ISTITUTO NAZIONALE DI FISICA NUCLEARE
Laboratori Nazionali di Frascati

LNF-83/109

A.Turrin: STATO DELLA TEORIA SULL'ATTRAVERSAMENTO DI RISONANZE OTTICHE DI SISTEMI A DUE LIVELLI MEDIANTE PULSI MODULATI IN FREQUENZA

Estratto da:

Quaderni de "La Ricerca Scientifica"
111, 119 (1983)

Servizio Documentazione
dei Laboratori Nazionali di Frascati
Cas. Postale 13 - Frascati (Roma)

CONSIGLIO NAZIONALE DELLE RICERCHE

ANGELO TURRIN

Stato della teoria sull'attraversamento di risonanze ottiche di sistemi a due livelli mediante pulsi modulati in frequenza

Estratto dalla collana
Quaderni de 'La ricerca scientifica', n. 111
2° Congresso Nazionale di Elettronica Quantistica e Plasmi
Palermo, 20 - 22 maggio 1980
ROMA, CNR, 1983

Stampato in Italia – Printed in Italy

TIPOGRAFIA PORZIUNCOLA – S. MARIA DEGLI ANGELI – ASSISI – 1983

Stato della teoria sull'attraversamento di risonanze ottiche di sistemi a due livelli mediante pulsi modulati in frequenza

ANGELO TURRIN (†)
INFN - Laboratori Nazionali - Frascati (Roma)

Nella presente comunicazione viene fatto il punto sulla situazione odierna per quanto concerne la descrizione del comportamento di un sistema a due livelli in interazione con un pulso elettromagnetico modulato in frequenza, nel limite in cui è trascurabile il rilassamento atomico.

Oggi possiamo dire che siamo in possesso di una teoria completa e piuttosto generale che è in grado di fornire la probabilità di transizione del sistema dallo stato fondamentale a quello eccitato qualunque sia la durata e la forma del pulso ottico a cui il sistema è sottoposto, non solo, ma anche qualunque sia il grado di adiabaticità con cui la frequenza del laser è fatta variare attraverso la frequenza di risonanza del sistema.

La probabilità di transizione detta si calcola, in generale, risolvendo (in approssimazione di onda rotante) l'equazione temporale di Schrödinger per l'atomo a due livelli interagente col campo elettromagnetico. Il problema si traduce nella soluzione della coppia di equazioni

$$i\dot{e} = (\omega/2)\, g \exp\left(-i \int_0^t \Delta \, dt\right), \tag{1a}$$

$$i\dot{g} = (\omega/2)\, e \exp\left(i \int_0^t \Delta \, dt\right), \tag{1b}$$

dove g ed e sono i numeri di occupazione dei due stati (sono ignorati qui termini di decadimento). In queste equazioni accoppiate, $\omega = \omega(t) = p\mathcal{E}(t)/h$ è la frequenza di Rabi, cioè p è l'elemento di matrice di dipolo tra i due stati ed $\mathcal{E}(t)$ è l'inviluppo del campo elettrico oscillante (polarizzato linearmente); $\Delta = \Delta(t)$ è la dissonanza, ossia il disaccordo di frequenza angolare tra la frequenza del laser e la frequenza di risonanza del sistema a due livelli. $\Delta(t)$ è supposta annullarsi, per convenzione, all'istante $t = 0$.

Quindi, per un sistema che si trovava nello stato fondamentale ($g = 0$; $e = 1$) al tempo $t = -\infty$, la probabilità che esso venga a trovarsi nello stato eccitato al tempo $t = +\infty$ è espressa da $gg^*_{t=\infty}$.

(†) L'Autore è deceduto il 12 dicembre 1982.

Fino a due anni fa, esisteva un solo modello solubile analiticamente per la formulazione di una teoria nonperturbativa sull'inversione di popolazione indotta da un campo laser di frequenza variabile. Questo modello [1, 2], che è il più semplice fra tutti i modelli concepibili, assume una radiazione di intensità costante, e di frequenza variabile linearmente nel tempo, ed è conosciuto sotto il nome di modello di Landau e Zener (LZ). Esso è stato originariamente (e indipendentemente) sviluppato nel 1932 dagli Autori detti [1, 2], per formulare una teoria sulle collisioni molecolari, e riadottato poi negli anni 1975–1976 da altri Autori [3, 4, 5] interessati allo studio dell'interazione luce–materia. La conseguente probabilità di transizione risulta funzione di un solo parametro costante

$$\varrho_0 = \omega_0^2/\dot{\Delta}_0, \tag{2}$$

che è appunto un indice del grado di adiabaticità del processo di inversione. In (2) la frequenza di Rabi, ω_0, è costante e $\dot{\Delta}_0$ (= costante) è la rapidità di variazione temporale della dissonanza.

D'altro canto, una ricerca teorica [6] eseguita due anni fa dall'autore della presente comunicazione sulla fattibilità di inversione di popolazione nonadiabatica mediante la tecnica del 'laser–frequency–switching' [7] ha dato luogo ad una probabilità di transizione che è funzione di due parametri, cioè l'area del pulso

$$A = \int_{-\infty}^{+\infty} \omega(t)\, \mathrm{d}t \tag{3a}$$

e l'angolo di libera precessione

$$P = 2\int_{0}^{+\infty} \Delta(t)\, \mathrm{d}t \tag{3b}$$

(come già detto, la dissonanza $\Delta(t)$ è assunta sempre annullarsi all'istante $t = 0$).

