

ISTITUTO NAZIONALE DI FISICA NUCLEARE  
Laboratori Nazionali di Frascati

LNF-83/40(R)  
7 Giugno 1983

S. Guiducci, M. Preger, B. Spataro e M. Vescovi:  
IL NUOVO SISTEMA DI INIEZIONE DEL LINAC DEI  
LABORATORI NAZIONALI DI FRASCATI

S. Guiducci, M. Preger, B. Spataro e M. Vescovi:  
IL NUOVO SISTEMA DI INIEZIONE DEL LINAC DEI LABORATORI  
NAZIONALI DI FRASCATI

#### INTRODUZIONE

L'attuale sistema di iniezione del LINAC di Frascati, progettato e costruito circa 15 anni or sono, presenta una serie di piccoli inconvenienti di difficile riparazione a causa del sistema di montaggio "ad incastro".

Con il presente lavoro si è progettato un nuovo sistema meccanicamente più semplice, con componenti e diagnostica che permettono una migliore ottimizzazione del trasporto del fascio di elettroni dal cannone alla prima sezione acceleratrice, ed una più efficace modulazione del fascio stesso per l'iniezione in Adone.

Il sistema di iniezione è costituito essenzialmente da tre parti:

- a) il cannone con la sua ottica autofocalizzante, seguito da una lente  $L_0$  avente la funzione di creare un'immagine del fascio uscente dal cannone in un punto prefissato  $P_1$ , indipendente dalla corrente del fascio stesso;
- b) un sistema di trasporto da  $P_1$  (dove è posto il collimatore  $C_1$ ) ad un collimatore  $C_2$  posto prima del prebuncher, contenente un sistema di focheggiamento a lenti magnetiche e le placchette di deflessione dell'inflector;
- c) il prebuncher e l'ottica di trasporto fino all'ingresso della prima sezione acceleratrice.

In questo lavoro sono indicati i criteri per ottimizzare il disegno della seconda zona, supponendo di lasciare invariata la prima rispetto al vecchio sistema. Per la terza zona si suppone di non cambiare la distanza tra il prebuncher e la sezione  $\neq 1$

e viene data una stima dei campi magnetici necessari, supponendo di sostituire la len\_ te attuale con due lenti di minor ingombro che permettano l'inserimento di un monitor. Lo schema è riportato in Fig. 1.

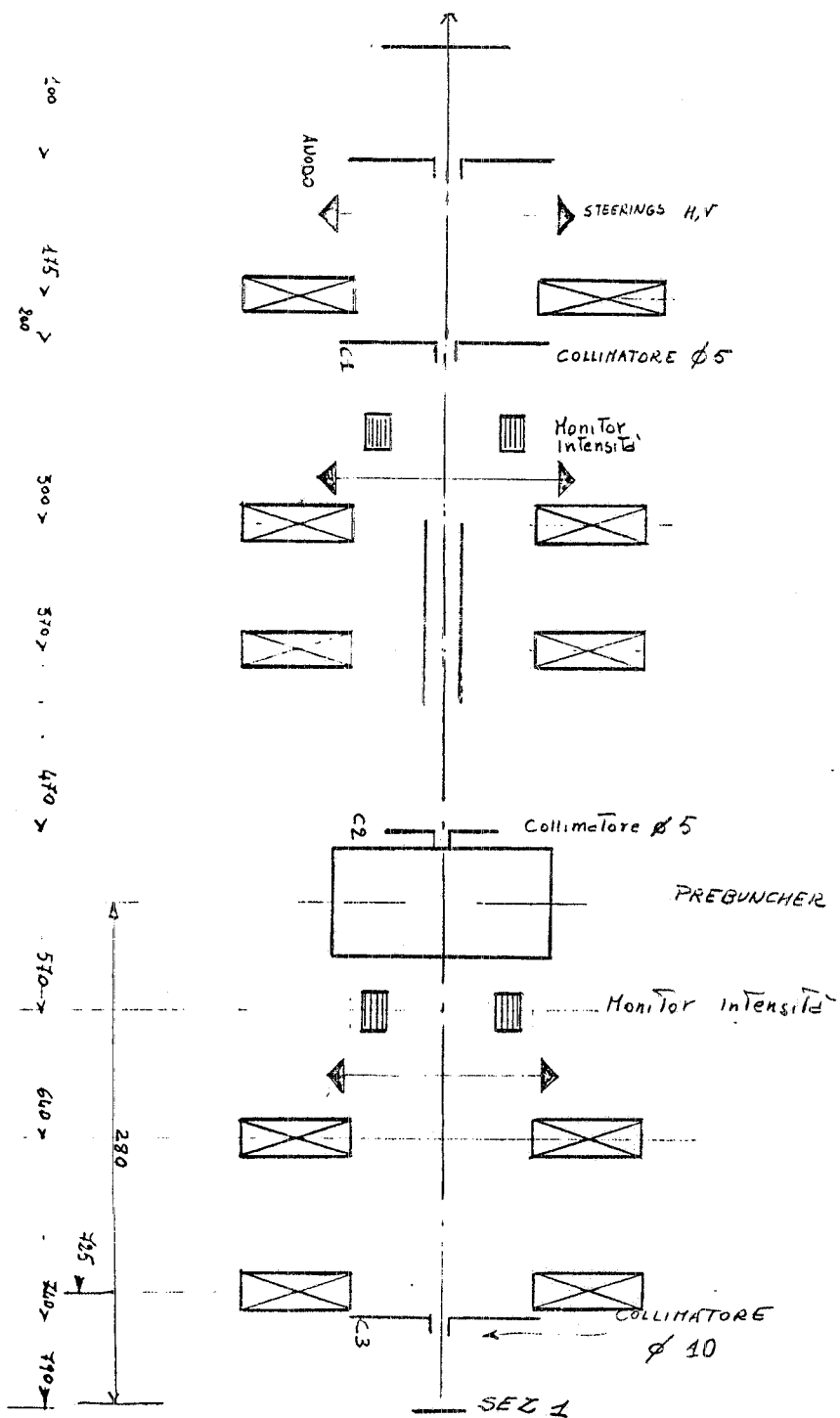


FIG. 1

EQUAZIONE DELL'INVILUPPO SENZA INFLECTOR

L'equazione che permette di ricavare l'inviluppo del fascio in un sistema a simmetria assiale, tenendo conto degli effetti di carica spaziale, è data da<sup>(1)</sup>:

$$R'' + K_1^2(z)R - \frac{eI}{2\pi m_0 \epsilon_0 (\beta c \gamma)^3 R} - \frac{\epsilon^2}{R^3} = 0 \quad (\text{MKS}) \quad (1)$$

$$K_1(z) = \frac{eB_z(z)}{2m_0 \gamma \beta c} \quad (2)$$

dove R rappresenta l'inviluppo del fascio lungo il canale di trasporto e R'' la sua derivata seconda rispetto alla coordinata longitudinale z; I è la corrente del gun,  $\epsilon$  l'emittenza del fascio,  $\beta c$  la velocità degli elettroni,  $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ ,  $m_0$  la massa dell'elettrone ed  $\epsilon_0$  la costante dielettrica nel vuoto.

