

ISTITUTO NAZIONALE DI FISICA NUCLEARE
Laboratori Nazionali di Frascati

LNF-85/5(R)
25 Febbraio 1985

Versione finale
11 Ottobre 1985

G. Turchetti: CALCOLO CONTINUO DELLA PRESSIONE DI UNA
MACCHINA ACCELERATRICE - APPLICAZIONE AD ADONE

CALCOLO CONTINUO DELLA PRESSIONE IN UNA MACCHINA ACCELERATRICE -
APPLICAZIONE AD ADONE

G. Turchetti

INFN - Laboratori Nazionali di Frascati, Via E. Fermi, 00044 Frascati

Si vuole determinare la pressione in un periodo di una macchina acceleratrice. I dati occorrenti sono:

- 1) Geometria del periodo.
- 2) Energia e corrente massima.
- 3) Degassamento specifico delle pareti (senza fascio).
- 4) Distribuzione delle pompe al titanio e loro curva di velocità di aspirazione, in funzione della pressione, per 4 gas.

Si descrive il metodo applicandolo all'acceleratore di Frascati, ADONE. Il primo passo è quello di determinare il numero di fotoni uscenti dai magneti curvanti.

Dall'equazione⁽¹⁾

$$\frac{d^3N}{d\varepsilon dt di} = 6.95 \cdot 10^{13} \frac{Q}{E^2} \int_{\varepsilon/\varepsilon_C}^{\infty} K_{5/3}(x) dx \quad (\text{Fotoni/ev.sec. mA})$$

dove:

E è l'energia degli elettroni (GeV)

ε è l'energia dei fotoni (eV)

ε_C è l'energia critica (eV)

Q è il raggio di curvatura dei magneti (m)

$K_{5/3}$ è la funzione di Bessel modificata di ordine 5/3

si ottiene il numero di fotoni per elettronvolt per secondo per milliampere (Fig. 1).

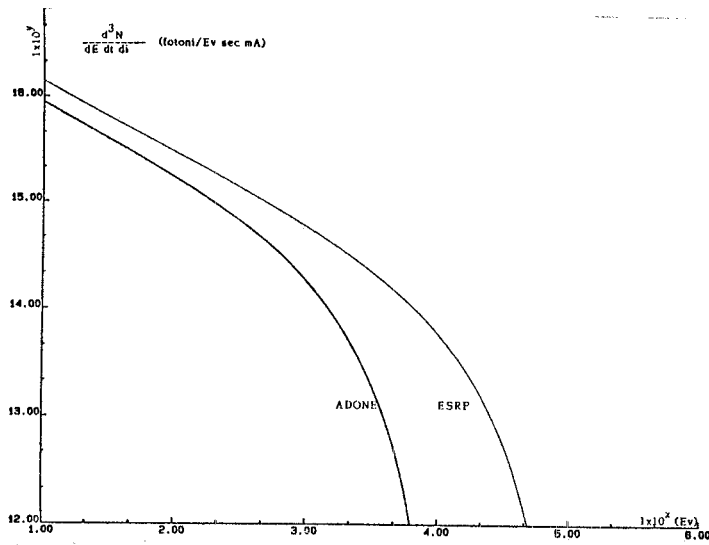


FIG. 1 - Numero di fotoni, in funzione dell'energia, per Adone ed ESRP.

Integrando in energia tra 10 eV e ∞ si ha:

$$\frac{d^2N}{dt di} = 6.95 \cdot 10^{13} \frac{e}{E^2} \int_{10}^{\infty} \left[\int_{\epsilon/\epsilon_c}^{\infty} K_{5/3}(x) dx \right] d\epsilon \quad (\text{Fotoni/sec. mA})$$

e per Adone si ottiene $9.461 \cdot 10^{19}$ fotoni/sec a 100 mA e 1,5 GeV.

Il periodo di ADONE è 1/12 di macchina. In Fig. 2 si vede la pianta del periodo.

- 1) 1/2 camera dei quadrupoli.
- 2) Camera della sezione curva.
- 3) Camera dei quadrupoli.
- 4) Camera della sezione dritta.
- 5) 1/2 camera dei quadrupoli.

Prendendo il sistema di riferimento come in Fig. 2 si ha che la parete esterna del periodo, all'altezza del fascio, è descritta dalle seguenti equazioni:

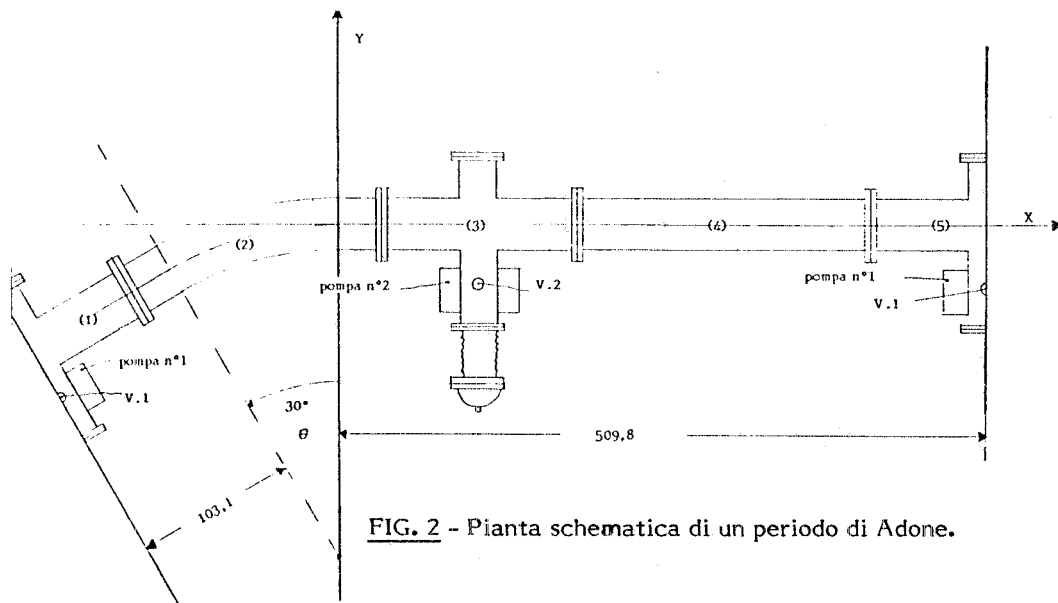


FIG. 2 - Pianta schematica di un periodo di Adone.

