

ISTITUTO NAZIONALE DI FISICA NUCLEARE
Laboratori Nazionali di Frascati

LNF-84/12(R)
13 Marzo 1984

B. Spataro: STUDIO DI UN SISTEMA PER AUMENTARE
L'ENERGIA DEL LINAC DI FRASCATI

B. Spataro: STUDIO DI UN SISTEMA PER AUMENTARE L'ENERGIA DEL
LINAC DI FRASCATI

1. - INTRODUZIONE

Discuteremo nel seguito la possibilità di applicare al linac di Frascati un metodo già affermato⁽¹⁾ per aumentare l'energia del fascio di elettroni, a parità di potenza di picco del klystron.

Esso consiste nell'aumentare la potenza di picco in ingresso alle sezioni acceleratrici, riducendo la durata dell'impulso, mediante uno speciale trasformatore consistente in uno sfasatore rapido a 180° , due cavità risonanti uguali ed un accoppiatore direzionale a 3 dB.

Lo schema di principio è riportato in Fig. 1 ed indichiamo con E_s , E_K , E_L rispettivamente il segnale applicato allo sfasatore, quello al klystron e quello alla sezione acceleratrice

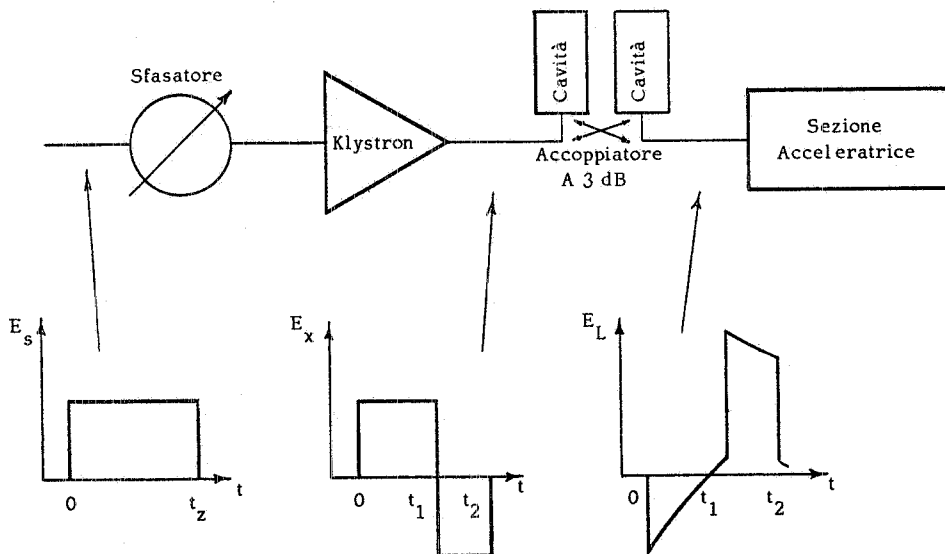


FIG. 1

Il segnale del klystron alimenta le due cavità risonanti, che sono accordate e sovraccoppiate.

Le due onde riflesse dalle cavità nell'accoppiatore a 3 dB si sommano nel verso della sezione acceleratrice e si annullano verso il klystron.

Inoltre è presente l'onda diretta dal klystron all'acceleratore. Tale onda è sfasata di 180° rispetto a quelle riflesse dalle cavità.

L'onda risultante nell'acceleratore è composta dall'onda emessa dalle cavità, proporzionale all'energia immagazzinata, e da quella diretta (v. Fig. 2). Essendo le cavità sovraccoppiate la somma delle onde riflesse dalle cavità supera dopo un certo tempo l'onda diretta, per cui l'onda risultante subisce un'inversione di segno.

All'istante t_1 la fase dell'onda diretta viene variata bruscamente di 180° e in

conseguenza si ottiene un gradino di ampiezza pari a due volte l'onda diretta.

Nell'istante t_2 termina l'onda diretta e le cavità finiscono di scaricarsi nell'acceleratore.

