

ISTITUTO NAZIONALE DI FISICA NUCLEARE  
Laboratori Nazionali di Frascati

LNF-78/22(R)  
22 Maggio 1978

S. Guiducci, G. Martinelli e M. Preger: ALFA. ANELLO  
ALLUNGATORE DI IMPULSO PER IL LINAC DI FRASCATI.  
STRUTTURA OTTICA E STUDIO DELLE PRESTAZIONI.

Servizio Documentazione  
dei Laboratori Nazionali di Frascati  
Cas. Postale 13 - Frascati (Roma)

S. Guiducci, G. Martinelli e M. Preger: ALFA. ANELLO ALLUNGATORE DI IMPULSO PER IL LINAC DI FRASCATI. STRUTTURA OTTICA E STUDIO DELLE PRESTAZIONI.

## 1. - INTRODUZIONE.

Fin dal Luglio 1976 è stato studiato un allungatore di impulso per il Linac dei LNF (progetto ALFA). Dal punto di vista del progetto di macchina sono state prese in considerazione due alternative: la modifica dell'anello di accumulazione Adone e la costruzione di una macchina completamente nuova. I risultati dello studio relativo alla prima alternativa sono già stati pubblicati<sup>(1)</sup>.

Gli elementi di progetto presentati in questa nota si riferiscono ad un allungatore di impulso per il Linac dei LNF, capace di una corrente media dell'ordine di  $100 \mu A$ , duty-cycle vicino all'unità, dispersione relativa in energia dell'ordine di  $10^{-3}$  in un range di energia compreso tra 200 e 500 MeV. Queste prestazioni possono essere ottenute con una macchina di circa 120 metri di lunghezza e raggio di curvatura dei magneti di 5 m, e modificando l'attuale Linac in modo tale da raggiungere l'energia massima di 500 MeV con una corrente di elettroni di 100 mA di picco e l'attuale duty-cycle. E' inoltre necessaria la realizzazione di un compressore di energia<sup>(2)</sup>.

## 2. - RICHIAMI DI TEORIA DELL'ESTRAZIONE RISONANTE.

La teoria dell'estrazione risonante mediante l'uso di campi magnetici sestupolari è stata ampiamente trattata<sup>(1, 3, 4)</sup>. Converrà quindi richiamare alcune formule che saranno utilizzate per la definizione delle caratteristiche della macchina.

La perturbazione dovuta a campi magnetici non lineari (sestupoli) nella struttura ottica di un acceleratore circolare divide lo spazio delle fasi delle particelle in zone stabili e zone instabili. Se i campi magnetici generati dai sestupoli sono della forma:

$$B_x = 2Sxz \quad , \quad B_z = S(x^2 - z^2) \quad , \quad (1)$$

dove  $x$  e  $z$  sono le coordinate nel piano trasverso all'orbita di equilibrio, e la frequenza di betatrone radiale è vicina ad una risonanza del tipo  $m/3$  ( $m$  intero), la zona di stabilità nello spazio delle fasi  $(x, \beta_x x')$  è contenuta in un triangolo (vedi Fig. 1). Le coordinate dei vertici del triangolo di stabilità nel punto di ascissa curvilinea  $s$  sono date dalla formula:

$$\vec{x}_i = (\Delta E/E) \vec{\psi} + M \vec{x}_{oi} \quad , \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2)$$

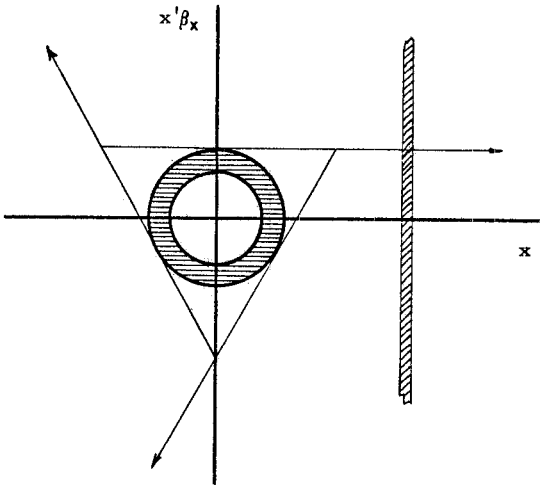


FIG. 1 - Triangolo di stabilità, direttrici di uscita ed ombra del setto nel piano delle fasi  $(x, \beta_x x')$ . La corona circolare rappresenta l'area occupata dal fascio nel piano delle fasi.

dove  $x_i$  è un vettore di componenti  $(x, x')^{(o)}$ , ed il vettore  $\vec{\psi}$ , definito in modo analogo, rappresenta la deformazione dell'orbita chiusa e la sua derivata per una particella avente una deviazione di energia  $\Delta E/E$  unitaria rispetto all'energia nominale della macchina.  $M$  è una matrice  $2 \times 2$  che dipende dalla posizione dei sestupoli rispetto ad  $s$  e dall'energia delle particelle, e rappresenta una rotazione del triangolo nel piano  $(x, \beta_x x')$ . Le componenti dei vettori  $\vec{x}_{oi}$  in un punto di simmetria della macchina sono:

$$x_{o1,2} = \pm \varrho \left( \frac{\beta(s)}{R} \right)^{1/2} \frac{\Delta \nu}{2 \sqrt{3} H_{33}},$$

$$x_{o3} = 0,$$

$$x'_{o1,2} = \varrho \left( \frac{1}{\beta(s)R} \right)^{1/2} \frac{\Delta \nu}{6 H_{33}},$$

$$x'_{o3} = -\varrho \left( \frac{1}{\beta(s)R} \right)^{1/2} \frac{\Delta \nu}{3 H_{33}},$$

(3)

dove  $\varrho$  è il raggio di curvatura dei magneti,  $R$  è il raggio medio dell'anello,  $\beta(s)$  è la funzione di betatrone radiale,  $\Delta \nu$  la differenza tra la frequenza di betatrone radiale e la risonanza  $m/3$ , ed  $H_{33}$  l'intensità efficace del sistema dei sestupoli<sup>(3, 5)</sup>.  $\Delta \nu$  ed  $H_{33}$  sono funzioni dell'energia delle particelle.

Le particelle che si trovano fuori del triangolo di stabilità tendono ad allontanarsi dall'origine lungo tre direttrici di uscita, come indicato in Fig. 1. E' possibile estrarre il fascio accumulato nell'anello in un tempo prefissato, restringendo progressivamente le dimensioni del triangolo di stabilità, finchè tutte le particelle si trovino all'esterno.

Vi sono due possibili metodi di estrazione, definiti dal modo in cui si fanno variare le dimensioni del triangolo di stabilità: l'estrazione acromatica e l'estrazione monocromatica.

Nell'estrazione acromatica<sup>(5)</sup> il rapporto  $\Delta \nu/H_{33}$ , che determina (a meno di termini del secondo ordine in  $\Delta E/E$ ) le dimensioni del triangolo di stabilità, va reso indipendente dall'energia delle particelle; le dimensioni del triangolo vengono fatte variare diminuendo  $\Delta \nu$  mediante la variazione dei campi quadrupolari della macchina (che dovranno quindi essere, almeno in parte, pulsati). Tutte le particelle di una certa emittanza, indipendentemente dalla loro energia, vengono estratte insieme: lo spread di energia del fascio estratto sarà dato quindi, in prima approssimazione, dallo spread iniziale del fascio del Linac aumentato dell'energia persa per irraggiamento nel tempo di estrazione. La condizione che  $\Delta \nu$  sia indipendente dall'energia si ottiene annullando con i sestupoli il cromatismo naturale della macchina.  $H_{33}$  può anch'esso essere reso indipendente dall'energia con un'opportuna disposizione dei sestupoli nell'anello.

Nell'estrazione monocromatica si fa dipendere  $\Delta \nu/H_{33}$  dall'energia delle particelle, in modo che, mentre queste perdono energia per irraggiamento, il valore di  $\Delta \nu/H_{33}$  diminuisca. Le particelle che, a causa della perdita di energia, vengono a trovarsi all'esterno del triangolo di stabilità, vengono quindi estratte. Con questo metodo lo spread in energia del fascio estratto può essere notevolmente ridotto ( $\sim 10^{-3}$ ).

(o) L'apice indica la derivazione rispetto ad  $s$ .

### 3. - DUTY-CYCLE, SPREAD DI ENERGIA ED EMITTANZA DEL FASCIO ESTRATTO.

Definiamo il duty-cycle delle stretcher come .

$$D = T_e / T_L , \quad (4)$$

dove  $T_e$  è il tempo in cui viene estratto un impulso accumulato, e  $T_L$  è l'inverso della frequenza del Linac. La perdita di energia media per unità di tempo in una macchina circolare è data dalla formula:

$$dE/dt = K E^4 / (\varrho L) , \quad (5)$$

dove  $K = 2.65 \times 10^4 \text{ GeV}^{-3} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ , ed  $L = 2\pi R$  è la lunghezza totale della macchina.

