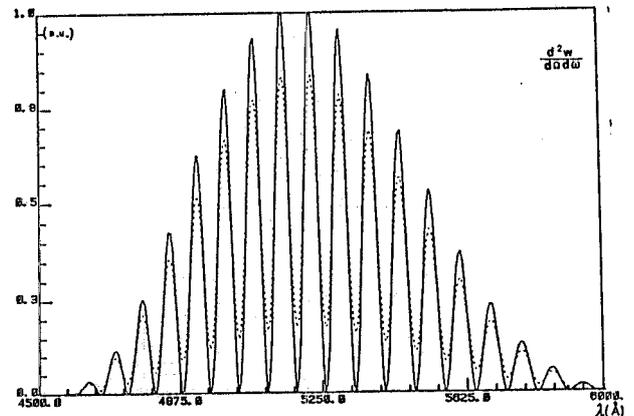


FIG. 7 - Spettro dell'emissione spontanea da un OK con  $N_d=50$  e  $N=8$  (curva continua) e  $N=10$  (curva tratteggiata) per un fascio elettronico monocromatico.

Un'analogia modulazione non è riscontrata nella distribuzione angolare dell'emissione spontanea. Allo stesso modo, la presenza del fattore di fase  $\Phi(\gamma_i)$  implica una modulazione in energia degli  $|I_{pq}|^2$  per un OK. La derivata rispetto all'energia nel secondo membro dell'Eq. (1) dà luogo quindi alla crescita con  $N_d$  del picco della curva di guadagno dell'OK. L'inserimento della sezione dispersiva si rivela in questo modo efficace per aumentare il guadagno di un FEL ottenibile con un onduttore.

Un'espressione per il rapporto fra il guadagno di picco di un OK e quello di un FEL avente lo stesso numero di periodi, che tiene conto anche dello spread energetico del fascio elettronico in

ingresso, è stata presentata in<sup>(8)</sup>

$$G^{(OK)}/G^{(FEL)} = \left(1 + \frac{N_d}{N}\right) e^{-4\pi^2(N+N_d)^2 \left(\frac{\sigma_\gamma}{\gamma_R}\right)^2} \quad (11)$$

dove N è il numero di periodi della sola sezione buncher. Va notato che il secondo membro della (11) non è una funzione monotona di  $N_d$ , ma presenta un massimo per  $N+N_d = \gamma_R/2 \sqrt{2\pi\sigma_\gamma} \cdot L$ . Eq. (11) può essere ritenuta valida se

$$\left(\frac{\sigma_\gamma}{\gamma_R}\right)^2 \ll \frac{1}{4\pi^2(N+N_d)^2}$$

i valori dei parametri dell'ondulatore installato su ADONE ed i valori previsti per l'ondulatore in configurazione OK sono riportati in Tabella II.

**TABELLA II** - Valori dei parametri dell'ondulatore installato su ADONE e valori previsti per la configurazione OK.

Periodo	$\lambda_w = 11.6$ cm
Numero di periodi	$N = 20$ in configurazione OK
	$N(\text{buncher}) = 8$ $N(\text{radiator}) = 8$
Lunghezza	$L = 2.32$ m
Campo magnetico di picco sull'asse parametro	$B_y = 4.5$ KG
Parametro di campo	$K = eB_y r_w / 2 \quad m_e c^2 = 4.825$
Lunghezza della sezione dispersiva	$L_d = 0.30$
Numero di lunghezze d'onde ottiche che superano un elettrone risonante nella sezione dispersiva*	$N_d \sim 50$

\* Sono prevedibili piccoli spostamenti da tale valore una volta realizzata la struttura OK.

