

ISTITUTO NAZIONALE DI FISICA NUCLEARE  
Laboratori Nazionali di Frascati

LNF-85/11(NT)  
12 Aprile 1985

F. Cindolo, L. Ideo e G. Prisco:

CALCOLO NUMERICO DELLE CURVE DI EMISSIONE SPONTANEA E  
STIMOLATA IN UN FEL E IN UN OPTICAL KLYSTRON

Servizio Documentazione  
dei Laboratori Nazionali di Frascati  
Cas. Postale 13 - Frascati (Roma)

CALCOLO NUMERICO DELLE CURVE DI EMISSIONE SPONTANEA E STIMOLATA IN UN FEL  
E IN UN OPTICAL KLYSTRON

F. Cindolo<sup>1</sup>, L. Ideo<sup>2</sup> e G. Prisco<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Istituto di Fisica Sperimentale dell'Università di Napoli

<sup>2</sup> INFN, Laboratori Nazionali di Frascati

1.- INTRODUZIONE

Vari approcci sono stati proposti per lo studio dello scambio energetico tra campo di radiazione ed elettroni in un FEL: teorie classiche e quantistiche, descrizioni a singola ed a molte particelle. Nel seguito saranno presentati alcuni risultati, derivati classicamente, relativi allo scambio energetico tra un elettrone del bunch e campo elettromagnetico esterno, nell'ipotesi di piccolo segnale; inoltre verranno discussi alcuni algoritmi di calcolo relativi al programma, attualmente operativo sul VAX 11/780 dei Laboratori Nazionali di Frascati, che è stato implementato per ottenere delle valutazioni numeriche della radiazione spontanea e stimolata in uscita da un ondulatore. I relativamente brevi tempi di calcolo necessari alle suddette valutazioni possono consentire, tramite opportune simulazioni, una eventuale ottimizzazione di condizioni sperimentali: esso infatti tiene conto delle distribuzioni spaziali ed angolari del fascio di elettroni, oltre che di eventuali disallineamenti tra la direzione di moto del fascio elettronico e l'asse del modo laser.

Il trasferimento di energia tra elettroni e radiazione E.M. in un ondulatore può essere ricavato, nell'approssimazione di piccolo segnale, in base al teorema gain-spread di Madey<sup>(1-3)</sup>. Questo teorema afferma che sviluppando l'energia del singolo elettrone in serie di potenze del parametro di espansione  $\lambda = B_L/B_\omega$  (essendo  $B_L$  e  $B_\omega$  rispettivamente le ampiezze di picco dei vettori magnetici del campo ottico e del campo statico)

$$\gamma(t) = \sum_N \lambda^N \gamma_N(t) \quad \left( \gamma = \frac{E}{m_e c^2} = \frac{E(\text{MeV})}{0.511} \right) \quad (1)$$

risulta

$$\langle \gamma_1 \rangle = 0, \quad \Delta\gamma = \langle \gamma_2 \rangle = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \gamma_i} \gamma_i^2, \quad (2)$$

dove indichiamo con  $\langle \rangle$  l'operazione di media sulle fasi iniziali, necessaria per convertire risultati alla particella singola in risultati validi per un fascio elettronico, con  $\gamma_i$  l'energia iniziale degli elettroni del fascio (supposto monocromatico), e con  $\Delta\gamma$  la variazione di energia di questo. Il teorema di Madey è stato originariamente ottenuto sotto l'ipotesi che il modo laser sia un'onda piana<sup>(1)</sup> ed è stato successivamente esteso a fasci laser aventi una struttura tridimensionale<sup>(2,3)</sup>. La formulazione unidimensionale (1), che sarà usata nel presente lavoro, può essere ritenuta valida se lo spostamento medio degli elettroni del fascio dall'asse dell'ondulatore è molto minore del waist del modo laser; in questo caso, il campo visto dagli elettroni è simile a quello di un'onda piana.

## 2.- CALCOLO DEL TRASFERIMENTO DI ENERGIA TRA ELETTRONI E RADIAZIONE, NELL'IPOTESI DI PICCOLO SEGNALE, TRAMITE LA DISTRIBUZIONE DI CAMPO DELL'EMISSIONE SPONTANEA

E' stato dimostrato in ref.(4) che il guadagno di un modo laser tridimensionale amplificato da un fascio elettronico monocromatico e filiforme è dato, in regime di piccolo segnale, da

$$G \propto - \frac{\partial}{\partial \gamma_i} \left| \iint d\Omega \hat{E}(\hat{u}, \omega_L) \cdot \underline{a}(\hat{u}) \right|^2 \quad (3)$$

dove

$$\hat{E} = \lim_{R \rightarrow \infty} R \underline{E} e^{-iK_L R} \quad (4)$$

Avendo indicato con  $\lambda_L$  la lunghezza d'onda del modo laser, e con  $\underline{E}(\underline{r}, \omega_L)$  la componente di Fourier alla pulsazione  $\omega_L = 2\pi c/\lambda_L$  del campo elettrico  $\underline{e}(\underline{r}, t)$  emesso da un elettrone nell'ondulatore. Nell'eq.(3),  $\underline{a}(\hat{u})$  indica la componente nella direzione del vettore unitario  $\hat{u}$  dello sviluppo in onde piane del campo elettrico del modo laser, e  $d\Omega =$