Nell'estrazione acromatica è la variazione temporale di  $\Delta\nu/H_{33}$  a determinare il duty-cycle mentre lo spread di energia del fascio estratto sarà:

$$(\Delta E/E)_{\text{ex}} = (\Delta E/E)_L + K E^3 T_L D / (\varrho L) , \quad (6)$$

dove  $(\Delta E/E)_L$  è lo spread di energia del fascio iniettato dal Linac, ed il secondo termine a secondo membro è il contributo dovuto alla perdita di energia per irraggiamento.

Per l'estrazione monocromatica, nel caso ideale di emittanza nulla del fascio iniettato, il duty-cycle è invece dato dalla formula:

$$D = \frac{\varrho L (\Delta E/E)_L}{K E^3 T_L} , \quad (7)$$

mentre lo spread in energia del fascio estratto sarà nullo. Nel caso reale, al termine  $(\Delta E/E)_L$  va aggiunto un termine corrispondente allo spread di energia del fascio estratto  $(\Delta E/E)_{\text{ex}}$ , in modo che:

$$D = \frac{\varrho L}{K E^3 T_L} \left[ (\Delta E/E)_L + (\Delta E/E)_{\text{ex}} \right] , \quad (8)$$

$(\Delta E/E)_{\text{ex}}$  è determinato dalla distribuzione del fascio iniettato nello spazio delle fasi

$$(\Delta E/E)_{\text{ex}} = \frac{6}{\varrho} \sqrt{R} \frac{W_M^{1/2} - W_m^{1/2}}{\left[ \frac{\partial}{\partial (\Delta E/E)} \frac{\Delta\nu}{H_{33}} \right] \frac{\Delta E}{E}} , \quad (9)$$

dove  $W_{\text{max}}$  e  $W_{\text{min}}$  sono rispettivamente la massima e minima emittanza radiale del fascio accumulato.

Nell'ipotesi di realizzare un'iniezione nel piano verticale ed un'estrazione in radiale (come previsto nei progetti di EROS<sup>(6)</sup> e di ALIS<sup>(7)</sup>), l'emittanza verticale del fascio estratto è data dalla minima emittanza che si riesce a realizzare nella macchina all'iniezione

L'emittanza radiale si ottiene dalle relazioni:

$$W_r = \frac{\Delta x \cdot \Delta x'}{\pi} , \quad (10)$$

$$\Delta x' = \frac{W_M^{1/2} - W_m^{1/2}}{\beta_{\text{ex}}^{1/2}} . \quad (11)$$

$$\Delta x = \frac{X_s^2 - X_o^2}{X_o \cotgh(3\sqrt{3}\pi\Delta\nu) - X_s}, \quad (12)$$

$$X_o = \varrho \left(\frac{\beta}{R}\right)^{1/2} \frac{\Delta\nu}{2\sqrt{3}H_{33}}, \quad (13)$$

$X_s$  = coordinata radiale del setto di estrazione.

Se si combinano i due metodi di estrazione, sfruttando la perdita di energia delle particelle circolanti, e contemporaneamente facendo variare le dimensioni del triangolo di stabilità con i campi quadrupolari della macchina, l'emittanza radiale del fascio estratto aumenta a causa della rotazione del triangolo nel punto di estrazione (prodotta dalla matrice M) che è funzione dell'energia a cui le particelle vengono estratte. In questo modo è possibile mantenere in un ampio range di energie un duty-cycle vicino all'unità, a scapito dello spread di energia e dell'emittanza radiale del fascio estratto.

#### 4. - CRITERI DI PROGETTO.

I criteri di progetto sono dettati dalla necessità di avere un'alta efficienza di iniezione e di estrazione, e di ottenere determinate caratteristiche (duty-cycle, emittanza, corrente media e dispersione in energia) per il fascio estratto nel range di energia più ampio possibile. Poichè, per le esigenze degli esperimenti, lo spread di energia del fascio estratto deve essere il minimo possibile, i criteri di progetto si riferiscono al metodo di estrazione monocromatica, fermo restando che dalla macchina si può estrarre anche con il metodo acromatico, disponendovi opportunamente dei quadrupoli pulsati, a costo di una piccola diminuzione del duty-cycle.

##### 4.1. - L'iniettore.

Per ottenere condizioni ottimali nel range di energia richiesto<sup>(1)</sup>, sono necessarie alcune importanti modifiche del Linac esistente (iniettore):

- innalzamento dell'energia massima del Linac fino a 500 MeV con una corrente di picco di 100 mA, all'attuale duty-cycle;
- possibilità di funzionare con diverse frequenze di ripetizione e diverse durate dell'impulso RF;
- installazione di un compressore dello spread di energia del fascio accelerato<sup>(2)</sup> all'uscita del Linac.

Le modifiche a) e b) richiedono l'installazione di 2 nuove sezioni acceleratrici e la sostituzione di tutti i klystron esistenti con klystron a più alto rendimento (65%) (o l'installazione di 4 nuove sezioni), e la modifica dei circuiti di alimentazione di potenza (modulatori). Le conseguenze della mancata realizzazione di ciascuna delle modifiche indicate risulteranno evidenti nel seguito.

Assumendo che l'innalzamento dell'energia sia effettuato in modo tale da mantenere l'attuale corrente di picco di 100 mA alla massima energia (in regime stazionario<sup>(8)</sup>), la corrente di picco in funzione dell'energia è data dalla formula:

$$I_p(E) = \frac{0.574 - E_{\text{GeV}}}{0.74} \text{ Ampere}. \quad (14)$$

Le condizioni ottimali di funzionamento del Linac limitano inoltre la corrente di picco a ~250 mA, indipendentemente dall'energia<sup>(10)</sup>. La durata dell'impulso RF è data dalla somma del tempo di riempimento delle guide ( $t_F = 1.2 \mu s$  per le sezioni alta energia) e dalla durata  $t_B$  del fascio in regime stazionario. Il massimo duty-cycle del Linac è limitato dalla potenza media erogata dai klystron. Assumendo di mantenere invariata la potenza media al valore attuale, avremo per il duty-cycle K del klystron:

$$K = f(t_B + t_F) = 1.1 \times 10^{-3}, \quad (15)$$

dove  $f$  è la frequenza di ripetizione. Poichè, per lavorare in regime stazionario, non si può utilizzare il tempo di filling, la corrente media utile sarà :

$$\bar{I} = I_p(E) \frac{K t_B}{t_B + t_F} \quad (16)$$

Assumiamo che il compressore di energia<sup>(2)</sup> permetta di diminuire lo spread di energia del fascio del Linac  $[(\Delta E/E)_L \sim 10^{-2}]$  fino a  $\sim 10^{-3}$ .

Nelle Figg. 2 sono riportate le caratteristiche ottimali del fascio iniettato dal Linac, con le modifiche sopraelencate, in funzione della frequenza di funzionamento del Linac stesso, e per tre diversi valori dell'energia.

#### 4.2. - Lo stretcher : scelta di $\rho L$ e caratteristiche del fascio estratto.

In base alle caratteristiche del Linac descritte in 4.1, il prodotto della lunghezza dell'anello per il raggio magnetico  $\rho L$  (vedi formula (8)) è stato scelto in modo da realizzare l'estrazione monocromatica con duty-cycle unitario fino all'energia di circa 500 MeV<sup>(11)</sup> ( $\rho L \approx 590$  m).

L'emittanza verticale del fascio estratto dipende dalla durata dell'impulso del Linac, da  $(\Delta E/E)_L$  e dal cromatismo dell'anello (vedi Cap. 6).

La corrente media estratta è data dalla corrente media del Linac (Fig. 2), moltiplicata per il rendimento totale  $\eta$  ( $\eta$  è il prodotto dell'efficienza di iniezione per quella di estrazione e per quella di trasporto).

Poichè non esistono macchine funzionanti con caratteristiche di iniezione e di estrazione simili a quelle previste per lo stretcher, non abbiamo dati sperimentali che permettano una valutazione realistica del valore di  $\eta$ . Previsioni numeriche possono essere ottenute mediante simulazioni al calcolatore, che eseguano il tracking delle particelle attraverso la macchina. I risultati sulla corrente media estratta presentati in questa nota sono definiti per un'efficienza unitaria, allo scopo di poterli confrontare con gli altri progetti esistenti<sup>(6,7)</sup>, ed andranno pertanto scalati per il valore reale di  $\eta$ . E' ragionevole assumere che possa essere realizzata un'efficienza non inferiore al 50%.

Lo spread di energia relativa ottenibile con l'estrazione monocromatica, dato il cromatismo dell'anello e l'emittanza del fascio del Linac, risulterà dell'ordine di  $10^{-3}$ .

Nelle Figg. 3 sono riportate la corrente media (per  $\eta = 1$ ), il duty-cycle e l'emittanza verticale del fascio in funzione dell'energia per differenti frequenze di ripetizione dell'impulso del Linac. L'emittanza radiale non dipende dall'energia e può essere variata con i sestupoli (vedi Cap. 7).