#### 4. - SPREAD ENERGETICO DEL FASCIO IN ADONE

Una valutazione dello spread energetico del fascio elettronico in ADONE è essenziale ai fini di accertare l'applicabilità, per l'esperimento LELA, degli algoritmi di calcolo discussi nei paragrafi precedenti. Ricordiamo innanzitutto che, per correnti sufficientemente basse<sup>(11)</sup>, la lunghezza RMS e lo spread energetico di un fascio elettronico in un anello di accumulazione sono determinati dall'emissione di luce di sincrotrone nei magneti curvanti, e sono espressi rispettivamente da

$$\sigma_z^{(\text{rad})} = \frac{c \sigma_p^{(\text{rad})} \alpha_c}{2\pi\nu_z} \quad (12)$$

$$\sigma_p^{(\text{rad})} = 8.6 \times 10^{-4} \frac{E_0 (\text{GeV})}{\sqrt{\rho(\text{m})}} \quad (13)$$

dove

$$\nu_z = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\alpha_c e \dot{V}_0}{T_0 E_0}}$$

e sono indicati rispettivamente con  $E_0$  e  $T_0$  l'energia ed il periodo di rivoluzione degli elettroni nell'anello, con  $\alpha_c$  il "momentum compaction" che vale 0.065 per l'attuale struttura di ADONE; con  $\dot{V}_0$  la derivata temporale alla fase sincrona della tensione di radiofrequenza:

$$\dot{V}(t) = V_0 \sin(h \omega_0 t + \varphi_s)$$

con  $\varphi_s = \arcsin U_0/e \cdot V_0$  dove

$$U_0(\text{GeV}) = 8.85 \times 10^{-5} \frac{E_0^4 (\text{GeV})}{\rho(\text{m})}$$

è l'energia irradiata per giro e quindi

$$\dot{V}_0 = h \omega_0 V_0 \sqrt{1 - \left(\frac{U_0}{e V_0}\right)^2}$$

dove  $\omega_0$  indica la frequenza di rivoluzione degli elettroni nell'anello,  $\rho$  il raggio di curvatura dei magneti curvanti e  $\sigma_p = \sigma_\gamma / \gamma \sqrt{2}$ : la presenza del fattore  $\sqrt{2}$  è dovuta alla diversa espressione usata per la distribuzione gaussiana ( $\sigma_\gamma^2$  invece di  $2\sigma_\gamma^2$  a denominatore dell'esponenziale nella (4)).

Il suffisso (rad) sta ad indicare che le espressioni riportate per  $\sigma_z$  e  $\sigma_p$  tengono conto unicamente dell'emissione di luce di sincrotrone.

Per correnti superiori ad un valore di soglia (vedi la (16)) bisogna tener conto dell'allungamento anomalo<sup>(11)</sup>; la lunghezza RMS del fascio può in questo caso essere espressa come<sup>(12)</sup>

$$\sigma_z(\text{cm}) = K R (\text{m})^{3/(2+a)} \xi (\text{mA/KeV})^{1/(2+a)} \quad (14)$$

dove  $R$  è il raggio dell'anello e

$$\xi = \frac{2\pi I}{h e V_0 \cos(\varphi_s)}$$

$I$  essendo la corrente per bunch nell'anello. Le costanti  $K$  e  $a$  vanno determinate sperimentalmente; i valori per esse ottenuti tramite misure su ADONE sono<sup>(13)</sup>

$$K = 1.84, \quad a = 0.68$$

In regime di allungamento anomalo, lo spread energetico del fascio può essere determinato usando la relazione (14)

$$\frac{\sigma_p}{\sigma_p^{(\text{rad})}} = \frac{1}{2^{1/6}} \left( \frac{\sigma_z}{\sigma_z^{(\text{rad})}} \right) \quad (15)$$

La corrente di soglia per cui si ha allungamento anomalo del fascio è<sup>(13)</sup>

$$I_s(\text{mA}) = \left( \frac{\sigma_z^{(\text{rad})}(\text{cm})}{K} \right)^{2+a} \frac{h(eV_0)(\text{KeV})\cos(\theta_s)}{R(\text{m})^3} \quad (16)$$

Per i valori dei parametri di macchina riportati in Tabella III, le espressioni riportate in questo