La (1) può essere risolta al calcolatore, partendo da prefissate condizioni iniziali su R e R' mediante sviluppo in serie

$$\begin{aligned} R(z + \delta) &= R(z) + R'(z)\delta + \frac{1}{2} R''(z)\delta^2, \\ R'(z + \delta) &= R'(z) + R''(z)\delta. \end{aligned} \quad (3)$$

La dipendenza della soluzione dalla forma del campo magnetico è contenuta nella (2). La soluzione presentata consiste di due lenti magnetiche ravvicinate, in modo da creare una zona di campo quasi uniforme, all'interno della quale sono poste le placchette di deflessione dell'inflector. Questa soluzione permette di diminuire l'effetto di foceggiamento dovuto al campo magnetico delle lenti.

E' necessario inoltre che tra la seconda lente ed il collimatore vi sia spazio sufficiente a spostare il fascio dall'asse di simmetria di una quantità pari almeno alla somma del raggio del fascio al collimatore più il raggio del collimatore stesso, applicando alle placchette dell'inflector una differenza di potenziale di circa 3 KV. Occorre quindi disegnare il trasporto in modo da minimizzare il raggio del fascio all'altezza del collimatore C<sub>2</sub>.

Abbiamo considerato la geometria rappresentata in Fig. 2. L'origine coincide con l'immagine P<sub>1</sub> della lente L<sub>0</sub>. Le lenti L<sub>1</sub> e L<sub>2</sub> sono poste simmetricamente rispetto all'asse del segmento C<sub>1</sub>C<sub>2</sub> ad una distanza di 3.5 cm da quest'ultimo. Le placchette di deflessione hanno inizio all'ascissa D<sub>1</sub> e fine in D<sub>2</sub> (per il campo elettrico è stata assunta una distribuzione a gradino tra D<sub>1</sub> e D<sub>2</sub>). Dal momento che l'equazione del moto della singola particella nei campi elettrici e magnetici delle len

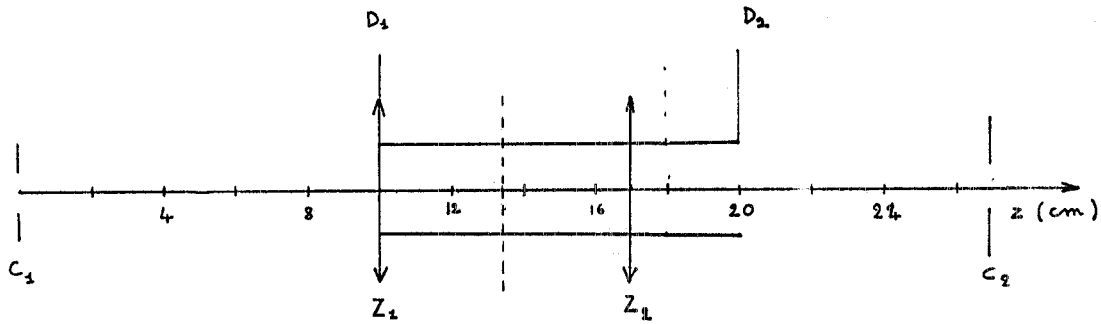


FIG. 2

ti e dell'inflector, tenendo conto della carica spaziale, è un'equazione differenziale lineare (in approssimazione parassiale), possiamo rappresentare la soluzione completa come la sovrapposizione della soluzione omogenea (moto della particella nei campi magnetici delle lenti con carica spaziale) e della soluzione particolare del moto della particella centrale del fascio (cioè senza l'effetto della carica spaziale) nel campo dell'inflector.

L'andamento di  $R(z)$  per varie correnti del fascio, senza campo elettrico nell'inflector, assumendo come condizioni iniziali:

$$R(P_1) = 2 \text{ mm} , \quad R'(P_1) = 0 , \quad \varepsilon = \pi \cdot 10^{-5} \text{ mrad}$$

è riportato in Fig. 3.

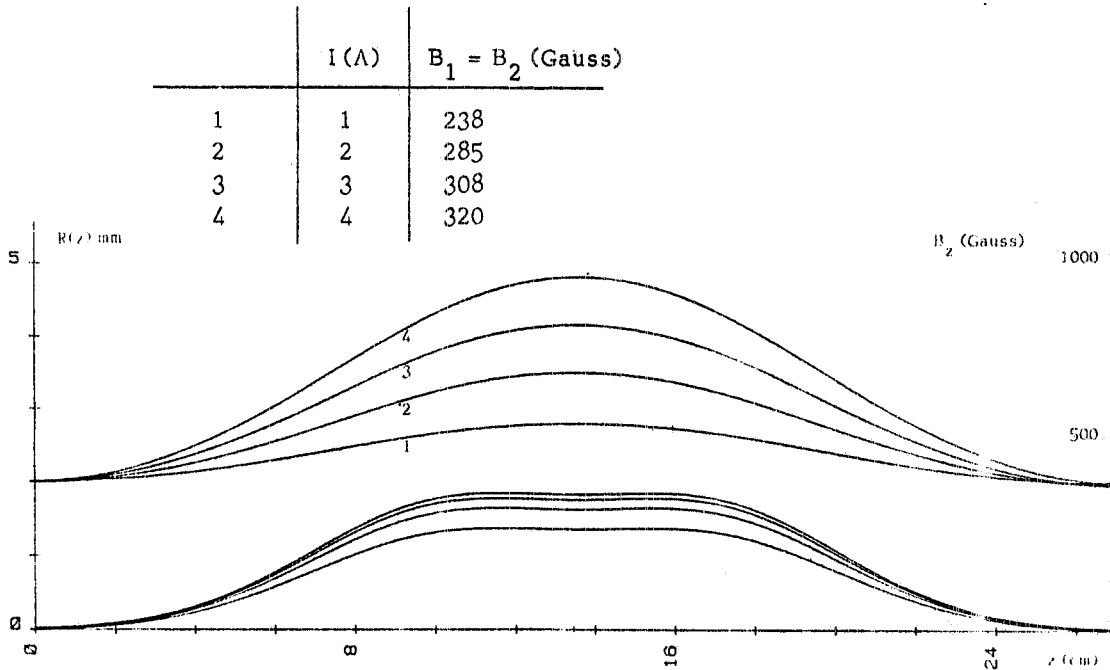


FIG. 3

Come si può vedere, per avere un waist in  $C_2$ , il campo necessario non varia molto in funzione della corrente del fascio, mentre si ha un aumento del massimo di  $R(z)$  con la corrente trasportabile.