$$y = -\frac{x}{\operatorname{Tg}\left(\frac{2}{3}\pi\right)} + \frac{511.7}{\sin\left(\frac{2}{3}\pi\right)} - 500 \quad \text{(I)}$$

per $x_0 = 103.1 \cos\left(\frac{7}{6}\pi\right) + 511.7 \cos\left(\frac{2}{3}\pi\right) \leq x \leq 511.7 \cos\left(\frac{2}{3}\pi\right) = x_1$, per cui y assume i valori compresi tra $y_0 = 103.1 \sin\left(\frac{7}{6}\pi\right) + 511.7 \sin\left(\frac{2}{3}\pi\right) - 500 \leq y \leq 511.7 \sin\left(\frac{2}{3}\pi\right) - 500 = y_1$

$$y = -500 + \sqrt{-x^2 + 261836,89} \quad \text{(II)}$$

per

$$x_1 \leq x \leq \phi = x_2$$

per cui y assume i valori compresi tra

$$y_1 \leq y \leq 11.7 = y_2$$

$$y = 11.7 \quad \text{(III)}$$

per

$$x_2 \leq x \leq 509.8$$

1. - DISTRIBUZIONE DEI FOTONI SULLA PARTE ESTERNA DELLA CIAMBELLA

Sia dato un sistema di riferimento ortogonale xy , una circonferenza di centro $x_0=0, y_0=-b$ e raggio $R=b$ e un punto del piano, esterno alla circonferenza, (x_1, y_1) - vedi Fig. 3. Per il punto (x_1, y_1) passano 2 rette tangenti al cerchio. I raggi per i punti di tangenza A e B, formano con l'asse y due angoli, θ e γ . Prendendo come verso positivo quello antiorario per θ e quello orario per γ e partendo l'asse y , si ha che questi due angoli sono dati, per (x_1, y_1) nel 1° e 2° quadrante, da:

$$\left. \begin{array}{l} \theta \\ \gamma \end{array} \right\} = \arccos \left[\frac{by_1 + b^2 \pm x_1 \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + 2by_1}}{x_1^2 + (y_1 + b)^2} \right]$$

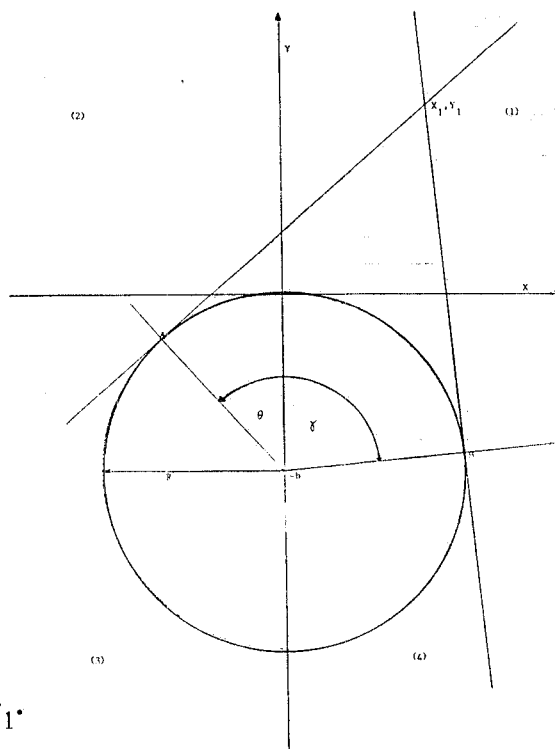


FIG. 3 - Determinazione degli angoli θ e γ dato $x_1 y_1$.

L'angolo che ci interessa è θ , cioè quello relativo alla traiettoria degli elettroni nella sezione curva.

Chiamando con c :

$$c = \frac{b(y_1 + b) + x_1 \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + 2by_1}}{x_1^2 + (y_1 + b)^2}$$

si ha:

$$\frac{d\theta}{dx} = -\frac{1}{\sqrt{1-c^2}} \left(\frac{\left[\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + 2by_1} + \frac{x_1^2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + 2by_1}} \right] \left[x_1^2 + (y_1 + b)^2 \right]}{\left[x_1^2 + (y_1 + b)^2 \right]^2} - \frac{2x_1 c}{x_1^2 + (y_1 + b)^2} \right)$$

questa funzione è graficata in Fig. 4 per $y_1 \equiv 11.7$.

Il numero di fotoni per secondo totali è, come abbiamo detto, $F_{tot} = 9.461 \cdot 10^{19}$ per $E = 1.5$ GeV e 100 mA.

Ogni magnete di Adone emette una quantità di fotoni pari a

$$F(\theta) = \frac{F_{tot}}{2\pi} \theta_{(magnete)} \quad \text{cioè}$$

$$F\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{F_{tot}}{2\pi} \frac{\pi}{6} = F_{tot}/12$$

si avrà anche che

$$-F(\theta) d\theta = B F(x) dx$$

dove $F(x)$ = densità lineare di fotoni (Fotoni/cm.sec); B = costante di normalizzazione, avremo quindi:

$$F(x) = \frac{\frac{F_{tot}}{12} \frac{d\theta}{dx}}{\int_{x_{min}(y)}^{\infty} \left[\frac{d\theta}{dx} \right] dx}$$

dove $x_{min}(y)$ è la x corrispondente al punto d'intersezione tra la retta parallela all'asse x passante per y e la tangente alla traiettoria degli elettroni nel punto $\theta = 30^\circ$ vedi Fig. 5.

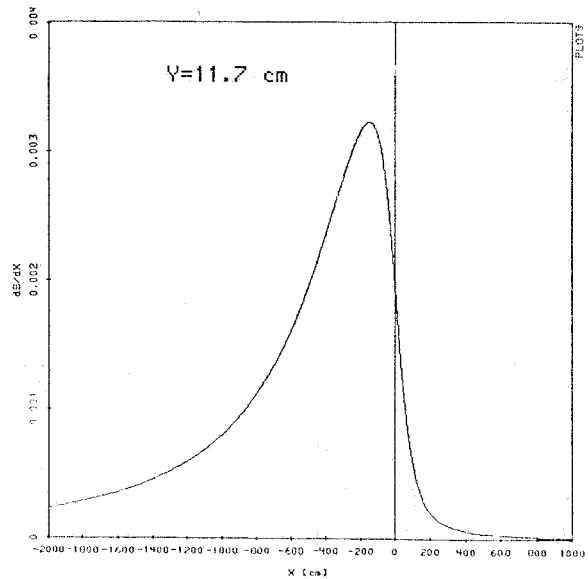


FIG. 4 - Plot della funzione $d\theta/dx$ per $y = 11.7$ cm.

