

ISTITUTO NAZIONALE DI FISICA NUCLEARE
Laboratori Nazionali di Frascati

LNF-81/70(R)
1 Dicembre 1981

R. Barbini, M. Serio, F. Tazzioli e G. Vignola:
APPARATO SPERIMENTALE PER LA MISURA DEL
GUADAGNO OTTICO NELL'ESPERIMENTO LELA
CON TECNICHE DI DEMODULAZIONE SINCRONA.

R. Barbini, M. Serio, F. Tazzioli e G. Vignola: APPARATO SPERIMENTALE PER LA MISURA DEL GUADAGNO OTTICO NELL'ESPERIMENTO LELA CON TECNICHE DI DEMODULAZIONE SINCRONA.

1. - INTRODUZIONE.

In questa nota viene presentato l'apparato sperimentale per la misura del guadagno ottico mediante Laser esterno nell'ambito dell'esperimento LELA^(1,2).

La tecnica proposta consiste nell'isolare la componente di radiazione stimolata con un sistema di rivelazione sincrona mediante amplificatore Lock-in ed è simile a quella impiegata negli esperimenti riportati in ref. (3,4), con i quali più da vicino l'esperimento LELA si confronta.

Vengono stimati gli ordini di grandezza delle varie potenze ottiche in gioco (potenza del Laser incidente, della radiazione spontanea, della radiazione stimolata), nonché gli effetti della strumentazione ottica ed elettronica ai fini della loro discriminazione e del miglioramento del rapporto segnale/fondo.

2. - IL CANALE DI TRASPORTO DELLA RADIAZIONE.

La disposizione sperimentale per la misura del guadagno ottico del FEL (Free Electron Laser) è schematicamente indicata in Fig. 1. Il fascio di un Laser CW ad Argon viene modulato mediante un chopper meccanico ad una frequenza dell'ordine del kHz ed inviato entro l'ondulatore magnetico⁽⁵⁾ installato in una sezione dritta di ADONE. La radiazione emergente dall'ondulatore avrà tre componenti: radiazione del Laser incidente, con potenza $p_0(t)$, radiazione spontanea emessa dagli elettroni entro l'ondulatore, con potenza $p_{sp}(t)$ (in cui consideriamo inglobata anche la radiazione emessa nei magneti curvanti a monte ed a valle dell'ondulatore).

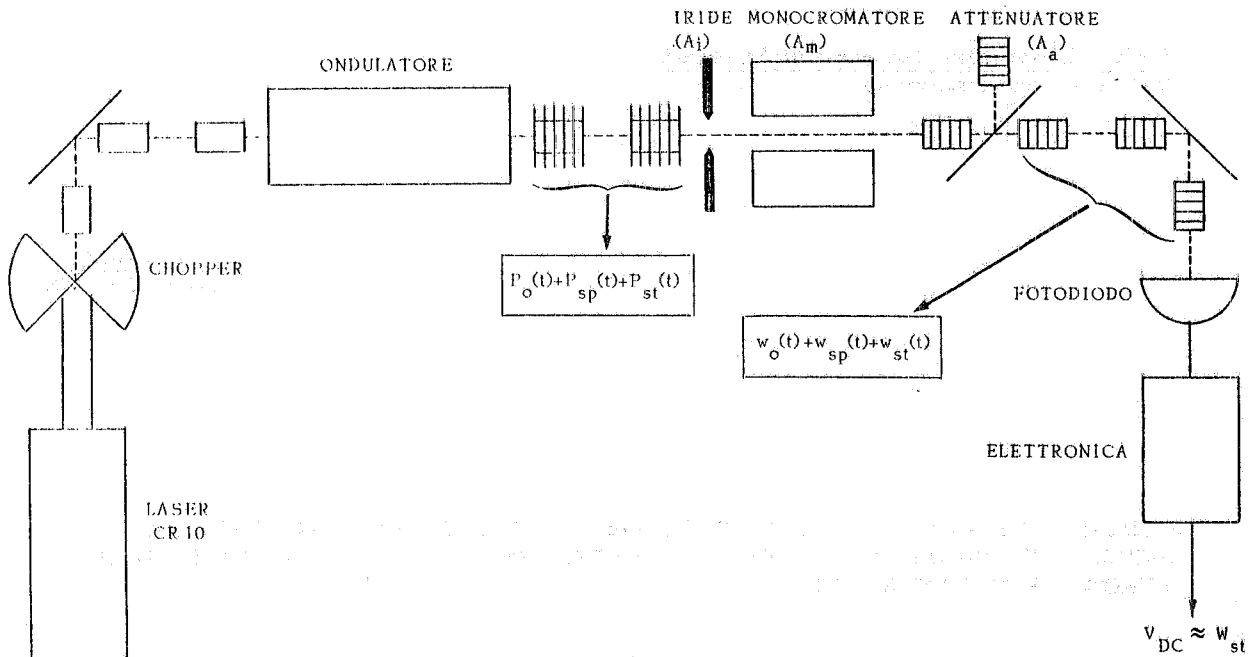


FIG. 1 - Schema dell'apparato sperimentale.

latore) ed infine la radiazione stimolata originatasi nell'interazione tra elettroni e Laser en tro l'ondulatore, con potenza $p_{st}(t)$. Lo scopo della misura è quello di isolare la componen- te di radiazione stimolata onde risalire al guadagno ottico. Mentre, come vedremo, $p_o(t)$ ha componenti a basse frequenze, facilmente eliminabili dal sistema di rivelazione, sia $p_{st}(t)$ che $p_{sp}(t)$ hanno componenti a frequenze alte e vicine tra di loro: è quindi importante cerca- re di ridurre il rapporto tra radiazione spontanea e stimolata a monte del sistema di rivela- zione.

Ciò si può ottenere sia sfruttando le differenti distribuzioni angolari, mediante un'iride chiusa alla larghezza del modo Laser, che le differenti larghezze ottiche di riga, per mezzo di un monocromatore con banda passante centrata sulla lunghezza d'onda Laser e molto più stretta della riga di radiazione spontanea ($\Delta\lambda/\lambda \approx 1/N = 5\%$ nel nostro caso). Dovremo an- che interporre un sistema di attenuazione della radiazione complessiva (diffusore, filtro neutro o beam splitter) per evitare che essa generi, incidendo sul fotorivelatore, una cor- rente media di risposta superiore al massimo consentito.

In definitiva il fotorivelatore raccoglierà una potenza ottica totale

$$w(t) = w_o(t) + w_{sp}(t) + w_{st}(t) \quad (1)$$

con

$$w_o(t) = A_a p_o(t); \quad w_{sp}(t) = A_a A_m A_i p_{sp}(t); \quad w_{st}(t) = A_a p_{st}(t), \quad (2)$$

dove A_i , A_m , A_a sono, rispettivamente, i fattori di riduzione dell'iride, del monocromato- re e dell'attenuatore.

La risposta sarà costituita da una corrente (di segnale)

$$I_S(t) = S_\lambda w(t) \quad (3)$$

avendo indicato con S_λ la sensibilità (in A/W) del fotorivelatore alla lunghezza d'onda λ .