**TABELLA III** - Parametri di macchina in ADONE.

Frequenza di rivoluzione	$f_0 = 2.865 \text{ Mhz}$
Numero armonico	$h = 18$
Momentum Compaction	$\alpha_c = 0.065$
Raggio dell'anello	$R = 16.7 \text{ m}$
Voltaggio di picco RF	$V_0 = 180 \text{ KV}$
Energia degli elettroni	$E = 610 \text{ MeV}$
Raggio di curvatura dei magneti curvanti	$\rho = 5 \text{ m}$

paragrafo forniscono per la corrente di soglia  $I_s$  e lo spread energetico  $\sigma_\gamma$  del fascio i valori

$$\begin{aligned} I_s &= 3.7 \text{ mA} \\ \sigma_\gamma^{(\text{rad})} &= 0.4 \\ \sigma_\gamma &= 1.45 \quad (\text{e } 20 \text{ mA/bunch}) \end{aligned}$$

E' da notare che, se la corrente per bunch è dell'ordine di qualche decina di mA, è necessario tenere conto dell'allungamento anomalo, il che implica valori dello spread energetico del fascio sensibilmente maggiori di quelli ottenuti trascurandolo. Di ciò si terrà conto nei risultati numerici per la sensibilità del guadagno nel paragrafo successivo.

## 5. - RISULTATI NUMERICI

Le distribuzioni spettrale ed angolare della radiazione spontanea in uscita da un ondulatore possono essere ottenute seguendo l'approccio proposto in<sup>(15)</sup>. Rimandando a tale lavoro per ulteriori dettagli ci limitiamo qui a notare che questo metodo è basato su una soluzione analitica dell'integrale di radiazione per le traiettorie ottenute risolvendo le equazioni del moto nel campo dell'ondulatore dato da:

$$\begin{aligned} B_{wx} &\propto S \, xy \cos\left(\frac{2\pi z}{\lambda_w}\right) \\ B_{wy} &\propto \left[ 1 + S(x^2 - y^2) + \frac{1}{2} \left(\frac{2\pi}{\lambda_w}\right)^2 y^2 \right] \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_w} z\right) \\ B_{wz} &\propto -\left(\frac{2\pi}{\lambda_w}\right) y \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda_w} z\right) \end{aligned}$$

dove S è un coefficiente di sestupolo dovuto alla profondità finita dei poli dell'ondulatore. Tale

soluzione permette di tenere conto di eventuali irregolarità della struttura magnetica, quali la presenza di un gradiente di campo trasverso e dei mezzi poli di ingresso/uscita necessari per la compensazione della struttura. Tale approccio può essere facilmente esteso alla configurazione OK sulla base delle espressioni riportate nel § 3.

Nel seguito verranno presentati dei risultati, ottenuti tramite un apposito codice di calcolo, che illustrano la dipendenza dell'energia irradiata dagli elettroni per unità di angolo solido e di frequenza dallo spread energetico del fascio elettronico  $\sigma_\gamma$  e dal numero dei periodi N. Tali risultati, riportati in unità arbitrarie, sono presentati nelle Figg. (3÷7).

Sono presentati, inoltre, dei risultati che mettono in evidenza la sensibilità del guadagno allo spread energetico del fascio  $\sigma_\gamma$ . Tale sensibilità si può notare nelle curve riportate nelle Figg. (8÷11) in unità arbitrarie.

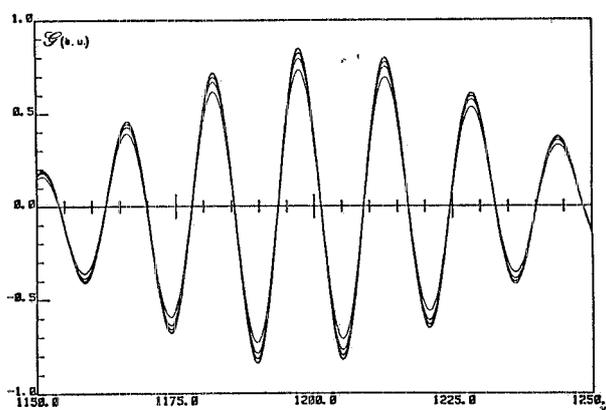


FIG. 8 - Guadagno di un OK con  $N_d=30$  per un fascio elettronico distribuito in energia con  $\sigma_\gamma=0$ ,  $\sigma_\gamma=0.83$ ,  $\sigma_\gamma=1.25$  e  $\sigma_\gamma=1.875$  (ordine decrescente).