Il campo magnetico delle lenti si può supporre di forma gaussiana. Il campo to tale sarà quindi dato dalla somma dei due campi:

$$B_z(z) = B_1 \exp \left[ - (z - z_1)^2 / 2\sigma^2 \right] + B_2 \exp \left[ - (z - z_2)^2 / 2\sigma^2 \right]$$

con  $z_1 = 0.10$  m,  $z_2 = 0.17$  m e  $\sigma = 3.3$  cm<sup>(2)</sup>. Ponendo  $B_1 = B_2$  si ha l'andamento qua si costante di  $B_z$  tra gli assi delle due lenti.

### EQUAZIONE DI TRASPORTO CON INFLECTOR

L'equazione differenziale (1) è valida nel caso di simmetria assiale. Il campo elettrico dell'inflector non rispetta la simmetria assiale e quindi va trattato diversa mente. La traiettoria della particella centrale del fascio si calcola partendo dalla for za di Lorentz espressa in coordinate cartesiane:

$$m_0 \gamma \vec{a} = -e(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}) \quad (4)$$

in cui  $\vec{E}$  rappresenta il campo elettrico dell'inflector.

Esplicitando la (4), trasformando le derivate rispetto al tempo in derivate rispetto a  $z$  e trascurando gli effetti dei campi nel moto longitudinale (approssimazione parassiale) si ottengono le equazioni del moto nel piano trasverso  $x, y$ :

$$x'' = - \frac{e}{m_0 \gamma \beta c} (y' B_z - B_y), \quad y'' = - \frac{e}{m_0 \gamma \beta c} \left( \frac{E}{\beta c} + B_x - x' B_z \right). \quad (5)$$

Si ha inoltre

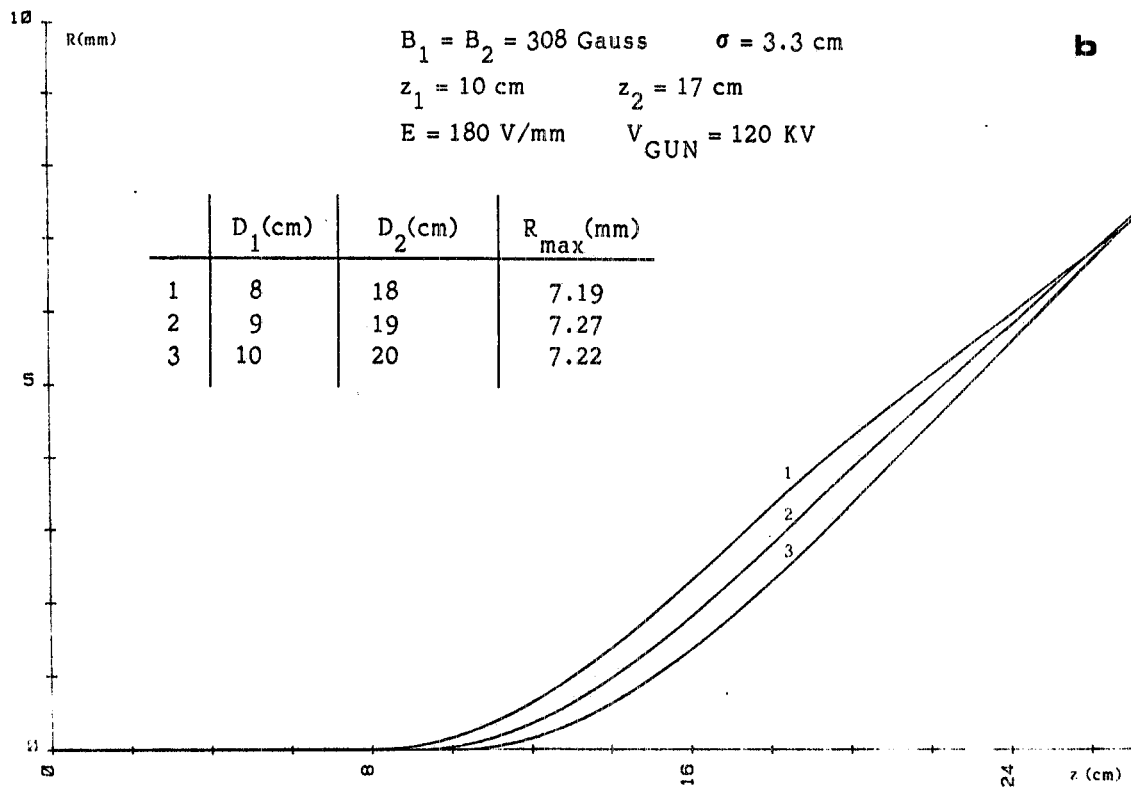
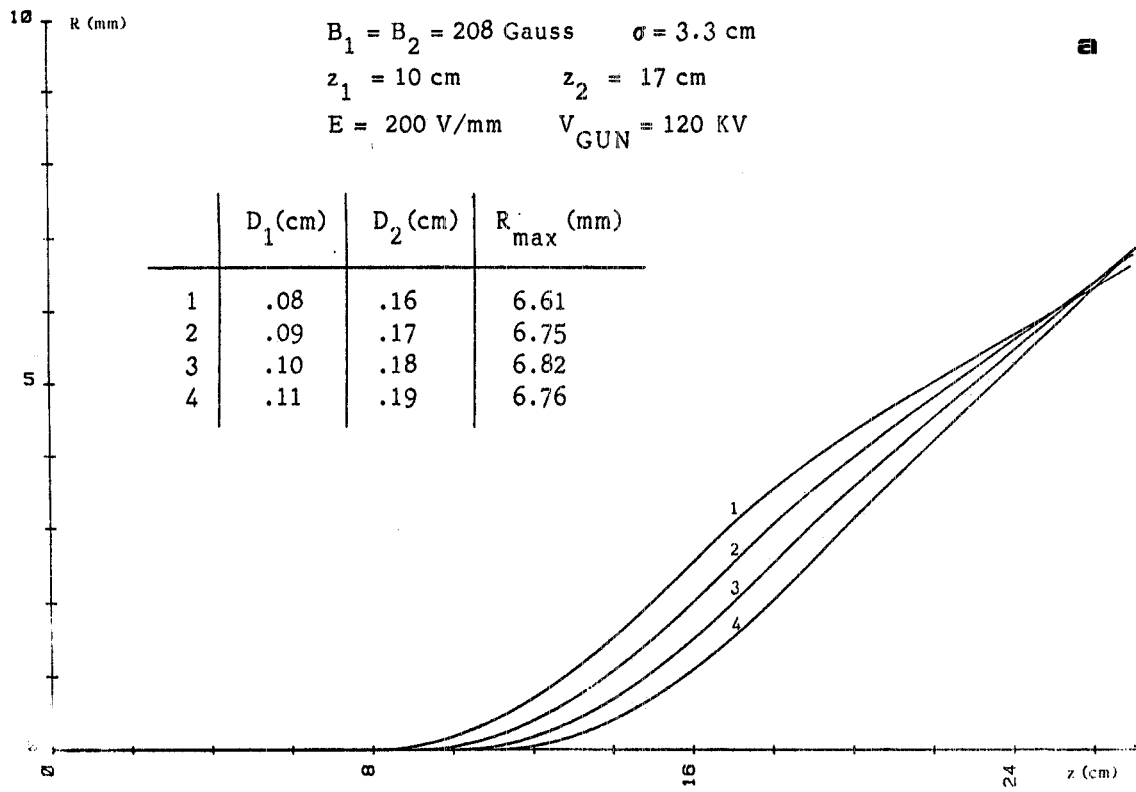
$$B_x = - \frac{x}{2} \frac{\partial B_z}{\partial z}, \quad B_y = - \frac{y}{2} \frac{\partial B_z}{\partial z}$$