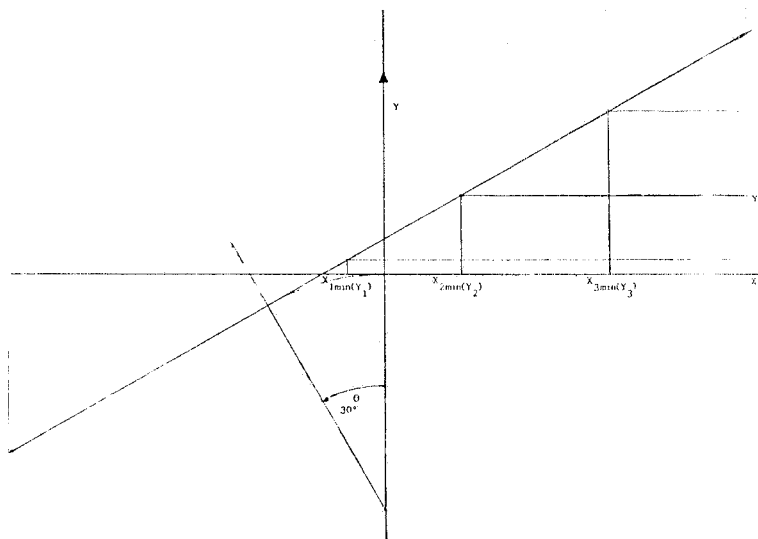


FIG. 5 - Determinazione di $x_{min}(y)$ dato y .

Si ha che dato un y_0

$$x_{\min}(y_0) = - \left[y_0 + 500 - 500 \sin \left(\frac{2}{3} \pi \right) \right] \operatorname{tg} \left(\frac{2}{3} \pi \right) + 500 \cos \left(\frac{2}{3} \pi \right)$$

2. - CONTRIBUTO DI EVENTUALI FUGHE

Nel calcolo del degassamento naturale del sistema si è tenuto conto anche di eventuali perdite distribuite lungo il canale.

Chiamando con x_0 il punto centrale della perdita e Δx la sua semi larghezza, la funzione che descrive tali perdite è:

$$\begin{aligned} y &= 1 & \forall x \in [x_0 - \Delta x, x_0 + \Delta x] \\ y &= 0 & \forall x \in (-\infty, x_0 - \Delta x) \cup (x_0 + \Delta x, \infty) \end{aligned}$$

Se con Q_{tot} indichiamo il valore della perdita totale in Torr l/sec, con A una costante di normalizzazione e con Q la perdita puntuale in Torr l/sec.cm avremo:

$$A y Q_{\text{tot}} = Q$$

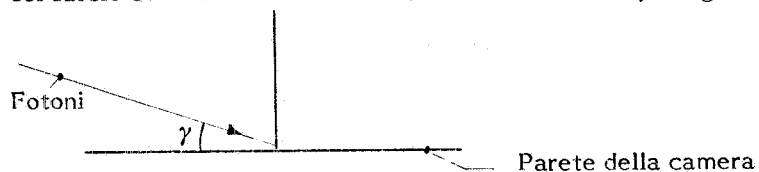
cioè

$$Q = \frac{Q_{\text{tot}}}{2\Delta x} y$$

Con questo sistema si può tenere conto anche di eventuali tratti di canale con degassamento diverso da quello del resto del sistema oppure tenere conto di appendici, soffiotti, cavità, ecc, semplicemente considerando tali elementi come perdite con $2\Delta x$ pari alla loro lunghezza e con Q_{tot} = Deg. specifico x superficie del tratto considerato.

3. - ANGOLO DI INCIDENZA FOTONI/CAMERA

Per determinare l'angolo γ d'incidenza dei fotoni con la camera da vuoto, consideriamo il percorso del fascio come ascissa curvilinea x e indichiamo con γ l'angolo d'incidenza fotoni/camera.



Si ha quindi che per

$$0 \leq x \leq 103.1$$

$$\gamma = \operatorname{arctg} \left[\frac{511.7 x_c}{x_c^2 - 500^2} - \sqrt{\frac{x_c^2 (511.7)^2}{(x_c^2 - 500^2)^2} - \frac{11836.89}{x_c^2 - 500^2}} \right]$$

con $x_c = x + 509.8$

= ascissa della camera nel sistema di riferimento ortogonale di Fig. 2

per

$$103.1 \leq x \leq 210.227$$

$$\gamma = \arctg \left[\frac{x_c(y_c+500)}{x_c^2-500^2} - \sqrt{\frac{x_c^2(y_c+500)^2}{(x_c^2-500^2)^2} - \frac{(y_c-500)^2-500^2}{x_c^2-500^2}} \right] + \arctg \left[\frac{x_c - 612.9}{y_c + 500} \right]$$

con

$$\left. \begin{aligned} x_c &= 511.7 \sin \left(\frac{x-103.1}{500} \right) + 612.9 \\ y_c &= 511.7 \cos \left(\frac{x-103.1}{500} \right) - 500 \end{aligned} \right\} = \text{ascissa e ordinata della camera} \\ \text{nel sistema ortogonale di Fig. 2}$$

per

$$210.227 \leq x \leq 364.899$$

$$\gamma = \arctg \left[\frac{x_c(y_c+500)}{x_c^2-500^2} + \sqrt{\frac{x_c^2(y_c+500)^2}{(x_c^2-500^2)^2} - \frac{(y_c+500)^2-500^2}{x_c^2-500^2}} \right] - \arctg \left[\frac{x_c}{y_c+500} \right]$$

con

$$\left. \begin{aligned} x_c &= -511.7 \sin \left(\frac{\pi}{6} - \frac{x-103.1}{500} \right) \\ y_c &= 511.7 \cos \left(\frac{\pi}{6} - \frac{x-103.1}{500} \right) - 500 \end{aligned} \right\} = \text{ascissa e ordinata della camera nel sistema} \\ \text{ortogonale di Fig. 2}$$

per

$$364.899 \leq x < 864.899$$

$$\gamma = \arctg \left[\frac{511.7 x_c}{x_c^2-500^2} + \sqrt{\frac{x_c^2(511.7)^2}{(x_c^2-500^2)^2} - \frac{11836.89}{x_c^2-500^2}} \right] \quad (1)$$

con

$$x_c = x - 364.899 \quad = \text{ascissa della camera nel sistema ortogonale di Fig. 2}$$

per

$$864.899 < x \leq 874.699$$

$$\gamma = \arctg \left[\frac{511.7 x_c}{x_c^2-500^2} - \sqrt{\frac{x_c^2(511.7)^2}{(x_c^2-500^2)^2} - \frac{11836.89}{x_c^2-500^2}} \right] \quad (2)$$

con

$$x_c = x - 364.899 \quad = \text{ascissa della camera nel sistema ortogonale di Fig. 2}$$

per quanto riguarda il punto $x=864.899$ esso si può ottenere dalla (1) o dalla (2) per $x \rightarrow 864.899$ rispettivamente da sinistra e da destra.