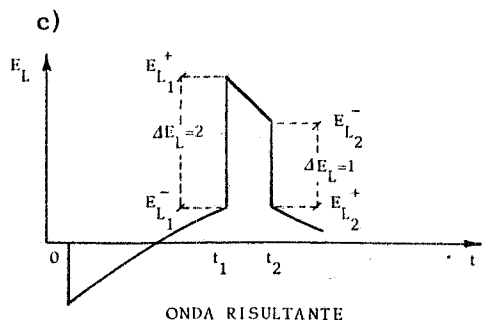
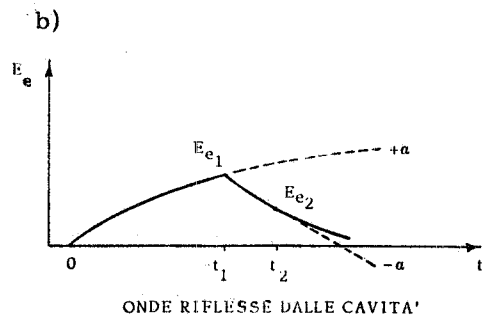
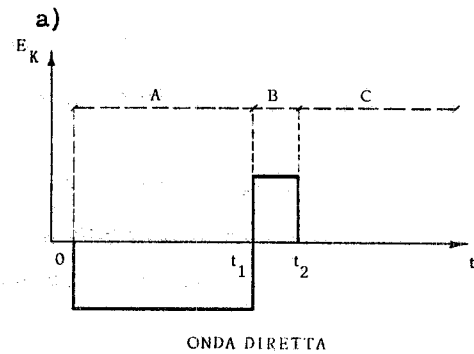


FIG. 2

2. - TEORIA

Con riferimento alla Fig. 2, indichiamo con E_e l'onda emessa dalle cavità, con E_K quella del klystron e con E_L quella nella sezione acceleratrice.

Per convenienza consideriamo inizialmente E_e positiva ed $E_K = -1$.

Al tempo t_1 , in cui la fase si ribalta di 180° , $E_K = +1$. L'espressioni del campo emesso e quello sul carico⁽¹⁾, negli intervalli A, B, C sono:

$$E_e(A) = -ae^{-\tau} + a; \quad (1)$$

$$E_{e1} = -ae^{-\tau_1} + a;$$

$$E_e(B) = \gamma e^{-(\tau - \tau_1)} - a; \quad (2)$$

$$E_{e2} = \gamma e^{-(\tau_2 - \tau_1)} - a;$$

$$E_e(C) = E_{e2} e^{-(\tau - \tau_2)}; \quad (3)$$

$$E_L(A) = E_e(A) - 1 ; \quad (4)$$

$$E_L(B) = E_e(B) + 1 ; \quad (5)$$

$$E_L(C) = E_e(C) ; \quad (6)$$

con $\alpha = \frac{2\beta}{1+\beta}$, β il coefficiente di accoppiamento delle cavità, $\tau = t/T_C$ con $T_C = \frac{2Q_0}{\omega(1+\beta)}$ il tempo di riempimento delle cavità e Q_0 il fattore di merito di quest'ultima, $\gamma = \alpha(2 - e^{-\tau_1})$ e $\tau_1 = t_1/T_C$.

In riguardo a E_L , in t_1 si ha una discontinuità $\Delta E_L = 2$, mentre in t_2 si ha $\Delta E_L = -1$.

Infatti in t_1 :

$$E_{L_1}^- = -\alpha e^{-\tau} + (\alpha - 1) , \quad (7)$$

$$E_{L_1}^+ = -\alpha e^{-\tau} + (\alpha + 1) , \quad (8)$$

$$\Delta E_L = E_{L_1}^+ - E_{L_1}^- = 2 .$$

Analogamente in t_2 .

Riportiamo in Fig. 3, il grafico di E_L in funzione del tempo per i seguenti valori:

$$t_1 = 5 \times 10^{-6} \text{ sec} ,$$

$$t_2 = 6,2 \times 10^{-6} \text{ sec} ,$$

$$Q_0 = 1,4 \times 10^5 ,$$

$$\beta = 4 ,$$

$$\alpha = 1,60 ,$$

$$T_C = 3,12 \times 10^{-6} \text{ sec} ,$$

$$\omega/2\pi = 2856 \text{ MHz} .$$

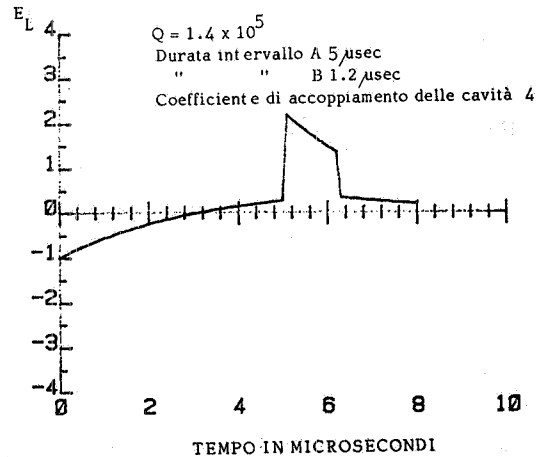


FIG. 3

3. - CAMPO NELLA SEZIONE ACCELERATRICE

La velocità di gruppo in una sezione acceleratrice a gradiente costante è:

$$v_g(z) = v_{g_0} \left(1 - g \frac{z}{l}\right) \quad (9)$$

con $v_{g_0} = \frac{\omega l}{Qg}$, $g = 1 - e^{-2\tau}$, l e τ rispettivamente la lunghezza e l'attenuazione della sezione, ω la pulsazione di risonanza, Q il fattore di merito della cavità.

Nel caso delle sezioni alta energia del linac di Frascati $\tau = 0.821 N_p$, $g = 0.806$, $v_{g_0} = 2.87 \times 10^{-2} C^{(3)}$. Il tempo di propagazione dell'onda nella sezione acceleratrice in corrispondenza dell'ascissa z è dato da:

$$\Delta t(z) = \int_0^z \frac{dz}{v_{g_0} (1 - g \frac{z}{l})} \quad (10)$$

Definendo $z' = z/l$ e risolvendo l'integrale:

$$\Delta t(z') = \frac{1}{v_{g_0} g} \ln \left(\frac{1}{1 - gz'} \right) \quad (11)$$

per $z' = 1$, si ha il tempo di riempimento della sezione

$$T_a = \frac{1}{v_{g_0} g} \ln \left(\frac{1}{1 - g} \right) \quad (12)$$

Di conseguenza la (11) diviene

$$\Delta t(z') = T_a \frac{\ln(1 - gz')}{\ln(1 - g)} \quad (13)$$

Il campo nella sezione acceleratrice è determinato sostituendo $t - \Delta t(z')$ con t nelle relazioni (4), (5) e (6):

$$E(A) = -a e^{-\tau} f(z') + (a - 1), \quad (14)$$

$$E(B) = \gamma e^{-(\tau - \tau_1)} f(z') - (a - 1), \quad (15)$$

$$E(C) = \left[\gamma e^{-(\tau_2 - \tau_1)} - a \right] e^{-(\tau - \tau_2)} f(z'), \quad (16)$$

con $f(z') = (1 - gz')^{\nu}$ e $\nu = \frac{T_a}{T_c} \frac{1}{\ln(1 - g)}$.

4. - GUADAGNO DI ENERGIA

Per il calcolo del guadagno di energia, bisogna considerare le discontinuità del campo elettrico nella struttura acceleratrice.

Al tempo t' , la posizione della discontinuità nella struttura avviene, per una discontinuità al tempo t'_d del segnale, all'ascissa $z' = 0^{(2)}$.

Eseguendo il rapporto della (11) con la (12) e risolvendo rispetto a z' , si ha:

$$z' = \frac{1}{g} (1 - e^{-u\Delta t'}) \quad (17)$$

con $u = \ln\left(\frac{1}{1-g}\right)$ e $\Delta t'_d = \frac{\Delta t}{T_a}$.

Ponendo $\Delta t = t - t_d$, la (17) diviene

$$z' = \frac{1}{g} \left[1 - e^{-u(t' - t'_d)} \right] \quad (18)$$

Tale relazione permette di calcolare la posizione della discontinuità nella struttura per ogni valore $t'_d = 0$, $t'_d = t'_1$, $t'_d = t'_2$.

Per determinare il potenziale di accelerazione occorre integrare le (14), (15) e (16) rispetto a z' . L'integrazione di queste espressioni deve essere eseguita in due passi: nel primo si usa l'espressione del campo elettrico prima della discontinuità data dalla (18) e nel secondo l'espressione del campo successiva alla discontinuità⁽²⁾.

Per esempio, nell'intervallo $0 < t' < t'_1$, z'_d è dato dalla (18) ponendo $t'_d = 0$. Il campo è zero per $z' > z'_d$ mentre per $z' < z'_d$ è dato da $E(A)$.

