

ISTITUTO NAZIONALE DI FISICA NUCLEARE
Laboratori Nazionali di Frascati

LNF-78/2(R)
9 Gennaio 1978

G.P. Capitani, E. De Sanctis, S. Pasquini e A.R. Reolon:
PROGETTO DI UNO SPETTROMETRO A COPPIE PER
IL FASCIO DI FOTONI DEL LEALE.

Servizio Documentazione
dei Laboratori Nazionali di Frascati
Cas. Postale 13 - Frascati (Roma)

G. P. Capitani, E. DeSanctis, S. Pasquini e A. R. Reolon: PROGETTO DI UNO SPETTROMETRO A COPPIE PER IL FASCIO DI FOTONI DEL LEALE.

1. - INTRODUZIONE.

Come è noto presso il laboratorio LEALE è stato realizzato un fascio di fotoni quasi monocromatici, di energia variabile da 80 MeV a 300 MeV, sfruttando l'annichilazione dei positroni del linac su un bersaglio di idrogeno liquido⁽¹⁾.

Per eseguire misure accurate della sezione d'urto di fotoreazioni è necessario conoscere lo spettro energetico dei fotoni che urtano il bersaglio. Occorre cioè disporre di uno spettrometro avente le seguenti caratteristiche:

- a) risoluzione in energia inferiore o uguale a quella ottimale del picco di annichilazione (ossia $\leq 1\%$);
- b) possibilità di misurare lo spettro on-line nel corso di esperimenti di fotoreazione.

Lo spettrometro a coppie si è rivelato il più adatto tra i sistemi di misura esaminati perchè soddisfa pienamente entrambe le suddette condizioni.

Per la sua realizzazione si è pensato di utilizzare un magnete a C a poli piani, paralleli e rettangolari (dimensioni 40 x 90 cm², trasverso 15 cm), già esistente nei LNF, le cui caratteristiche sono riportate in ref. (2).

In Fig. 1 è riportata la disposizione sperimentale della sala gamma: i fotoni prodotti nel bersaglio

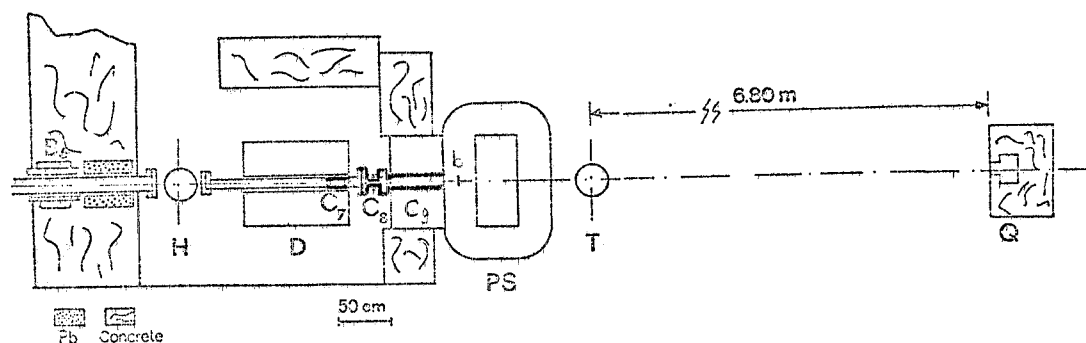


FIG. 1 - Disposizione sperimentale della sala gamma. B_g magnete deflettore, H bersaglio di annichilazione di idrogeno, D magnete pulitore del fascio di positroni, PS spettrometro a coppie, b convertitore, T bersaglio sperimentale, C₇, C₈, C₉ collimatori, Q quantmetro.

di idrogeno liquido H attraversando i due collimatori C₇ di ferro (diametro 2 cm e spessore 11.5 lunghezze di radiazione) e C₈ di piombo (diametro variabile da 1.5 cm fino a 1.9 cm e spessore 89 lunghezze di radiazione). Essi entrano quindi nel campo magnetico attraverso un foro di diametro 12 cm aperto nel giogo del magnete PS. Nel foro è inserito un collimatore di ferro C₉ di diame-

tro 2 cm e spessore ~ 28 lunghezze di radiazione. Le coppie elettrone-positrone prodotte nel convertitore b sono deviate di $\sim 110^\circ$ dal campo magnetico e sono rivelate da un sistema di camere a fili e di contatori a scintillazione.

