

ISTITUTO NAZIONALE DI FISICA NUCLEARE
Laboratori Nazionali di Frascati

LNF-85/3(P)
18 Gennaio 1985

P.Fernandes, R.Parodi, C.Salvo and B.Spataro:
DESIGN OF THE CAVITIES FOR RF ENERGY STORAGE

(To appear on the Proceedings of "V Riunione Nazionale
di Elettromagnetismo Applicato",
Saint Vincent, Ottobre 1984)

DESIGN OF THE CAVITIES FOR RF ENERGY STORAGE

P.Fernandes
CNR - Istituto Matematica Applicata, Via L.A.Alberti, 16132 Genova
R.Parodi, C.Salvo
INFN - Sezione di Genova, Via Dodecaneso 33, 16146 Genova
B.Spataro
INFN - Laboratori Nazionali di Frascati, Via E.Fermi, 00044 Frascati

(To appear on the Proceedings of "V Riunione Nazionale di Elettromagnetismo Applicato",
Saint Vincent, Ottobre 1984)

ABSTRACT

This paper deals with the design of high Q TE resonators for high efficiency RF pulse compression. This kind of resonator is used to double the energy gradient of linear accelerators. In order to study the influence of the geometry of the resonator on the Q_0 , a computer code named OSCAR2D was developed. By means of this code an optimum geometry for TE storage cavities was found. The results of the computer simulation are shortly compared with the experimental measurements performed on a TE cavity prototype.

I.- INTRODUCTION

As proved elsewhere⁽¹⁾, it's possible to double the energy gradient of a linear accelerator, without modifications of accelerating sections and RF systems, by installing a pulse compressor after the klystron.

The pulse compressor makes use of a high Q resonator to store the RF energy.

A feasibility study of a similar system started at INFN Frascati Laboratories with the goal to double the energy of the 400 MeV linac. The results of this investigations show that the storage cavities must exhibit a quality factor of, a least, 10^5 . Such very high values of Q can be achieved with TE mode resonators.

Our report presents the various kinds of usable cavities, taking into account the problems given by the degeneration of TE modes into low Q TM modes.

A computer code is presented, which allows the calculation of main parameters (frequency, Q_0 , etc.) of the TE cavities with azimuthal symmetry for resonance modes independent from azimuth.

2.- DEFINITION OF THE PROBLEM

It has been demonstrated at SLAC, that it is possible to improve the energy gain of a linac electron beam for a given klystron peak power. The peak power fed to accelerating sections can be increased by means of a device shown in Fig. 1 consisting of two high Q resonant cavities, 3 dB coupler and a fast phase shifter.

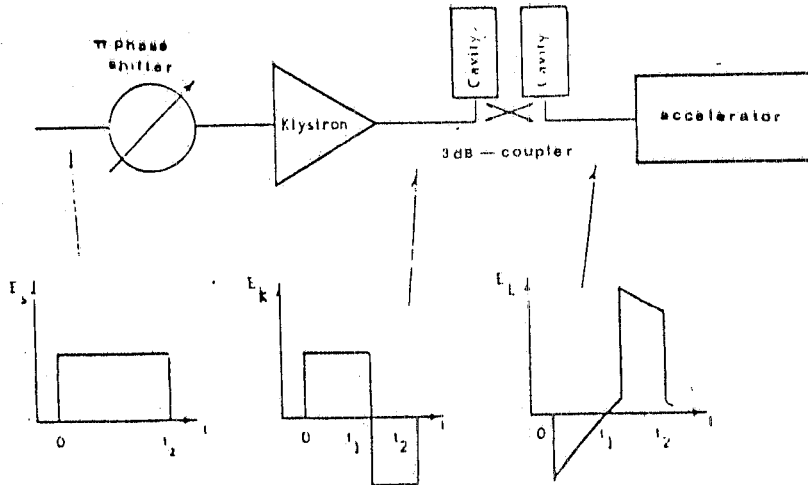


FIG. 1

A reduction of pulse duration is needed to perform the power gain. The layout of the system is presented in Fig. 1 where E_s , E_k , E_L are signals in different points of the scheme.

To achieve the best efficiency, the energy stored inside the cavity must be as much as possible constant during the length of RF pulse. The length of pulse fed to accelerating section must be equal to the filling time of the section. The loaded Q of an accelerating section is nearly 10^4 , therefore a good operation of the system requires the Q_0 of the storage cavity be at least 10^5 ; its working frequency must be, of course, the same of the section, i.e. 2856 MHz.

3.- STORAGE CAVITIES DESIGN

The TE modes have been considered as resonance modes for the storage cavities of the pulse compression system. The TE modes, are azimuth invariant in cylindrical resonator; such resonators have therefore very high quality factor so that they can satisfactorily be used to hold the RF energy inside them for a long time interval.

The analytical solution for the fields in TE resonators (spherical or cylindrical shape) is well known⁽³⁾ and therefore one can calculate the Q_0 for a given material conductivity. Nevertheless, a real resonator is slightly different from an ideal one so that the analytical computation cannot be performed, in fact:

- a) the real resonator has a different geometry due to the coupling windows, the tuning devices, etc. so to change the field distribution and the quality factor;
- b) the TE_{on} mode is normally degenerated with a low Q_0 TM_{In} mode and one must introduce a perturbation inside the cavity in order to remove the coupling between the modes and to avoid the energy transfer one each other.