per la simmetria assiale dei campi magnetici e quindi le (5) diventano:

$$x'' = - \frac{e}{m_0 \gamma \beta c} \left( y' B_z + \frac{y}{2} \frac{\partial B_z}{\partial z} \right), \quad (6)$$

$$y'' = - \frac{e}{m_0 \gamma \beta c} \left( \frac{E}{\beta c} - \frac{x}{2} \frac{\partial B_z}{\partial z} - x' B_z \right).$$

La soluzione della (6) è rappresentata nelle Figg. 4 e 5. La Fig. 4 mostra l'an damento della quantità:



**FIG. 4**

$B_1 = B_2 = 308$  Gauss     $\sigma = 3.3$  cm

$z_1 = 10$  cm     $z_2 = 18$  cm

$E = 200$  V/mm     $V_{GUN} = 120$  KV

	$D_1$ (cm)	$D_2$ (cm)	$R_{max}$ (mm)
1	8	16	6.61
2	9	17	6.75
3	10	18	6.82
4	11	19	6.76

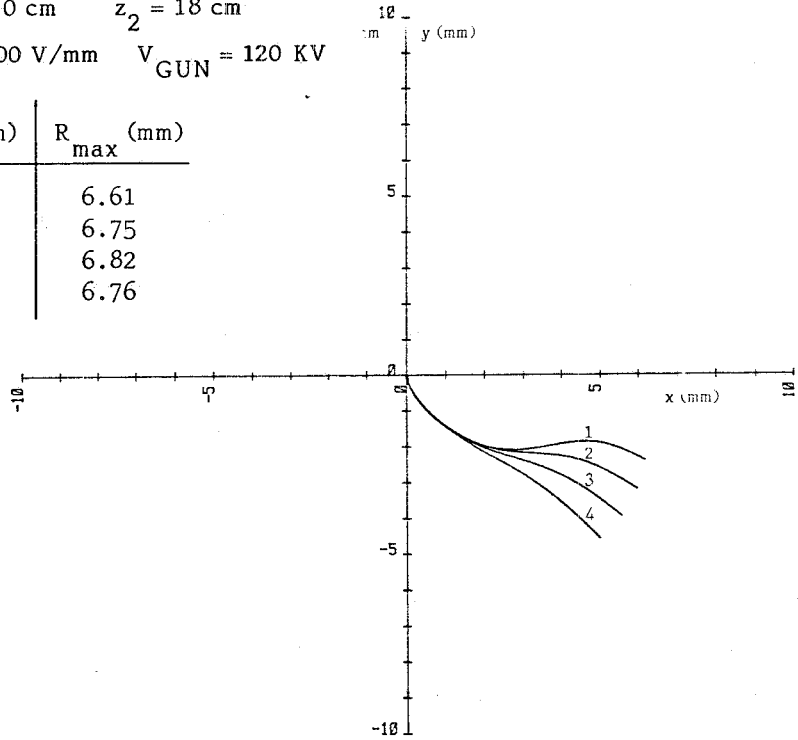


FIG. 5

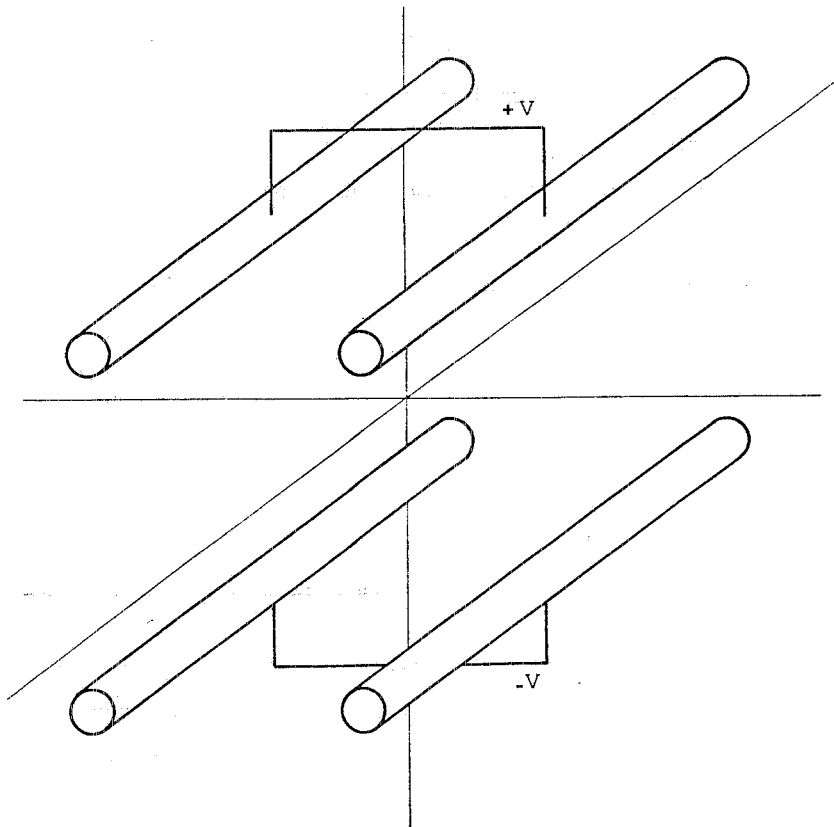


FIG. 6



$$R(z) = \sqrt{x(z)^2 + y(z)^2}$$

per diverse posizioni dell'inflexor. La Fig. 5 mostra invece la proiezione delle traiettorie nel piano xy trasverso all'asse del LINAC.