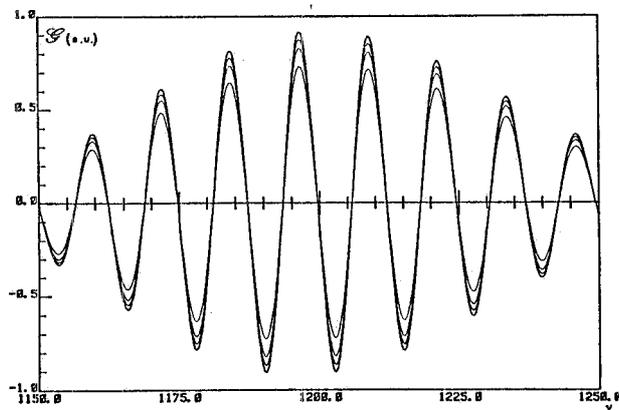


FIG. 9 - Guadagno di un OK con  $N_d=40$  per un fascio elettronico distribuito in energia con  $\sigma_\gamma=0$ ,  $\sigma_\gamma=0.83$ ,  $\sigma_\gamma=1.25$  e  $\sigma_\gamma=1.875$  (ordine decrescente).

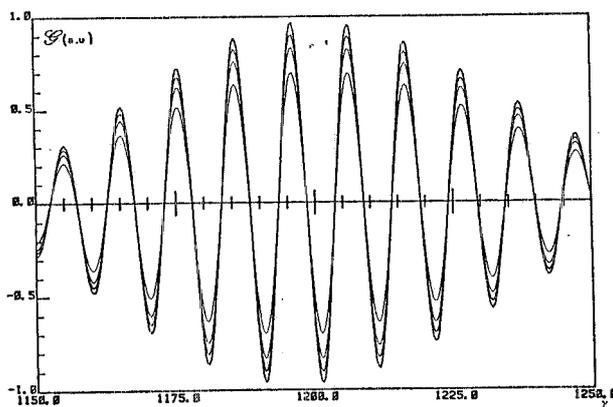


FIG. 10 - Guadagno di un OK con  $N_d=50$  per un fascio elettronico distribuito in energia con  $\sigma_\gamma=0$ ,  $\sigma_\gamma=0.83$ ,  $\sigma_\gamma=1.25$  e  $\sigma_\gamma=1.875$  (ordine decrescente).

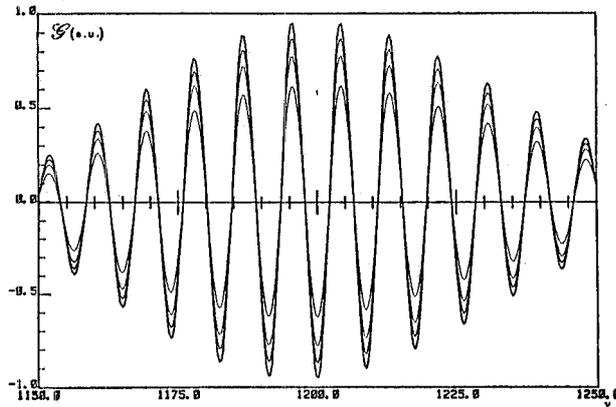


FIG. 11 - Guadagno di un OK con  $N_d=60$  per un fascio elettronico distribuito in energia con  $\sigma_\gamma=0$ ,  $\sigma_\gamma=0.83$ ,  $\sigma_\gamma=1.25$  e  $\sigma_\gamma=1.875$  (ordine decrescente).