In Fig. 3a sono mostrate le caratteristiche del fascio estratto per una frequenza di ripetizione del Linac di 500 Hz: come si vede, a questa frequenza si riesce ad ottenere una buona emittanza verticale (poichè il procedimento di iniezione dura meno di 3 giri di rivoluzione nell'anello, vedi Cap. 6), ma la corrente è limitata dal duty-cycle del Linac. Per energie inferiori a 280 MeV, non essendo possibile ridurre ulteriormente lo spread di energia del fascio iniettato, è necessario eliminare le particelle non ancora estratte prima del successivo impulso di iniezione. La corrente media per energie minori di 280 MeV diminuisce quindi proporzionalmente ad  $E^3$ .

Nella Fig. 3c la frequenza di ripetizione del Linac è di 200 Hz. La corrente media è limitata, per le energie più alte, dalla retta di carico del Linac (14), ed alle energie più basse, dalla limitazione sulla corrente di picco a circa 250 mA<sup>(10)</sup>. In questo caso la corrente media ottenibile alle varie energie è circa doppia di quella del caso precedente. L'emittanza verticale del fascio estratto è però maggiore perchè la durata dell'impulso di iniezione equivale a circa 10 giri di rivoluzione dell'anello. E' naturalmente possibile migliorare l'emittanza del fascio estratto accorciando la durata dell'impulso di iniezione, e quindi diminuendo il valore della corrente media. Per energie maggiori di 350 MeV, nell'ipotesi di mantenere la dispersione relativa in energia del fascio iniettato al disotto di  $\sim 1\%$ , il duty-cycle del fascio estratto diminuisce come  $E^{-3}$ .

La Fig. 3b si riferisce alla frequenza di ripetizione di 350 Hz, ed è una situazione intermedia rispetto alle precedenti.

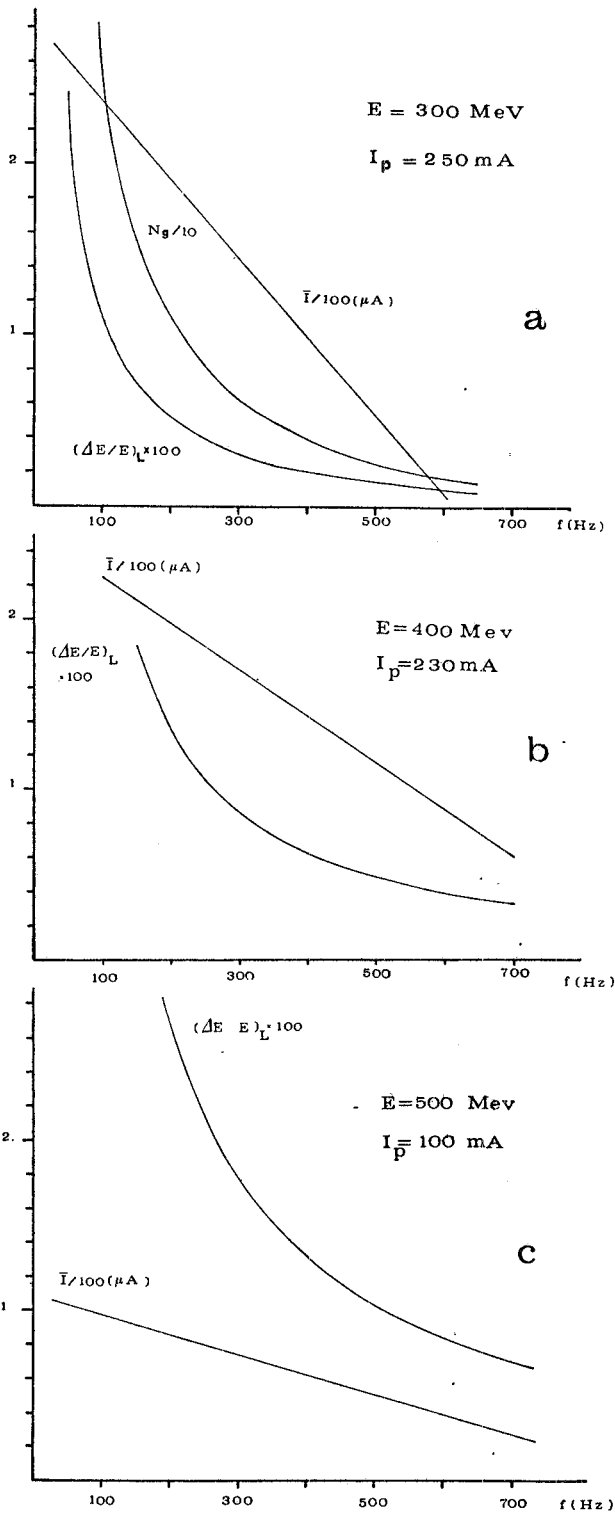


FIG. 2 - Caratteristiche del fascio iniettato in funzione della frequenza di ripetizione del Linac, per ottenere  $D=1$  nello stretcher.  $\bar{I}$  = corrente media;  $N_g$  = numero di giri di macchina ( $L=118 \text{ m}$ ) corrispondenti alla durata di un impulso del Linac;  $(\Delta E/E)_L$  = dispersione in energia del fascio iniettato.

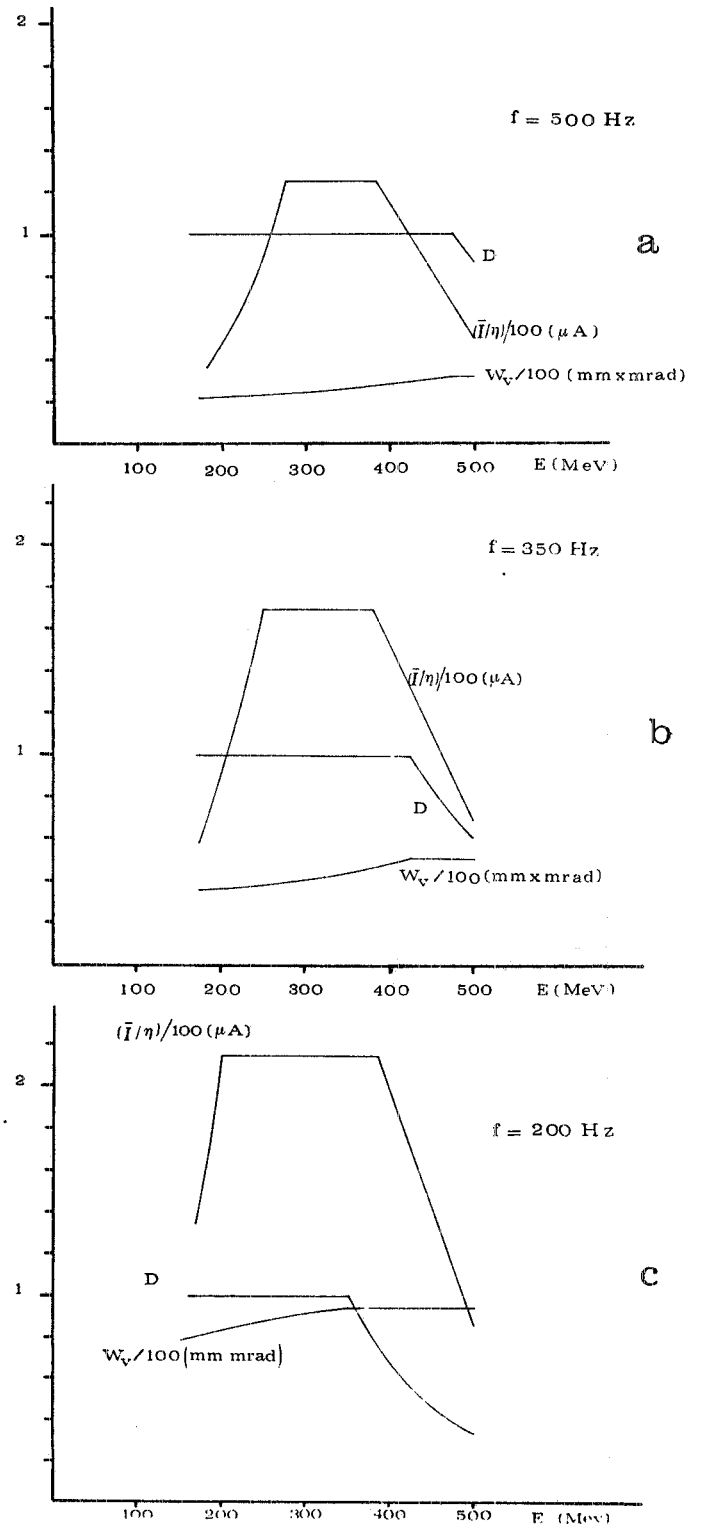


FIG. 3 - Caratteristiche del fascio estratto dallo stretcher in funzione dell'energia degli elettroni a frequenza fissata, per efficienza  $\eta$  unitaria.  $D$  = duty-cycle;  $W_v$  = emittanza verticale;  $\bar{I}$  = corrente media per efficienza unitaria.

Nel funzionamento dello stretcher è possibile migliorare l'emittanza verticale del fascio estratto a scapito della corrente media e viceversa. Nella Tabella I sono date le caratteristiche del fascio estratto in funzione dell'energia, nei casi limite di massima corrente media e di minima emittanza verticale.