4. - CALCOLO DEL FLUSSO TOTALE DI GAS

Come si è detto il numero di fotoni per secondo per cm è dato da

$$F(x) = \frac{F_{tot}}{12} \frac{d\theta}{dx} \frac{1}{\int_{x_{min}(y)}^{\infty} \left[\frac{d\theta}{dx} \right] dx} \quad (\text{fotoni/cm sec}) \quad (3)$$

da questo per ottenere il flusso di gas si pone:

$$Q_x(x) = F(x) \cdot Y(\text{mat.,}\epsilon) \eta(C,A) \frac{RT}{N} G(\gamma) \quad (IV)$$

dove

$Y(\text{mat.,}\epsilon)$ = Yield Totale del materiale in funzione dell'energia;

$\eta(C,A)$ = coefficiente di desorbimento funzione della carica accumulata fino a quel momento e della corrente circolante;

$G(\gamma)$ = coefficiente per tenere conto dell'angolo d'incidenza dei fotoni con la camera.

Il degassamento naturale delle pareti è dato da:

$$Q_c(x) = Q_s P(x) \quad (\text{Torr l/sec cm})$$

con

Q_s = degassamento specifico (torr. l/sec cm²)

$P(x)$ = perimetro della camera in funzione di x.

Il "degassamento" dovuto alle perdite è dato da:

$$Q_p(x) = \sum_n \frac{Q_{tot}(n)}{2 \Delta x_n} y_n(x) \quad (\text{torr l/cm sec})$$

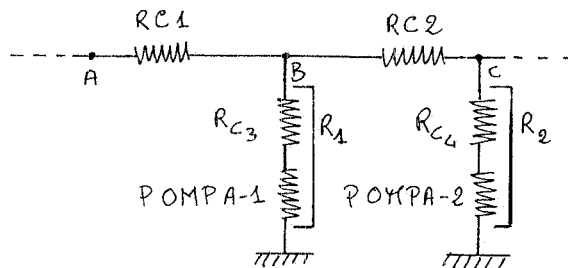
Col metodo delle perdite si è tenuto conto dei soffietti, delle appendici e delle cavità dovute all'accoppiamento delle flange, in tutto 12 perdite.

Sommando queste tre funzioni si ha il degassamento totale in funzione di x, essendo x la coordinata curvilinea corrispondente al percorso del fascio.

$$Q(x) = Q_F(x) + Q_c(x) + Q_p(x)$$

5. - CALCOLO CONTINUO DELLA PRESSIONE

Per determinare la pressione punto per punto nel periodo, si consideri il seguente schema elettrico equivalente:



dove

$RC1 = 1/C_1$ con C_1 = conduttanza del canale dall'inizio sino alla prima pompa.

$RC2 = 1/C_2$ con C_2 = conduttanza del canale tra le due pompe.

$R1 = 1/S_1 + 1/C_3$ con S_1 = velocità di aspirazione della pompa 1 e C_3 = conduttanza del tronchetto di collegamento pompa 1-canale.

$R2 = 1/S_2 + 1/C_4$ con S_2 = velocità di aspirazione della pompa 2 e C_4 = conduttanza del tronchetto di collegamento pompa 2-canale.

Come si può notare le pompe sono considerate conduttanze.

La teoria dei sistemi da vuoto visti dal punto di vista elettrico verrà trattato in altra sede.

Le impedenze $RC1$ e $RC2$ si possono immaginare come dei "fili resistivi" a sezione variabile.

Quindi preso il punto A come origine si avrà che, per esempio, $RC1$ sarà una funzione, in generale, non lineare rispetto a x .

Queste impedenze sono state calcolate con la seguente formula⁽²⁾

$$R = \frac{3}{4} \frac{\int_0^L \frac{B(x)}{A(x)^2} dL}{v_m} \quad (\text{sec/l})$$

dove: $B(x)$ è il perimetro della canalizzazione in funzione di x , (cm), $A(x)$ è la superficie della sezione della canalizzazione in funzione di x , (cm^2), L è la lunghezza della canalizzazione (cm), v_m è la velocità media aritmetica (cm/sec).

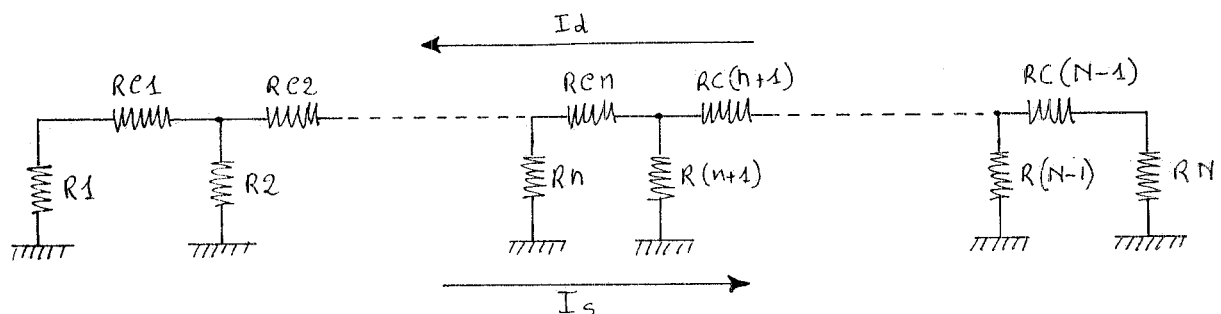
Si può anche scrivere:

$$R = 5.1442 \cdot 10^{-2} \sqrt{\frac{M}{T}} \int_0^L \frac{B(x)}{A(x)^2} dL$$

con M = peso molecolare della specie interessata, T = temperatura ($^{\circ}\text{K}$).