Una valutazione delle potenze ottiche e dei fattori di riduzione relativi all'esperimento LELA viene presentata nelle Appendici A e B, rispettivamente.

3. - ANDAMENTO TEMPORALE ED IN FREQUENZA DELLA POTENZA OTTICA.

L'andamento temporale delle tre componenti di potenza ottica ricevute dal fotorivelatore è illustrato in Fig. 2.

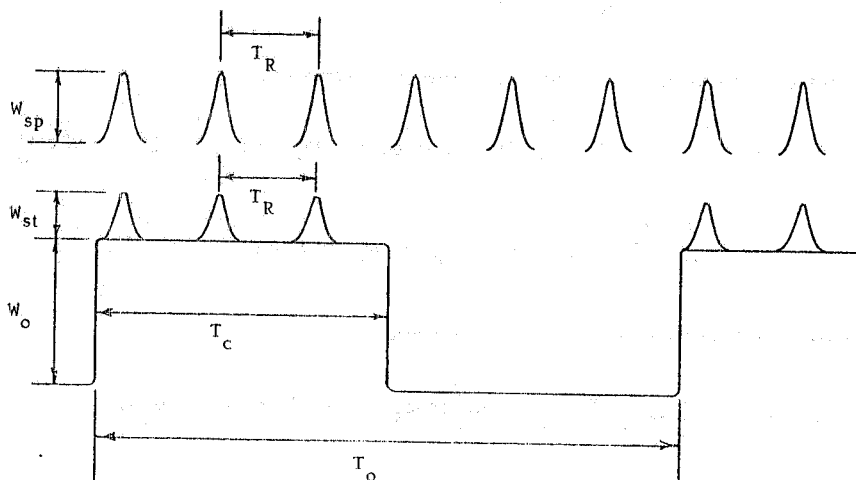


FIG. 2 - L'andamento temporale delle potenze ottiche (potenza Laser incidente, potenza stimolata, potenza spontanea).

La potenza del Laser $w_o(t)$ è costituita da un treno di impulsi rettangolari con larghezza T_c , che si ripetono a frequenza $1/T_o$, la potenza spontanea $w_{sp}(t)$ è una successione di impulsi gaussiani con D. S. σ_τ e frequenza di ripetizione $1/T_R$, mentre la potenza stimolata $w_{st}(t)$ ha la stessa D. S. e frequenza di ripetizione di quella spontanea, ma è presente solo sul flat-top della potenza Laser. W_o , W_{sp} , W_{st} indicano i valori di picco delle potenze.

Essendo sia la potenza Laser che la spontanea funzioni periodiche del tempo, potremo svilupparle in serie di Fourier

$$w_o(t) = W_o \left[C_o + \sum_{k=1}^{\infty} C_k \cos(k\omega_o t + \phi_k) \right], \quad (4)$$

$$w_{sp}(t) = W_{sp} \left[D_o + \sum_{n=1}^{\infty} D_n \cos(n\omega_R t + \psi_n) \right] \quad (5)$$

con

$$\omega_o = 2\pi f_o = 2\pi/T_o, \quad \omega_R = 2\pi f_R = 2\pi/T_R.$$

I coefficienti degli sviluppi sono dati, rispettivamente, da

$$C_o = T_c/T_o; \quad C_k = 2 \frac{T_c}{T_o} \frac{\sin(k\pi T_c/T_o)}{k\pi T_c/T_o}, \quad (6)$$

$$D_o = \frac{\sigma_\tau \sqrt{2\pi}}{T_R}; \quad D_n = \frac{2\sigma_\tau \sqrt{2\pi}}{T_R} \exp\left[-\frac{1}{2}(n\omega_R \sigma_\tau)^2\right]. \quad (7)$$

La potenza stimolata si può, per quanto detto, esprimere come prodotto delle altre due:

$$w_{st}(t) = W_{st} \frac{w_o(t) w_{sp}(t)}{W_o W_{sp}} \quad (8)$$

e quindi ammette il seguente sviluppo in serie di Fourier:

$$w_{st}(t) = W_{st} \left[C_o D_o + C_o \sum_{n=1}^{\infty} D_n \cos(n\omega_R t + \psi_n) + D_o \sum_{k=1}^{\infty} C_k \cos(k\omega_o t + \varphi_k) + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} D_n C_k \cos(n\omega_R t + \psi_n) \cos(k\omega_o t + \varphi_k) \right]. \quad (9)$$

L'ultimo termine della (9) si può anche scrivere

$$\sum_n \sum_k (\dots) = \sum_n \sum_k \frac{1}{2} D_n C_k \left\{ \cos[(n\omega_R + k\omega_o)t + (\psi_n + \varphi_k)] + \cos[(n\omega_R - k\omega_o)t + (\psi_n - \varphi_k)] \right\}, \quad (10)$$

da cui si rileva che esso rappresenta coppie di righe laterali con frequenze angolari $n\omega_R \pm k\omega_o$ ($k=1, 2, \dots$) centrate intorno alle frequenze angolari $n\omega_R$ ($n=1, 2, \dots$). L'informazione contenuta nelle righe laterali è dovuta alla sola potenza stimolata, come risulta dalla Fig. 3 che rappresenta schematicamente lo spettro di Fourier della potenza ottica totale nell'intorno della frequenza angolare ω_R e per $T_c/T_o = 1/2$. L'elettronica dovrà essenzialmente isolare le due righe adiacenti alla portante (ω_R) e misurarne l'ampiezza.

4. - SCHEMA A BLOCCHI DELL'APPARATO DI MISURA.

L'apparecchiatura elettronica necessaria a processare il segnale fornito dal fotorivelatore è mostrata nello schema di Fig. 4, di cui analizzeremo separatamente i vari componenti.