TABELLA I

	E (MeV)	$\bar{I}/\eta$ ( $\mu\text{A}$ )	$W_v$ (mmxmrاد)	f (Hz)	D
Massima corrente media	200	215	83	200	1
	300	215	92	200	1
	400	200	95	200	0.67
	500	86	95	200	0.34
Minima emittanza verticale	200	46	22	500	1
	300	125	25	500	1
	400	115	28	500	1
	500	50	32	500	0.86

#### 4.3. - Lo stretcher: considerazioni generali sulla struttura ottica.

La struttura ottica è stata studiata in modo da soddisfare le seguenti condizioni:

- Date le particolari caratteristiche dell'iniezione e dell'estrazione, la realizzazione degli elementi di deflessione risulta tecnicamente assai impegnativa (vedi Cap. 6 e 7). Le difficoltà di realizzazione diminuiscono rapidamente all'aumentare della lunghezza delle sezioni dritte a disposizione. Ciò porta a scegliere sezioni dritte di iniezione e di estrazione di circa 3 m.
- $\psi = 0$  all'iniezione e all'estrazione: l'annullamento della dispersione all'iniezione fa sì che tutte le particelle, indipendentemente dalla loro energia, vengano iniettate con lo stesso spostamento radiale rispetto all'orbita chiusa. Questo minimizza l'emittanza radiale del fascio iniettato. Per l'estrazione acromatica, dal momento che con una  $\psi$  diversa da zero la posizione del triangolo di stabilità si sposta lungo l'asse radiale al diminuire dell'energia del fascio in seguito all'irraggiamento (vedi formula (2)), si evita un aumento dell'emittanza del fascio estratto e dell'apertura radiale dell'anello.
- L'esigenza di ridurre al minimo le aperture degli elementi magnetici comporta che la  $\psi$  sia piccola ( $\approx 2$  m) in tutta la macchina, ed in particolare nei magneti curvanti.
- La direttrice di uscita del triangolo di stabilità nel piano delle fasi deve essere parallela all'asse x (l'angolo di uscita deve essere cioè indipendente dalla posizione): questa condizione realizza la massima efficienza di estrazione.
- Il rapporto  $R_\beta = \beta_x^{\max} / \beta_x^{\text{inj}}$  (essendo  $\beta_x^{\max}$  il massimo valore della funzione di betatrone radiale nella macchina e  $\beta_x^{\text{inj}}$  il suo valore al punto di iniezione) deve essere reso minimo, compatibilmente con la condizione di avere il massimo valore della funzione di betatrone verticale nel punto di iniezione: l'ampiezza massima delle oscillazioni di betatrone nel piano radiale, e di conseguenza le aperture necessarie, aumentano al crescere di  $R_\beta$ .

#### 5. - STRUTTURA OTTICA.

La struttura ottica è costituita da due sezioni curvanti periodiche, di sei periodi ciascuna, e da due sezioni dritte riservate all'iniezione ed all'estrazione. La planimetria della macchina è rappresentata in Fig. 4.



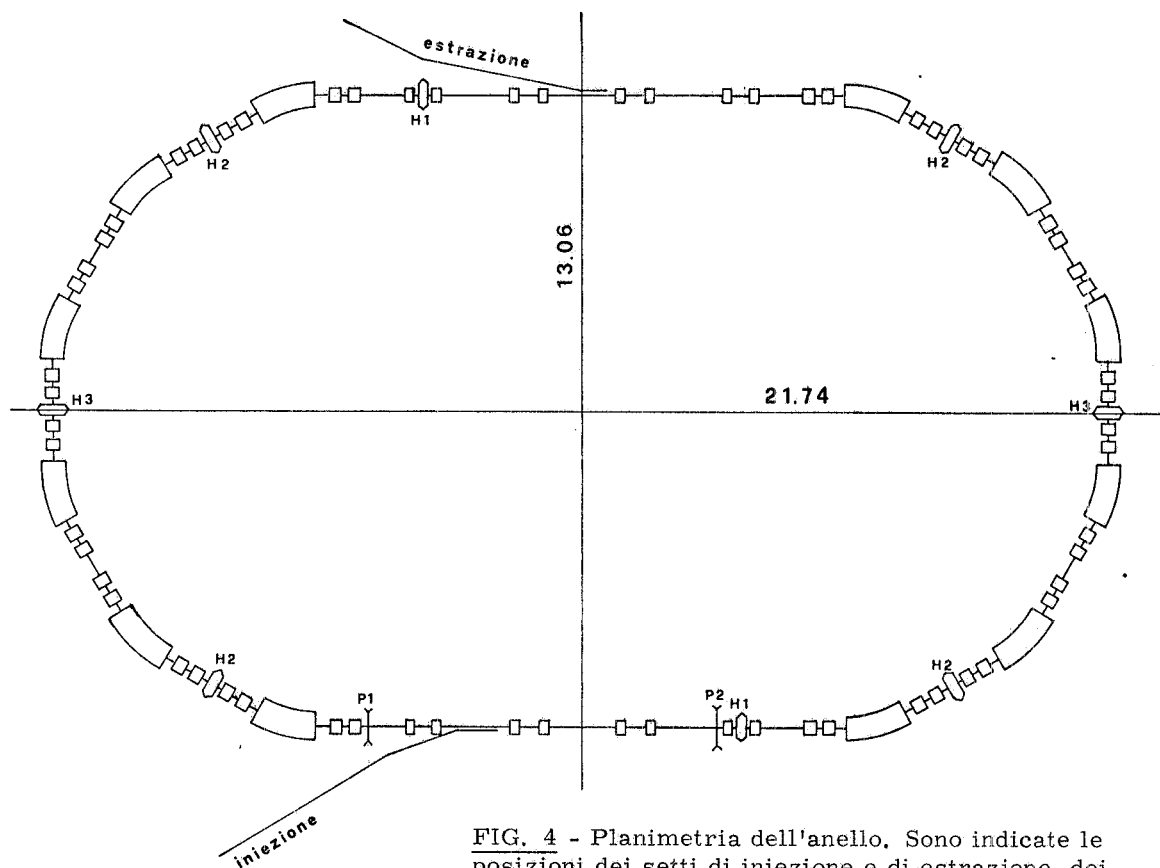


FIG. 4 - Planimetria dell'anello. Sono indicate le posizioni dei setti di iniezione e di estrazione, dei sestupoli, e dei perturbatori dell'orbita di iniezione.

La condizione di avere la dispersione  $\psi$  identicamente nulla nelle sezioni dritte è soddisfatta imponendo che la matrice di trasferimento radiale  $T$  del periodo della sezione curvante soddisfi alla condizione  $T^6 = I(6)$ .

La  $\psi_{\max}$  nelle sezioni curvanti è determinata dal raggio di curvatura dei magneti e dall'avanzamento di fase di betatrone radiale per periodo ( $\psi_{\max} \propto \rho / \mu_x^2$ ). In seguito alla scelta di un raggio di curvatura  $\rho = 5$  m, allo scopo di diminuire il valore di  $\psi_{\max}$  si è scelto per le sezioni curvanti un avanzamento di fase totale  $\Delta\mu_x = 4 \times (2\pi)$ , corrispondente ad un avanzamento di fase per periodo di  $2\pi/3$ .

Nella Fig. 5 sono riportate le funzioni ottiche  $\beta_x$ ,  $\beta_z$  e  $\psi$  per un quarto di macchina. Nella Tabella II sono invece riportate le principali caratteristiche della struttura.

L'apertura verticale è determinata dall'emittanza del fascio iniettato, dagli errori di orbita chiusa e dalla perturbazione dell'orbita per l'iniezione ("bump"). Dal momento che la perturbazione dell'orbita è localizzata nella sezione dritta di iniezione (vedi Fig. 6) è possibile in linea di principio definire una zona interna al "bump" di iniezione, ed una zona esterna, che presentano differenti requisiti di apertura verticale: per la zona interna occorre sommare ai termini precedenti l'effettiva perturbazione dell'orbita, mentre per la zona esterna sarà sufficiente tener conto dell'orbita residua dovuta all'errore sul "bump". Per determinare infine il raggio di gola dei quadrupoli e dei sestupoli ed il gap del magnete, si deve tener conto anche dello spessore della ciambella e degli altri ingombri necessari.

L'apertura radiale è determinata dalle condizioni di estrazione: sostanzialmente, essa è data dalla posizione del setto di estrazione, aumentata del valore della funzione  $\psi(\Delta E/E)$  e del "salto" compiuto dalle particelle al momento dell'attraversamento del setto di estrazione (vedi Cap. 7).

I valori dell'apertura radiale e verticale sono riassunti nella Tabella III.