The perturbation acts in a well known way on the frequency shifts; its effect on the quality factor is less known.

Taking into account the different aspect of the design, the code OSCAR2D⁽⁴⁾ has been particularly improved for the calculation of the first TE modes for resonators having azimuthal symmetry. The method used, by the program is briefly described in ref.(4).

The program was modified in the following way for the solution of TE modes:

i) The Helmholtz eigenvalue equation is used

$$\vec{\nabla}_x (\vec{\nabla}_x \vec{E}) = k^2 \vec{E}, \quad \text{with } \vec{E} = (0, E_\varphi, 0), \quad k = \omega/c \quad (1)$$

which follows from Maxwell equations. If E_φ is an invariant of φ , (1) becomes the scalar equation:

$$\frac{d^2 F}{dr^2} - \frac{1}{r} \frac{dF}{dr} + \frac{d^2 F}{dz^2} + k^2 F = 0, \quad \text{where } F = rE_\varphi(r, z); \quad (2)$$

ii) The boundary conditions ($F=0$) were improved by means of a second order bidimensional Taylor expansion series.

4.- THE GEOMETRY OF RESONATOR

The OSCAR2D code allows the selection of the last resonator geometry. Two different shapes can be investigated: the sphere and the cylinder.

The spherical shaped resonators have a quality factor 20% higher than cylindrical cavities, but the monopole TE_{011} degenerates with TM_{111} and three times with itself because the coordinate of the sphere are not univocally determined. This is a disadvantage, in fact it's necessary to know where the maximum and minimum of the fields are located in order to determine the position of the coupling (loop or window) and tuning devices.

A perturbation of the geometry is needed to remove the degeneration of the modes and to provide an orientation of the fields so to have a positioning of the tuning and coupling devices.

The perturbation disturbs the geometry of resonator and causes a 10% decreasing of Q_0 . The advantage of a very high quality factor is lost.

A cylindrical cavity has then been considered. In this case, the only degeneration, which can be easily removed, is the mode TE_{0n} in TM_{1n} .

From the perturbation theory one has:

$$\frac{\Delta f}{f_0} = \alpha \frac{\Delta V}{V_0} \quad (3)$$

for the TE_{0n} mode⁽³⁾, where f_0 and V_0 are respectively the resonant frequency and volume of the unperturbed resonator and α is a coefficient proportional to the energy stored in the removed volume.

A higher H field in the disturbed region means a higher effect of the perturbation.

In Fig. 2, a section of the selected resonator in the r, z plane is presented.

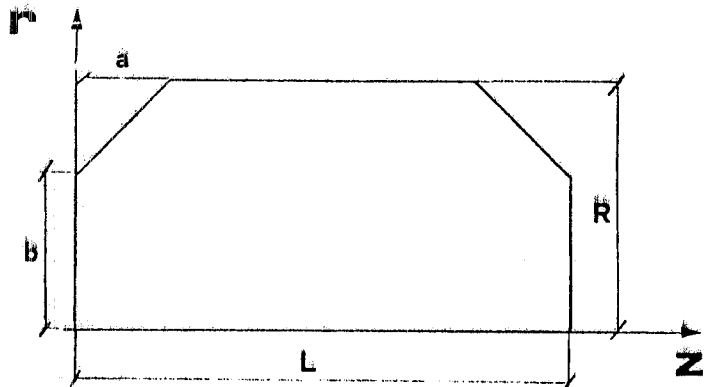


FIG. 2 - Axial section of resonator.

The perturbation consists in the removal of the corners as shown in the figure. Being the TM_{1n} H field maximum in the removed volume, the frequency shift of degenerate TM_{1n} is high.

5.- OPTIMIZATION OF THE MODE

Once the geometry of the resonator has been chosen, the following state is the calculation of the parameters a and b by means of OSCAR2D code keeping the ratio $2R/L = 1^{(4)}$.

The previous condition guarantees the best Q_0 for the unperturbed resonator. We define the magnetic geometry factor:

$$G = \mu\omega \frac{\int_U M^2 dV}{\int_S M_{||}^2 dS} = \pi \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{2 \int_V H^2 dV}{\lambda \int_S H_{||}^2 dS} \quad (5)$$

G is related to the shape and the cavity mode to be used.

We also have:

$$Q_0 = \frac{G}{R_S} \quad (6)$$

where

$$R_S = \sqrt{\frac{\pi f \mu_0}{\sigma}} \quad (7)$$

is the surface resistance of a conductor having the conductivity σ at the frequency f ; μ_0 is the permeability of vacuum.

In Figs. 3, 4, 5 we present the variation of G with the parameters a and b for the first three TE_{01n} modes. It can be seen from the figures, that the geometry factor G has a maximum for each mode and this maximum value is greater than the factor G of the unperturbed cavity ($a=0$).