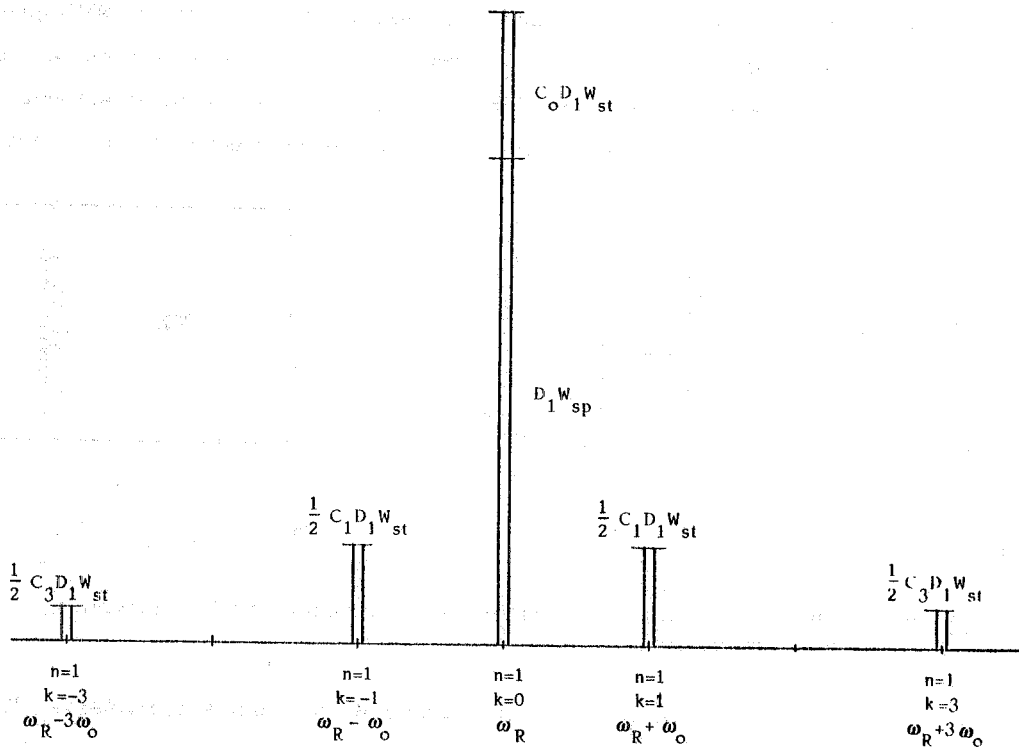


FIG. 3 - Spettro in frequenza della potenza ottica totale nell'intorno della frequenza di giro ($\omega_R = 2\pi f_R = 2\pi \times 2.865$ MHz). Se il fascio di elettroni oscilla in fase, possono comparire bande laterali a distanza $\Delta\omega_\varphi$ da ω_R , secondo la seguente tabella

	Nuova struttura	Vecchia struttura
Nuova RF (300 KV)	$\Delta\omega_\varphi \approx 12.5$ KHz	$\Delta\omega_\varphi \approx 6$ KHz
Vecchia RF (100 KV)	$\Delta\omega_\varphi \approx 2.5$ KHz	$\Delta\omega_\varphi \approx 1.1$ KHz

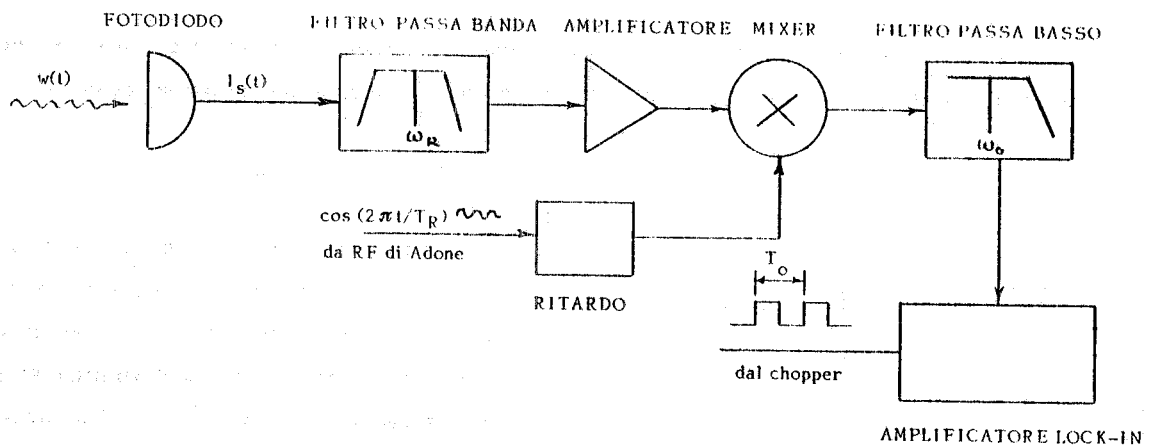


FIG. 4 - Schema della catena elettronica di demodulazione sincrona.

4. 1. - Filtro passa banda a RF.

Il filtro passa banda RF viene inserito per diminuire la banda di rumore all'ingresso dell'amplificatore. Convien disegnarlo come trasformatore di impedenza onde elevare il livello di segnale utile all'ingresso dell'amplificatore. La Fig. 5a rappresenta lo schema elettrico (per il segnale) di un filtro ad uno stadio in cui il rapporto di trasformazione è realizzato

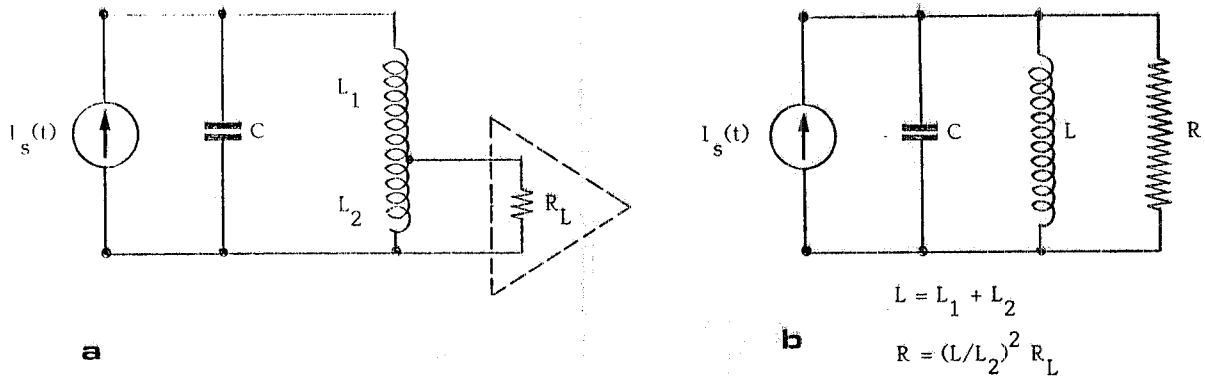


FIG. 5 - a) Schema elettrico (per il segnale) del trasformatore di impedenza ;
b) Schema equivalente.

con la tecnica del "tapped inductor". In Fig. 5b è tracciato lo schema equivalente. R_L è l'impedenza di ingresso dell'amplificatore, che si suppone puramente resistiva. Indicando con Q il rapporto tra la frequenza di accordo del filtro f_R e la larghezza di banda passante con attenuazione di 3 db, si ha

$$C = \frac{Q}{2\pi f_R} \quad , \quad L = \frac{1}{(2\pi f_R)^2} C \quad (11)$$

ed il segnale all'ingresso dell'amplificatore risulta

$$V_{R_L}(f) = \frac{L_2}{L} V_R(f) = \left(\frac{L_2}{L}\right) \left(\frac{L}{L_2}\right)^2 R_L I_S(f) \quad (12)$$

Lo schema elettrico del filtro per quanto riguarda il rumore è mostrato in Fig. 6, dove i_n è la corrente di shot-noise del fotorivelatore la cui potenza media, nella banda df , è

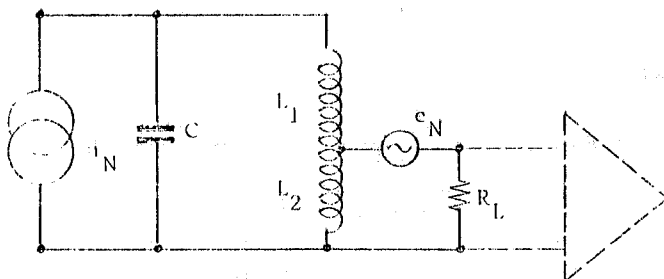


FIG. 6 - Schema elettrico (per il rumore) del trasformatore di impedenza.

$$\overline{i_N^2} = 2q\overline{I_S} df \text{ (amp}^2\text{)} \quad (13)$$

($q = 1.6 \times 10^{-19}$ Coulombs e $\overline{I_S}$ = corrente media del fotorivelatore); e_n è la tensione di un generatore fittizio che rappresenta il rumore introdotto dall'amplificatore (e_n ha potenza media e_n^2). Questa schematizzazione suppone di poter trascurare il rumore di corrente dell'amplificatore.