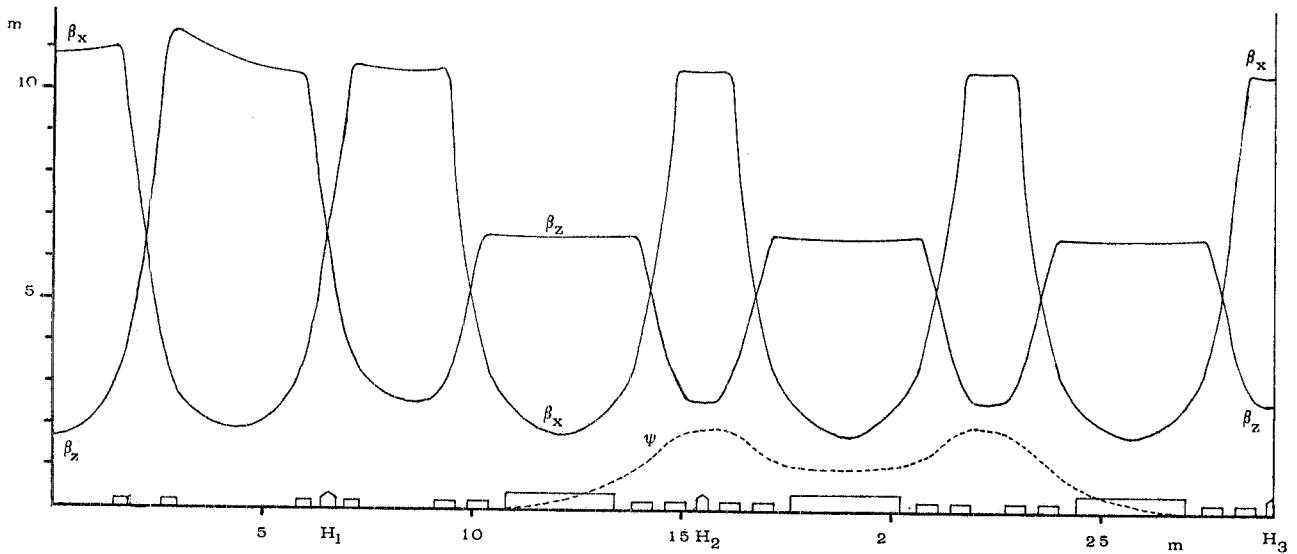


FIG. 5 - Funzioni ottiche  $\beta_x$ ,  $\beta_z$  e  $\psi$  per un quarto di macchina a partire dalla sezione dritta di estrazione. Sono indicate le posizioni dei sestupoli  $H_1$ ,  $H_2$  ed  $H_3$

TABELLA II

Numero di periodi della parte periodica	12
Numero di magneti	12
Numero di quadrupoli	64
Numero di alimentazioni indipendenti	6
Numero di sestupoli	10
Numero di alimentazioni indipendenti	3
Lunghezza totale	$L = 118 \text{ m}$
Raggio dei magneti	$\varrho = 5 \text{ m}$
Numero d'onda di betatrone radiale	$Q_x = 5.33$
Numero d'onda di betatrone verticale	$Q_z = 4.125$
Massima $\beta_x$ nella macchina	$\beta_x^{\max} = 10.77 \text{ m}$
Minima $\beta_x$ nella macchina	$\beta_x^{\min} = 1.77 \text{ m}$
Massima $\beta_z$ nella macchina	$\beta_z^{\max} = 11.44 \text{ m}$
Minima $\beta_z$ nella macchina	$\beta_z^{\min} = 1.66 \text{ m}$
Massima $\psi$ nella macchina	$\psi^{\max} = 1.99 \text{ m}$
Massima $\psi$ nei magneti	$\psi^{\text{mag}} = 1.13 \text{ m}$
Cromatismo naturale radiale	$C_x = -7.5$
Cromatismo naturale verticale	$C_z = -5.0$
Campo massimo nei magneti curvanti	$B = 0.333 \text{ T}$
Gradiente massimo nei quadrupoli	$G = 2.2 \text{ T/m}$
Massima intensità sestupolare ( $a =$ raggio di gola dei sestupoli, $B_p =$ campo sul polo)	$S = B_p/a^2 = 5 \text{ T/m}^2$

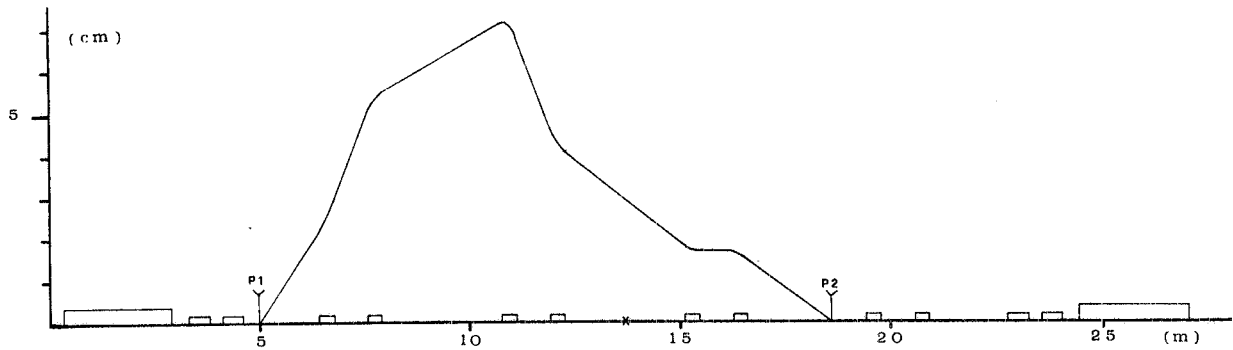


FIG. 6 - Orbita chiusa prodotta dal "bump" di iniezione. La deformazione è nulla nella zona esterna ai perturbatori P1 e P2.

TABELLA III

	Zona interna al bump	Zona esterna al bump
Apertura radiale totale (mm)	180	180
Apertura verticale totale (mm)	180	85

## 6. - INIEZIONE.

La corrente media e l'emittanza del fascio estratto dallo stretcher sono strettamente legate al procedimento di iniezione; l'estrazione avviene nel piano radiale: l'emittanza radiale del fascio estratto dipende dai parametri radiali del fascio iniettato e dal procedimento di estrazione. Viceversa, l'emittanza verticale del fascio accumulato si conserva nel procedimento di estrazione; è quindi necessario studiare l'iniezione in modo da ottenere la minima emittanza verticale del fascio accumulato, insieme con i parametri ottimali per l'estrazione nel piano radiale.

Lo schema proposto è quello di un'iniezione mista nei due piani<sup>(6,7)</sup>, che viene realizzata iniettando il fascio proveniente dal Linac ad una certa distanza, nel piano radiale, dall'orbita di equilibrio, e deformando con una perturbazione opportuna ("bump") l'orbita di equilibrio nel piano verticale. Questa soluzione è la più conveniente per ottenere un'alta efficienza di iniezione, unitamente ad una piccola emittanza del fascio nel piano verticale.

La posizione del deflettore, del fascio e dell'orbita deformata dal bump all'istante di ingresso del fascio nell'anello sono schematicamente rappresentate in Fig. 7.

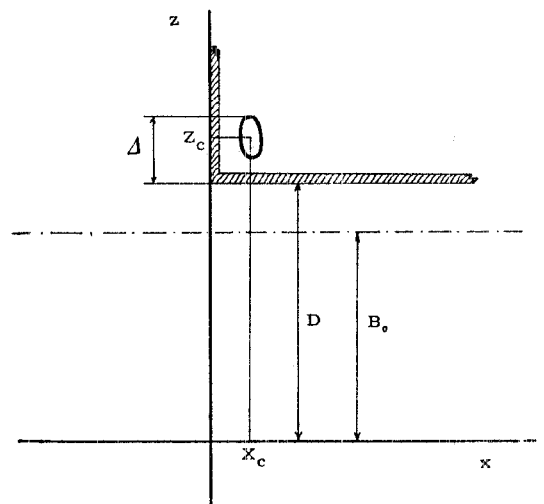


FIG. 7 - Posizione del deflettore e del fascio di elettroni rispetto all'orbita centrale:  $(X_c, Z_c)$  sono le coordinate del centro del fascio,  $B_0$  è la posizione dell'orbita chiusa deformata dal bump,

$$\Delta = \sqrt{\beta_z^{inj} W_z} + Z_c - D.$$

Siano :

$X_c$  = coordinata radiale del centro del fascio al deflettore ;

$Z_c$  = coordinata verticale del centro del fascio al deflettore ;

$D$  = distanza verticale del deflettore dall'orbita centrale ;

$B_0$  = distanza dell'orbita perturbata dall'orbita centrale all'istante di ingresso dell'impulso del Linac ( $t = 0$ ).

Fissate le frequenze di oscillazione di betatrone, la posizione di una generica particella in corrispondenza del deflettore al giro N-esimo sarà data dalle formule :

$$\begin{aligned} x(t_i + NT) &= X_0 \cos(2\pi N Q_x + \varphi_x) , \\ z(t_i + NT) &= Z_0 \cos(2\pi N Q_z + \varphi_z) + B(t_i + NT) , \end{aligned} \quad (17)$$

dove :

$$\begin{aligned} X_0 &= \left[ x^2(t_i) + \beta_x^{\text{inj}} x'(t_i)^2 \right]^{1/2} , & \varphi_x &= \text{tg}^{-1} \frac{\beta_x^{\text{inj}} x'(t_i)}{x(t_i)} , \\ Z_0 &= \left[ (z(t_i) - B(t_i))^2 + \beta_z^{\text{inj}} z'(t_i)^2 \right]^{1/2} , & \varphi_z &= \text{tg}^{-1} \frac{\beta_z^{\text{inj}} z'(t_i)}{[z(t_i) - B(t_i)]} , \end{aligned} \quad (18)$$

$T$  = periodo di rivoluzione ,

$t_i$  = istante di ingresso della particella nell'anello ,

$B(t)$  = scostamento dell'orbita perturbata rispetto all'orbita centrale al tempo  $t$ .