In questo rapporto sono descritte le proprietà ottiche dello spettrometro, il sistema di rivelazione progettato e la funzione di risposta calcolata con un programma di montecarlo

2.-PROPRIETA' OTTICHE DELLO SPETTROMETRO.

Per lo studio delle proprietà ottiche dello spettrometro sono state calcolate numericamente per diversi valori del campo magnetico alcune traiettorie descritte da elettroni caratterizzati da diversi valori dell'energia, delle coordinate di creazione nel convertitore e degli angoli di emissione θ e φ definiti in Fig. 2.

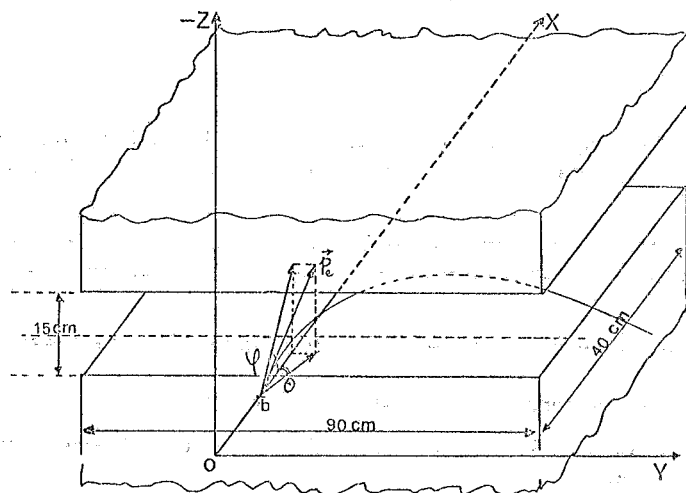


FIG. 2

Per ogni valore dell'energia dell'elettrone si è assunta come traiettoria centrale quella emessa dal centro del convertitore con angoli $\theta = \varphi = 0^\circ$.

Per integrare numericamente le equazioni del moto, che in coordinate cartesiane, assumendo x come variabile indipendente, si scrivono:

$$y'' = -\frac{e}{p} \sqrt{1+z'^2+y'^2} [z'Bx - (1+y'^2)Bz + y'zBy] \quad , \quad z'' = \frac{e}{p} \sqrt{1+z'^2+y'^2} [y'Bx - (1+z'^2)By + y'z'Bz]$$

$$\text{con: } y'' \equiv \frac{d^2 y}{dx^2} \quad \text{e } z'' \equiv \frac{d^2 z}{dx^2} \quad ,$$

è stato usato il metodo di integrazione di Hamming⁽³⁾, preferito ad altri perchè permette di verificare l'errore ad ogni passo di integrazione in modo da ridurre, se necessario, l'incremento della variabile indipendente x .

Nel corso dell'integrazione man mano che il valore di y' aumenta il metodo diventa critico, per ciò per valori di $y' > 1$ la variabile indipendente viene cambiata: al posto della x viene presa la y .

Per poter effettuare la misura dello spettro energetico del fascio γ in tutto l'intervallo di energie possibili (80 ÷ 300 MeV), mantenendo fissa la posizione dell'apparato di rivelazione, è necessario variare il campo magnetico fino al valore massimo di 14 kGs.

A causa della saturazione della curva di eccitazione del magnete per valori al centro della gap $B_{z, \text{max}} > 9$ kGs e per ottenere una sufficiente precisione nel calcolo dell'impulso sono state misurate le

mappe della componente verticale dell'induzione magnetica per i valori $B_{zmax}=9\text{kGs}, 10.4\text{ kGs}, 12\text{ kGs}$ e 13.8 kGs su un reticolo tridimensionale individuato da tre piani paralleli ai poli (precisamente il piano di simmetria (piano mediano) e quelli alle quote $+2.5\text{ cm}$ e $+5\text{ cm}$ rispetto ad esso)⁽²⁾. Su ogni piano è stato fissato un reticolo bidimensionale la cui maglia è di 2 cm o di 1 cm , secondo il gradiente del campo.