L'ammettenza del filtro è

$$Y(f) = \left[\frac{1}{R} + j(2\pi f C - \frac{1}{2\pi f L}) \right] \quad (14)$$

che corrisponde all'impedenza (in modulo)

$$|Z(f)| = R \left[1 + Q^2 \left(\frac{f}{f_R} - \frac{f_R}{f} \right) \right]^{-1/2} \quad (15)$$

La risposta quadratica media in tensione di rumore ai capi dell'impedenza Z è quindi

$$\overline{(v_N^2)_Z} = \int_0^\infty i_n^2 |Z(f)|^2 df = i_n^2 R^2 b, \quad (16)$$

avendo indicato con b la banda equivalente di rumore

$$b = \frac{\pi f_R}{2Q} \quad (17)$$

All'ingresso dell'amplificatore avremo quindi

$$\overline{(v_N^2)_{R_L}} = i_n^2 R_L^2 \left(\frac{L}{L_2} \right)^2 b + e_N^2 \quad (18)$$

e un rapporto segnale/rumore (in potenza)

$$\left(\frac{S}{N} \right)_{R_L} = \frac{I_S^2(f) R_L^2 (L/L_2)^2}{i_n^2 b R_L^2 (L/L_2)^2 + e_N^2} \quad (19)$$

All'aumentare di L/L_2 tale rapporto aumenta: c'è tuttavia un limite pratico dovuto alle perdite parassite dell'induttanza e della capacità.

4.2. - Amplificatore.

Sia per non presentare all'amplificatore Lock-in un segnale utile troppo basso, che per non degradare troppo il rapporto segnale rumore nel mixer, conviene inserire, a monte di questo, uno o più amplificatori a RF.

Per descrivere il rumore introdotto da un amplificatore si introduce di solito la "Figura di rumore" F, definita come

$$F = \frac{(S/N)_{\text{ingresso}}}{(S/N)_{\text{uscita}}} \quad (20)$$

quando il rumore all'ingresso è solo quello termico.

Per due amplificatori in cascata, con figure di rumore F_1 , F_2 e guadagni in potenza G_1 , G_2 si ha, in base alla formula di Friis⁽⁶⁾, una figura di rumore complessiva

$$F = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} \quad (21)$$

Dalla (21) risulta che è da curare particolarmente il primo stadio della catena di amplificazione, conferendogli il massimo guadagno compatibile con una bassa figura di rumore.

Infine, ricordiamo che la potenza fittizia e_n^2 può essere ricavata dalla figura di rumore:

$$F = 1 + \frac{e_n^2}{4kTR_L \Delta f} \quad (22)$$

dove Δf è la banda passante dell'amplificatore.

4.3. - Il mixer e il filtro passa basso LF.

Il mixer moltiplica il segnale in ingresso per un segnale alla frequenza f_R : se $S(f)$ è lo spettro dello segnale in ingresso, lo spettro in uscita del mixer sarà $S_-(f - f_R) + S_+(f + f_R)$, cioè avrà componenti sia alle frequenze differenza, che alle frequenze somma. Queste ultime vengono tagliate dal filtro passa basso.

Per quanto riguarda il segnale utile, osserviamo che esso è costituito dalle due righe laterali intorno alla frequenza f_R e che può quindi esprimersi in base alla (10)

$$S(t) = A_{11} \left\{ \cos [(\omega_R + \omega_0)t + (\psi_1 + \varphi_1)] + \cos [(\omega_R - \omega_0)t + (\psi_1 - \varphi_1)] \right\} \quad (23)$$

Detta η l'efficienza del mixer e

$$S_m(t) = \cos \omega_R t \quad (24)$$

il segnale a frequenza f_R , avremo, all'uscita del mixer,

$$S_u(t) = \eta S(t) S_m(t) = \eta A_{11} \cos(\omega_0 t + \varphi_1) \cos \psi_1 + S_+(2f_R \pm f_0) \quad (25)$$

La componente $S_+(2f_R \pm f_0)$ viene eliminata dal filtro. Dalla (25) risulta inoltre la necessità di introdurre un opportuno ritardo nel segnale $S_m(t)$, onde rendere $\cos(\psi_1) = 1$ e massimizzare quindi $S_u(t)$.

Per quanto riguarda il rumore in ingresso al mixer, osserviamo che esso non è sincrono con il segnale di riferimento $S_m(t)$ e lo potremo quindi esprimere come somma di componenti in fase ed in quadratura:

$$n(t) = x(t) \cos \omega_R t - y(t) \sin \omega_R t \quad (26)$$

In uscita dal mixer il rumore diventa

$$n_m(t) = \eta \left[\frac{1}{2} x(t) + \frac{1}{2} x(t) \cos 2\omega_R t - \frac{1}{2} y(t) \sin 2\omega_R t \right] \quad (27)$$

Il filtro taglia le componenti a $2\omega_R$, cosicchè il rumore residuo diventa

$$n_u(t) = \frac{\eta}{2} x(t) \quad (28)$$

Osserviamo che, nel caso ideale, il rapporto segnale/rumore migliora di un fattore 2 nel processo di demodulazione. Prima del mixer infatti, la potenza del segnale è

$$P_S^{in} = A_{11}^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) = A_{11}^2 \quad (29)$$

mentre quella del rumore, supposto bianco, è

$$P_N^{in} = \overline{n^2} 2f_m \quad (30)$$

avendo con $\overline{n^2}$ indicato la densità di potenza di rumore e con f_m la semilarghezza di banda intorno a f_R . Il rapporto segnale/rumore è dunque

$$\left(\frac{S}{N} \right)_{in} = \frac{P_S^{in}}{P_N^{in}} = \frac{A_{11}^2}{2 \overline{n^2} f_m} \quad (31)$$

Dopo il mixer e il filtro, la potenza del segnale demodulato è

$$P_S^{out} = \eta^2 A_{11}^2 \frac{1}{2} \quad (32)$$

mentre quella del rumore, in una banda $2f_m$ intorno a f_0 è

$$P_N^{out} = \eta^2 \frac{\overline{n^2}}{4} 2f_m \quad (33)$$

poichè, se $\overline{n^2}$ è la densità di potenza di $n(t)$, quella di $x(t)/2$ è $\overline{n^2}/4$. Il rapporto segnale/rumore diventa quindi

$$\left(\frac{S}{N} \right)_{out} = \frac{\eta^2 A_{11}^2 \frac{1}{2}}{\eta^2 \frac{\overline{n^2}}{4} 2f_m} = \frac{A_{11}^2}{\overline{n^2} f_m} \quad (34)$$

In realtà, anche il mixer introduce rumore, descritto da una figura di rumore che, espressa in db, è circa uguale al rendimento di conversione ($F = \eta = 7$ db).