Per determinare il guadagno complessivo di energia in questo intervallo, occorre conoscere i seguenti guadagni parziali:

$$V_A = \int_0^{z'_d} E(A) dz' \quad \text{per } 0 < t' < 1, \quad (19)$$

$$V_A^* = \int_0^1 E(A) dz' \quad \text{per } 1 < t' < t'_1. \quad (20)$$

Il guadagno totale è:

$$V_{TOT} = V_A + V_A^* \quad (21)$$

Nell'intervallo $t'_1 < t' < t'_2$, z'_d si calcola ponendo $t'_d = t'_1$ nella (18). La discontinuità si verifica per $t' < (t'_1 + 1)$. Il campo elettrico è dato da $E(B)$ per $0 < z' < z'_d$, mentre è dato da $E(A)$ per $z'_d < z' < 1$.

I guadagni parziali di energia sono:

$$V_B = \int_0^{z'_d} E(B) dz' \quad \text{per } t'_1 < t' < t'_1 + 1 \quad (22)$$

$$V_A = \int_{z'_d}^1 E(A) dz' \quad \text{per} \quad t'_1 < t' < t'_1 + 1. \quad (23)$$

Il guadagno totale è:

$$V_{TOT} = V_B + V_A. \quad (24)$$

Nell'intervallo $t'_1 + 1 < t' < t'_2$ si ha:

$$V_B = \int_0^1 E(B) dz'. \quad (25)$$

Si procede analogamente per $t' > t'_2$.

Risolvendo gli integrali delle relazioni (22) e (23):

$$V = \gamma e^{-(\tau - \tau_1)} F_1(z'_d) - (a-1)z'_d - a e^{-\tau} F_2(z'_d) + (a-1)(1-z'_d) \quad (26)$$

con

$$F_1(z'_d) = \frac{1 - (1 - gz'_d)^{1+\nu}}{g(1+\nu)}, \quad F_2(z'_d) = \frac{(1 - gz'_d)^{\nu+1} - (1-g)^{\nu+1}}{g(1+\nu)}.$$

Il massimo guadagno di energia si verifica dopo un tempo di riempimento per $t' = t'_1 + 1$ e $z'_d = 1$ (o $t = t_1 + Ta$ e $z = 1$); in tal caso la (26) diviene:

$$V = \gamma e^{-\frac{Ta}{Tc}} \left[1 - (1-g)^{\nu+1} \right] \left[g(1+\nu) \right]^{-1} - (a-1). \quad (27)$$

Se $\beta \gg 1$, $Tc \gg Ta$, $t_1 \gg Tc$, V tende a 3.

Nelle Figg. 4 e 5 riportiamo il guadagno di energia in funzione del coefficiente di accoppiamento delle cavità per $Q_0 = 10^5$ e $Q_0 = 1.4 \times 10^5$, per l'intervallo A rispettivamente uguale a 3×10^{-6} sec, 4×10^{-6} sec, 5×10^{-6} sec e l'intervallo B uguale a 1.2×10^6 sec, nei tre casi:

$$Q_0 = 10^5$$

Tempo (A+B)	Guadagno massimo	Incremento percentuale
4.2×10^{-6} sec	1.413	8.5 %
5.2×10^{-6} sec	1.530	5.2 %
6.2×10^{-6} sec	1.611	