Con una perturbazione  $B(t)$  costante ( $B(t) = D$ ), e le frequenze di betatrone  $Q_x = 5.33$  e  $Q_z = 4.125$  le successive posizioni del fascio ai vari giri nel piano delle fasi  $(x, \beta_x^{\text{inj}} x')$  sono rappresentate in Fig. 8a, e analogamente nelle Figg. 8b e 8c per il piano  $(z, \beta_z^{\text{inj}} z')$  e per il piano  $(x, z)$ .

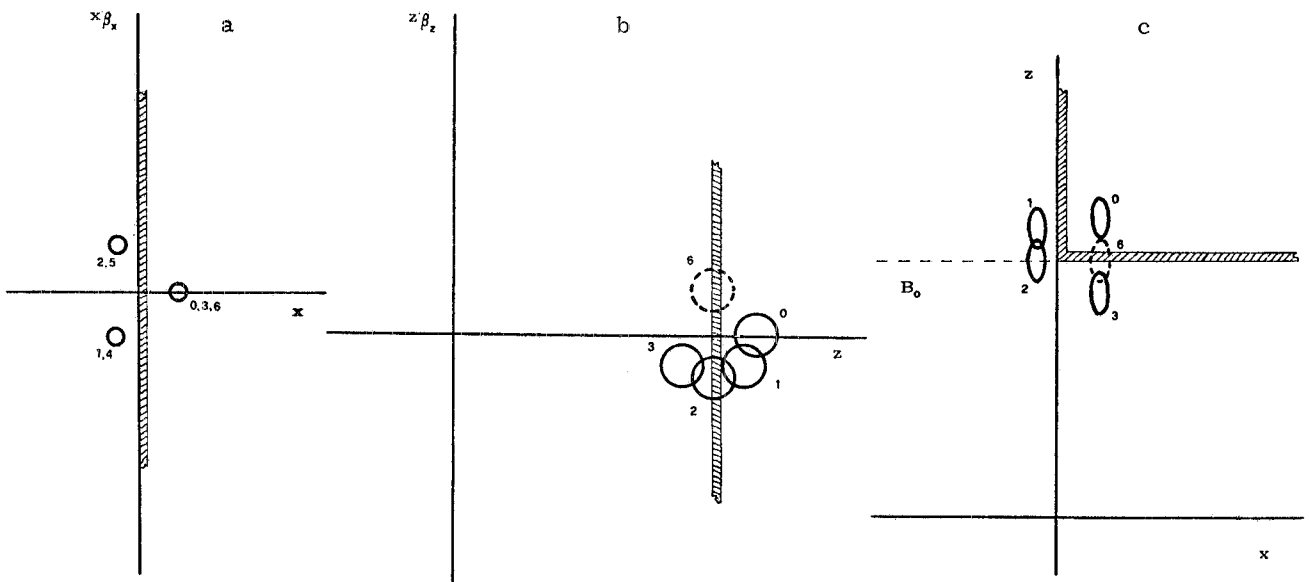


FIG. 8 - Posizione del fascio al deflettore nei giri successivi all'iniezione (0, 1, 2, 3, 6) con il bump fissato ( $B_0 = D$ ); l'area occupata dal fascio è rappresentata nello spazio  $(z, \beta_z z')$ ,  $(x, \beta_x x')$  ed  $(x, z)$ .

Come si vede dalla Fig. 8c, il fascio interseca il deflettore al sesto giro: per evitare di perdere il fascio sul deflettore è quindi necessario allontanare l'orbita perturbata, come indicato nelle Fig. 9, facendo variare  $B(t)$ .

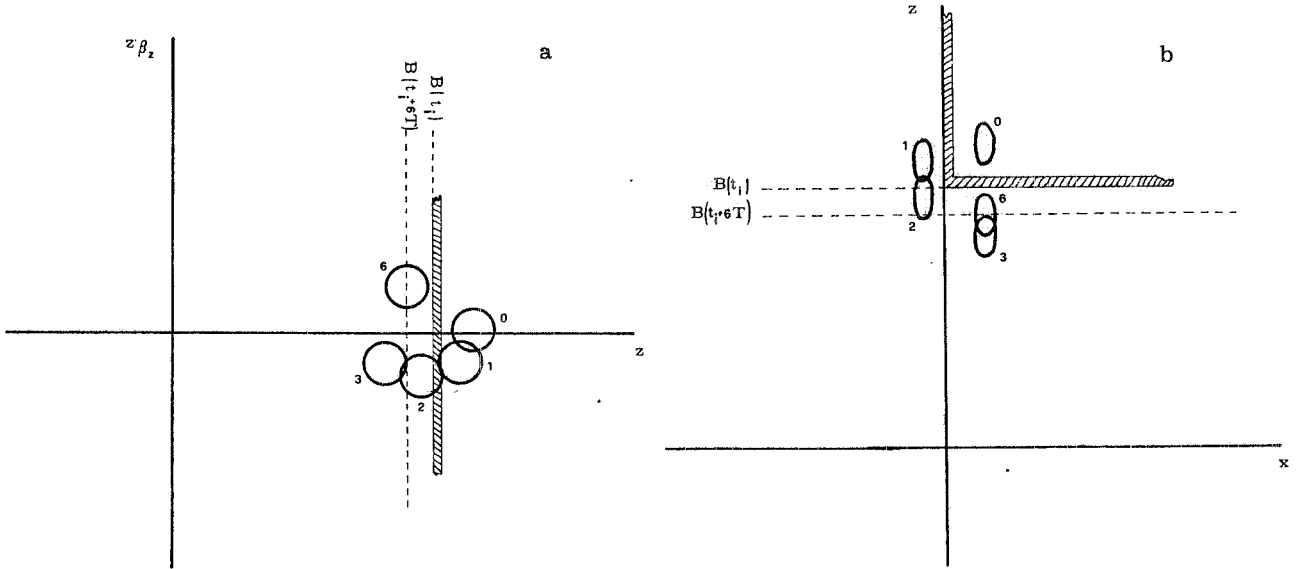


FIG. 9 - Posizioni successive del fascio al deflettore, con perturbazione d'orbita variabile nel tempo: la distanza tra l'orbita chiusa e l'orbita centrale al sesto giro è indicata con  $B(t_i + 6T)$ .

Assumendo per  $B(t)$  una legge temporale lineare del tipo:

$$B(t) = B_0 - (ct/L) \Delta B_0 \quad (19)$$

i valori di  $B_0$  e  $\Delta B_0$  devono essere tali che, per qualsiasi  $N$ , quando  $\cos(2\pi N Q_x + \varphi_x)$  è maggiore di zero, si abbia  $Z(t_i + NT) < D$ , ovvero:

$$Z_0 \cos(2\pi N Q_z + \varphi_z) + B_0 - (N + ct_i/L) \Delta B_0 < D. \quad (20)$$

Si noti che se la (20) vale per le particelle iniettate al tempo  $t = 0$ , essa vale anche per tutte quelle iniettate successivamente.

Come si può vedere dalle Fig. 9, la (20) è valida per tutte le particelle del fascio se, quando

$$\sqrt{\beta_x^{inj} W_x} + X_c \cos(2\pi N Q_x) > 0 \quad (21)$$

si ha:

$$\sqrt{\beta_z^{inj} W_z} + (Z_c - B_0) \cos(2\pi N Q_z) + B_0 - N \Delta B_0 < D, \quad (22)$$

dove  $W_x$  e  $W_z$  sono le emittanze radiali e verticali del fascio del Linac, ed il primo membro della (22) rappresenta la massima  $z$  al giro  $N$ -esimo tra le particelle iniettate per  $t = 0$ .

I valori di  $Q_x$  e  $Q_z$  dipendono dai cromatismi  $C_x$  e  $C_z$  della macchina e dallo scostamento  $\Delta E/E$  delle particelle rispetto all'energia nominale: è necessario quindi che la disequaglianza (22) sia soddisfatta per tutte le coppie di valori  $Q_x$  e  $Q_z$  per le energie comprese tra  $E$  ed  $E + \Delta E_L$ .

Occorre inoltre che le particelle che vengono iniettate per ultime possano trovare un valore del bump sufficiente a far loro superare il deflettore: ciò si riflette nella disequaglianza:

$$B_0 - \Delta B_0 (ct^*/L) > \Delta \quad (23)$$

$t^*$  = istante di ingresso dell'ultima particella iniettata

$$\Delta = Z_c - D + \sqrt{\beta_z^{inj} W_z} \quad (24)$$

Fissato D, l'insieme delle disuguaglianze (22) e (23) definisce nel piano  $(B_0, \Delta B_0)$  una zona in cui l'iniezione è possibile senza che le particelle urtino sul deflettore, come mostrato, per un caso particolare, in Fig. 10a.