5. - LA PROCEDURA DI CALIBRAZIONE.

Spegnendo il Laser e spostando il chopper dopo l'ondulatore, si imprime alla radiazione spontanea emessa dagli elettroni entro l'ondulatore (e/o nei magneti curvanti a monte e a valle di esso) una struttura temporale uguale a quella della radiazione stimolata, come è mostrato in Fig. 7a. In Fig. 7b è mostrato il corrispondente spettro di Fourier nell'intorno della frequenza angolare ω_R , della frequenza ω_0 e di $\omega = 0$. W_{sp}^0 è la potenza di picco della radiazione spontanea, mentre i coefficienti C_k e D_n sono ancora dati dalle (6) e (7). In Fig. 7c è riportato, per confronto, lo spettro della potenza totale con Laser on.

Il guadagno ottico medio è definito come

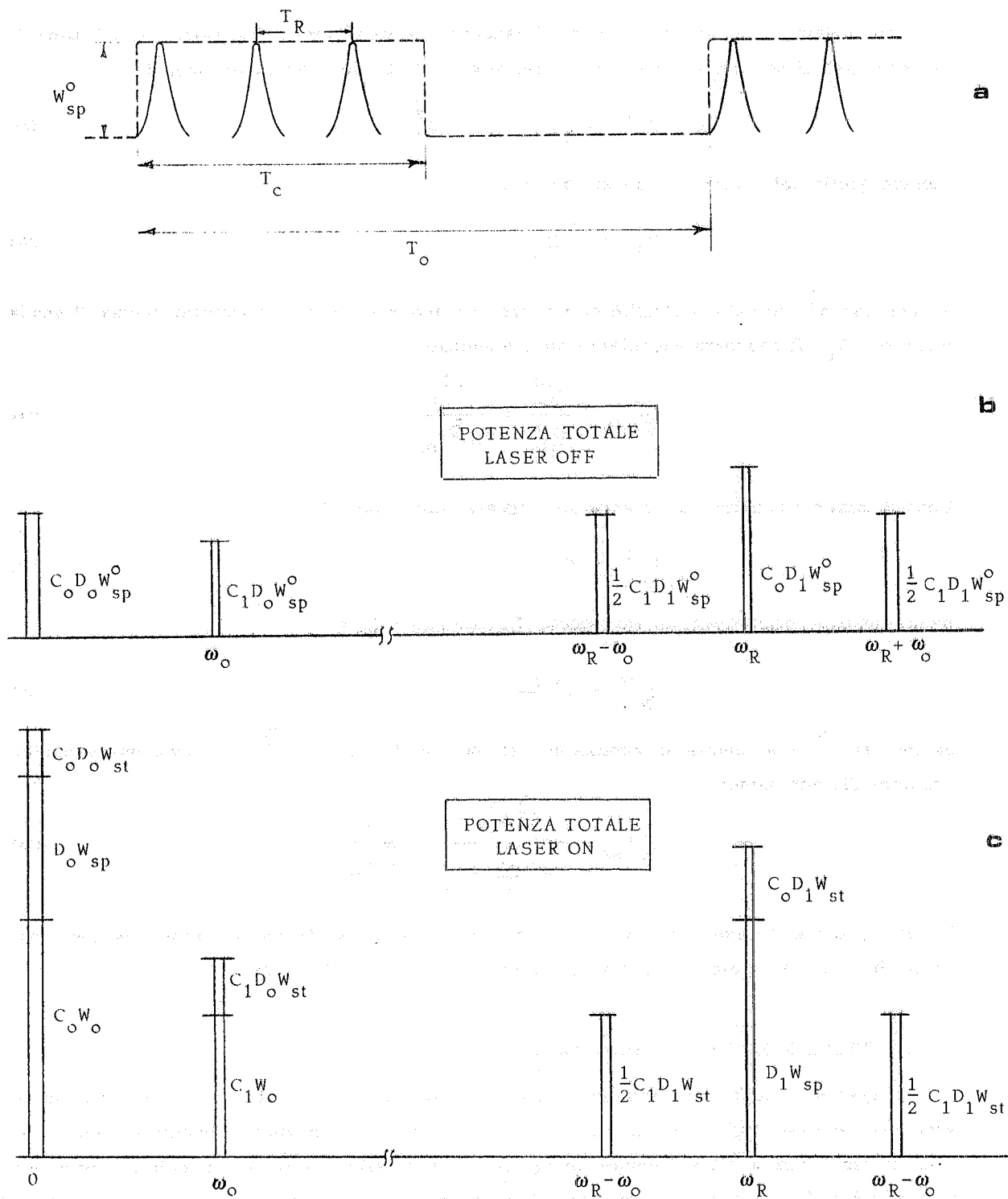


FIG. 7 - a) Andamento temporale della potenza spontanea che si ottiene con Laser off e chopper spostato dopo l'ondulatore ;
 b) Spettro in frequenza della potenza totale con Laser off nell'intorno di ω_R e di $\omega = 0$;
 c) Analogo spettro della potenza totale con Laser on.

$$\bar{g} = \frac{\bar{p}_{st}}{p_o} = \frac{\bar{w}_{st}}{w_o} = \frac{\bar{w}_{st}}{w_{sp}^o} \frac{w_{sp}^o}{w_o} . \quad (35)$$

Come è facile verificare, si ha :

$$\frac{\bar{w}_{st}}{w_{sp}^o} = \frac{C_o D_o W_{st}}{C_o D_o W_{sp}^o} = \frac{W_{st}}{W_{sp}^o} , \quad (36)$$

$$\frac{w_{sp}^o}{w_o} = \frac{C_o D_o W_{sp}^o}{C_o W_o} = \frac{D_o W_{sp}^o}{W_o} , \quad (37)$$

e quindi

$$\bar{g} = D_o \frac{W_{st}}{W_o} . \quad (38)$$

In sede di misura del guadagno, isolando le righe intorno a ω_R si ottiene, al lock-in, un segnale

$$S_A = \alpha C_1 D_1 W_{st} , \quad (39)$$

mentre, inviando direttamente al lock-in la componente a frequenza ω_o (cioè saltando il sistema di demodulazione a RF), si ottiene un segnale

$$S_B = \beta (C_1 W_o + C_1 D_o W_{st}) \approx \beta C_1 W_o . \quad (40)$$

Gli analoghi segnali, ottenuti in sede di calibrazione, forniscono, rispettivamente

$$S_A^o = \alpha C_1 D_1 W_{sp}^o , \quad (41)$$

$$S_B^o = \beta C_1 D_o W_{sp}^o , \quad (42)$$

cosicchè

$$\frac{S_A}{S_B} \frac{S_B^o}{S_A^o} = \frac{D_o W_{st}}{W_o} = \bar{g} . \quad (43)$$

Il guadagno di picco risulterà infine dalla relazione

$$g_p = \frac{W_{st}}{W_o} = \frac{\bar{g}}{D_o} = \bar{g} \frac{T_R}{\sigma_\tau \sqrt{2\pi}} . \quad (44)$$

APPENDICE A.