I valori delle componenti B_x e B_y , necessari per l'integrazione dell'equazione del moto, sono facilmente ricavabili con il teorema della circuitazione⁽²⁾. Per ognuno dei suddetti valori di B_{zmax} è stata calcolata la migliore "linea focale", intendendo con questo termine quella retta lungo la quale risultano minimi gli scostamenti, rispetto alle traiettorie centrali, delle traiettorie di elettroni emessi dal centro del convertitore con angoli θ e φ compresi tra -0.5° e $+0.5^\circ$ ^(*). Questo intervallo angolare è stato fissato tenendo conto che l'angolo medio di apertura tra il fotone e l'elettrone (o il positrone) creato è dell'ordine di $\theta = m/E$, dove m e E sono la massa e l'energia dell'elettrone (o del positrone). Per $E=100\text{ MeV}$ si ha, per esempio, $\theta_0 \approx 0.33^\circ$. Inoltre, per convertitori sottili come quelli che si pensa di utilizzare nel nostro caso, l'angolo quadratico medio di scattering multiplo risulta trascurabile (cfr. par. 5).

Dall'esame delle traiettorie è risultato che le migliori condizioni di focalizzazione e di massima dispersione in energia si hanno ponendo il convertitore nel punto di coordinate $x=15\text{ cm}, y=z=0\text{ cm}$. Poichè, come già detto, è comodo poter eseguire misure di spettro energetico dei fotoni per varie energie di picco senza cambiare la posizione dei rivelatori, è stata calcolata la migliore linea focale comune a tutti gli intervalli energetici; per essa si è ottenuta l'equazione:

$$y = 0.877 x + 100.3 \quad (1)$$

La relazione energia-posizione lungo questa retta focale è del tipo:

$$\frac{E}{B_{zmax}} = a + b\xi + c\xi^2 + d\xi^3 \quad (2)$$

ove ξ è la coordinata lungo la retta (1) con origine nel punto di intersezione con l'asse y . Il valore delle costanti a, b, c e d è riportato in Tabella 1 insieme ai corrispondenti intervalli di ener-

TABELLA 1

B_{zmax} (kGs)	ΔE (MeV)	a	b	c	d
13.8	150-130	8.99	5.100×10^{-2}	1.02×10^{-4}	0.00×10^{-6}
12.0	130-113	9.10	4.958×10^{-2}	2.28×10^{-4}	-1.80×10^{-6}
10.4	113-98	9.146	4.923×10^{-2}	2.63×10^{-4}	-2.15×10^{-6}
9.0	98-85	9.103	4.835×10^{-2}	3.98×10^{-4}	-5.15×10^{-6}

gia ΔE , rivelabili con i valori di campo magnetico riportati in colonna 1.

Nella Tabella 2 sono riportati, a titolo di esempio, alcuni risultati dei calcoli: in colonna 2 è indicata la coordinata ξ lungo la retta (1) di intersezione della traiettoria di un elettrone di energia E (di colonna 1) emesso dal centro del convertitore con angoli $\theta=\varphi=0$. La colonna 3 dà l'energia E_r determinata usando la relazione (2) e la colonna 4 l'errore $\delta E=E-E_r$ che si commette. L'ultima colonna indica il valore B_{zmax} corrispondente.

(*) In realtà le proprietà focalizzanti del magnete, come viene utilizzato, sono assai deboli in quanto l'angolo di uscita è defocalizzante; tuttavia la dispersione è sufficientemente alta da permettere comunque un buon uso del magnete come spettrometro.

TABELLA 2

E (MeV)	ξ (cm)	E_r (MeV)	δE (MeV)	B_{zmax} (kGs)	E (MeV)	ξ (cm)	E_r (MeV)	δE (MeV)	B_{zmax} (kGs)
85	6.72	85.005	-0.005	9.0	113	6.17	112.99	0.01	12.0
87	10.82	86.99	0.01		116	10.88	116.00	0.00	
89	14.78	88.99	0.01		118	13.95	118.00	0.00	
91	18.66	90.99	0.01		120	16.96	120.00	0.00	
93	22.48	92.99	0.01		122	19.92	121.99	0.01	
95	26.28	95.001	-0.001		124	22.84	123.99	0.01	
97	30.08	97.004	-0.004		126	25.75	125.99	0.01	
98	31.99	98.004	-0.004		128	28.63	128.00	0.00	
				130	31.48	130.00	0.00		
98	5.48	97.99	0.01	10.4	128	5.41	127.06	0.04	13.8
100	9.10	100.00	0.00		130	8.26	129.98	0.02	
102	12.66	102.00	0.00		132	11.01	132.00	0.00	
104	16.15	104.01	-0.01		135	15.05	135.00	0.00	
105	19.54	106.00	0.00		137	17.71	137.00	0.00	
108	22.88	107.99	0.01		140	21.65	139.99	0.01	
110	26.17	109.98	0.02		143	25.54	145.01	0.00	
113	31.08	113.00	0.00		145	28.11	145.01	-0.01	
				148	31.89	147.99	0.01		