=  $\sin\vartheta d\vartheta d\varphi \approx du_x du_y$  è l'elemento di angolo solido nella direzione  $\hat{u}$ . La (3) generalizzata a fasci laser tridimensionali il risultato contenuto nell'eq.(43) di ref.(1), e si riduce a questa se  $a(\hat{u}) \propto \delta^2(\hat{u})$ . Per un fascio elettronico di emittanza finita con distribuzioni gaussiane in posizione trasversa di ingresso e angoli di iniezione, seguendo l'approccio usato in ref.(4) risulta:

$$G \propto - \frac{\partial}{\partial \gamma_i} \left[ C_{x,y} \sum_{p,q} D_x^p D_y^q |I_{pq}|^2 \right] \quad (5)$$

$$I_{pq} = \iint du_x du_y u_x^p u_y^q E^*(\hat{u}, \omega_L) e^{-(B_x u_x^2 + B_y u_y^2) - (\gamma_x u_x + \gamma_y u_y)} \quad (6)$$

$$C_{x,y} = (\vartheta^2 + 2\sigma_{x,y}'^2)^{-1/2} \exp - \left[ \frac{2(\delta_{0x,y}/\vartheta)^2}{1 + 2(\sigma_{x,y}'/\vartheta)^2} \right]$$

$$B_{x,y} = b(1 - \frac{b}{d_{x,y}}) + \frac{1}{4} K_L^2 \sigma_{x,y}'^2$$

$$d_{x,y} = \frac{2}{\vartheta^2} + \frac{1}{\sigma_{x,y}'^2}$$

$$b = \frac{1}{\vartheta^2} + i \Delta z, \quad \Delta z = \pi z_0 / \lambda_L \quad (7)$$

$$\gamma_{x,y} = \frac{2\delta_{0x,y}}{1 + 2(\sigma_{x,y}'/\vartheta)^2} - i K_L x_0 y_0$$

dove abbiamo indicato con  $\sigma_{x,y}$  e  $\sigma_{x,y}'$  le componenti radiale e verticale rispettivamente della sezione e della divergenza del fascio elettronico, con  $\vartheta$  la divergenza del modo laser, legata alla lunghezza di Rayleigh  $z_R$  e al waist  $w_0$  da  $\vartheta = \sqrt{\lambda_L / \pi z_R} = \lambda_L / \pi w_0$ , con  $z_0$  la distanza del waist dall'ingresso dell'ondulatore, mentre  $x_0, y_0, \delta_{0x}, \delta_{0y}$  indicano lo spostamento trasverso (all'ingresso dell'ondulatore) e gli angoli formati dall'asse di simmetria del modo laser con l'asse dell'ondulatore.

### 3.- EMISSIONE SPONTANEA IN UN ONDULATORE COMPENSATO

Le caratteristiche della radiazione emessa da un fascio di elettroni relativistici in un ondulatori possono essere ottenute tramite l'integrale di radiazione <sup>(5)</sup>

$$\frac{d^2 W}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{4\pi^2 c} \left| \int \frac{\hat{u} \wedge (\hat{u} - \beta) \wedge \dot{\beta}}{(1 - \hat{u} \cdot \beta)} e^{i\omega(t - \frac{R(t)}{c})} dt \right|^2 \quad (8)$$

dove  $d^2W/d\omega d\Omega$  è l'energia emessa per unità di frequenza e di angolo solido nella direzione di  $\underline{R}'$  (vedi Fig. 1), e  $\underline{\beta} = \dot{\underline{r}}/c$ .

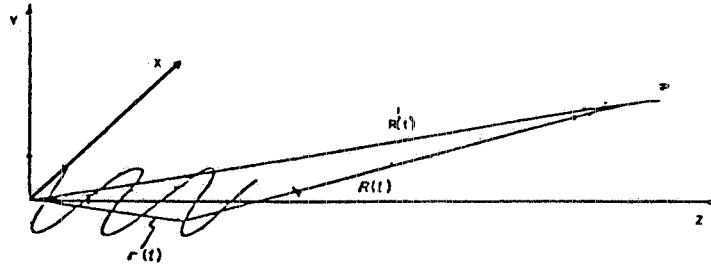


FIG. 1 - Sistema di riferimento per l'integrale di radiazione.

Una soluzione della (8) che tiene conto della presenza dei mezzi poli di ingresso e di uscita dell'ondulatore (necessaria per la compensazione del campo), del gradiente trasverso di campo magnetico e della distanza finita di osservazione è stata presentata in ref.(6), dove le traiettorie elettroniche che forniscono il necessario input per una valutazione analitica del secondo membro della (8) sono calcolate a partire da un potenziale vettore efficace espresso da

$$\underline{A} = \hat{x} \frac{m_e c^2}{e} \begin{cases} K\eta (1 - \cos \frac{2\pi}{\lambda_w}) & \text{(hp)} \\ K(2\eta - 1) - K \cos \frac{2\pi}{\lambda_w} & \text{(und)} \end{cases} \quad (9)$$