Daremo, in questa appendice, una valutazione delle potenze ottiche in gioco nell'esperimento LELA.

1. - Potenza spontanea.

In Tabella I sono riportati i principali parametri dell'esperimento LELA^(1,2). La potenza ottica spontanea di picco emessa da un bunch di elettroni con corrente I_{peak} sulla prima

TABELLA I

<u>Elettroni</u>	
Energia	$E = 610 \text{ MeV}$
Lunghezza RMS bunch	$\sigma_y = 20 \text{ cm}$
Corrente media	$I_{AV} \approx 100 \text{ mA}$
Corrente di picco	$I_{\text{peak}} \approx 21 \text{ A}$
$(I_{\text{peak}} = I_{AV} \frac{1}{\sqrt{2\pi}(\sigma_y/c)t_R})$	
<u>Ondulatore</u>	
Periodo	$\lambda_q = 11.6 \text{ cm}$
Numero periodi	$N = 20$
Parametro di campo	$K = 3.41$
<u>Laser incidente</u>	
Lunghezza d'onda di lavoro	$\lambda_L = 5145 \text{ \AA}$
Potenza C.W. (a) $\lambda = 5145$	$P_o = 4 \text{ W}$
Waist al centro ondulatore	$w_o = 0.35 \text{ mm}$
Larghezza di riga	$\Delta\lambda_L/\lambda_L \approx 10^{-5}$
<u>Radiazione spontanea</u>	
Lunghezza d'onda centrale	$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_c = [\lambda_q/2\gamma^2](1+K^2) \\ \lambda_L(1-0.05) \leq \lambda_c \leq \lambda_L(1+0.05) \\ \Delta\lambda_c^*/\lambda_c \approx 1/N \end{array} \right.$
1 ^a armonica	
Larghezza di riga FWHM	
<u>Radiazione stimolata</u>	
Guadagno di picco	$g_p \approx 1\%$
Lunghezza d'onda	$\lambda_{st} = \lambda_L$
Larghezza di riga	$\Delta\lambda_{st}/\lambda_{st} \approx \lambda_{st}/\sigma_y$

armonica è data da

$$P_{sp} = I_{peak} \int d\Omega \int d\omega \frac{d^2 \mathcal{E}}{d\Omega d\omega} \quad (A.1)$$

essendo $\frac{d^2 \mathcal{E}}{d\Omega d\omega}$ l'energia emessa da un elettrone, per unità di angolo solido, per unità di frequenza (angolare) ottica, in un passaggio entro l'ondulatore. La distribuzione angolare a frequenza fissa è stata calcolata numericamente con il programma SINLUCE⁽⁷⁾ ed è riportata in Fig. A-1: come si può notare, essa è circa gaussiana e non varia apprezzabilmente variando la lunghezza d'onda ottica entro $\pm 5 \text{ \AA}$ (banda passante assunta per il monocromatore).

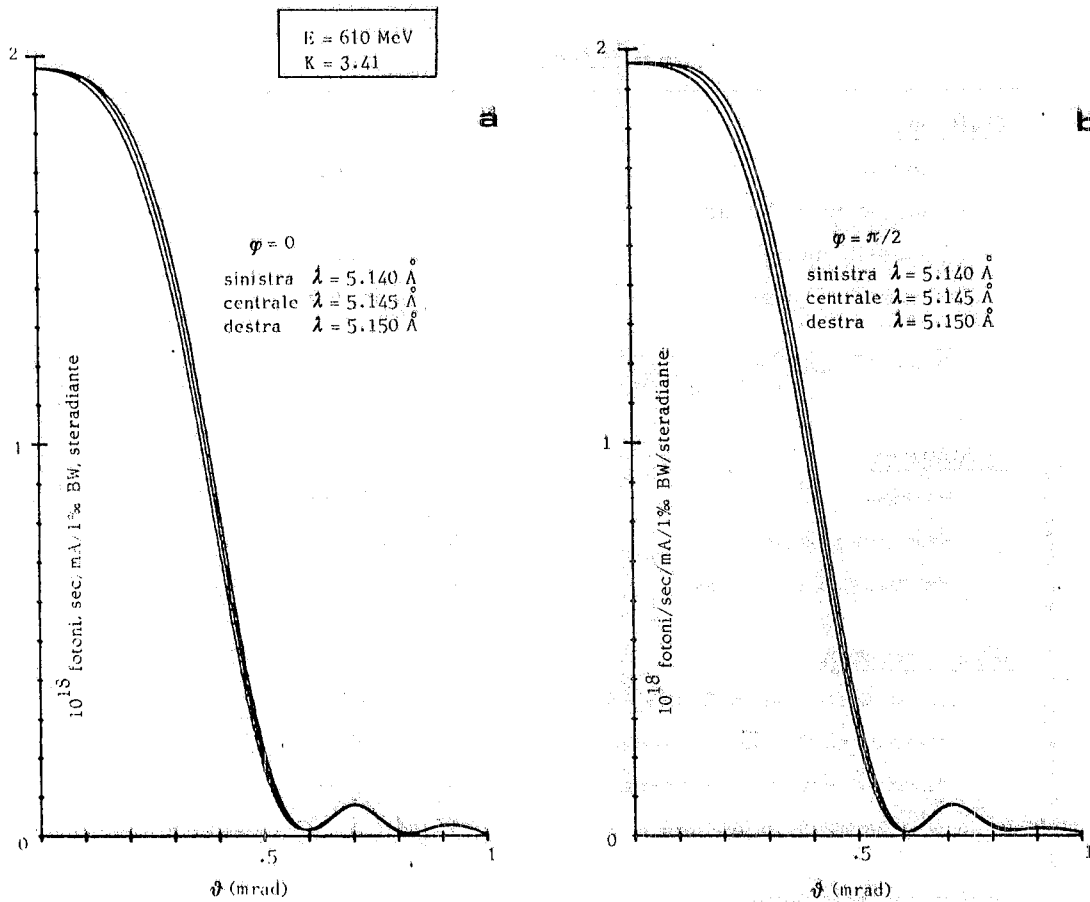


FIG. A-1 - Distribuzione angolare della potenza spontanea emessa entro l'ondulatore a 3 lunghezze d'onda prefissate: a) piano radiale; b) piano verticale.