Gli intervalli energetici riportati nella Tabella 2 sono stati scelti in modo tale che ad essi corrisponda lo stesso intervallo di coordinate sulla linea focale ($5 \text{ cm} \lesssim \xi \lesssim 33 \text{ cm}$). Come risulta dalla Tabella l'errore δE è del tutto trascurabile.

Le proprietà ottiche del magnete al variare degli angoli θ e φ sono riassunte in Tabella 3.

TABELLA 3

ϱ (cm)	θ ($^\circ$)	φ ($^\circ$)	$\delta \xi$ (mm)	ϱ (cm)	θ ($^\circ$)	φ ($^\circ$)	$\delta \xi$ (mm)
32	+0.5	0	-0.2	35	+0.5	0	-1.8
	-0.5	0	+0.1		-0.5	0	+1.6
	0	± 0.5	-0.1		0	± 0.5	-0.1
	+0.5	± 0.5	-0.4		+0.5	± 0.5	-1.9
	-0.5	± 0.5	+0.2		-0.5	± 0.5	+1.8
33	+0.5	0	-0.6	36	+0.5	0	-1.9
	-0.5	0	+0.6		-0.5	0	+1.8
	0	± 0.5	+0.1		0	± 0.5	-0.1
	+0.5	± 0.5	-0.8		+0.5	± 0.5	-2.0
	-0.5	± 0.5	+0.6		-0.5	± 0.5	+1.9
34	+0.5	0	-1.0				
	-0.5	0	+1.0				
	0	± 0.5	-0.1				
	+0.5	± 0.5	-1.5				
	-0.5	± 0.5	+1.3				

I risultati sono stati ottenuti facendo l'ipotesi che i γ si materializzano in coppie e^+e^- al centro del convertitore mentre nel paragrafo successivo verrà esaminata anche l'influenza delle dimensioni finite di quest'ultimo.

Nella Tabella i risultati sono riportati, per comodità, in funzione della grandezza "raggio di curvatura" $\rho = p/(30 B_{zmax})$ (che risulta espresso in mm se p è espresso in MeV/c e B_z in kGs) e quindi sono validi per qualsiasi configurazione di campo magnetico^(*). Essi tuttavia si riferiscono ai calcoli eseguiti con campo magnetico $B_{zmax} = 13.8$ kGs perchè, dall'analisi effettuata per i quattro intervalli energetici corrispondenti ai quattro valori di B_{zmax} riportati in Tabella 2, è risultato che per il valore di campo più elevato si hanno anche le condizioni peggiori di focalizzazione.

Esaminando i risultati ottenuti per diversi valori del raggio di curvatura, si può notare che le proprietà di focalizzazione variano lungo l'intervallo considerato e risulta che lo scostamento massimo $\delta \xi$ dalla traiettoria centrale è di 2 mm. Questo comporta un errore nella determinazione dell'energia degli elettroni $\leq 0.1\%$ per tutti i valori di B_{zmax} .

3. - INFLUENZA DELLE DIMENSIONI FINITE DEL CONVERTITORE.

Poichè come risulta in Fig. 1 lo spettrometro è situato a monte dell'apparato sperimentale, il fascio di fotoni non può essere collimato oltre certi limiti per non diminuire sensibilmente la sua intensità sul bersaglio sperimentale. Esso quindi ha dimensioni non trascurabili sul convertitore (in genere $\phi \leq 2$ cm) ed è necessario analizzare l'effetto sulle proprietà ottiche dello spettrometro, dovuto ad una variazione del punto di creazione della coppia nel convertitore. A questo proposito sono state calcolate le variazioni, rispetto alla traiettoria centrale, del punto di intersezione con la linea focale delle traiettorie di elettroni aventi la stessa energia, prodotti in punti di coordinate $x = 15$ cm, $y = \pm 1$ cm, $z = \pm 1$ cm e con angoli di emissione θ e φ compresi tra -0.5° e $+0.5^\circ$. I risultati sono riportati nelle Tabelle 4-8.