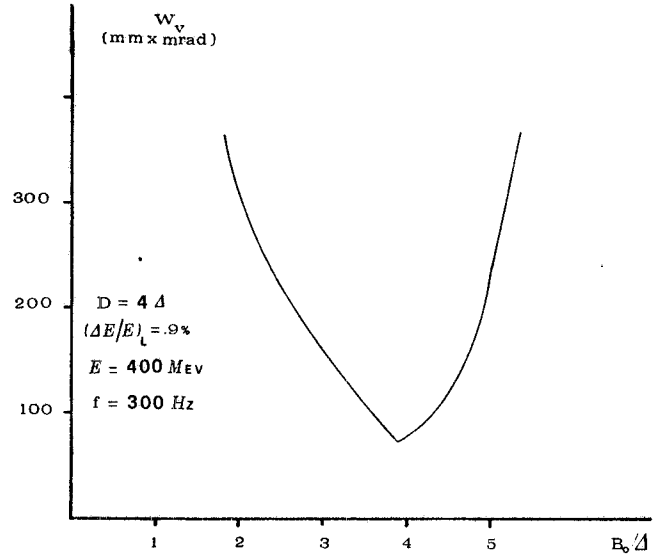
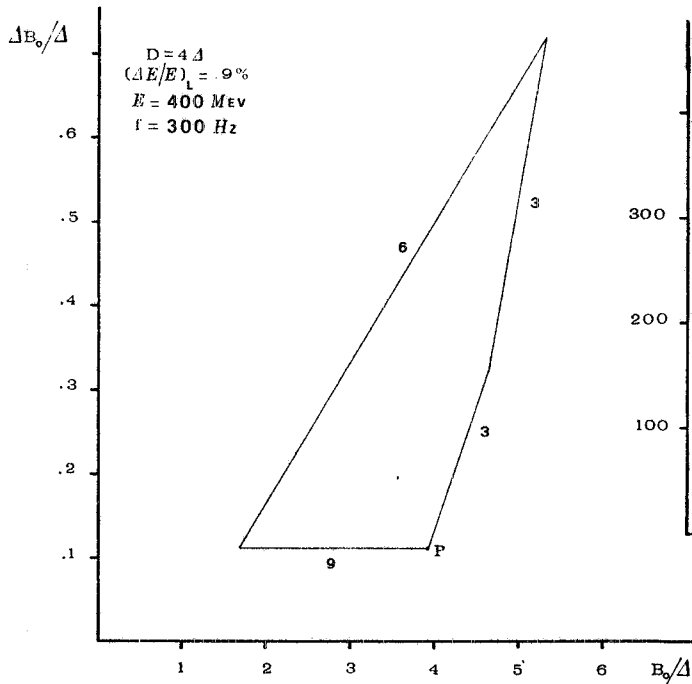


FIG. 10a - Digramma di iniezione. Le coppie di valori  $B_0, \Delta B_0$  contenute all'interno del quadrilatero realizzano le condizioni ottimali di iniezione. I numeri indicano il giro N a cui si riferiscono le formule (22) e (23) per una durata dell'impulso di iniezione pari a 6 giri. P rappresenta il punto cui corrisponde la minima emittanza.

FIG. 10b - Minima emittanza verticale  $W_v$  ottenibile in funzione di  $B_0/\Delta$ . ( $E = 400$  MeV,  $f = 300$  Hz).

L'emittanza verticale del fascio iniettato (che si conserva nel procedimento di estrazione in radiale), è data dalla formula:

$$W_v = \left( \left| Z_c - B_0 + \Delta B_0 \frac{ct^*}{L} \right| + \sqrt{\beta_z^{inj} W_z} \right)^2 / \beta_z^{inj} \quad (25)$$

che vale in un punto di simmetria ( $\alpha = 0$ ), e dalla quale si vede che l'emittanza verticale aumenta al crescere di  $t^*$  e di  $\Delta B_0$  (a parità di  $B_0$ ). Nella zona permessa del piano  $(B_0, \Delta B_0)$  conviene naturalmente scegliere il punto che rende minima l'emittanza verticale. In Fig. 10b è rappresentato l'andamento della minima emittanza verticale in funzione di  $B_0/\Delta$ , per la stessa configurazione considerata nella Fig. 10a.

Per quanto detto finora, l'emittanza verticale del fascio estratto dipende dalla durata dell'impulso del Linac e dallo spread di energia  $(\Delta E/E)_L$  del fascio iniettato (che varia con l'energia di iniezione): nelle Figg. 3 sono riportate, insieme con le altre caratteristiche del fascio, le emittan

ze verticali ottenibili nelle diverse configurazioni di lavoro (si è assunto per D il valore di 6,15 cm).

Tutte le formule indicate sono valide se i sestupoli possono essere pulsati in modo da mantenerli spenti all'iniezione<sup>(12)</sup>, con una conseguente riduzione del duty-cycle dell'ordine del 10%. Possibili soluzioni per un'iniezione con i sestupoli accessi richiedono un ulteriore approfondimento.

## 7. - ESTRAZIONE.

La disposizione dei sestupoli lungo la macchina deve essere tale da permettere la variazione del cromatismo radiale e deve far sì che la direttrice di uscita del triangolo di stabilità sia parallela all'asse x dello spazio delle fasi.

Dalla Fig. 5 si vede che i sestupoli indicati con  $H_2$  sono posti in punti della macchina in cui la  $\psi$  è diversa da zero, e quindi possono essere usati per variare il cromatismo. I sestupoli indicati con  $H_3$  servono a variare l'emittanza radiale e lo spread di energia del fascio estratto, mentre i sestupoli  $H_1$  ruotano il triangolo di stabilità nello spazio delle fasi.

Nell'estrazione monocromatica la matrice M della formula (2) è una matrice di rotazione di un angolo:

$$\varphi = \frac{1}{3}(\pi - \eta_{33}) \quad (26)$$

dove  $\eta_{33}$  è soluzione del sistema di equazioni:

$$H_{33} \cos \eta_{33} = \sum_j H_j \cos(3\mu_j + \pi/2), \quad (27)$$

$$H_{33} \sin \eta_{33} = \sum_j H_j \sin(3\mu_j + \pi/2), \quad (27')$$

e dove per ciascun sestupolo  $H_j$  vale la formula:

$$H_j = \left[ \frac{2 B_H L_H}{B_0 \rho a^2} \right] \frac{R \rho}{48 \pi} \left( \frac{\beta_H}{R} \right)^{3/2}, \quad (28)$$

con:  $B_H$  = campo sul polo,  
 $a$  = raggio di gola del sestupolo,  
 $\mu_j$  = fase di betatrone radiale calcolata a partire dal setto di estrazione nella posizione del sestupolo.

Per realizzare la condizione sulla direttrice di uscita è necessario che il secondo membro dell'equazione (27') si annulli ( $\eta_{33} = \pi$ ). Con la disposizione dei sestupoli indicata in Fig. 5 si ottiene:

$$H_1 = - \frac{(N_2 H_2 + N_3 H_3)}{N_1 \sin(3\mu_1 + \pi/2)}, \quad (29)$$

$$H_{33} = (N_2 H_2 + N_3 H_3) \cotg(3\mu_1 + \pi/2), \quad (29')$$

$$N_1 = 2, \quad N_2 = 4, \quad N_3 = 2,$$

dove  $N_1, N_2, N_3$  sono rispettivamente il numero di sestupoli di tipo  $H_1, H_2, H_3$ .

Il cromatismo totale della macchina è dato dall'espressione:

$$C_T = C_R + D_R N_2 H_2 \quad (30)$$

$C_R$  = cromatismo naturale della macchina in assenza di sestupoli,

$$D_R = 12 \frac{\psi_{H_2}}{q} \left( \frac{R}{\beta_{H_2}} \right)^{1/2} . \quad (31)$$

L'emittanza radiale del fascio estratto è determinata dall'emittanza radiale del fascio del Linac, dal cromatismo totale (tramite  $\Delta v$ ), da  $X_c$  (distanza del centro del fascio dall'orbita centrale all'iniezione) e dalla posizione  $X_s$  del setto di estrazione.

$$W_R = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{W_x}{\beta_x^{ex}}} \Delta x , \quad (32)$$

dove  $\Delta x$  è la dispersione radiale del fascio estratto, data dalla formula:

$$\Delta x = (X_s^2 - X_o^2) / (X_o \cotg(3\sqrt{3}\pi|\Delta v_o|) - X_s) , \quad (33)$$

$$X_o = \sqrt{3}(X_c + \sqrt{\beta_x^{inj} W_x}) R_\beta^{1/2} , \quad (34)$$

dove  $R_\beta = (\beta_x^{ex} / \beta_x^{inj})$  è stato definito nel Cap. 4 e  $\Delta v_o$  è dato dalla relazione:

$$\Delta v_o = 6 \left[ 1 + \frac{N_3 H_3}{N_2 H_2} \right] \frac{\sqrt{R}}{q} \cotg(3\mu_1 + \frac{\pi}{2}) \left( \frac{C_T - C_R}{D_R} \right) \left( \frac{X_c}{\sqrt{\beta_x^{inj}}} + \sqrt{W_x} \right) . \quad (35)$$