Potremo allora separare la distribuzione angolare ed in frequenza nel prodotto di due distribuzioni:

$$\frac{d^2 \mathcal{E}}{d\Omega d\omega} = \mathcal{E}_0 \frac{d\mathcal{P}}{d\Omega} \frac{dQ}{d\omega} \quad (A.2)$$

Ponendo inoltre

$$\frac{d\mathcal{P}}{d\Omega} = e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right)^2} \quad (A.3)$$

avremo

$$\int d\Omega \frac{d\mathcal{P}}{d\Omega} = 2\pi \int_0^\infty \sin\theta e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\theta}{\sigma_\theta}\right)^2} d\theta \cong 2\pi \int_0^\infty \theta e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\theta}{\sigma_\theta}\right)^2} d\theta = \pi\sigma_\theta^2. \quad (\text{A.4})$$

Per quanto riguarda la distribuzione in frequenza, essa può essere espressa come

$$\frac{dQ}{d\omega} = \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2, \quad (\text{A.5})$$

con

$$x = N\pi \frac{\omega - \omega_1}{\omega_1}, \quad \omega_1 = \frac{2\pi c}{\lambda_q} \frac{2\gamma^2}{1+K^2}. \quad (\text{A.6})$$

L'integrale esteso a tutta la prima armonica è quindi

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dQ}{d\omega} d\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 d\omega = \frac{\omega_1}{N\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 dx = \frac{\omega_1}{N}. \quad (\text{A.7})$$

Il valore di \mathcal{E}_0 è dato dall'espressione

$$\mathcal{E}_0 = a \left(\frac{2\sqrt{2}\pi NK\gamma}{1+K^2} \right)^2 F(K), \quad (\text{A.8})$$

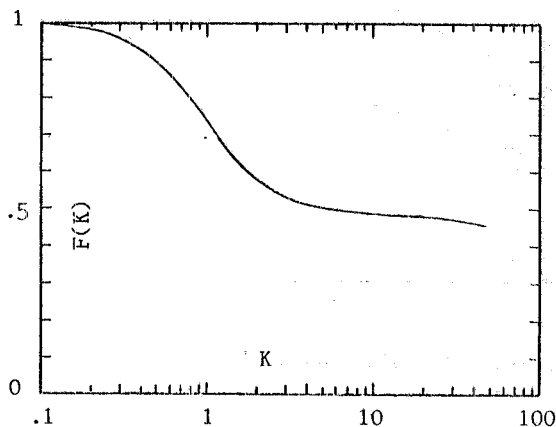


FIG. A-2 - La funzione F(K).

dove

$$a = \frac{e^2}{4\pi^2 c} = 1.217 \times 10^{-19} \text{ eV} \cdot \text{sec} \quad (\text{A.9})$$

e F(K) è una funzione dipendente solo dal valore di K⁽²⁾ e riportata in Fig. A-2.

Utilizzando i valori di Tabella I si ottiene per la potenza spontanea di picco emessa su tutta la prima armonica e su tutto l'angolo solido utile:

$$P_{\text{tot}} = I_{\text{peak}} \mathcal{E}_0 \pi \sigma_\theta^2 \frac{\omega_1}{N} \cong 7.7 \text{ W}. \quad (\text{A.10})$$

2. - Potenza Laser incidente e potenza stimolata.

La potenza di picco del Laser incidente sulla riga a $\lambda_L = 5145 \text{ \AA}$ è, per il modello CR10 della Coherent Radiation che verrà utilizzato,

$$P_o \cong 4 \text{ W}. \quad (\text{A.11})$$

Assumendo che il guadagno ottico di picco sia dell'ordine dell'1%⁽²⁾ avremo quindi per la potenza stimolata di picco

$$P_{st} \approx 1\% P_0 = 40 \text{ mW}. \quad (\text{A.12})$$

APPENDICE B.

Valuteremo, in questa appendice, i fattori di riduzione A_i , A_m , A_a introdotti nelle (2).

1. - Il potere discriminante dell'iride.

La potenza spontanea ha la distribuzione angolare gaussiana data in (A.3) con $\sigma_\theta \approx 0.4 \text{ mr.}$ La radiazione Laser (sia incidente che stimolata) ha un profilo di intensità dato da⁽⁸⁾

$$\frac{I_L(r)}{I_0} = e^{-2\left(\frac{r}{w}\right)^2}, \quad (\text{B.1})$$

con i simboli definiti in Fig. B-1.

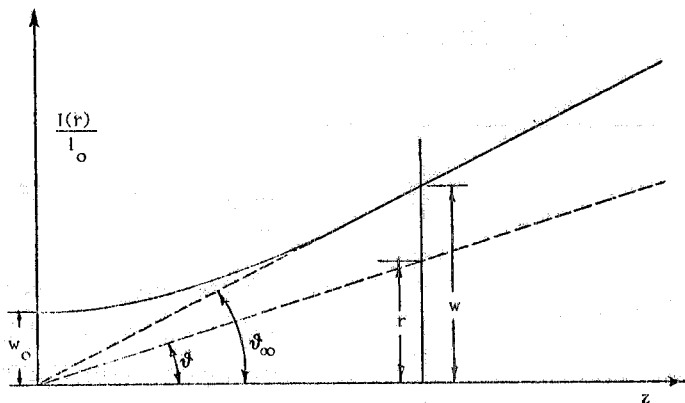


FIG. B-1 - Distribuzione radiale della intensità Laser.

Definendo i parametri

$$a_0 = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}, \quad \theta_{\infty} = \frac{\lambda}{\pi w_0}, \quad (\text{B.2})$$

si può porre, nel far field (cioè ad una distanza, dal waist, w_0 $z \gg a_0$),

$$w \approx z \theta_{\infty}, \quad r \approx z \theta, \quad (\text{B.3})$$

e la distribuzione angolare della radiazione Laser diventa

$$\frac{dI_L}{d\Omega} = e^{-2\left(\frac{\theta}{\theta_{\infty}}\right)^2} = e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\theta}{\sigma_L}\right)^2}, \quad (\text{B.4})$$

con

$$\sigma_L = \frac{1}{2} \theta_{\infty} \quad (B.5)$$

Ponendo un'iride con una semiapertura angolare θ_I , le potenze spontanea e Laser trasmesse staranno tra loro nel rapporto

$$A_i = \frac{\int_0^{\theta_I} \theta e^{-\frac{1}{2}(\frac{\theta}{\sigma_{\theta}})^2}}{\int_0^{\theta_I} \theta e^{-\frac{1}{2}(\frac{\theta}{\sigma_{\theta}})^2}} = \left(\frac{\sigma_L}{\sigma_{\theta}}\right)^2 \quad (B.6)$$

Nelle nostre condizioni sperimentali,

$$\sigma_L = \frac{1}{2} \frac{5145 \times 10^{-8}}{\pi 0.35 \times 10^{-1}} \approx 0.233 \text{ mr} \quad (B.7)$$

e quindi

$$A_i = \left(\frac{0.233}{0.4}\right)^2 \approx \frac{1}{3} \quad (B.8)$$

2. - La trasmissività del monocromatore.

Il monocromatore, con fenditure di uguale apertura in ingresso ed in uscita, ha una banda passante triangolare, con larghezza totale a mezza altezza pari a $\Delta\lambda$. La situazione è mostrata in Fig. B-2, dove si è supposto che la lunghezza d'onda di accordo del monocromatore sia coincidente con la lunghezza d'onda centrale della radiazione spontanea.