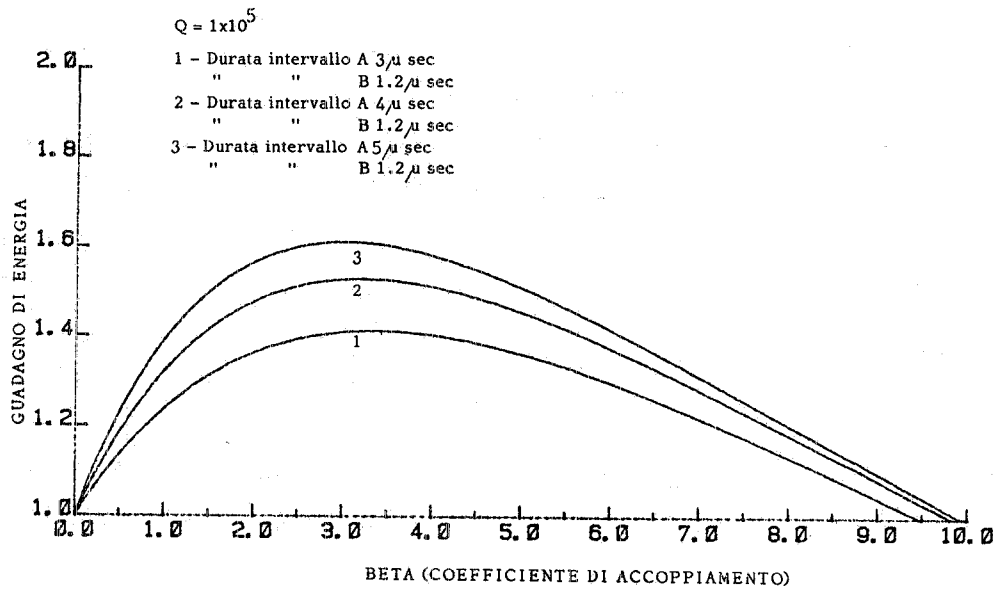


FIG. 4

$Q_0 = 1.4 \times 10^5$

Tempo (A+B)	Guadagno massimo	Incremento percentuale
4.2×10^{-6} sec	1.450	
5.2×10^{-6} sec	1.579	8.9 %
6.2×10^{-6} sec	1.672	5.9 %

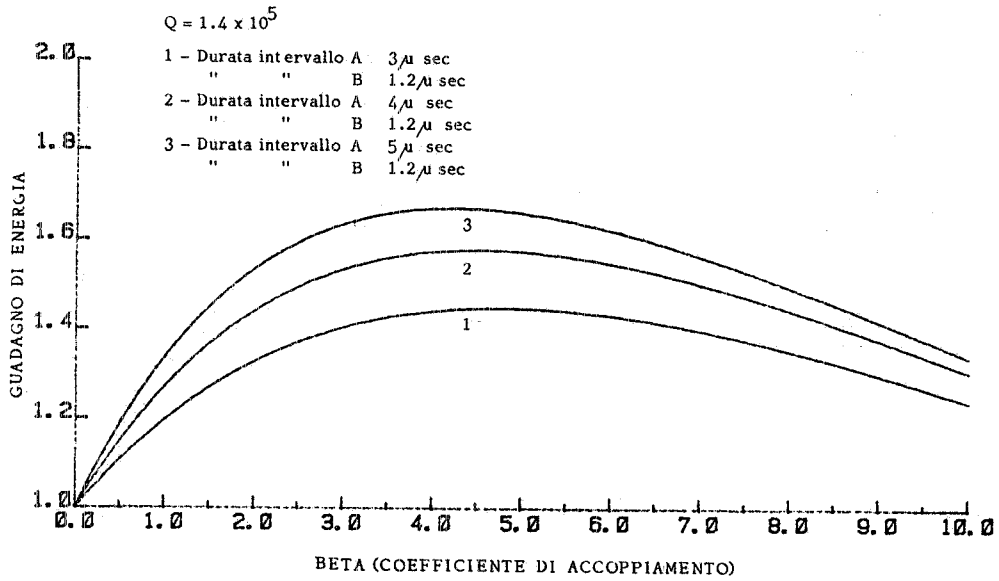


FIG. 5

A parità di Q_0 il guadagno di energia è abbastanza sensibile all'aumento dell'intervallo A, e quindi della durata dell'impulso totale.

Invece, per i due valori Q_0 , l'incremento del guadagno di energia, a parità degli intervalli A e B, è lieve e rispettivamente nei tre casi è del 2.6%, 3.2%, 3.8%.

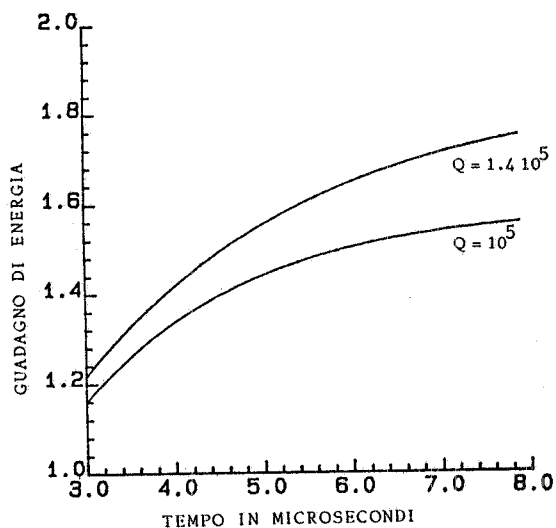


FIG. 6

In Fig. 6 è riportato il guadagno di energia in funzione della durata dell'impulso totale per $Q_0 = 10^5$ e $Q_0 = 1.4 \cdot 10^5$ con l'intervallo B pari a $1.2 \cdot 10^{-6}$ sec.