For example taking $R_S = 14 \times 10^{-3} \Omega$ and $f = 2856$ MHz, the value of TE_{013} mode corresponding to the maximum of G is

$$Q_0 = \frac{G}{R_S} = \frac{1500}{14 \times 10^{-3}} \approx 107.000.$$

This value satisfies the requirements of a cavity for energy storage.

6.- CONCLUSIONS

The results of simulation have been verified by means of a 2856 MHz brass prototype resonator. The difference between the calculated frequency and the measured one is within 1 MHz. The geometric factor G is 10% lower than the value we expected. The difference is probably due to the imperfect smoothness of the surfaces and to the imperfect knowledge of the conductivity of the used brass alloy.

We finally conclude that OSCAR2D code can be successfully used to design energy storage cavities and to demonstrate that a carefully optimization of the geometry of a cylindrical resonator allows both the removal of degenerations and an improvement of the quality factor by about 20%.

These performances permit the TE cavities to be used as storage cavities in pulse compressor with a lower mode (TE_{013}) instead of higher modes (TE_{015}) used elsewhere. The TE_{013} resonators are less critical in mechanical construction.

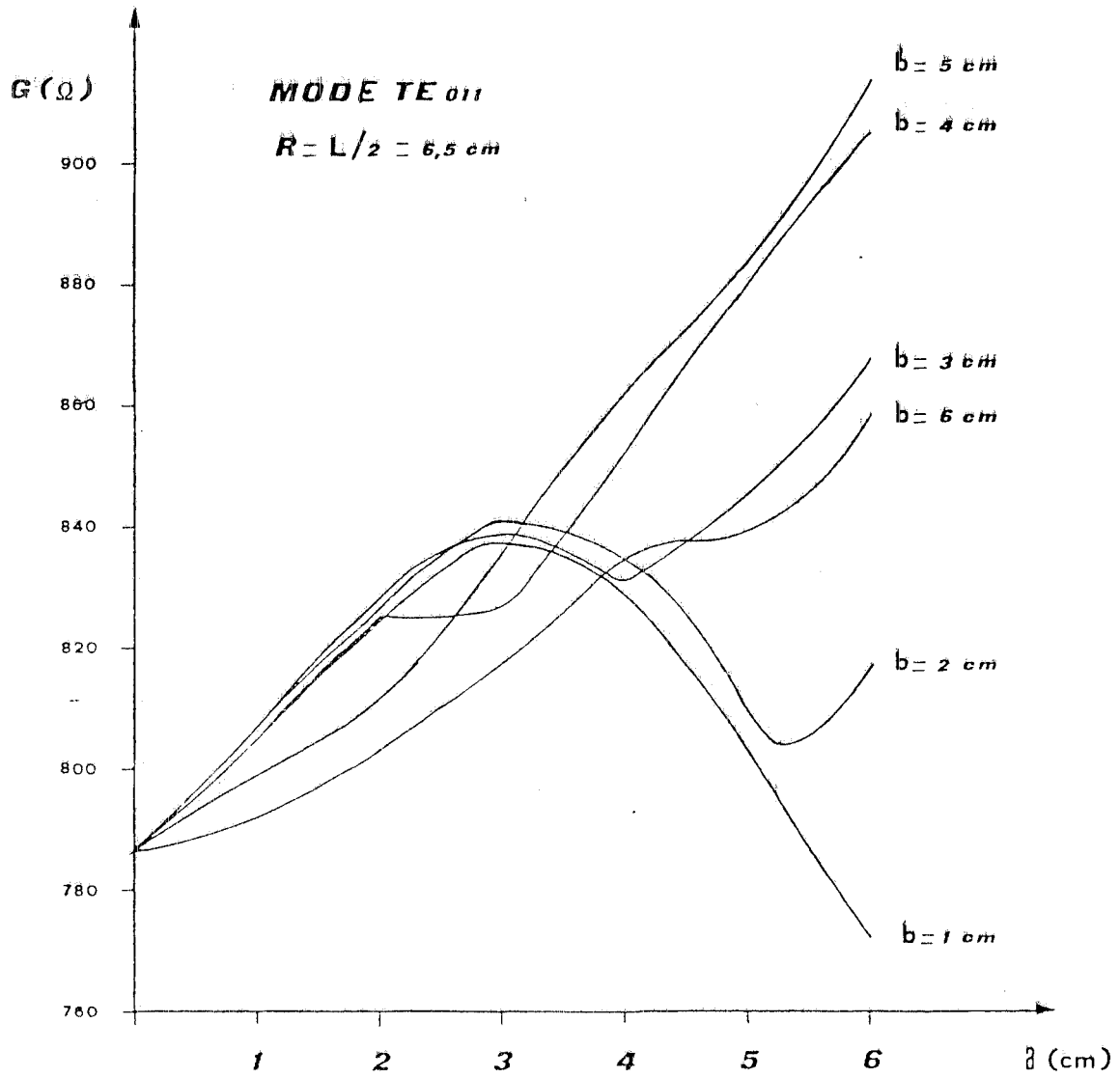


FIG. 3 - Variation of G with a, b for TE₀₁₁ mode.