dove le quantità indicate con hp e und si riferiscono rispettivamente ai mezzi poli terminali e ai poli interni (ai quali sarà fatto riferimento nel seguito come "ondulatore"). Nella (9),  $\lambda_w$  indica il periodo dell'ondulatore e il parametro di campo  $K$  è definito da  $K = eB\lambda_w/2\pi m_e c^2$ ,  $B$  essendo l'intensità di picco del campo magnetico sull'asse. Il parametro  $\eta$ , che tiene conto della diversa intensità del campo nei mezzi poli e nell'ondulatore, vale  $(N-1)/(2N-1)$  per un ondulatore perfettamente compensato,  $N$  essendo il numero di periodi. La distribuzione di campo della radiazione spontanea ha un'espressione del tipo

$$\underline{E} = \sum_N (E_N^{(hp)} + E_N^{(und)}) \quad (10)$$

dove la somma è estesa ai contributi delle varie armoniche. Nel range di valori dei vari parametri corrispondenti all'armonica di ordine  $N$ , il termine  $E_N$  è dominante nella serie (10). Il codice per il calcolo delle curve di emissione spontanea e stimolata descritto in questo lavoro è basato sulle espressioni riportate in ref.(6) per i vari termini della serie (10). Tali espressioni, grazie alla sostituzione del fattore di forma  $\text{sinc}(x) = \sin(x)/x$  delle curve di emissione spontanea con una combinazione di integrali comples-

si di Fresnel (vedi paragrafo successivo), consentono di includere nell'analisi gli effetti dovuti alla distanza di osservazione finita.

#### 4.- FUNZIONI SPECIALI

Nelle espressioni (31), (39) in ref.(6) per la distribuzione di campo dell'emissione spontanea compaiono le funzioni speciali

$$R_N(p, q) = \sum_{K=-\infty}^{\infty} J_K(q) J_{2K+N}(p) , \quad (11)$$

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-i\frac{\pi}{4}} \int_x^{\infty} e^{it^2} dt , \quad (12)$$

dove con  $J_K$  si indica la funzione di Bessel di ordine intero  $K$ , e gli integrali complessi di Fresnel  $F(x)$  sono gli stessi che compaiono nella teoria della diffrazione.

Nel codice usato per ottenere il secondo membro delle (11) le funzioni di Bessel possono essere calcolate in due modi differenti: il primo consiste in uno sviluppo in serie di  $J_N(x)$  nell'intorno di  $x=0$

$$J_N(x) = \sum_{K=0}^{\infty} \frac{(-1)^K}{K!(K+N)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2K} . \quad (13)$$

Questo metodo di calcolo fornisce una convergenza rapida a  $J_N(x)$  solo per piccoli valori dell'argomento  $x$ ; d'altra parte, come risulta evidente dalle espressioni (30) in ref.(6), gli argomenti delle funzioni di Bessel sono compresi fra 0 e 0.5 nel range di valori dei vari parametri corrispondente alla riga fondamentale di emissione. Il calcolo delle  $J_N(x)$  tramite la (13), per valori dei parametri corrispondenti alle armoniche di ordine superiore, richiederebbe un sensibile aumento dei tempi di calcolo. E' stato quindi implementato anche un diverso algoritmo per la generazione delle  $J_N(x)$ , che consiste nell'uso della relazione di ricorrenza

$$J_K(x) = \frac{2(K+1)}{x} J_{K+1}(x) - J_{K+2}(x) \quad (14)$$

per  $K$  decrescenti, nella posizione

$$J_{M+1}(x) = 1 , \quad J_{M+2}(x) = 0 .$$

per un intero  $M > N$  scelto opportunamente, e nella normalizzazione dei risultati tramite

$$\sum_K J_{2K}(x) = 1 .$$

La posizione

$$M = 2 \text{ INT} \left[ \frac{1}{2} (6 + \max \left[ \frac{3}{2} x, N \right] + 9 \frac{3x/2}{3x/2+2} ) \right]$$

assicura l'esattezza alla quinta cifra decimale delle  $J_N(x)$ . E' da notare che anche le  $R_N(p,q)$  soddisfano una relazione di ricorrenza

$$R_{N-1}(p,q) + R_{N+1}(p,q) = \frac{2N}{p} R_N(p,q) + \frac{2q}{p} [R_{N-2}(p,q) + R_{N+2}(p,q)]. \quad (15)$$

La possibilità di implementare la (15) nel codice di calcolo è attualmente allo studio.

Gli integrali di Fresnel vengono calcolati in base alle seguenti espressioni:

$$\text{Re} [F(x)] = \frac{1}{2} [S(x) + C(x)],$$

$$\text{Im} [F(x)] = \frac{1}{2} [S(x) - C(x)],$$

dove, per  $x < 2$

$$C(x) = x(((((((C_1z + C_2)z + C_3)z + C_4)z + C_5)z + C_6)z + C_7)$$

$$S(x) = x^3(((((((S_1z + S_2)z + S_3)z + S_4)z + S_5)z + S_6)$$

con  $z = x^2$ , e per  $x \geq 2$

$$C(x) = \frac{1}{2} + \frac{2}{x} [\cos(x^2)A(x) + \sin(x^2)B(x)]$$

$$S(x) = \frac{1}{2} + \frac{2}{x} [\sin(x^2)A(x) - \cos(x^2)B(x)]$$

$$A(x) = (((((((((A_1z + A_2)z + A_3)z + A_4)z + A_5)z + A_6)z + A_7)z + A_8)z + A_9)$$

$$B(x) = (((((((((B_1z + B_2)z + B_3)z + B_4)z + B_5)z + B_6)z + B_7)z + B_8)$$

con  $z = 4/x^2$ . Le C,S,A,B sono costanti che sono state determinate tramite un opportuno codice di calcolo, in modo tale da fornire un valore di  $F(x)$  esatto alla sesta cifra decimale. Tale precisione è resa necessaria dalla propagazione degli errori nelle espressioni che definiscono il campo irradiato a distanza finita. Se è richiesta l'approssimazione far-field per il campo, come avviene ad esempio quando questo viene usato come input per il calcolo del guadagno tramite le eq.(5) e (6), il programma sostituisce le espressioni contenenti gli integrali di Fresnel con espressioni limite più semplici, che richiedono tempi di calcolo minori.