Infine, in Fig. 7, è riportato il guadagno di energia per $Q_0 = 1.4 \cdot 10^5$ nei seguenti intervalli di tempo:

$$t'_1 < t' < t'_2; \quad t' > t'_2.$$

Notare la tendenza di saturazione dei diagrammi riportati nelle Figg. 4, 5, 6 e 7, come del resto ci aspettavamo dalla relazione (27).

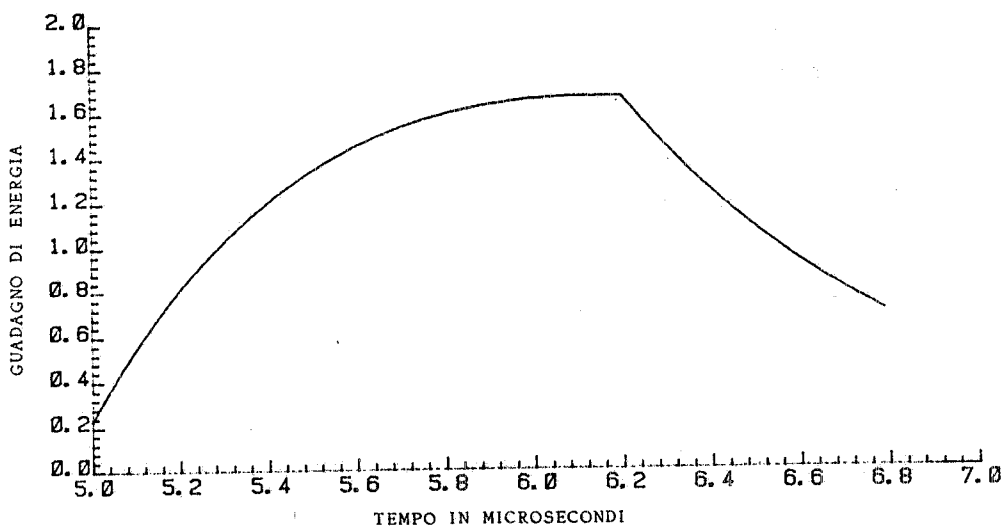


FIG. 7

5. - CARICO DEL FASCIO DI ELETTRONI E SPETTRO DI ENERGIA

Precedentemente abbiamo visto che il guadagno di energia a vuoto aumenta con il tempo fino ad un massimo corrispondente al tempo di riempimento della sezione ac celeratrice.

La durata del fascio di elettroni che viene iniettato vicino al picco di energia, è minore del tempo di riempimento della sezione.

Per determinare uno spettro ragionevole in energia, occorre anticipare il fascio di elettroni rispetto all'istante in cui si verifica il valore massimo dell'energia.

La diminuzione di quest'ultima per il carico del fascio è compensata dall'aumento di quella a vuoto. Indichiamo con G e V_0 rispettivamente il coefficiente di moltiplicazione dell'energia e l'energia a vuoto per $\Delta t = t_2 - t$ precedente il valore massimo della stessa; con $V_{MAX} - V_0$ la differenza di energia per $t = t_2 - \Delta t$ con V_{MAX} l'energia massima in t_2 ; con T la lunghezza del fascio di elettroni.

La variazione di energia dovuta al fascio di elettroni con soddisfacente approssimazione è:

$$V_{MAX} - V_0 = KI_p \left(2 \frac{\Delta t}{Ta} - \frac{\Delta t^2}{Ta^2} \right) \quad (28)$$

ove I_p è la corrente di picco, e

$$K = \frac{r\tau l}{2} \quad (29)$$

con r l'impedenza shunt della sezione acceleratrice in $M\Omega/m$; τ il coefficiente di attenuazione della sezione in Np ; l la lunghezza della sezione.

Per ogni valore di corrente calcolato con la relazione (28), l'energia è uguale all'inizio ed alla fine dell'impulso.

Durante questo, però, si ha una variazione di energia $\Delta V/V_0$ che è massima rispetto al suo centro.

Indichiamo con $I_a = r_1 T I_p$ la corrente media ove r_1 è la frequenza di ripetizione degli impulsi e T la durata dell'impulso.