Lo spread in energia del fascio estratto dipende dall'emittanza radiale del fascio del Linac e dal cromatismo:

$$(\Delta E/E)_{ex} = 12 \left[ 1 + \frac{N_3 H_3}{N_2 H_2} \right] \frac{\sqrt{R}}{q} \cotg(3\mu_1 + \frac{\pi}{2}) \left( \frac{C_T - C_R}{D_R} \right) \frac{\sqrt{W_x}}{C_T} . \quad (36)$$

L'efficienza di estrazione  $\eta_{ex}$  dipende dallo spessore del setto:

$$\eta_{ex} \sim (1 - s/\Delta x) , \quad (37)$$

dove  $s$  è lo spessore del setto di estrazione, e  $\Delta x$  è il salto definito dalla formula (33); l'efficienza di estrazione cresce all'aumentare della distanza  $X_s$  del setto di estrazione dall'orbita di equilibrio; d'altra parte, dalla formula (32) si vede che l'emittanza radiale è proporzionale a  $\Delta x$ : la scelta della posizione del setto di estrazione deve essere tale da permettere un'elevata efficienza di estrazione, mantenendo limitata l'emittanza radiale. Nella Tabella IV sono riportati i valori dei parametri di estrazione in funzione del cromatismo totale radiale della macchina per  $X_s = 6.5$  cm.

I setti a deflessione elettrostatica<sup>(1, 6, 7)</sup> sono molto più sottili ( $s \sim 50\mu$ ) dei setti a deflessione magnetica, sebbene le deflessioni angolari per unità di lunghezza siano inferiori a quelle realizzabili con setti magnetici. Per ottenere la deflessione richiesta dagli ingombri degli elementi magnetici dell'anello, si può pensare ad un sistema di estrazione costituito da un setto elettrostatico seguito da un setto magnetico, come indicato schematicamente in Fig. 11. La deflessione elettrostatica deve permettere di superare lo spessore della bobina del setto magnetico (dell'ordine di 1 cm). I campi elettrici richiesti, per una sezione dritta di circa 3 metri, sono dell'ordine di 100 KV/cm.



TABELLA IV

$C_T$	$\Delta E/E$ x 1000	$W_T$ (mm x mrad)	$\Delta x$ (cm)	$\Delta v_0$ x 100	$K_1$ (m <sup>-2</sup> )	$K_2$ (m <sup>-2</sup> )	$K_3$ (m <sup>-2</sup> )
- 4	0.99	2.39	0.78	- 1.11	0.65	0.27	- 0.33
	0.90	2.12	0.69	- 1.01	0.59		- 0.35
	0.81	1.87	0.61	- 0.91	0.53		- 0.37
	0.72	1.62	0.53	- 0.81	0.48		- 0.39
- 4.5	1.04	2.97	0.97	- 1.31	0.77	0.23	- 0.21
	0.96	2.67	0.87	- 1.21	0.71		- 0.23
	0.88	2.39	0.78	- 1.11	0.65		- 0.25
	0.80	2.12	0.69	- 1.01	0.59		- 0.27
	0.72	1.87	0.61	- 0.91	0.53		- 0.29
	0.64	1.62	0.53	- 0.81	0.47		- 0.31
- 5	1.01	3.28	1.07	- 1.41	0.83	0.19	- 0.12
	0.93	2.97	0.97	- 1.31	0.77		- 0.14
	0.86	2.67	0.87	- 1.21	0.71		- 0.15
	0.79	2.39	0.78	- 1.11	0.65		- 0.17
	0.72	2.12	0.69	- 1.01	0.59		- 0.19
	0.65	1.86	0.61	- 0.91	0.53		- 0.21
	0.57	1.62	0.53	- 0.81	0.47		- 0.23
- 5.5	1.04	3.94	1.28	- 1.61	0.95	0.16	- 0
	0.98	3.60	1.17	- 1.51	0.89		- 0.02
	0.91	3.27	1.07	- 1.41	0.83		- 0.04
	0.85	2.96	0.97	- 1.31	0.77		- 0.06
	0.78	2.67	0.87	- 1.21	0.71		- 0.08
	0.72	2.39	0.78	- 1.11	0.65		- 0.10
	0.65	2.12	0.69	- 1.01	0.59		- 0.12
	0.59	1.86	0.61	- 0.91	0.53		- 0.14
	0.52	1.62	0.53	- 0.81	0.47		- 0.15

$$K = \frac{24\pi H}{R\varrho} \left(\frac{R}{\beta}\right)^{3/2}; \quad S = \frac{B_H}{a^2} = \frac{KB_0\varrho}{L_H};$$

S (T m<sup>-2</sup>) = gradiente sestupolare;

$B_H$  (T) = campo magnetico al polo;

$\varrho$  (m) = raggio di curvatura del magnete;

a (m) = raggio di gola del sestupolo;

$L_H$  (m) = lunghezza del sestupolo.

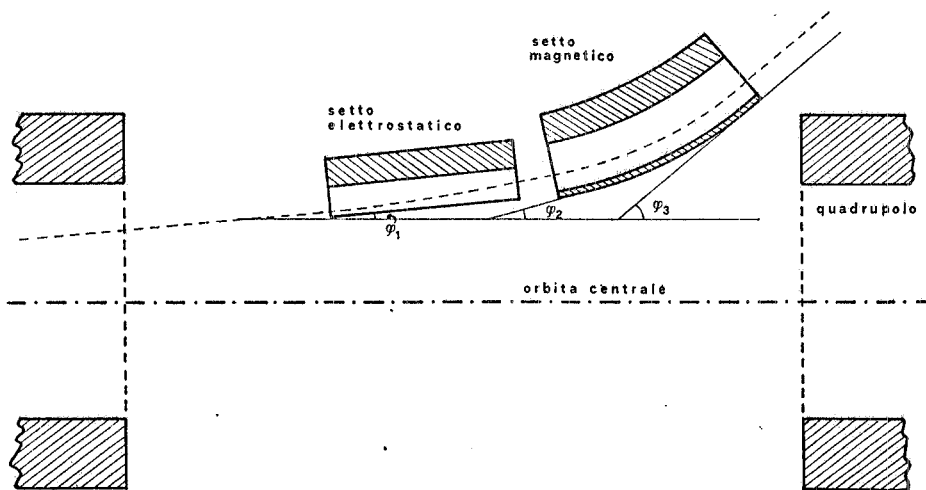


FIG. 11 - Rappresentazione schematica della sezione di estrazione.

In tal modo è possibile, in linea di principio, ottenere un'efficienza di estrazione praticamente unitaria. Per il progetto definitivo sarà necessario valutare l'efficienza di iniezione e di estrazione con programmi di tracking, che tengano conto di tutti i fattori che contribuiscono a determinarle.

Desideriamo ringraziare il Prof. S. Tazzari per le utili discussioni sugli argomenti trattati in questo lavoro.

#### BIBLIOGRAFIA. -

- (1) - Proposta ALFA, Relazione del gruppo di studio, LNF-77/46 (1977).
- (2) - H. Herminghaus and K. H. Kaiser, Design, construction and performance of the energy compressing system of the Mainz 300 MeV electron Linac, Nuclear Instr. and Meth. 113, 189 (1973).
- (3) - K. R. Symon, Extraction at a third integral resonance, Reports FN 130, FN 134, FN 140, FN 144, Fermilab (1968).
- (4) - G. Gendreau, J. L. Laclare and G. Leleux, Dynamics of chromatic particles in the resonant extraction, SOC/ALIS 22, Saclay (1969).
- (5) - A. Turrin, Estrazione acromatica da Adone, LNF-76/37 (1976).
- (6) - Proposal for the construction of an electron storage ring (EROS) to increase the duty factor of the Saskatchewan electron accelerator, Univ. of Saskatchewan, Saskatoon (1976).
- (7) - R. A. Beck et al., ALIS - Avant-projet d'un anneau lisseur de cycle de l'accélérateur linéaire de Saclay, ALS 300, DSS/SOC-ALIS-32, SEFS-TD-70.65 (1970).
- (8) - P. M. Lapostolle and A. L. Septier, Linear Accelerators (North-Holland, 1970), Cap. 3, § 1.3.
- (9) - F. Amman e R. Andreani, L'acceleratore lineare per elettroni e positroni, LNF-63/46 (1963).
- (10) - S. Tazzari, Potenza del fascio Linac ( $e^-$ ), Memorandum Interno Adone L-30 (1976).
- (11) - S. Guiducci e G. Martinelli, Possibili prestazioni ottenibili con uno stretcher, Memorandum Interno Adone SR-6 (1977).
- (12) - M. Preger, Caratteristiche di un sestupolo pulsato per lo stretcher, in 'Proposta ALFA', LNF-77/46 (1977), pag. 133; A. Cattoni e C. Sanelli, Considerazioni tecniche sui sestupoli, in 'Proposta ALFA', LNF-77/46 (1977), pag. 135.