Il suddetto codice per il calcolo delle curve di emissione spontanea, ampiamente descritto in Ref.(9), è attualmente operativo sul sistema VAX 11/780 dei LNF. Con tale programma sono state ottenute le curve spettrali di emissione spontanea per un OK riportate nelle Figg. (3÷7). Nelle Figg. (3÷6) l'energia  $d^2W/d\omega d\Omega$  emessa per unità di lunghezza d'onda e di angolo solido da un fascio elettronico filiforme è riportata in funzione di  $\lambda$  per vari valori di  $N_d$  e  $\sigma_\gamma$ .

I parametri dell'ondulatore hanno i valori riportati in Tabella II e l'energia di ingresso degli elettroni è  $\gamma_i=1193$  ( $E_i= 610$  MeV). Si può notare che la frequenza di modulazione delle curve aumenta con  $N_d$ , e che la modulazione stessa diventa meno sensibile con l'aumento di  $\sigma_\gamma$ . Per  $\sigma_\gamma$  fisso, quest'ultimo effetto aumenta con  $N_d$ . In Fig. 7  $d^2W/d\omega d\Omega$  è riportata in funzione di  $\lambda$  per  $N_d=50$ ,  $\sigma_\gamma=0$  e due valori differenti di  $N$ . Si può vedere che all'aumentare di  $N$  il picco della curva si sposta verso valori di  $\lambda$  minori. Tale effetto è da mettere in relazione con il fatto che la presenza dei mezzi poli di ingresso/uscita fa in modo che la lunghezza d'onda di risonanza ad energia data di un ondulatore compensato abbia una leggera dipendenza dal numero di periodi  $N$ (9,15). Il codice di calcolo impiegato richiede, sul sistema Vax 11/780 dei LNF, circa 0.16 sec CPU per ogni punto delle curve di emissione spontanea nelle Figg. (3÷7). Il programma permette anche, grazie all'uso degli algoritmi di calcolo nel § 2. (Eq. (1, 2 e 3)), di ottenere la curva di emissione stimolata per entrambe le configurazioni (ondulatore ed OK) tenendo conto delle caratteristiche di ingresso del fascio elettronico (sezione, divergenza angolare, spread energetico) e di quelle del modo laser (divergenza angolare, posizione del waist, disallineamento).

In questo modo sono state ottenute le curve nelle Figg. (12) e (13), per entrambe le quali si

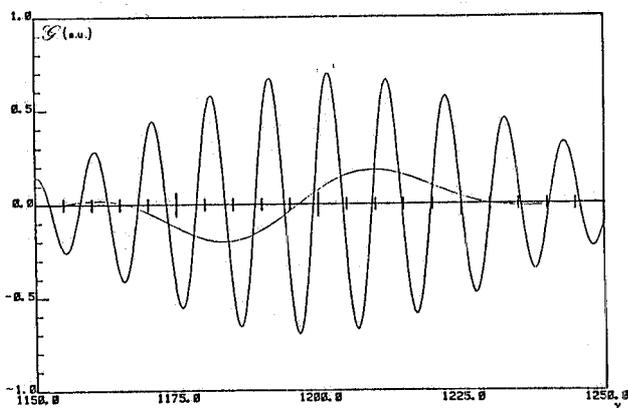


FIG. 12 - Guadagno di un FEL e di un OK con  $N_d=50$  per un fascio elettronico monocromatico.

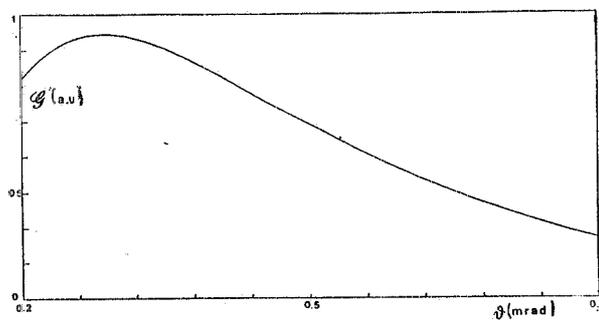


FIG. 13 - Guadagno di picco di un OK con  $N_d=50$  in funzione della divergenza angolare  $\theta$  del modo laser.