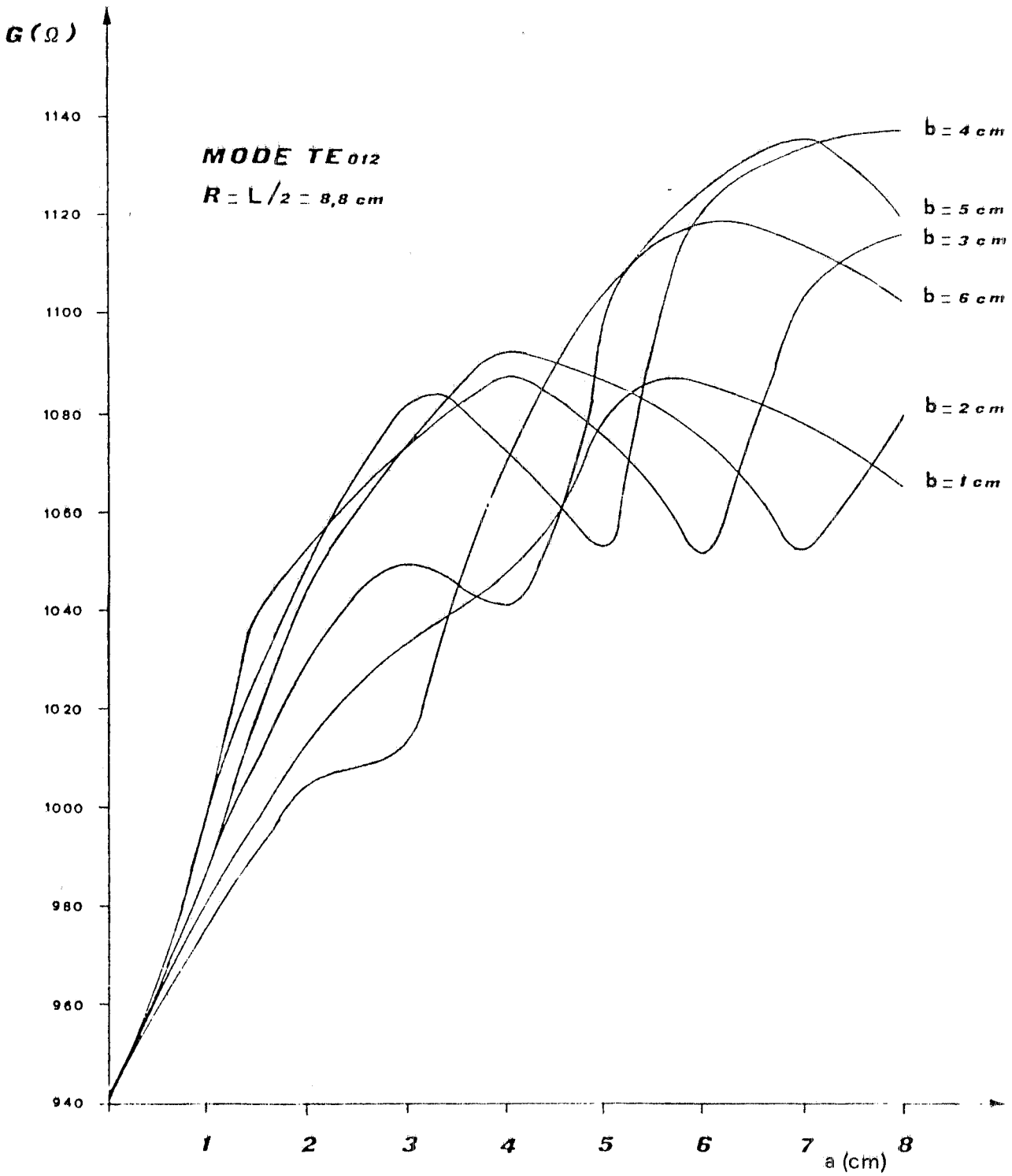


FIG. 4 - Variation of G with a, b for TE_{012} mode.