Ora si immagini di avere infiniti generatori di corrente distribuiti lungo tutte le impedenze, queste correnti si distribuiscono lungo il circuito determinando un certo andamento della tensione nelle impedenze stesse, proprio questa tensione si deve calcolare.

Per determinarla si procede così. Si consideri un sistema generale -



composto da N pompe e $N-1$ conduttanze.

Si vuole determinare la tensione (pressione) nel punto Pn . Il procedimento è diviso in due fasi:

- 1) Si determina la corrente che passa da destra verso sinistra I_d . Si moltiplica per la resistenza vista dal punto Pn verso sinistra R_{ps}

$$V_{P1} = I_d \cdot R_{ps}$$

2) Si determina la corrente che passa da sinistra verso destra I_s . Si moltiplica per la resistenza vista dal punto Pn verso destra R_{pd}

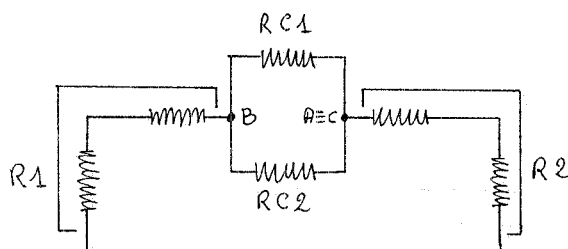
$$V_{P2} = I_s \cdot R_{pd}$$

Per il principio di sovrapposizione si avrà:

$$V_{pn} = V_{p1} + V_{p2}$$

Le cose però non sono così semplici perchè in un periodo di una macchina acceleratrice (i periodi si suppongono tutti uguali tra loro) si deve avere che la pressione nel punto iniziale (A) dovrà essere uguale a quella nel punto finale (C).

Questo significa che lo schema elettrico considerato andrà modificato in questa maniera:



In questo caso risulta più difficile determinare in ogni punto le correnti corrispondenti, una volta dati gli infiniti generatori posti lungo RC1 e RC2, comunque questo è stato il circuito utilizzato.

6. - DESCRIZIONE DEI PROGRAMMI E RISULTATI

Questo metodo di calcolo, come si è detto, è stato applicato ad ADONE.

Si è scelto ADONE perchè, essendo una macchina esistente, esistono dati di riscontro sperimentali che si riferiscono all'inizio della sua vita e proprio con questi dati⁽³⁾ si è cercato di ottimizzare il procedimento.

Tutto il metodo consiste in 16 programmi in FORTRAN più l'ausilio del programma PLOT 9⁽⁴⁾ per la rappresentazione dei vari risultati.

Per quanto riguarda il calcolo del flusso totale $Q_F(x)$ (vedi formula IV) si è conglobato $Y(mat, \epsilon)$ e $\eta(C, A)$ in una unica funzione $Z(C, A)$ determinata empiricamente dai dati sopra citati.

$$Z(C, A) = \frac{1.3992 \cdot 10^{-1} \cdot xF}{(C^{1.06535}) \cdot xF + 1000} + 5 \cdot 10^{-7}$$

con $xF =$ Numero di fotoni $\times 1.6 \cdot 10^{-19}$, $C =$ carica accumulata.

Si è inoltre trascurato l'angolo d'incidenza dei fotoni con la camera cioè si è posto $G(\gamma) \cong 1$.

La pressione totale viene calcolata come la somma di 4 pressioni parziali e più precisamente le pressioni parziali di H_2 - H_2O - N_2 / CO e dei composti organici. Si è cercato di riottenere gli spettri sperimentali a 10 e 600 Coulomb accumulati potendo così avere in ogni momento della vita della macchina (ammesso che non venga più messa in aria) ed in ogni punto, lo spettro dei gas residui, e lo

spettro dei gas uscenti dalle pareti che è ovviamente diverso da quello dei gas residui (le pompe sono selettive).

Per la velocità di aspirazione, per i vari gas, delle pompe si sono prese le curve fornite dalla casa costruttrice.

La vita media è stata calcolata tramite la Ref. 1)

$$\tau = \frac{x_0}{w \rho c} \quad (\text{sec}).$$

con

x_0 = lunghezza di radiazione del gas residuo (g cm^{-2})

ρ = densità del gas residuo (g cm^{-3})

c = velocità della luce (cm sec^{-1})

$w = \frac{4}{3} \ln \frac{\gamma}{\Delta\gamma} - \frac{5}{6}$

γ = energia riferita alla massa a riposo dell'elettrone

$\Delta\gamma$ = massimo spread in energia ammissibile.

La via media totale è data da

$$T = \frac{1}{1/\tau_{(\text{H}_2)} + 1/\tau_{(\text{N}_2/\text{Co})} + 1/\tau_{(\text{H}_2\text{O})} + 1/\tau_{(\text{comp.org})}}$$

BIBLIOGRAFIA

- (1) Alastair, G. Mathewson et al, "Some notes on the photoelectron induced gas desorption problems in the photon Factor and Tristan, KEK-78-9, June 1978 A/P. National Laboratory for High Energy Physics, Oho-Machi, Tsukuba-GUN, Ibaraki - Japan.
- (2) J. Delafosse e G. Mongodin, "Les calculs de la technique du vide", Société Française des ingénieurs et techniciens du vide.
- (3) Gruppo Vuoto - Memo V-4 (1969).
- (4) G. Turchetti, Internal report LNF-84/28 (1984).