5.- CALCOLO DELLA RADIAZIONE SPONTANEA PER UN ONDULATORE IN CONFIGURAZIONE OPTICAL KLYSTRON (OK)

In configurazione OK le funzioni di bunching e di emissione vengono compiute in due differenti sezioni dell'ondulatore, separate da una sezione magnetica dispersiva in cui le particelle più (meno) energetiche percorrono un cammino più lungo (breve). Tale differenza di percorso converte la modulazione di energia degli elettroni all'uscita del primo ondulatore in una modulazione di densità all'ingresso del secondo.

Lo spettro di emissione di un OK può essere ricondotto allo spettro corrispondente di un ondulatore usando la relazione <sup>(4)</sup>

$$\underline{E}^{(OK)} = \underline{E}_1 + \underline{E}_2 e^{i\Delta\psi} \quad (16)$$

dove  $\underline{E}_1$  e  $\underline{E}_2$  indicano rispettivamente il campo irradiato dagli elettroni nel primo e nel secondo ondulatore e il fattore di fase  $\Delta\psi$ , che tiene conto sia della differenza di percorso della radiazione emessa nelle due sezioni, sia del tempo necessario agli elettroni per attraversare il primo ondulatore e la sezione dispersiva, è dato da

$$\Delta\psi = 2\pi(N+N_d)\left(2\frac{\gamma - \gamma_R}{\gamma_R} - 1\right) - \frac{1}{2}k_L(L+L_d)(u_x^2 + u_y^2) \quad (17)$$

dove  $N$  e  $L = N\lambda_w$  indicano rispettivamente il numero di periodi e la lunghezza del primo ondulatore;  $\gamma_R$  è l'energia di risonanza, definita da  $\gamma_R^2 = \frac{\lambda_w}{2\lambda}\left(1 + \frac{1}{2}k^2\right)$ ;  $L_d$  indica la lunghezza della sezione dispersiva e  $N_d$ , definito come il numero di lunghezze d'onda ottiche che superano un elettrone risonante nella sezione dispersiva, è espresso da <sup>(7)</sup>:

$$N_d = \frac{L_d}{\lambda_L \gamma_R^2} \left(1 + \frac{e^2}{m_e^2 L_d^2 c^4} \int_0^{L_d} \left[ \int_0^u B(z) dz \right]^2 du \right) \quad (18)$$

$B(z)$  essendo il campo magnetico nella sezione dispersiva. E' da notare che la (16) non tiene conto della radiazione emessa nella sezione dispersiva; è da notare, inoltre, che il calcolo della radiazione da un OK tramite la (16) richiede la determinazione separata di  $\underline{E}_1$  e  $\underline{E}_2$ , che può, ad esempio, essere effettuata usando la matrice di trasferimento della sezione dispersiva per ottenere le condizioni di ingresso degli elettroni nel secondo ondulatore. Un approccio più semplice consiste nell'assumere che le traiettorie degli elettroni nel secondo ondulatore siano immagini speculari di quelle nel primo (vedi Fig. 2). Essendo la stessa relazione evidentemente valida per i campi:

$$\underline{E}_2(u_x, u_y) = \underline{E}_1(-u_x, u_y) \quad (19)$$



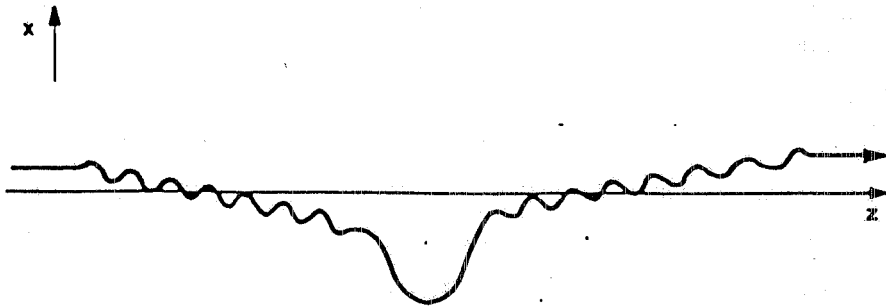


FIG. 2 - Traiettoria nel piano orizzontale dell'elettrone in un OK.