Questo modello, inserito nelle equazioni (1a, b) è solubile analiticamente qualora si assume [6] per $\omega = \omega(t)$ una funzione pari, positiva, arbitraria (tale però che $\omega(\pm\infty) = 0$) e per

$$\Delta = \Delta(t) = a\,\omega \tanh\varphi, \qquad \text{dove} \qquad 2\varphi = \int_0^t \omega\, \mathrm{d}t, \tag{3c,d}$$

con a parametro costante individuato dalla relazione

$$P/4 = a \ln \cosh(A/4). \tag{3e}$$

Per una discussione dettagliata di questo modello e delle previsioni che se ne traggono sull'inversione rimandiamo chi legge al Rif. [6].

Chiaramente i due modelli detti rappresentano situazioni fisiche che sono basilarmente differenti, il primo essendo applicabile soltanto nel limite quasiadiabatico; l'altro descrivendo, al contrario, una tipica transizione nonadiabatica, ed è altresì chiaro che non c'è interconnessione tra essi (per quello di LZ $A = \infty$ e $P = \infty$).

Oggi, come detto, disponiamo di una teoria completa in quanto la gap tra i due limiti quasiadiabatico e nonadiabatico è stata colmata mediante l'aggiunta di un nuovo modello intermedio [8] del quale si fa accenno qui in anteprima (la trattazione relativa ad esso non è stata ancora pubblicata). In questo modello intermedio, né P è assunta finita, né $\omega(t)$ è assunta costante: il modello involge i parametri

$$\varrho = \omega^2(0)/\dot{\Delta}(0) \tag{4a}$$

ed A. Anche questo modello può risolversi per via analitica qualora con $\omega(t)$ funzione qualunque pari e positiva ($\omega(\pm\infty) = 0$), si assuma per Δ

$$\Delta = \Delta(t) = ((A/\pi)/\varrho)\,\omega \tan((\pi/A)\sigma), \tag{4b}$$

dove

$$\sigma = \int_0^t \omega\, dt \tag{4c}$$

($\sigma(\pm\infty) = \pm A/2$). Anche per questo modello, si rimanda al Rif. [8] il lettore che volesse prendere visione della sua discussione e dei risultati che conseguono.

Qui, noi vogliamo solo mettere in risalto l'esistenza di interconnessione tra questi tre modelli; ciò ci permette di scegliere con tranquillità tra essi, a seconda dei casi specifici che si possono presentare nelle applicazioni:

i parametri che caratterizzano i modelli accennati sono:

LZ [1–5]:	ϱ
intermedio [8]:	ϱ ed A
soluzione di Rabi:	A
nonadiabatico [6]:	A e P,

e, come già detto, ciascuno di essi ha il suo proprio dominio di validità.

Ora, nel Rif. [8] è dimostrato che il modello intermedio [8] tende alla ben nota soluzione di Rabi (cioè alla probabilità di transizione $= \sin^2(A/2)$) per $\varrho = \infty$. Parimenti, è facile vedere che il modello nonadiabatico [6] tende alla medesima soluzione speciale per $P \to 0$.

Nello stesso [8] è anche fatto vedere che per $A \to \infty$ il modello intermedio dà luogo ad una probabilità di transizione formalmente identica a quella del modello di LZ, qualunque sia la durata del pulso ottico.

(Questo costituisce un risultato generale, per ottenere il quale non occorre implicare l'uso di alcun modello particolare quale il modello di LZ).

Le conclusioni finali che si traggono in [8] sono le seguenti: $\langle i \rangle$ sia il modello intermedio che quello nonadiabatico prevedono che pulsi modulati in frequenza ed aventi $A/\pi > \sim 1$ hanno approssimativamente lo stesso potenziale (di agire con grande efficacia) di quello offerto da radiazioni di intensità costante; $\langle ii \rangle$ non sono comunque implicati valori critici per i parametri che danno luogo a inversione di popolazione, contrariamente a quanto succede invece considerando la soluzione di Rabi.

Infine, poiché anche l'ottica dei circuiti integrati è argomento pertinente all'elettronica quantistica, vale qui la pena di menzionare il fatto che una trattazione identica a quella sviluppata in [8] è stata applicata [9] all'analisi e sintesi di accoppiatori ottici di lunghezza d'accoppiamento finita. Ciò è stato reso possibile grazie alla strettissima analogia formale esistente tra la teoria delle transizioni ottiche nei sistemi a due livelli e quella descrivente il trasferimento di energia elettromagnetica tra due guida d'onda accoppiate.

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

[1] Zener, C. : *Proc. Roy. Soc.*, **A137**, 696 (1932).

[2] Landau, L. : *Phys. Z. Sovjet.*, **2**, 46 (1932).

[3] Horwitz, P. : *Appl. Phys. Lett.*, **26**, 306 (1975).

[4] Lau, A. M. F. : *Phys. Rev.*, **A13**, 139 (1976).

[5] Kroll, N. M. & Watson, K. M. : *Phys. Rev.*, **A13**, 1018 (1976).

[6] Turrin, A. : *Phys. Lett.*, **68A**, 23 (1978).

[7] DeVoe, R. G. & Brewer, R. G. : *Phys. Rev. Lett.*, **40**, 869 (1978).

[8] Turrin, A. : *Phys. Lett.*, **78A**, 47 (1980).

[9] Turrin, A. : *Opt. Commun.*, **33**, 139 (1980).