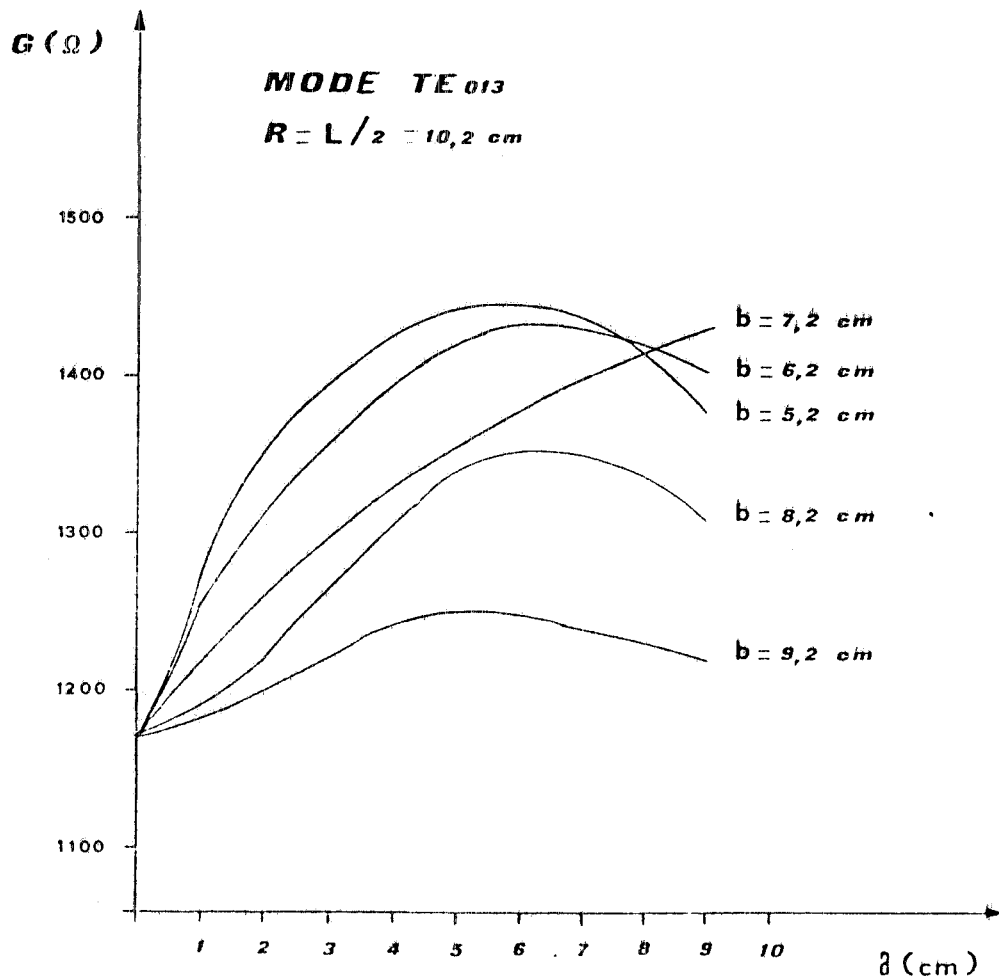


FIG. 5 - Variation of G with a, b for TE₀₁₃ mode.

REFERENCES

- (1) - Z.D.Farkas, H.A.Logg, G.A.Loew and P.B.Wilson, SLED: A method of doubling SLAC's energy, XV Intern. Conf. on High Energy Accelerators, Stanford 1974.
- (2) - B.Spataro, Studio di un sistema per aumentare l'energia del Linac di Frascati, Frascati report LNF-84/12 (1984).
- (3) - G.Gobau, Electromagnetic Wave Guides and Cavities (Pergamon Press, 1961).
- (4) - R.Boni, V.Chimenti, P.Fernades, R.Parodi, B.Spataro, F.Tazzioli e M.Vescovi, Studio di fenomeni di scarica in cavità risonanti sotto vuoto, V^a Riunione Nazionale di Elettromagnetismo Applicato, Saint Vincent, Ottobre 1984.

85/3

STUDIO DI CAVITA' RISONANTI AD ELEVATO FATTORE DI MERITO
PER ACCUMULO DI ENERGIA RF

P.Fernades^x, R.Parodi⁺, C.Salvo^x e B.Spataro^o

ABSTRACT. This paper deals with the design of high Q TE resonators for high efficiency RF pulse compression. This kind of resonator is used to double the energy gradient of linear accelerators. In order to study the influence of the geometry of the resonator on the Q_0 , a computer code named OSCAR 2D was developed. By means of this code an optimum geometry for TE storage cavities was found. The results of the computer simulation are shortly compared with the experimental measurements performed on a TE cavity prototype.

1. **Introduzione.** E' stato dimostrato a SLAC (1) la possibilità di duplicare il gradiente di energia di un acceleratore lineare senza modificare le sezioni acceleratrici e il sistema di amplificatori a radiofrequenza, aggiungendo unicamente tra il klystron e la sezione acceleratrice un compressore di impulso, basato sull'utilizzo di cavità ad alto Q per l'accumulo di energia a RF.

Presso i Laboratori Nazionali di Frascati dell'INFN è stato avviato uno studio di fattibilità di un sistema analogo per duplicare l'energia finale del Linac dei Laboratori(2).

Dai risultati di questi studi risulta che le cavità per accumulo di energia devono avere un fattore di merito Q_0 di almeno 10^5 . Tali fattori di merito sono ottenibili con cavità operanti nel modo TE.

La nostra nota espone i possibili tipi di cavità utilizzabili tenendo conto dei problemi introdotti dalla degenerazione dei modi TE con modi TM a basso Q.

Viene presentato un codice di calcolo che permette di calcolare i parametri, frequenza, Q_0 , etc. di cavità TE azimutalmente simmetriche per modi di risonanza non dipendenti dall'azimut.

2. **Definizione del problema.** Studi effettuati a SLAC hanno dimostrato la possibilità di aumentare il guadagno di energia di un fascio di elettroni di un linac a parità di potenza di picco dei klystron. La potenza di picco in ingresso alle sezioni acceleratrici viene aumentata, a spese di una riduzione della durata dell'impulso, mediante un dispositivo consistente di due cavità risonanti ad alto Q accoppiate con un ibrido a 3dB, ed uno sfasatore rapido a 180° .