#### DETERMINAZIONE DEL CAMPO ELETTRICO NELL'INFLECTOR

Il sistema inflector è costituito da quattro conduttori cilindrici paralleli posti sotto vuoto. Una coppia di conduttori è collegata ad una tensione +V, l'altra a -V, come indicato in Fig. 6.

Il campo elettrico radiale generato da ciascun conduttore è:

$$\vec{E} = \vec{a}_r \frac{\Lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \quad (7)$$

avendo indicato con  $\Lambda$  la carica per unità di lunghezza,  $\vec{a}_r$  il versore radiale, ed  $r$  maggiore o uguale al raggio R della sezione del conduttore.

L'espressione del potenziale è:

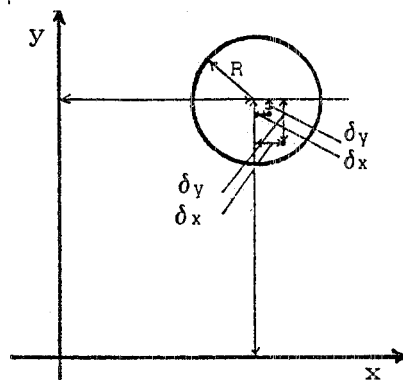
$$\Phi(r) - \Phi(R) = - \frac{\Lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r}{R} \quad (8)$$

Per ottenere che i conduttori restino equipotenziali abbiamo supposto che in ognuno di essi le cariche fossero concentrate su due rette spostate di  $\delta x_1$ ,  $\delta y_1$  e  $\delta x_2$ ,  $\delta y_2$  rispetto al centro del conduttore.

In questa approssimazione il potenziale sulla superficie di ciascun conduttore varia meno del 2%.

I calcoli sono stati eseguiti con i seguenti valori:

D = 10 mm	R = 2.5 mm
M = 7.5 mm	
$\delta x_1 = 0.330$ mm	$\delta y_1 = -0.825$ mm
$\delta x_2 = 0.215$ mm	$\delta y_2 = -0.20$ mm
$K = \Lambda / 2\pi\epsilon_0 = 726.$	



In Fig. 7 sono riportate le linee equipotenziali nel piano x,y; la linea tratteggiata delimita la zona occupata dal fascio. In Fig. 8 sono riportati il campo elettrico verticale (tratto pieno) e quello orizzontale (linee tratteggiate) in funzione di x con y come parametro.

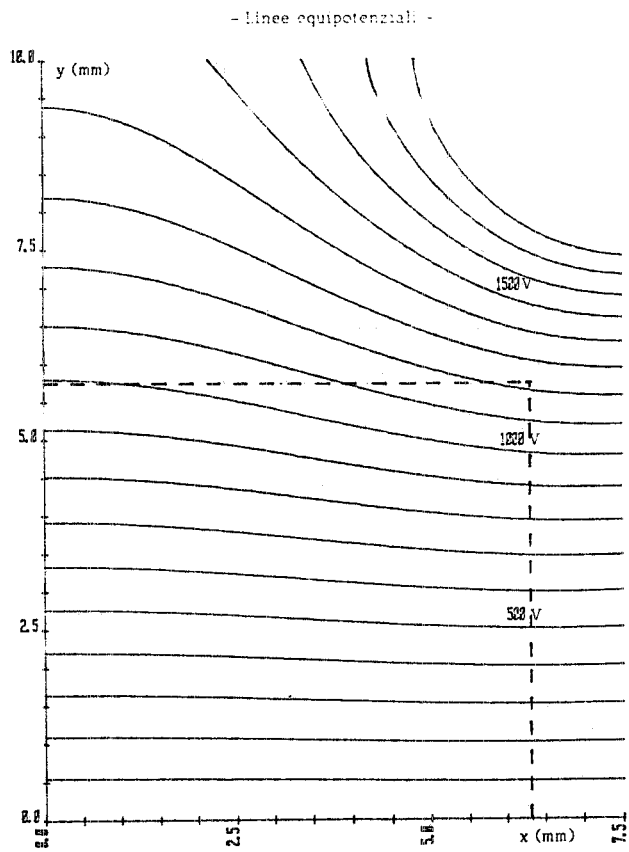


FIG. 7

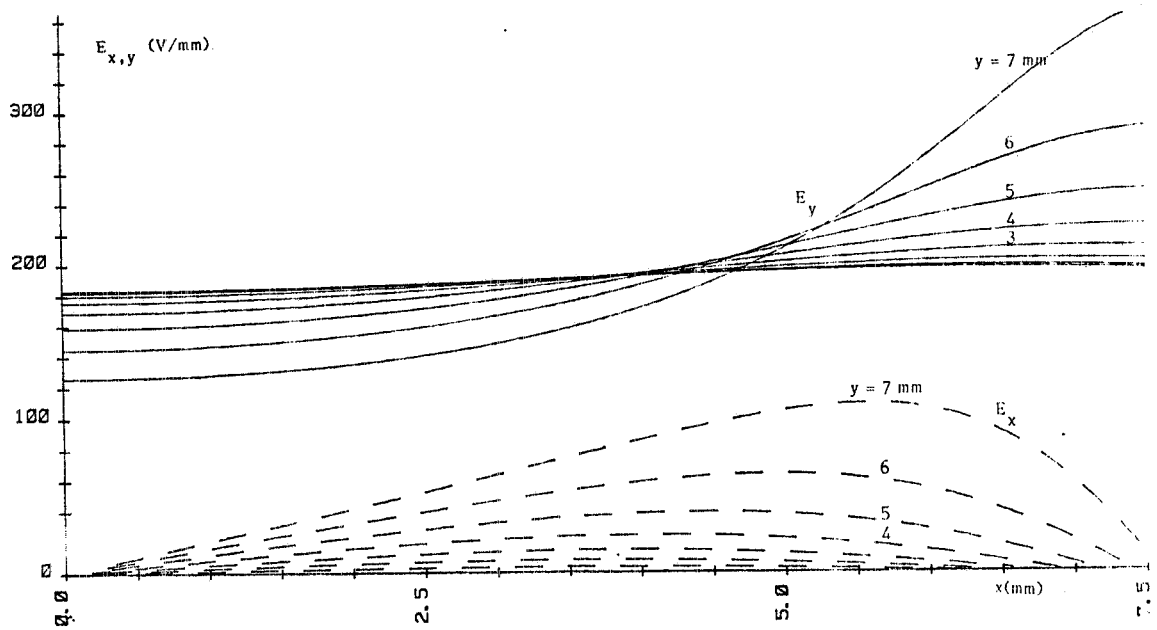


FIG. 8

Nel calcolo non si è tenuto conto della lunghezza finita delle sbarre dell'inflector.