### 6.- EFFETTI DI UNO SPREAD ENERGETICO SULLE CURVE DI EMISSIONE SPONTANEA E STIMOLATA

Una valutazione degli effetti dovuti allo spread energetico del fascio elettronico in ingresso richiede una media delle curve di emissione spontanea e stimolata su una distribuzione gaussiana in energia. Tale media può essere effettuata tramite lo sviluppo

$$\frac{1}{\sigma_\gamma \sqrt{\pi}} e^{-\frac{(\gamma_i - \gamma_c)^2}{\sigma_\gamma^2}} = \sum_N \frac{1}{N!} \left(\frac{\sigma_\gamma}{2}\right)^{2N} \delta^{(2N)}(\gamma_i - \gamma_c) \quad (20)$$

Il primo membro della (20) rappresenta una distribuzione gaussiana normalizzata in energia, di centroide  $\gamma_c$  e ampiezza  $\sigma_\gamma$ , e nel secondo membro si è indicata con  $\delta^{(2N)}$  la derivata di ordine  $2N$  della  $\delta$  di Dirac<sup>(8)</sup>. La (20) può essere facilmente ricavata espandendo in serie di potenza di  $\sigma_\gamma$  la trasformata di Fourier del primo membro.

La media di una qualunque funzione  $f(\gamma_i)$  dell'energia iniziale sulla distribuzione in energia descritta risulta quindi espressa da

$$\bar{f}(\gamma_c) = f(\gamma_c) + \frac{1}{4} \sigma_\gamma^2 f^{(2)}(\gamma_c) + \frac{1}{32} \sigma_\gamma^4 f^{(4)}(\gamma_c) + \dots \quad (21)$$

La serie (21) converge come  $\sum_N \frac{1}{N!} \left(\frac{\sigma_\gamma}{\sigma_f}\right)^{2N}$ , dove abbiamo indicato con  $\sigma_f$  la FWHM di  $f(\gamma_i)$  nell'intorno di  $\gamma_c$ . Se  $\sigma_f \geq 5\sigma_\gamma$  la serie può essere troncata al terzo termine con un errore di  $\sim 1\%$ .

### 7.- CALCOLO DELLE CURVE DI EMISSIONE STIMOLATA

Eseguito il calcolo della distribuzione angolare di una data componente spettrale  $E$  questa, moltiplicata per gli opportuni fattori, viene integrata sugli angoli ( $d\Omega \approx du_x du_y$ ) per il calcolo degli  $I_{pq}$  nella (6). Fissato il numero di punti di integrazione,

i limiti per l'integrazione numerica vanno scelti in modo tale da fornire un risultato la cui precisione non dipende dalla divergenza  $\vartheta$  del fascio laser. La scelta fatta è stata quella di prendere come range di integrazione un multiplo fisso della più piccola fra  $\vartheta$  e la divergenza angolare dell'emissione spontanea ( $\sim 0.6$  mrad).

Da test di convergenza effettuati risulta che 20 punti di integrazione per dimensione forniscono una buona approssimazione per il valore degli integrali. Risulta inoltre che, per valori dell'emittanza del fascio comparabili con quello in ADONE (0.04 mm mrad), nella somma della serie (5) è sufficiente ritenere i termini con  $p+q \leq 10$ . Sommata la serie, viene eseguita numericamente la derivata rispetto a  $\gamma_i$ . Se è richiesta la media sulla distribuzione energetica di ingresso degli elettroni, viene usata la (21) troncata al terzo termine. Infatti il valore di  $\sigma_\gamma$  in ADONE, per energie dell'ordine di 600 MeV e tenendo in conto anche l'allungamento anomalo del fascio, non è mai molto maggiore di 1. D'altra parte (come risulta dalle Figg.7 e 8) la FWHM dei vari lobi delle curve di guadagno sia di un FEL che di un OK, nel range di valori dei vari parametri rilevante per l'esperimento LELA, è  $\geq 5$  (in unità  $\gamma$ ). Si può quindi concludere che la serie (21), troncata al terzo termine, fornisce il valore del guadagno con un errore dell'ordine dell'1% $\infty$ . Il calcolo delle derivate seconde e quarte delle curve di guadagno richiede una griglia di cinque valori ravvicinati dell'energia, con un corrispondente aumento del tempo di esecuzione.

## 8.- RISULTATI NUMERICI

I risultati seguenti sono stati conseguiti assumendo per i parametri i valori rilevanti per l'esperimento LELA<sup>(6)</sup> riportati nelle Tabelle I e II. Le curve 6-8, riportate in unità arbitrarie, si riferiscono allo scambio energetico tra un elettrone, con posizione, angoli e/o energia mediati sul bunch, e il campo e.m. esterno.

TABELLA I

Periodo dell'ondulatore	$\lambda_w = 11.6$
Numero di periodi	$N = 20$
Lunghezza dell'ondulatore	$L_w = 2.4$ m
Campo magnetico di picco sull'asse	$B_y = 4.5$ KG
Parametro di campo	$K = 4.825$

TABELLA II

Energia dell'elettrone	$E = 550 \text{ MeV}$
Spread energetico ( $\sigma_\gamma/\gamma$ )	$\sigma_p = 2.3 \times 10^{-4}$
Emittanza radiale	$t_x = 0.04 \text{ mm mrad}$
Spread in posizione (radiale)	$\sigma_x = 0.75 \text{ mm}$
Spread in angolo (radiale)	$\sigma'_x = 0.075 \text{ mrad}$
Spread in posizione (verticale)	$\sigma_y = 0.2 \text{ mm}$
Spread in angolo (verticale)	$\sigma'_y = 0.08 \text{ mrad}$

I risultati relativi alla configurazione OK sono stati ottenuti supponendo i due ondulatori identici e singolarmente compensati, con i parametri del campo riportati in Tabella III.