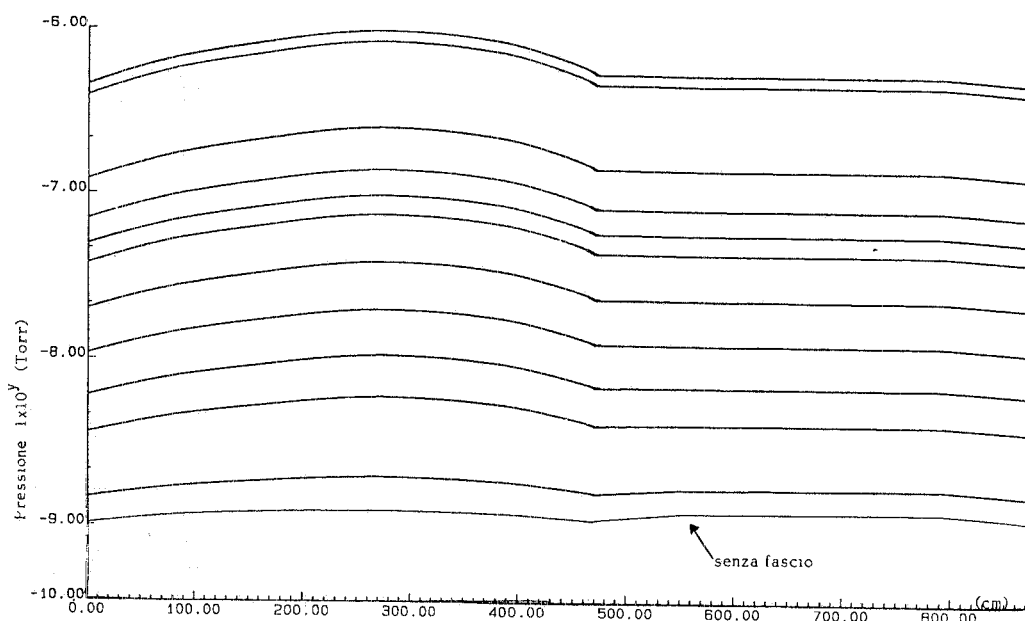


FIG. 6 - Rappresentazione delle pressioni (non corrette), lungo la canalizzazione per diversi valori di Coulomb accumulati. La prima curva si riferisce al primo run, la penultima a 10000 Coulomb accumulati e l'ultima alla pressione senza fascio.

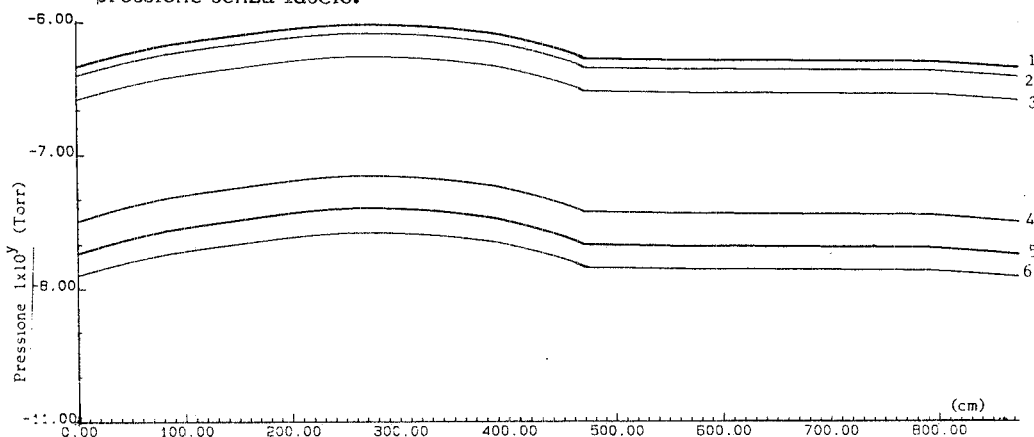


FIG. 7 - Rappresentazione delle pressioni parziali dei gas e della pressione totale (corretta e non) lungo la canalizzazione per 0 Coulomb accumulati. 1) pressione totale non corretta; 2) pressione parziale di H_2 ; 3) pressione totale corretta per il B.A. della Varian; 4) pressione parziale dei composti organici. 5) pressione parziale di CO ; 6) pressione parziale di H_2O .

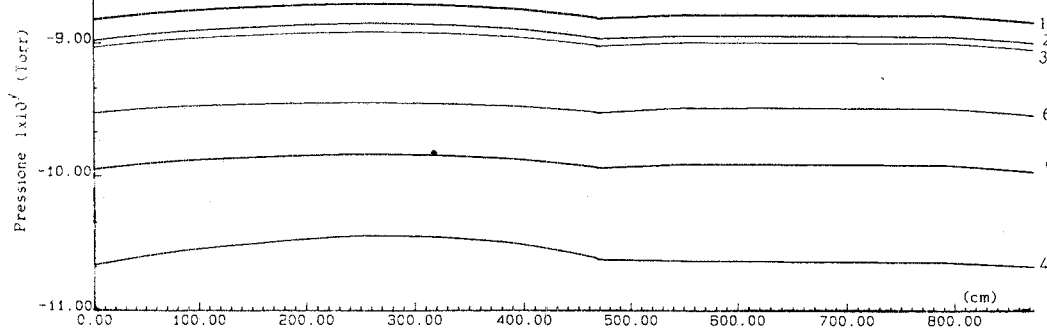


FIG. 8 - Come la Fig. 7 con 10000 Coulomb accumulati.

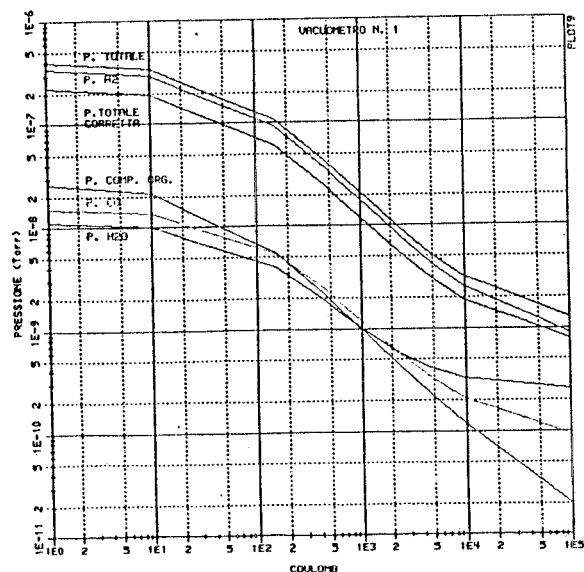


FIG. 9 - Andamento della pressione totale e delle pressioni parziali al variare dei Coulomb accumulati, all'altezza del vacuometro n° 1 (vedi Fig. 2).