Il valore di  $E_y$  nella zona attraversata dal fascio è compreso tra i valori di 170 e 180 V/mm che corrispondono ad uno spostamento del fascio all'altezza del collimatore  $C_2$  di 6.8-7.3 mm per una lunghezza dell'inflector  $L = 10$  cm (5.8-6.1 mm per  $L = 8$  cm).

#### INTERAZIONE DEL FASCIO CON LA CAVITA' DEL PREBUNCHER

Consideriamo una gap in cui è applicata una tensione  $V(t) = V_M \sin \omega t$  ed attraversata da un elettrone con energia iniziale  $E_1$ , energia a riposo  $E_0$ ,  $\gamma_1 = E_1/E_0$ ,  $p_1 = E_1 \beta/c$  il momento iniziale. Se la larghezza della gap è  $d$ , avremo:

$$e \frac{V(t)}{d} = \frac{dp_1}{dt} \quad (9)$$

Essendo

$$\frac{d\beta_1}{\beta_1} = \frac{1}{\gamma_1^2} \frac{dp_1}{p_1} \quad (10)$$

nell'attraversare la gap si ha:

$$\Delta\beta \approx \int_{t_1}^{t_2} \frac{\beta(t)}{\gamma^2(t)} \frac{eV(t)}{p(t)d} dt \quad (11)$$

Se assumiamo  $\Delta\beta_1 \ll \beta_1$ ,  $\Delta\gamma_1 \ll \gamma_1$ ,  $\Delta p_1 \ll p_1$  la relazione (11) diviene:

$$\Delta\beta \approx \frac{\beta_1 e}{\gamma_1^2 p_1 d} \int_{t_1}^{t_2} V(t) dt \quad (12)$$

anche

$$\Delta\beta \approx \frac{\beta_1 e V_M}{\gamma_1^2 p_1 d} \int_{t_1}^{t_1+\tau} \sin \omega t dt \quad (13)$$

con  $t_2 = t_1 + \tau$  o  $t_2 = t_1 + \frac{d}{\beta_1 c}$  il tempo che l'elettrone impiega per attraversare la gap.

Sostituendo nella (13)  $\beta_1 = \frac{c}{E_1} p_1$ ,

$$\Delta\beta \approx \frac{e V_M c}{\gamma_1^2 E_1 d} \int_{t_1}^{t_1+\tau} \sin \omega t dt = \frac{e V_M c}{\gamma_1^2 E_1 \omega d} 2 \sin \omega \left( t_1 + \frac{\tau}{2} \right) \sin \frac{\omega \tau}{2} \quad (14)$$

Moltiplicando numeratore e denominatore per  $\beta_1$  e sostituendo  $\tau = d/\beta_1 c$

$$\Delta\beta \approx \frac{1}{\gamma_1^2} \frac{eV_M}{E_1} \frac{1}{\beta_1} \frac{\sin \omega\tau/2}{\omega\tau/2} \sin \omega(t_1 + \frac{\tau}{2}). \quad (15)$$

Definiamo una particella di riferimento per la quale  $\Delta\beta = 0$ , ovvero

$$\sin \omega(t_1 + \frac{\tau}{2}) = 0 \quad (16)$$

per  $\omega(t_1 + \frac{\tau}{2}) = K\pi$ ; per  $K = 0, 1, 2, \dots$

Per comodità poniamo  $K = 0$ :

$$\varphi_{1s} = \omega t_1 = - \frac{\omega\tau}{2} = - \omega \frac{d}{2\beta_1 c}. \quad (17)$$

Se alla cavità risonante segue uno spazio di drift  $D$ , la fase di arrivo della particella sincrona è:

$$\varphi_{AS} = \varphi_{1s} + \frac{\omega D}{\beta_1 c}. \quad (18)$$

Per una particella di fase generica iniziale,  $\varphi_1 = \varphi_{1s} + \Delta\varphi_1$ , la fase di arrivo sarà:

$$\varphi_A = (\varphi_{1s} + \Delta\varphi_1) + \frac{\omega D}{c(\beta_1 + \Delta\beta_1)} = (\varphi_{1s} + \Delta\varphi_1) + \frac{\omega D}{c(\beta_1 + A \sin \Delta\varphi_1)} \quad (19)$$

con  $A = \frac{eV_M}{\gamma_1^2 E_1 \beta_1} \frac{\sin \omega\tau/2}{\omega\tau/2}.$

Per l'ipotesi  $\Delta\beta_1 \ll \beta_1$  e per la (18):

$$\Delta\varphi_A = \varphi_A - \varphi_{AS} = \Delta\varphi_1 - B \sin \Delta\varphi_1 \quad (20)$$

con  $B = \frac{\omega D A}{c\beta_1^2}.$

Dalla (20) per  $B \rightarrow 0$ ,  $\Delta\varphi_A = \Delta\varphi_1$  ovvero nessun impacchettamento.

Occorre quindi studiare la funzione per  $B > 0$ .

Ponendo  $y = \Delta\varphi_A$  e  $\varphi = \Delta\varphi_1$ , avremo:

$$y = \varphi - B \sin \varphi, \quad (21)$$

$$\frac{dy}{d\varphi} = 1 - B \cos \varphi , \quad (22)$$

$$\frac{d^2y}{d^2\varphi} = B \operatorname{sen} \varphi . \quad (23)$$

Per  $B > 0$  e  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$  si ha:

$$1 - B \cos \varphi = 0 ; \quad \varphi = \ar \cos \frac{1}{B}$$

per  $B < 1$  non vi sono massimi e minimi relativi; per  $B > 1$  si hanno due soluzioni:

$$\varphi_1 = \ar \cos \frac{1}{B} ; \quad 0 \leq \varphi_1 \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\varphi_2 = 2\pi - \varphi_1 ; \quad \frac{3}{2}\pi \leq \varphi_2 \leq 2\pi .$$

Inoltre:

$$\frac{d^2y}{d^2\varphi} (\varphi_1) = (\sqrt{B^2 - 1}) > 0 \quad (\text{minimo relativo})$$

$$\frac{d^2y}{d^2\varphi} (\varphi_2) = (-\sqrt{B^2 - 1}) < 0 \quad (\text{massimo relativo}).$$

La funzione è antisimmetrica rispetto all'origine

$$y(\varphi) = -y(-\varphi)$$

studiando l'intervallo  $-\pi \leq \varphi \leq \pi$ .