TABELLA III

Periodo dell'ondulatore	$\lambda_w = 11.6 \text{ cm}$
Numero di periodi	$N = 10$
Campo magnetico di picco sull'asse	$B_y = 4.5 \text{ KG}$
Parametro di campo	$K = 4.825$
Lunghezza della sezione dispersiva	$L_d = 0.5 \text{ m}$
Numero di lunghezze d'onda ottiche che superano un elettrone risonante nella sezione dispersiva	$L_N = 50$

Nelle Figg. 3 e 4 sono riportati rispettivamente lo spettro e la distribuzione angolare dell'emissione spontanea (nella zona di campo lontano) di un ondulatore, per un fascio elettronico monocromatico e filiforme. Il tempo necessario per ottenere un punto di tali curve, sul sistema VAX 11/780 dei LNF, è di 0.08 sec di C.P.U.. Come si può vedere dalla Fig. 4, la radiazione spontanea non è centrata perfettamente sull'asse dell'ondulatore, ma presenta un leggero shift angolare nel piano orizzontale. Tale effetto è dovuto alla presenza dei mezzi poli<sup>(6)</sup>.

Nella Fig. 5 è riportato lo spettro di emissione di un OK nella zona di campo lontano, per un fascio filiforme e monocromatico, e per un fascio filiforme e distribuito in energia ( $\sigma_\gamma = 1.25$ ). E' da notare come lo spread energetico del fascio dia luogo ad una riduzione della ampiezza di modulazione della curva. I tempi di C.P.U. sono rispettivamente 0.16 sec e 0.8 sec circa (per punto).

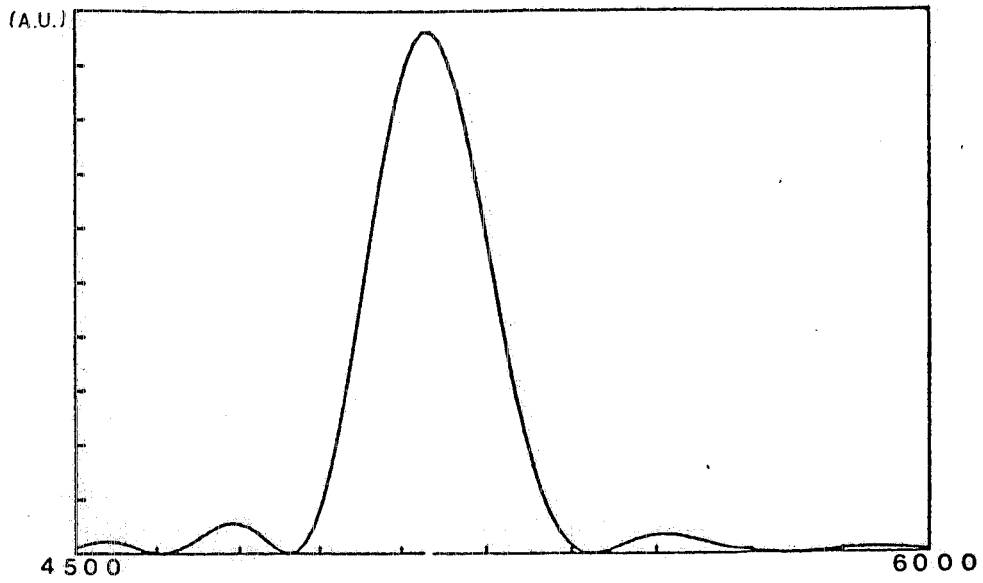


FIG. 3 - Spettro della radiazione spontanea da un FEL per un fascio elettronico filiforme e monocromatico (campo lontano).