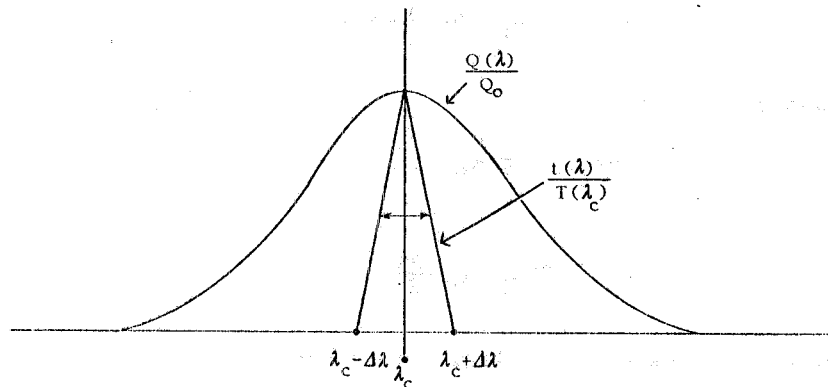


FIG. B-2 - Distribuzione in lunghezza d'onda della radiazione spontanea $(Q(\lambda))$ con sovrapposta la finestra dovuta al monocromatore $(t(\lambda))$.

Per la distribuzione in lunghezze d'onda della radiazione spontanea si può, partendo dalla (A.5), e con buona approssimazione, porre

$$Q(\lambda) \approx Q_0 e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\lambda - \lambda_c}{\sigma_\lambda} \right)^2} \quad (B.9)$$

con

$$\sigma_\lambda \approx \frac{1}{2 \sqrt{2 \ln 2}} \frac{\lambda_c}{N} \quad (B.10)$$

La trasmittività del monocromatore si può esprimere con

$$t(\lambda) = T(\lambda_c) \left(1 - \frac{\lambda - \lambda_c}{\Delta\lambda} \right) \quad \lambda > \lambda_c \quad (B.11)$$

$$t(\lambda) = T(\lambda_c) \left(1 + \frac{\lambda - \lambda_c}{\Delta\lambda} \right) \quad \lambda < \lambda_c$$

dove $T(\lambda_c)$ è l'efficienza del reticolo.

La potenza spontanea trasmessa dal monocromatore è quindi

$$Q_{tr} = \int_{\lambda_c - \Delta\lambda}^{\lambda_c + \Delta\lambda} t(\lambda) Q(\lambda) d\lambda \quad (B.12)$$

Si può dimostrare che, per $\Delta\lambda \ll \sigma_\lambda$

$$Q_{tr} = T(\lambda_c) Q_0 \Delta\lambda \quad (B.13)$$

Se, come nel nostro caso, la banda passante del monocromatore non è centrata sulla lunghezza d'onda della radiazione spontanea (λ_c) ma sulla lunghezza d'onda del Laser esterno (λ_L) risulta

$$Q_{tr} = T(\lambda_L) Q(\lambda_L) \Delta\lambda \quad (B.14)$$

Il massimo guadagno si ha per

$$Q(\lambda_L) \approx \frac{1}{2} Q_0 \quad (B.15)$$

e quindi

$$Q_{tr} = T(\lambda_L) Q_0 \frac{\Delta\lambda}{2} \quad (B.16)$$

La potenza spontanea emessa su tutta la prima armonica è

$$Q_{TOT} = Q_0 \sigma_\lambda \sqrt{2\pi} = Q_0 \frac{\lambda_c}{N} \quad (B.17)$$

Avremo quindi, per la frazione di potenza spontanea trasmessa dal monocromatore

$$f_{tr} = \frac{Q_{tr}}{Q_{TOT}} = \frac{T(\lambda_L) \Delta\lambda/2}{\lambda_c/N} \quad (B.18)$$

Con un reticolo "blazed" a λ_L si può ottenere $T(\lambda_L) \approx 0.9-1$. La banda relativa della radiazione Laser (sia incidente che stimolata) è talmente stretta ($\Delta\lambda_L/\lambda_L \approx 10^{-5}$ per il CR-10) che l'unica riduzione in potenza causata dal monocromatore in detta radiazione è imputabile al fattore $T(\lambda_L)$.

Avremo in definitiva, per il coefficiente di riduzione dovuto al monocromatore,

$$A_m \approx \frac{\Delta\lambda/2}{\lambda_c/N} \quad (B.19)$$

Con $\Delta\lambda = 10 \text{ \AA}$, $\lambda_c \approx 5000 \text{ \AA}$, $N = 20$, risulta

$$A_m = \frac{1}{50} \quad (B.20)$$

3. - Il fattore di riduzione dell'attenuatore.

La potenza media incidente sul fotodiode è praticamente dovuta tutta al Laser. Se il duty cycle del chopper è $T_c/T_0 = 1/2$ avremo quindi

$$\bar{p}_0 = \frac{1}{2} P_0 \approx 2 \text{ W} \quad (B.21)$$

Per il fotodiode a vuoto ITL-TF 1850 viene specificata una corrente media massima in uscita

$$\bar{I}_{\max} \approx 30 \text{ \mu A} \quad (B.22)$$

e una sensibilità a 5000 \AA

$$S_{5000} = 60 \text{ mA/W} \quad (B.23)$$

La massima potenza media che potrà incidere sul fotodiode sarà allora

$$\bar{p}_{\max} = \frac{\bar{I}_{\max}}{S_{5000}} = 0.5 \text{ mW} \quad (B.24)$$

L'attenuatore dovrà quindi realizzare, sulla potenza incidente, un fattore di riduzione

$$A_a = \frac{\bar{p}_{\max}}{\bar{p}_0} \approx \frac{1}{4000} \quad (B.25)$$

BIBLIOGRAFIA.

- (1) - R. Barbini and G. Vignola, LELA: A free electron laser experiment in Adone, Frascati report LNF-80/12 (1980).
- (2) - R. Barbini and G. Vignola, FEL program at the Adone storage ring, Frascati report LNF-81/44 (1981); Presentato al "ONR Workshop on FEL", Sun Valley, Giugno 1981 (in corso di pubblicazione su 'Physics of Quantum Electronics').
- (3) - L. R. Elias, W. M. Fairbank, J. M. J. Madey, H. A. Schwettman and T. I. Smith, Phys. Rev. Letters 36, 717 (1976).
- (4) - D. A. G. Deacon, J. M. J. Madey, C. Bazin, M. Billardon, P. Elleaume, Y. Farge, J. M. Ortega, Y. Petrof, K. E. Robinson and M. F. Velghe, Proceedings of the 1981 Particle Accelerator Conference, Washington, March 1981.
- (5) - R. Barbini, A. Cattoni, B. Dulach, C. Sanelli, M. Serio and G. Vignola, The LELA undulator, Frascati report LNF-80/62 (1980).
- (6) - H. T. Friis, Noise figures of radio receivers, Proc. IRE 32, 419 (1944).
- (7) - R. Barbini and G. Vignola, SINLUCE: A computer ray-tracing code for evaluation of wiggler and undulator radiation, unpublished.
- (8) - G. Giordano and E. Poldi Alai, Geometry of gaussian beams, Frascati report LNF-79/4 (1979); H. Kogelnik and T. Li, Laser beams and resonators, Appl. Optics 5, 1550 (1966).