La funzione calcolata in  $\varphi_1$  e  $\varphi_2$  è:

$$y(\varphi_1) = \varphi_1 - B \sin \varphi_1 = \ar \cos \frac{1}{B} - B \sqrt{1 - \frac{1}{B^2}} \quad (24)$$

$$y(\varphi_2) = 2\pi - \ar \cos \frac{1}{B} + B \sqrt{1 - \frac{1}{B^2}} . \quad (25)$$

La differenza tra il massimo ed il minimo sarà:

$$\Delta y = 2 \left( \ar \cos \frac{1}{B} - B \sqrt{1 - \frac{1}{B^2}} \right) \quad (26)$$

mentre la distanza tra il minimo e massimo:

$$\Delta \varphi = 2 \varphi_1 = 2 \ar \cos \frac{1}{B} . \quad (27)$$

Poichè a noi interessa  $\varphi_3$  tale che:

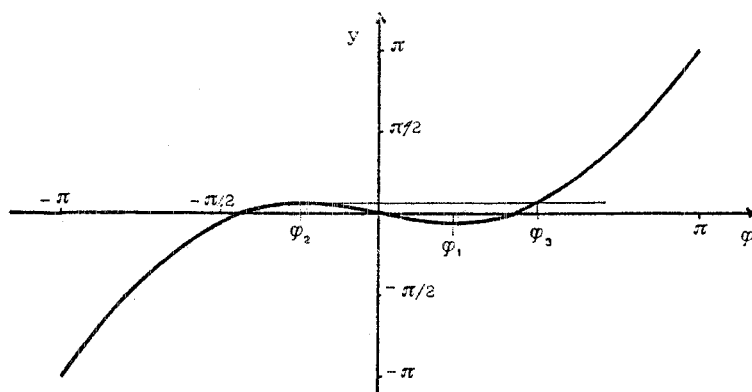
$$y(\varphi_3) = y(\varphi_2) = -y(\varphi_1) \quad (28)$$

ovvero:

$$\varphi_3 - B \sin \varphi_3 = +B \sqrt{1 - \frac{1}{B^2}} - \arccos \frac{1}{B} \quad (29)$$

quindi  $\varphi_3$  rappresenta la fase iniziale comprendente il massimo ed il minimo della curva  $y = \varphi - B \sin \varphi$  determinando così il grado di compressione alla fine dello spazio di drift D.

Una delle possibili curve della (21) è riportata di seguito dove sono evidenziati  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  e  $\varphi_3$ .



Riportiamo in Tabella I e in Fig. 9 i valori di  $\varphi_1$ ,  $y(\varphi_1)$  e  $\varphi_3$  in funzione di B.

TABELLA I

B	$\varphi_1$	$y(\varphi_1)$	$\varphi_3$
1	0	0	0
1.1	0.4297	- 0.0286	0.8678
1.2	0.5857	- 0.0776	1.1930
1.3	0.6932	- 0.1375	1.4234
1.38	0.7602	- 0.1907	1.5707
1.4	0.7752	- 0.2046	1.6038
1.5	0.8411	- 0.2770	1.7523
1.6	0.8957	- 0.3533	1.8783
1.7	0.9419	- 0.4329	1.9875
1.8	0.9818	- 0.5149	2.0835
1.9	1.0165	- 0.5990	2.1690
2.0	1.0472	- 0.6842	2.2460

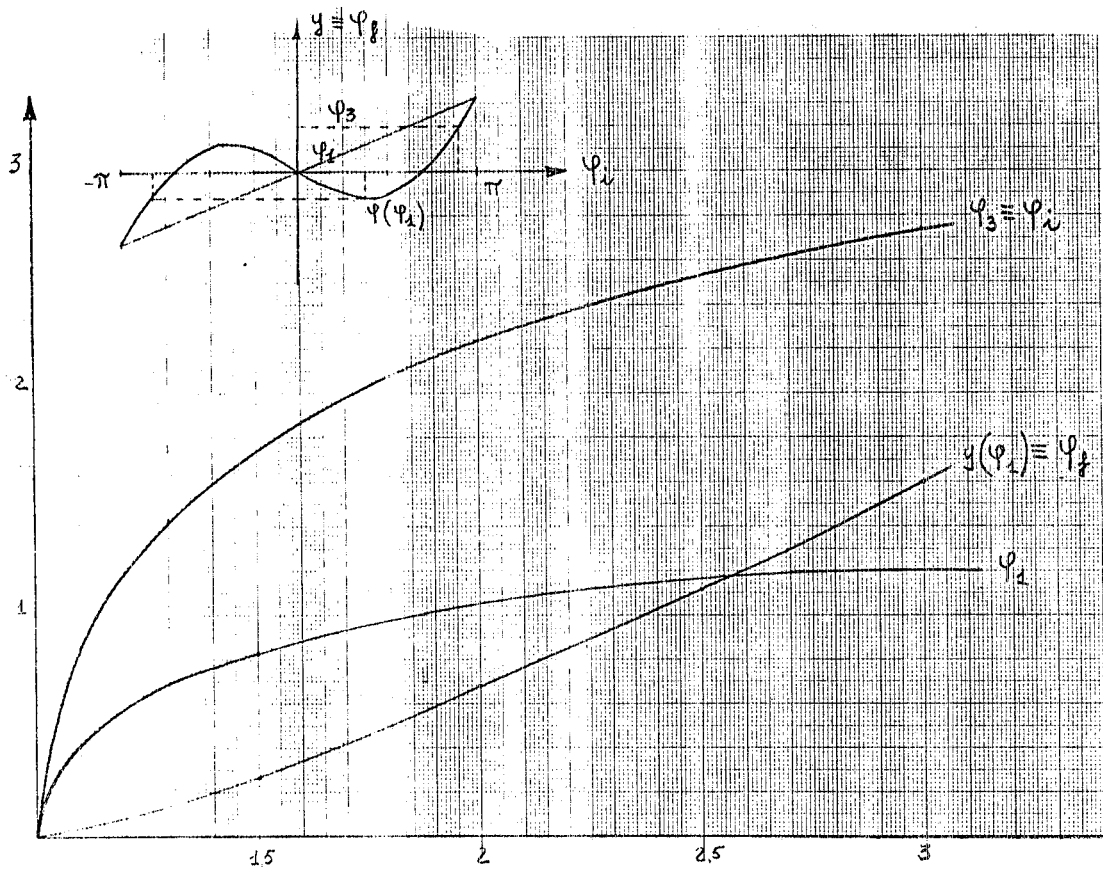


FIG. 9

Per  $\varphi_3 = +\frac{\pi}{2}$ , si ha un fattore di compressione  $\lambda (\lambda = \varphi_3/y(\varphi_3))$  pari a  $(1.5707/0.1907) = 8.23$  ed una fase finale del pacchetto di elettroni pari a  $\pm 10,9^\circ$  con un valore di  $B = 1.38$ .