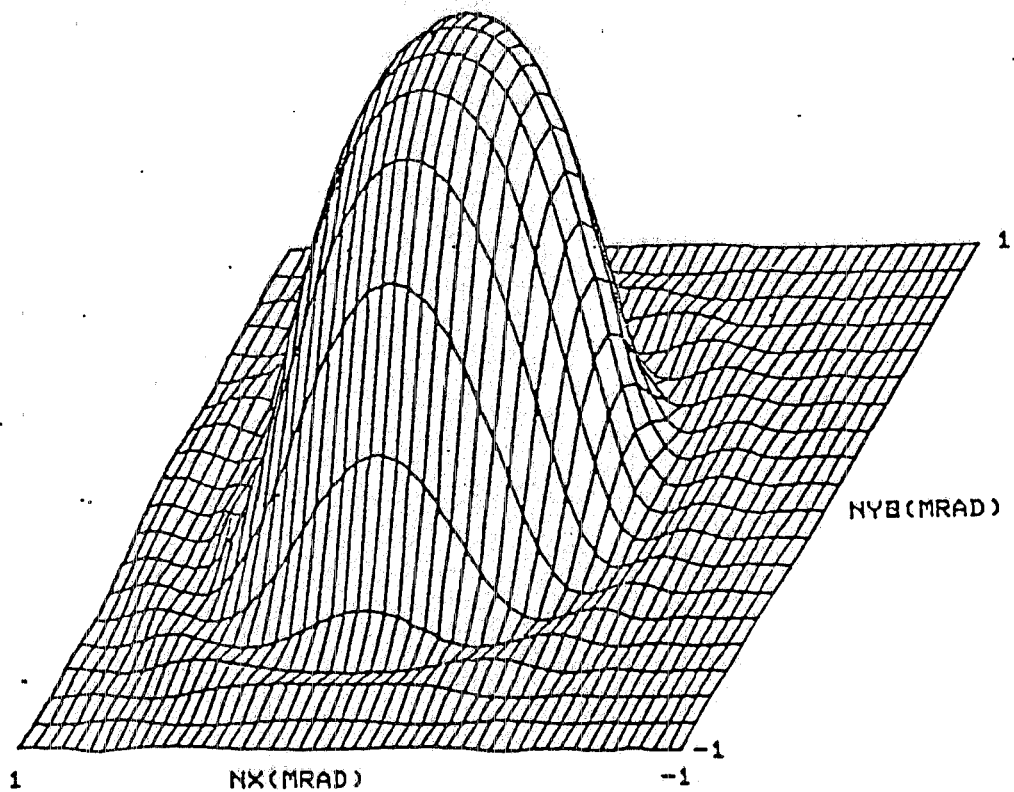


FIG. 4 - Distribuzione angolare della radiazione spontanea da un FEL, per un fascio elettronico filiforme e monocromatico (campo lontano).

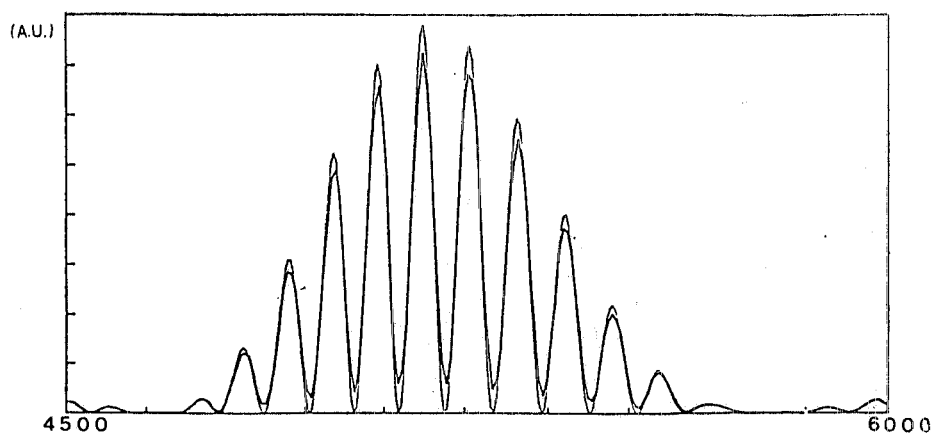


FIG. 5 - Spettro della radiazione spontanea da un OK per: a) fascio elettronico filiforme e monocromatico; b) fascio elettronico filiforme e distribuito in energia ( $\sigma_\gamma = 1.25$ ) (campo lontano).

Nelle Figg. 6 e 7 la curva di guadagno di un FEL, per un fascio elettronico monocromatico e di emittanza finita, è riportata per diversi valori della divergenza  $\Theta$  di un modo laser gaussiano; il guadagno di picco è massimo per  $\Theta \approx 0.3$  mrad.

Nella Fig. 8 è riportata la parte della curva di guadagno per un OK che corrisponde a  $1180 \leq \gamma_i \leq 1220$ , per un fascio elettronico monocromatico e di emittanza finita ed un modo laser gaussiano con  $\Theta = 0.3$  mrad. Il tempo di C.P.U. necessario al calcolo di un valore del guadagno è circa un minuto. Le Figg. 6-8 sono state ottenute interpolando tramite una spline<sup>(9)</sup> valori del guadagno (20 per ogni curva delle Figg. 6 e 7, 40 per la curva in Fig. 8) corrispondenti a diversi valori di  $\gamma_i$ .

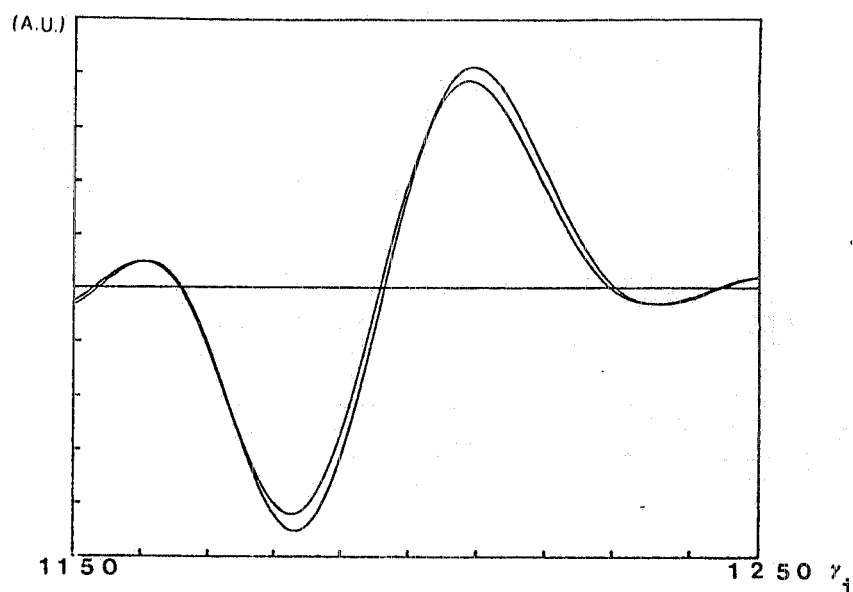


FIG. 6 - Curve di guadagno da un FEL per un fascio elettronico di emittanza finita e monocromatico interagente con un modo laser gaussiano con: a)  $\Theta = 0.2$  mrad; b)  $\Theta = 0.3$  mrad (in ordine crescente).