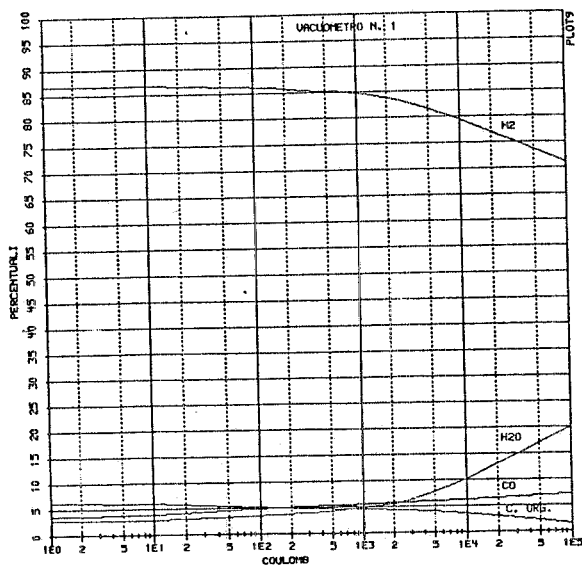


FIG. 10 - Andamento della composizione percentuale dei vari gas al variare dei Coulomb accumulati, all'altezza del vacuometro n° 1 (vedi Fig. 2).

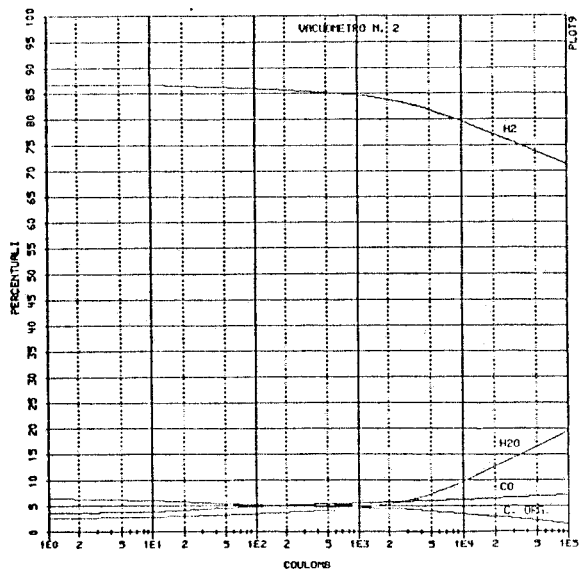


FIG. 11 - Come la Fig. 10 ma all'altezza del vacuometro n° 2 (vedi Fig. 2).

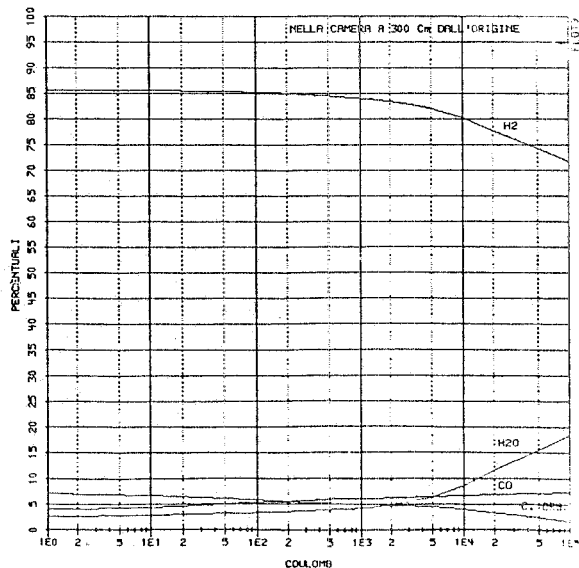


FIG. 12 - Come in Fig. 10 ma a 300 cm dall'originale (vedi Fig. 2).

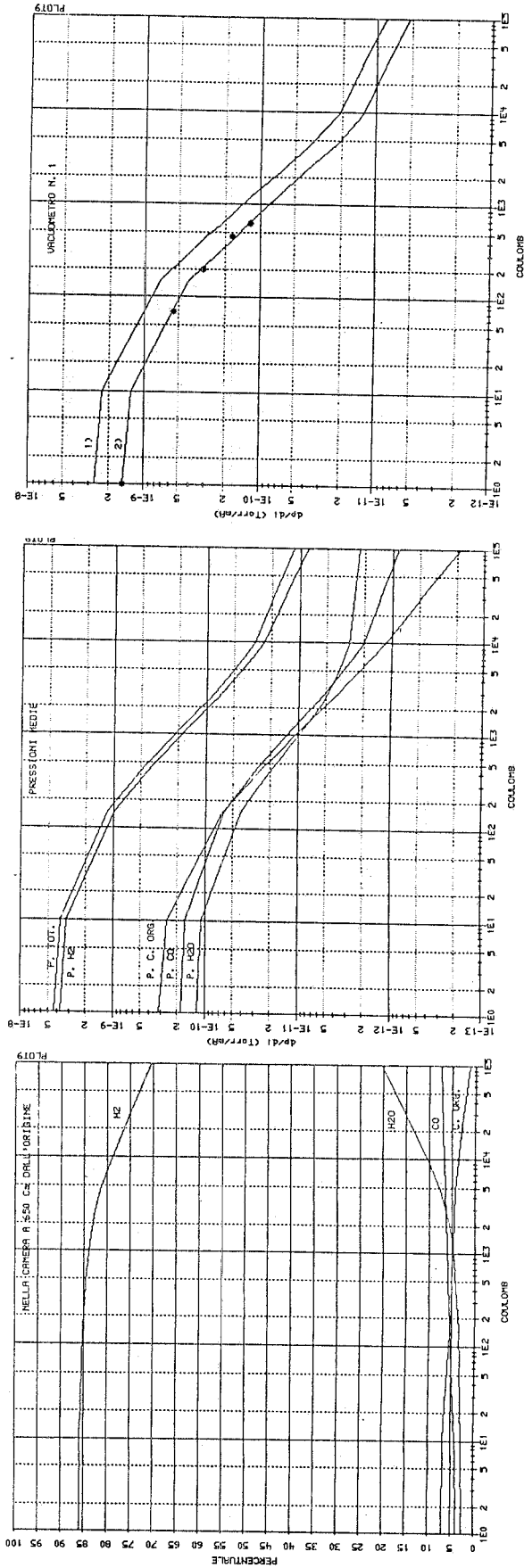


FIG. 15 - Andamento di dp/di in funzione dei Coulomb accumulati. 1) curva calcolata con la pressione non corretta; 2) curva calcolata con la pressione corretta. Gli asterischi sono i valori spettrali di Adone.