La distribuzione della fase all'ingresso della sezione  $\neq 1$  sarà data dalla larghezza in fase risultante dalla compressione dovuta al prebuncher più la dispersione dovuta al "ripple" della tensione acceleratrice del cannone.

A causa del "ripple" della tensione  $V_G$  del cannone le particelle che entrano nel prebuncher allo stesso istante hanno uno spread di velocità  $\Delta\beta/\beta = [1/\gamma(\gamma+1)]\Delta V_G/V_G$ . Questo provoca uno spread di fase  $\Delta\varphi_G = \omega \frac{D\Delta\beta}{c\beta^2}$ .

Avendo scelto la lunghezza dello spazio di drift  $D = 28$  cm si ha:  $\Delta\varphi = 12^\circ$  con

$$\begin{aligned} \omega &= 17.95 \text{ Hz} \\ V_G &= 120 \text{ KV} \\ \Delta V_G/V_G &= 2\% \\ \Delta\beta/\beta &= 7.2 \times 10^{-3}. \end{aligned}$$

I parametri del prebuncher sono stati scelti in modo da ottenere una larghezza in fase  $2\gamma(\varphi_1) = 22^\circ$  che sommata a  $\Delta\varphi_G$  danno una larghezza totale in fase di  $34^\circ$  che corrisponde a quella prevista dalla Varian nelle caratteristiche di progetto del LINAC<sup>(3)</sup>.

I valori dei parametri sono i seguenti :

$$2\varphi_1 = 180^\circ$$

$$B = 1.38$$

$$d = 2 \text{ cm}$$

$$V_M = 19 \text{ KV.}$$

### FOCHEGGIAMENTO DEL FASCIO NELLA ZONA TRA IL PREBUNCHER E LA SEZIONE # 1

In questo tratto sono state poste due lenti  $L_3$  e  $L_4$  a distanze rispettivamente di 0.17 m e 0.255 m dal collimatore  $C_2$ . Queste lenti servono ad ottenere un waist all'ingresso della sezione acceleratrice di diametro minore di 5 mm. Per dare una stima dei campi magnetici delle lenti  $L_3$  e  $L_4$  abbiamo usato l'equazione (1) dell'inviluppo del fascio facendo variare linearmente la corrente dal suo valore  $I_0$  all'inizio del prebuncher a  $\chi I_0$  dove  $\chi$  è il rapporto di compressione. L'inviluppo del fascio ottenuto in questo modo è riportato in Fig. 10 per diversi valori di  $I_0$ . Nel calcolo non si è tenuto conto del campo di fringing del solenoide posto sulla sezione #1, il cui effetto è quello di diminuire l'inviluppo del fascio all'ingresso della sezione. Questo conto è sufficientemente preciso per il dimensionamento delle lenti; se si vuole un calcolo esatto dell'inviluppo del fascio bisogna inserire nell'equazione la variazione della distribuzione longitudinale del fascio dovuta alle diverse velocità delle particelle ed il campo elettrico radiale e longitudinale prodotto da questa distribuzione.

### BIBLIOGRAFIA

- (1) - A. Febel and G. Stange, Neues Injektionssystem fuer Linac II, Reports DESY SI-76/02 (1976) e DESY PET-76/04 (1976).
- (2) - B. Spataro, F. Tazzioli e M. Vescovi, Formule utili per l'analisi dell'interazione tra un fascio di elettroni e una cavità in  $TM_{010}$ , Memorandum interno Divisione Macchine L-65 (1980).
- (3) - Varian, High Energy Beam Optics (Interscience Publishers, 1965).



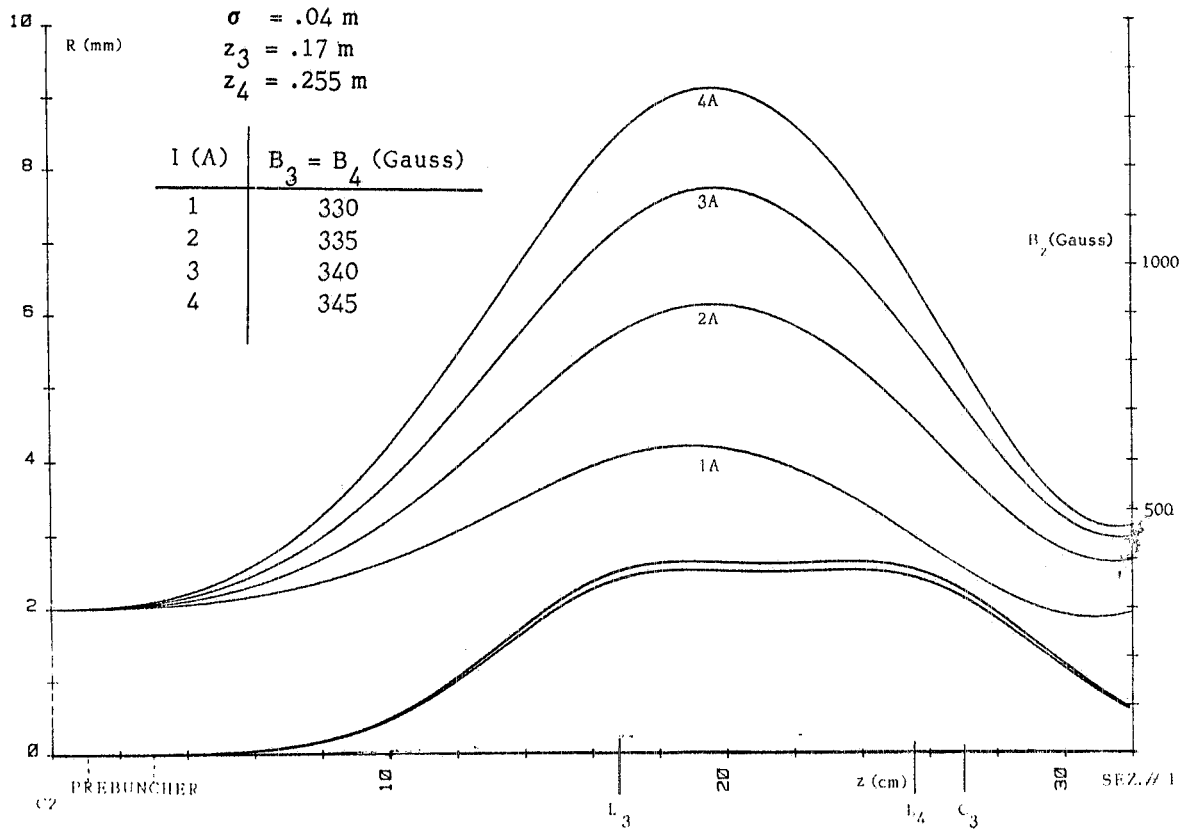


FIG. 10