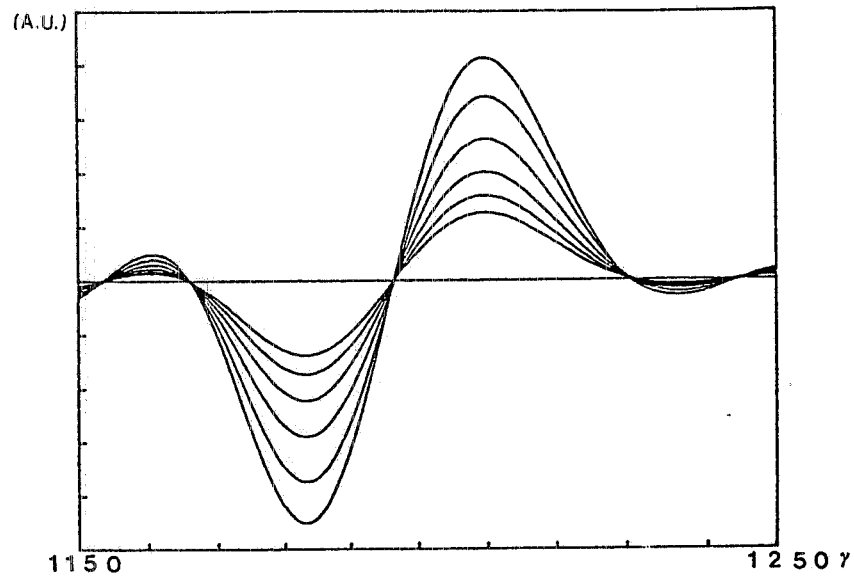


FIG. 7 - Curve di guadagno di un FEL per un fascio elettronico di emittanza finita e monocromatico interagente con un modo laser gaussiano con: a)  $\theta = 0.3$  mrad; b)  $\theta = 0.4$  mrad; c)  $\theta = 0.5$  mrad; d)  $\theta = 0.6$  mrad; e)  $\theta = 0.7$  mrad; f)  $\theta = 0.8$  mrad (in ordine decrescente).

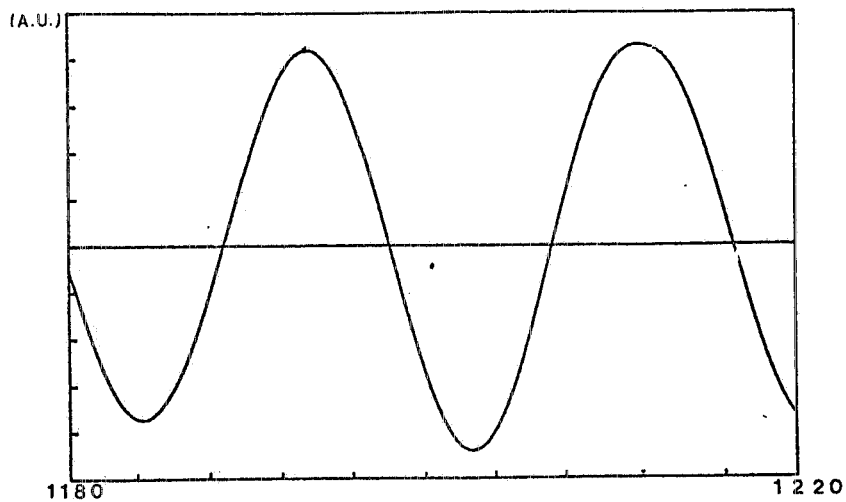


FIG. 8 - Curva di guadagno di un OK per un fascio elettronico ad emittanza finita e monocromatico interagente con un modo laser gaussiano con  $\theta = 0.3$  mrad.

REFERENZE

- (1) J.M.J.Madey, Nuovo Cimento 50B, 64 (1979).
- (2) S.Krinsky, J.M.Wang and P.Luchini, J. of Appl. Phys. 53, 5453 (1982).
- (3) P.Luchini, G.Prisco and S.Solimeno, Proc. SPIE 453, 283 (1983).
- (4) G.Prisco, F.Cindolo and S.Solimeno, Gain of a gaussian beam in a Free Electron Laser for finite emittance electron beams, Opt. Comm., 53, 4 (1985).
- (5) J.D.Jackson, Classical Electrodynamics (Wiley, 1962).
- (6) M.Castellano et al., Nuovo Cimento 81B, 1 (1984).
- (7) P.Ellaume, in Free Electron Laser of Coherent Radiation, Physics of Quantum Electronics, Vol. 9, ed. by S.F.Jacobs et al. (Addison-Wesley, 1982).
- (8) A.N.Kolmogorov e S.F.Fomin, Elementi di Teoria delle Funzioni e di Analisi Funzionale (Edizioni MIR, 1980).
- (9) T.H.Avie, Soubroutine for the calculation of third order spline approximations (SPLIN 3), E 205, CERN Computer Center.