è assunto  $N=8$ ,  $N_d=50$ ,  $\sigma_\gamma=0$  ed i valori riportati nelle Tabelle I e II per tutti altri parametri. In Fig. 12, il guadagno di un FEL e di un OK sono riportati in funzione dell'energia d'ingresso  $\gamma_i$  del fascio elettronico. Si può notare che il rapporto fra il guadagno di picco dell'OK e quello del FEL (circa 3), se si tiene conto della dipendenza da  $N^3$  del picco del guadagno di un ondulatore e del fatto che, nell'esempio in Fig. 12,  $N=20$  per il FEL e  $N=8$  sia per il buncher che per il radiator nell'OK, ha lo stesso valore che si può ricavare dall'Eq. (11).

In Fig. 13, il guadagno di picco di un OK è riportato in funzione della divergenza angolare  $\theta$  del modo laser. Si noti che il guadagno è massimizzato per  $\theta \sim 0.3$  mrad. Le curve in Fig. 12, 13 sono state ottenute interpolando tramite una routine di SPLINE<sup>(16)</sup> i valori calcolati numericamente per 20 punti. Il codice di calcolo impiegato richiede, sul sistema Vax 11/780 dei LNF, circa 1 minuto di CPU per ogni punto delle curve di emissione stimolata in Fig. 12. Ogni punto della curva in Fig. 13 è stato ottenuto a partire da curve di guadagno del tipo di quella in Fig. 12.

Gli effetti del valore finito dello spread energetico di ingresso del fascio elettronico sulle curve di emissione stimolata di un OK sono stati valutati, per risparmiare tempo di esecuzione, tramite un codice di calcolo basato sulle Eq. (3), (5). I risultati visualizzati nelle Figg. 8÷11 e 14

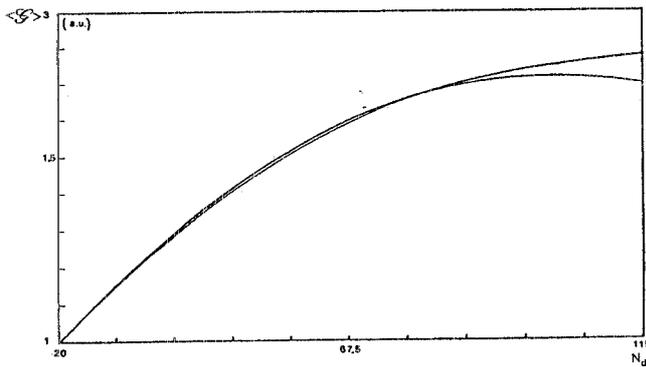


FIG. 14 - Guadagno di picco di un OK in funzione di  $N_d$  ottenuto sia numericamente che usando l'Eq. (11) (ordine decrescente) per un fascio elettronico distribuito in energia con  $\sigma_\gamma = 1.25$ .

sono pertanto validi per un fascio elettronico filiforme e un modo laser debolmente divergente. Si noti che la serie (3) converge come

$$\sum_N \frac{1}{N!} (\sigma_\gamma/\sigma_f)^N,$$

dove  $\sigma_f$  è la FWHM nell'intorno di  $\gamma = \gamma_c$  della funzione di  $\gamma_i$  che viene mediata sulla distribuzione gaussiana in energia. Si ricava quindi, da un esame della curva di guadagno dell'OK riportata in Fig. 12 e dei valori per  $\sigma_\gamma$  riportati nel § 4, che la serie (3) troncata al terzo termine fornisce un'approssimazione dell'ordine dell'1‰, nel range di valori dei vari parametri rilevante per l'esperimento LELA, alle curve di emissione stimolata dell'OK per un fascio elettronico distribuito in energia.