TABELLA 4

ρ (cm)	y (cm)	z (cm)	θ ($^\circ$)	φ ($^\circ$)	$\delta \xi$ (cm)
32	-1	0	+0.5	0	-3.28
	+1		+3.16		
	-1		-0.5		-3.27
	+1		+3.22		
	-1	0	0	± 0.5	-3.25
	+1		+3.20		
	-1		0		-3.29
	-0.7		0.7		-2.32
	0	1	+0.5	-0.09	
	+0.7	0.7	+2.20		
	+1	0	+3.14		
	-1	0	-0.5	± 0.5	-3.28
	-0.7		0.7		-2.33
	0		1		-0.08
+0.7	0.7		+2.21		
+1	0	+3.21			

TABELLA 5

ρ (cm)	y (cm)	z (cm)	θ ($^\circ$)	φ ($^\circ$)	$\delta \xi$ (cm)
33	-1	0	+0.5	0	-3.15
	+1		+3.17		
	-1		-0.5		-3.04
	+1		+3.17		
	-1	0	0	± 0.5	+3.11
	+1		-3.06		
	-1		0		-3.16
	-0.7		0.7		-2.17
	0	1	+0.5	-0.12	
	+0.7	0.7	+2.27		
	+1	0	+2.98		
	-1	0	-0.5	± 0.5	-3.05
	-0.7		0.7		-2.14
	0		1		-0.08
+0.7	0.7		+2.20		
+1	0	+3.15			

(*) In realtà per i diversi valori di B_{zmax} le traiettorie corrispondenti ad uno stesso valore ρ sono lievemente diverse a causa del diverso andamento del campo magnetico nei quattro casi⁽²⁾.

TABELLA 6

q (cm)	y (cm)	z (cm)	θ ($^{\circ}$)	φ ($^{\circ}$)	$\delta\xi$ (cm)	
34	-1	}	+0.5	}	-3.13	
	-0.5				-1.60	
	+0.5				+1.36	
	+1				+2.84	
	-1	}	-0.5		}	-2.87
	-0.5					-1.38
	+0.5					+1.61
	+1					+3.14
	-1	}	0	}		-3.01
	-0.5					-1.50
	+0.5					+1.48
	+1					+2.93
	-1	}	0		}	-3.14
	-0.7					0.7
0	1					-0.18
+0.7	0.7					+1.92
+1	0	+2.98				
-1	}	-0.5	}	-2.89		
-0.7				0.7		-2.00
0				1		+0.15
+0.7				0.7	+2.20	
+1	0	+3.12				

Anche in questo caso si riportano soltanto i risultati relativi a $B_{zmax}=13.8$ kGs per diversi valori del raggio di curvatura. Le Tabelle possono essere divise in due parti: nella prima si prendono in considerazione gli effetti dovuti alle variazioni della sola coordinata y del punto di produzione della coppia nel convertitore. Nella seconda parte si considerano insieme gli effetti prodotti dalla variazione di entrambe le coordinate y e z .

Come si può notare, una variazione dell'angolo θ incide maggiormente sull'errore di ricostruzione di quanto faccia un'uguale variazione dell'angolo φ . Per quest'ultimo, naturalmente non si fa distinzione nelle Tabelle tra i valori positivi e quelli negativi a causa della simmetria del campo magnetico rispetto al piano mediano della gap.

Dall'esame delle Tabelle risulta che gli scostamenti $\delta\xi$ dalle traiettorie centrali sono dell'ordine del cm. Essi però sono di segno opposto e circa uguali in valore assoluto per elettroni e positroni di una stessa coppia, come risulta chiaro dalla Fig. 3. Pertanto la determinazione dell'energie dell'elettrone e del positrone risulta affetta da errori δE^- e δE^+ circa uguali in valore assoluto, ma di segno opposto.

Perciò rivelando in coincidenza l'elettrone e il positrone l'errore che si commette nella determinazione dell'energia K del fotone è uguale alla differenza ($|\delta E^-| - |\delta E^+|$): questo errore risulta in ogni caso non superiore allo 0.15% di K . Dalle Tabelle risulta anche che l'effetto provocato da variazioni della coordinata z del punto di creazione della coppia nel convertitore è trascurabile.