Lo schema di principio è riportato in Fig. 1, avendo indicato con E_s , E_x , E_L rispettivamente il segnale applicato

allo sfasatore, il segnale all'uscita del klystron e quello in ingresso alla sezione acceleratrice.

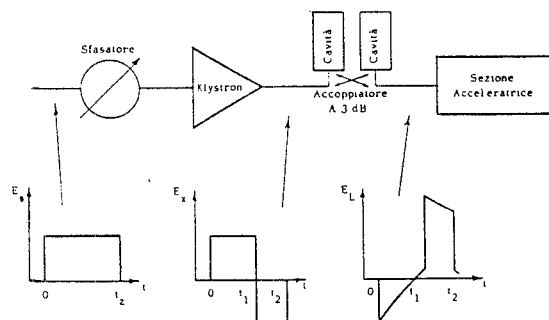


FIG. 1

Per ottenere il miglior rendimento del sistema è necessario che l'energia contenuta nelle cavità di accumulo resti circa costante, per tutta la durata dell'impulso applicato al linac.

La durata dell'impulso a RF inviato alla sezione acceleratrice deve essere uguale al tempo di riempimento τ della sezione acceleratrice.

Poichè il Q caricato di una sezione acceleratrice è circa 10.000, per un efficiente utilizzo del sistema di compressione dell'impulso è necessario che il Q_0 a vuoto delle cavità di accumulo sia dell'ordine almeno di 10^5 .

La frequenza di lavoro di tali cavità deve essere 2856 MHz, eguale a quella della sezione acceleratrice del linac.

3. **Progetto delle cavità di accumulo.** Si sono scelti quali modi di risonanza possibili per le cavità di immagazzinamento, per il sistema di compressione dell'impulso, i modi tipo TE, di risonatori a simmetria cilindrica, con campi non dipendenti dall'azimut. Tali modi sono noti per avere un fattore di merito notevolmente elevato, tali da soddisfare le richieste del sistema di compressione di impulso.

Per un risonatore TE che sia una sfera od un cilindro, è nota (3) la soluzione analitica dei campi ed è quindi possibile calcolare il fattore di merito data la conducibilità del materiale.

Un risonatore reale tuttavia si discosta dalla idealizzazione geometrica, per cui il calcolo analitico non è noto per i seguenti motivi:

a) i risonatori reali hanno una geometria perturbata dai tubi per l'accoppiamento, e per l'introduzione di disposi-

x IMA-CNR, Via L.B.Alberti, 16132 Genova
+ INFN - Sezione di Genova, Via Dodecaneso 33, 16146 Genova
o INFN - Laboratori Nazionali di Frascati, Via E. Fermi, 00044 Frascati

tivi di sintonia, che hanno effetto sulla distribuzione dei campi e quindi sul fattore di merito;
 b) in risonatori TE_{on} tale modo è degenerare con un modo TM_{1n} a basso fattore di merito; è necessario introdurre delle perturbazioni alla geometria in maniera da rimuovere tale degenerazione e quindi impedire il trasferimento di energia del modo TE al modo TM.

L'effetto di tali perturbazioni è noto per quanto riguarda lo spostamento di frequenza, ma è molto meno facilmente prevedibile sul fattore di merito del risonatore.

Per tenere conto in sede di progetto di tutti gli effetti precedentemente citati è stato implementato il codice OSCAR 2D (4) per il calcolo dei primi modi TE di risonanza di risonatori azimutalmente simmetrici. Il metodo utilizzato del programma è brevemente descritto in una nota presentata a questa Conferenza (4). Le modifiche salienti per soluzione di modi TE sono:

a) Utilizzo della equazione agli autovalori di Helmholtz

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = k^2 \vec{E} \quad (1)$$

con $\vec{E} = (0, E_\varphi, 0)$, $k = \omega/c$

derivata dalle equazioni di Maxwell.

Per E_φ non dipendente da φ , si riduce alla equazione scalare:

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} F - \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} F + k^2 F = 0 \quad (2)$$

con $F = r E_\varphi(r, z)$.

b) L'implementazione di condizioni al contorno $F = 0$ mediante l'utilizzo di uno sviluppo in serie di Taylor bidimensionale al secondo ordine nelle derivate spaziali. Tale implementazione impone la condizione di potenziale nullo esattamente sul contorno del risonatore estrapolando il valore del potenziale nel punto di frontiera del reticolo quadrato (esterno al contorno) utilizzato per la discretizzazione dell'equazione alle derivate parziali. Esso permette quindi di ottenere con elevata precisione la frequenza di risonanza di risonatori azimutalmente simmetrici a geometria arbitraria e di conoscere con grande precisione i campi magnetici sulle pareti del risonatore, campi che sono utilizzati per il calcolo del fattore di merito.

4. Scelta della geometria del risonatore. Con il codice OSCAR 2D si è effettuato uno studio sistematico cercando di individuare la geometria ottimale del risonatore da realizzare.