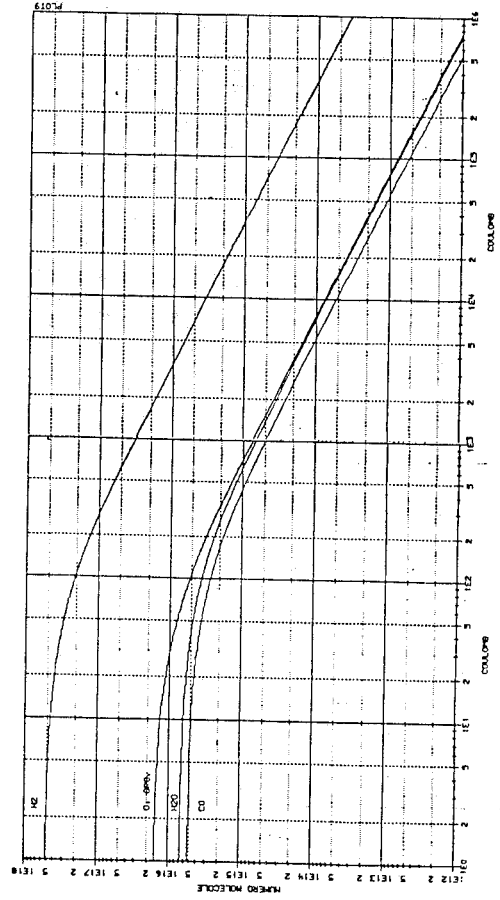


FIG. 16 - Andamento del numero medio di molecole uscente, per secondo, dalle pareti della canalizzazione.

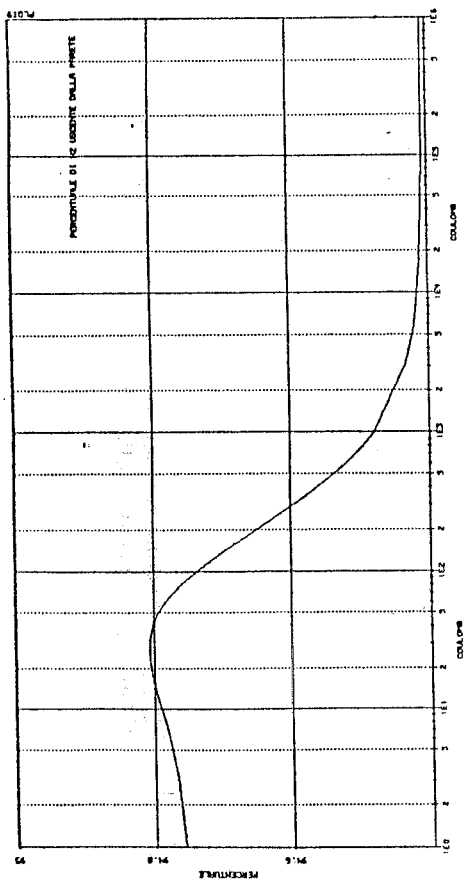


FIG. 18 - Dettaglio dell'andamento di H_2 di Fig. 17.

FIG. 17 - Andamento della composizione percentuale media del gas uscente dalle pareti della canalizzazione.

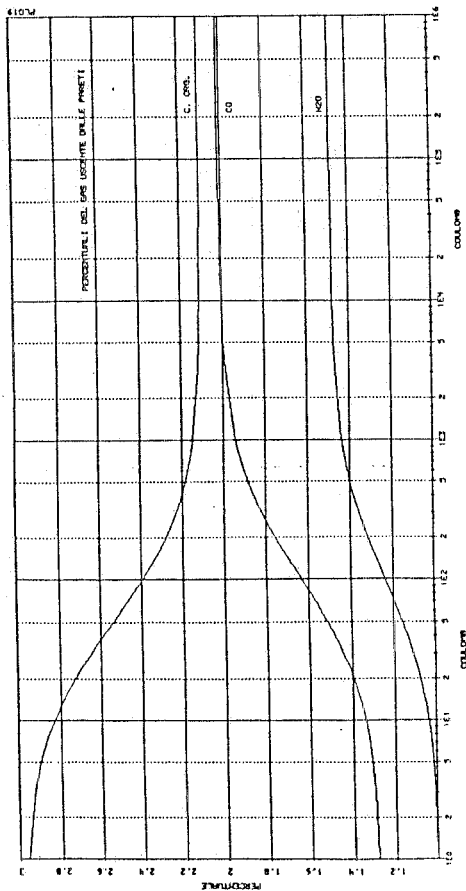
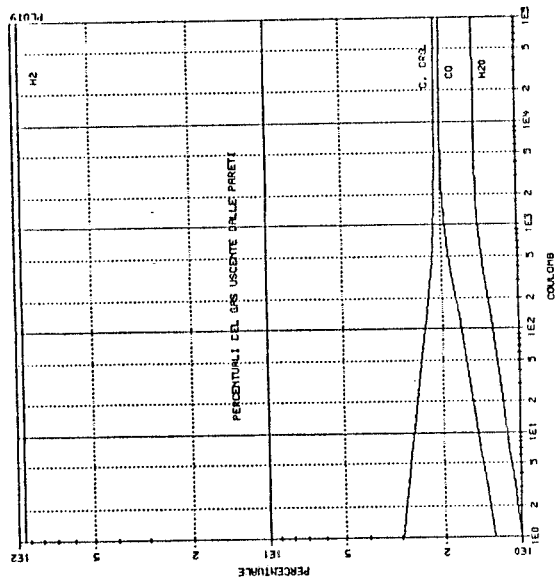


FIG. 19 - Dettaglio dell'andamento di CO , H_2O e dei composti organici di Fig. 17.

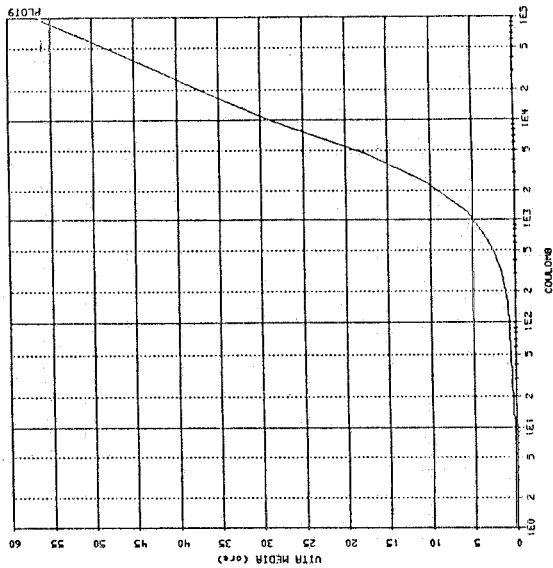


FIG. 20 - Andamento della vita media del fascio in funzione dei Coulomb accumulati.