Assumendo l'energia del linac di Frascati 453 MeV, riportiamo in Tabella I alcuni risultati per i seguenti valori di K e r_1 :

$$K = 103 \text{ MV/mA} , \quad r_1 = 200 \text{ Hz} .$$

In Fig. 8, per $I_p = 1095 \text{ mA}$, riportiamo in funzione del tempo, il guadagno di energia a vuoto in %, la perdita di energia dovuta al fascio di elettroni, l'energia risultante del fascio iniettato $0,55 \times 10^{-6} \text{ sec}$ prima del valore massimo dell'energia a vuoto.

TABELLA I

G	V_0 (MeV)	$V_{\max} - V_0$ (MeV)	I_p (mA)	I_a (μA)	T (μsec)	$\Delta V/V_0$ (%)
1.672	757.41	0	0	0	0	0
1.671	756.96	0.45	22.99	0.55	0.12	0.03
1.661	752.43	4.98	158.40	6.33	0.20	0.31
1.637	741.56	15.85	351.73	21.10	0.30	0.97
1.592	721.17	36.24	634.08	50.72	0.40	2.15
1.533	694.44	62.97	925.83	92.58	0.50	3.63
1.496	677.68	79.73	1095	120.50	0.55	4.48

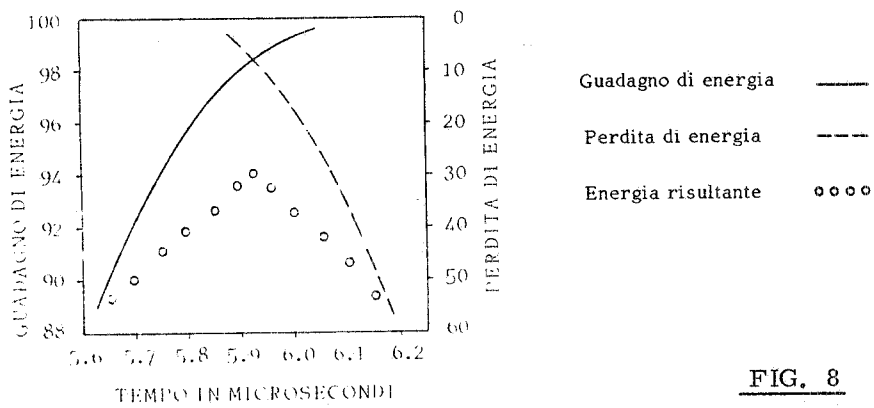


FIG. 8

TABELLA II

	Parametri attuali	Sistema duplicatore
Energia a vuoto	453 (MeV)	757 (MeV)
Energia con carico	438 (MeV)	677 (MeV)
Frequenza di ripetizione	200 (pps)	200 (pps)
Durata dell'impulso di RF	4.2 (μsec)	6.2 (μsec)
Durata del fascio	3.2 (μsec)	0.55 (μsec)
Corrente media	100 (μA)	120.50 (μA)
Corrente di picco	100 (mA)	1095 (mA)
Spread in energia	1 (%)	4.48 (%)

Possiamo notare che la compensazione ha ridotto la variazione di energia dal 10.53% al 4.48%.

In Tabella II riportiamo i parametri attuali del linac di Frascati e quelli determinati con il sistema duplicatore di energia.

Lo spread in energia del linac di Frascati è riferito ad una corrente di picco di 25×10^{-3} A.

I valori del sistema duplicatore sono riferiti ad un fascio di elettroni iniettati 0.55×10^{-6} sec prima del valore massimo dell'energia a vuoto.

Desidero ringraziare il Dr. P. Fernandes dell'Istituto di Matematica Applicata del CNR di Genova, il Dr. R. Parodi della Sezione di Genova dell'INFN, il P. I. M. Vescovi dei Laboratori Nazionali di Frascati dell'INFN, per l'utile interazione durante l'esecuzione del presente lavoro e con i quali successivamente sarà dimensionata e realizzata la struttura del sistema duplicatore di energia.

BIBLIOGRAFIA

- (1) - Z. D. Farkas, H. A. Logg, G. A. Loew and P. B. Wilson, SLED: A Method of Doubling SLAC's Energy, Presented at IXth Intern. Conf. on High Energy Accelerators, Stanford, May 2-7, 1974.
- (2) - P. B. Wilson, SLED: A Method for Doubling SLAC's Energy, Technical Note SLAC-TN-73-15 (1973).
- (3) - P. M. Lapostolle and A. L. Septier (Editors), Linear Accelerators (North-Holland, 1970).