La prima scelta si pone dovendo decidere se utilizzare sfere o cilindri come forma base per i risonatori. Le sfere risultano notevolmente attraenti avendo, a parità di frequenza, un fattore di merito circa il 20% più elevato delle cavità cilindriche. Le cavità sferiche, però, hanno il difetto di una doppia degenerazione. Infatti il modo TE monopolare, come il TE₁₁₀, oltre che essere degenerare con un modo TM₁₁₁ dipolare, è tre volte degenerare con se stesso non essendo in una sfera determinato un asse preferenziale che fissi la terna cartesiana ϑ, r, φ rispetto a cui vengono descritti i campi.

Tale inconveniente è particolarmente grave in quanto è necessario poter conoscere la posizione dei massimi e minimi dei campi per poter fissare la posizione della parte di accoppiamento e dei dispositivi di sintonia. Risulta quindi necessario introdurre perturbazioni alla geometria, per la stabilizzazione dei modi, per rimuovere le degenerazioni e fissare l'orientamento dei campi rispetto ai suddetti dispositivi. Tali perturbazioni, però, oltre a comportare un notevole aumento di complessità di costruzione del risonatore perturbato, causano una diminuzione di circa il 10% del Q rispetto a quello della sfera imperturbata, perdendo così buona parte del vantaggio sul fattore di merito. La nostra scelta si è pertanto orientata

verso cavità a geometria cilindrica.

In tali risonatori la unica degenerazione è quella del modo TE_{on} con il TM_{1n}. Tale degenerazione può essere eliminata perturbando la forma della cavità.

Dalla teoria delle perturbazioni per il modo in esame si ha:

$$\frac{\Delta f}{f_0} = \alpha \frac{\Delta V}{V_0} \quad (3)$$

dove f_0 è la frequenza del risonatore imperturbato, V_0 è il volume, ed α un coefficiente di proporzionalità che dipende dall'energia immagazzinata nel volume rimosso.

Di conseguenza la perturbazione sarà tanto più efficiente quanto più elevato è il campo magnetico nella regione della perturbazione. Per tale motivo si è scelta una sezione nel piano r, z indicata in Fig. 2.

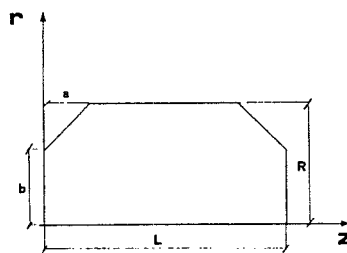


FIG. 2 SEZIONE ASSIALE DEL RISONATORE

Tale perturbazione rimuovendo volume al risonatore nella regione dove i campi magnetici del modo TM_{1n} sono prossimi al massimo, ha notevole efficienza nello spostare la frequenza di tali modi e rimuovere la degenerazione.

5. Ottimizzazione del modo TE. Fissata la geometria del risonatore come in Fig. 2, si è proceduto, mediante l'uso di OSCAR 2D, alla ottimizzazione del fattore di merito facendo variare i parametri a e b per un risonatore con rapporto

$$\frac{2R}{L} = 1, \quad (4)$$

che garantisce il massimo di Q_0 per un risonatore imperturbato.

Per le differenti geometrie dei risonatori viene riportato il fattore di geometria magnetico

$$G = \mu \omega \frac{\int_V H^2 dV}{\int_S H_{||}^2 dS} = \pi \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{2 \int_V H^2 dV}{\lambda \int_S H_{||}^2 dS} \quad (5)$$

al variare del a ed b .

Il fattore di geometria dipende dalla forma e dal modo di lavoro della cavità. Esso è messo in relazione con il Q_0 dalla formula

$$Q_0 = \frac{G}{R_S} \quad (6)$$

dove

$$R_S = \sqrt{\frac{\pi f \mu_0}{\sigma}} \quad (7)$$

è la ben nota resistenza superficiale di un conduttore di conducibilità σ alla frequenza f , con μ_0 la permeabi-

lità del vuoto.