Nelle Figg. 8÷11 il guadagno di un optical klystron per un fascio elettronico filiforme\* e distribuito in energia interagente con un modo laser debolmente divergente è riportato in funzione dell'energia iniziale  $\gamma_i$  degli elettroni, per vari valori di  $N_d$  e  $\sigma_\gamma$ .

Tutti gli altri parametri hanno i valori riportati nella Tabella II. Per quanto riguarda la modulazione delle curve, vale quanto detto nel commento alle Figg. 3÷6. Si può notare inoltre che il valore di picco del guadagno per  $\sigma_\gamma$  assegnato aumenta con  $N_d$ . Il guadagno di picco per  $\sigma_\gamma = 1.25$  è riportato in funzione di  $N_d$  in Fig. 14, insieme alla curva corrispondente ottenuta in base alla (11). Si noti che, nel range di valori di  $N_d$  considerato, c'è un ottimo accordo tra le due curve. Questo viene a mancare per  $N_d$  superiori: in questo caso, infatti, non sono verificate le ipotesi comuni ad entrambi gli approcci.

(\*) Si è preferito separare i contributi dello spread energetico finito da quelli dovuti ad una emittanza finita del fascio elettronico, allo scopo di contenere i tempi di esecuzione.

REFERENZE

- (1) N.A. Vinokurov e A.N. Skrinsky, Institute of Nuclear Physics (Novosibirsk), Report N° INP 77-59, (1977).
- (2) V. Stagno, G. Brautti, T. Clauser e I. Boscolo, Nuovo Cimento, B56, 215 (1980).
- (3) L. Shih e A. Yariv, Physics of Quantum Electronics, vol. 7, Eds. S. Jacobs, M. Sargent e M. Scully, Addison-Wesley, Reading (Mass.) (1978) p. 473.
- (4) W.B. Colson e P. Elleaume, Appl. Phys. B29, 101 (1982).
- (5) J.M.J. Madey, Nuovo Cimento, 50B, 64 (1979); S. Krinsky, J.M. Wang e P. Luchini, J. of Appl. Phys. 53, 5543 (1982); P. Luchini, G. Prisco e S. Solimeno, Proc. SPIE 453, 283 (1983).
- (6) A.S. Artmanov, N.A. Vinokurov, V.A. Kochubey, G.N. Kulipanov, V.N. Litvinenko, N.A. Mezentsev e A.N. Skrinsky, Nucl. Instr. & Meth., 177, 247 (1980).
- (7) D.A.G. Deacon, M. Billardon, P. Elleaume, J.M. Ortega, K.E. Robinson, C. Bazin, M. Bergher, M. Velghe, J.M.J. Madey e Y. Petroff, Appl. Phys. B34, 207 (1984).
- (8) P. Elleaume, Optical Klystrons, Proc. of Inter. Conf. on Free Electron Laser, Bendor, Eds. M. Billardon e D.A.G. Deacon, J. Phys. (Paris) 44, C1-353 (1983).
- (9) F. Cindolo, L. Ideo e G. Prisco, Internal Report LNF-85/11 (1983).
- (10) G. Prisco, F. Cindolo e S. Solimeno, Opt. Comm. 53, 243 (1985).
- (11) M. Sands, The Physics of Electron Storage Rings, SLAC Report, SLAC-121 (VC-28) (1970).
- (12) A.W. Chao, J. Gareyte, Scaling Law for Bunch Lengthening in SPEAR II SPEAR 157/PEP-224, (1976).
- (13) S. Tazzari, Scaling dell'Allungamento Anomalo Secondo il Modello di Chao-Gareyte, LNF, Divisione Macchine, Internal report MEMO T-93 (1978).
- (14) S. Tazzari, LNF, Divisione Macchine, Internal MEMO T-93 Add, (1983).
- (15) M. Castellano, N. Cavallo, F. Cevenini, M.R. Masullo, P. Patteri, R. Rinzivillo, S. Solimeno e A. Cutolo, Nuovo Cimento 81B, I (1984).
- (16) T. Havie, Subroutine for the Calculation of Third order Spline Approximations (SPLIN 3), E209, CERN Computer Center. (anno)