Le Figg. 3, 4 e 5 riportano G al variare di a e b per i primi tre modi TE_{01n}

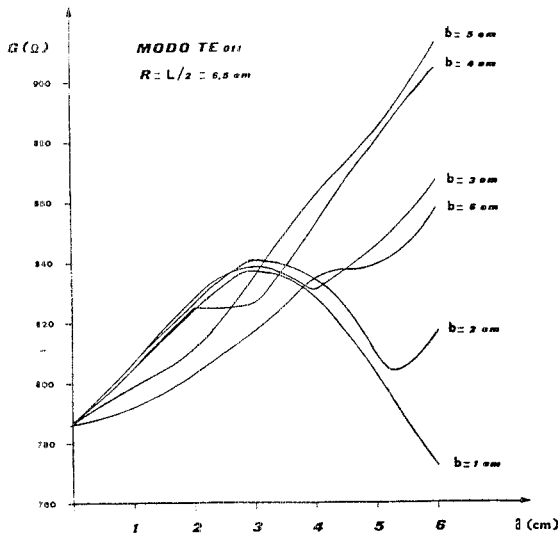


FIG.3 VARIAZIONE DEL FATTORE GEOMETRICO G AL VARIARE DI a e b DELLA CAVITÀ PER IL MODO TE_{011}

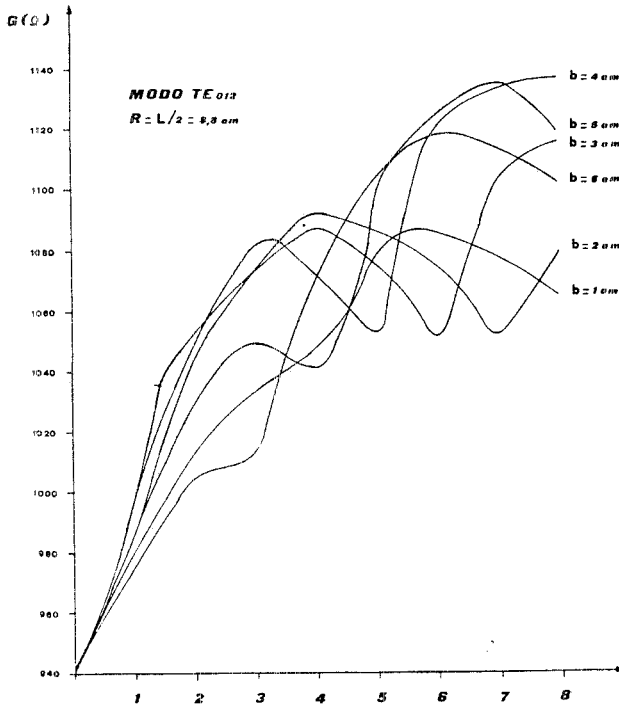


FIG.4 VARIAZIONE DEL FATTORE GEOMETRICO G AL VARIARE DI a e b DELLA CAVITÀ PER IL MODO TE_{012}

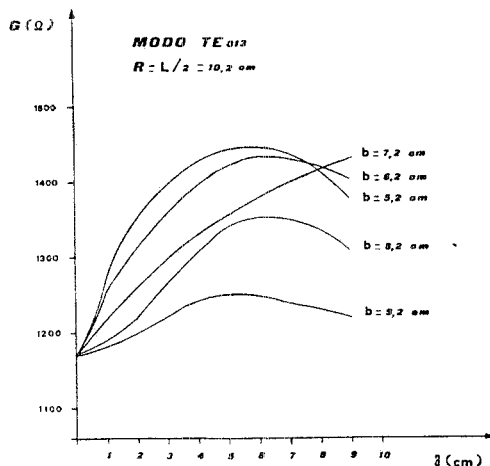


FIG.5 VARIAZIONE DEL FATTORE GEOMETRICO G AL VARIARE DI a e b DELLA CAVITÀ PER IL MODO TE_{013}

Dall'esame di tali grafici è immediato notare come esiste una condizione di massimo su ogni modo e come tale massimo sia sempre superiore al fattore di geometria della cavità cilindrica imperturbata (caso con $a=0$). Per $R_s=14 \cdot 10^{-3} \Omega$, in particolare per il modo TE_{013} , il valore di Q_0 corrispondente a tale massimo alla frequenza di lavoro di 2856 MHz è 106.000 e soddisfa i requisiti per poter utilizzare tale cavità per il sistema di compressione di impulso proposto per il LINAC dei Laboratori Nazionali di Frascati.

6. **Conclusioni.** I risultati della simulazione sono stati verificati mediante la realizzazione di un risonatore prototipo realizzato in ottone. Dalle misure effettuate la frequenza calcolata e quella misurata coincidono entro 1 MHz alla frequenza di 2850 MHz. Tale errore è entro gli errori dimensionali di realizzazione del modello.

Il fattore di geometria misurato è inferiore del 10% rispetto a quello calcolato. Tale discrepanza è ancora entro la precisione con cui è nota la conducibilità dell'ottone, e soprattutto può essere dovuta alla non perfetta rifinitura delle superfici del modello.

Si può quindi concludere che il codice OSCAR 2D sia affidabile per il progetto di cavità per accumulo di energia. Il suo uso ha permesso di dimostrare che mediante opportuna ottimizzazione di un risonatore cilindrico è possibile contemporaneamente rimuovere la degenerazione tra i modi tipo TE_{01} e TM_{11} ottenendo contemporaneamente un incremento dei valori del fattore di merito per i risonatori dell'ordine del 20%. Tale incremento permette di utilizzare come risonatori per il compressore di impulso cavità TE operanti con modi più bassi di quelli utilizzati fino ad ora (TE_{015} a SLAC) e quindi di avere risonatori meno critici dal punto di vista della realizzazione e delle tolleranze meccaniche.

Bibliografia

- (1) Z.D.Farkas, H.A.Logg, G.A.Loew and P.B.Wilson, "SLED: a method of doubling SLAC's energy", XI Int. Conf. on High Energy Accelerators, Stanford, 1974.
- (2) B.Spataro, "Studio di un sistema per aumentare l'energia del Linac di Frascati", Rapporto Frascati, LNF-84/12 (1984).
- (3) G.Gobau, "Electromagnetic wave guides and cavities" (Pergamon Press, 1961).
- (4) R.Boni, V.Chimenti, P.Fernandes, R.Parodi, B.Spataro, F.Tazzioli e M.Vescovi, "Studio di fenomeni di scarica in cavità risonanti sotto vuoto", questa Conferenza.