TABELLA 7

q (cm)	y (cm)	z (cm)	θ ($^{\circ}$)	φ ($^{\circ}$)	$\delta\xi$ (cm)		
35	-1	}	+0.5	}	-3.11		
	+1				+2.70		
	-1				}	-0.5	-2.72
	+1						-3.11
	-1	}	0				-2.81
	+1						+2.89
	-1				0	-3.13	
	-0.7				0.7	-2.28	
	0	1	-0.21				
	+0.7	0.7	+1.80				
	+1	1	+2.69				
	-1	}	0	}	-2.73		
-0.7	0.7				-1.89		
0	1				+0.20		
+0.7	0.7				+2.19		
+1	0	+3.03					

TABELLA 8

q (cm)	y (cm)	z (cm)	θ ($^{\circ}$)	φ ($^{\circ}$)	$\delta\xi$ (cm)		
36	-1	}	+0.5	}	-3.03		
	+1				+2.55		
	-1				}	-0.5	-2.55
	+1						+2.94
	-1	}	0				-2.79
	+1						+2.74
	-1				0	-3.04	
	-0.7				0.7	-2.19	
	0	1	-0.25				
	+0.7	0.7	+1.71				
	+1	0	+2.55				
	-1	}	0	}	-2.56		
-0.7	0.7				-1.76		
0	1				+0.21		
+0.7	0.7				+2.13		
+1	0	+2.95					

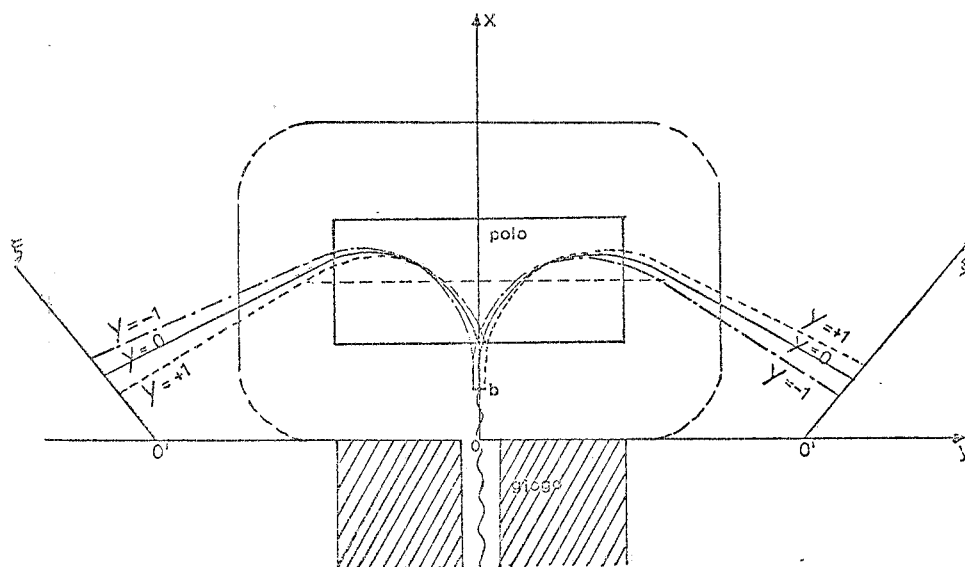


FIG. 3

rabile rispetto a quello dovuto alle variazioni della coordinata y e/o degli angoli θ e φ . Questo risultato si può spiegare osservando che nelle vicinanze del piano mediano non si hanno variazioni significative del campo magnetico, tali cioè da modificare in modo apprezzabile le traiettorie. Ciò indica che la superficie focale è con buona approssimazione assimilabile a un piano parallelo all'asse z la cui intersezione con il piano xy è costituita dalla retta (1).

4. - DISPOSITIVO DI RIVELAZIONE PROGETTATO.

Lo studio delle proprietà ottiche del campo magnetico ha mostrato l'esistenza di due piani focali disposti simmetricamente rispetto al piano di simmetria verticale del magnete. Dalla Tabella 2 risulta inoltre che per i vari valori di B_{zmax} le intersezioni delle traiettorie degli elettroni con la linea focale sono comprese nell'intervallo $5 \text{ cm} \lesssim \xi \lesssim 33 \text{ cm}$. Infine dalle Tabelle 3-8 segue che per determinare l'energia del fotone con un errore non superiore allo $\sim 0,2\%$ occorre un rivelatore con risoluzione spaziale dell'ordine di 2 mm.

In Fig. 4 è indicato il sistema di rivelazione progettato, uguale per i due rami (elettroni e posi-

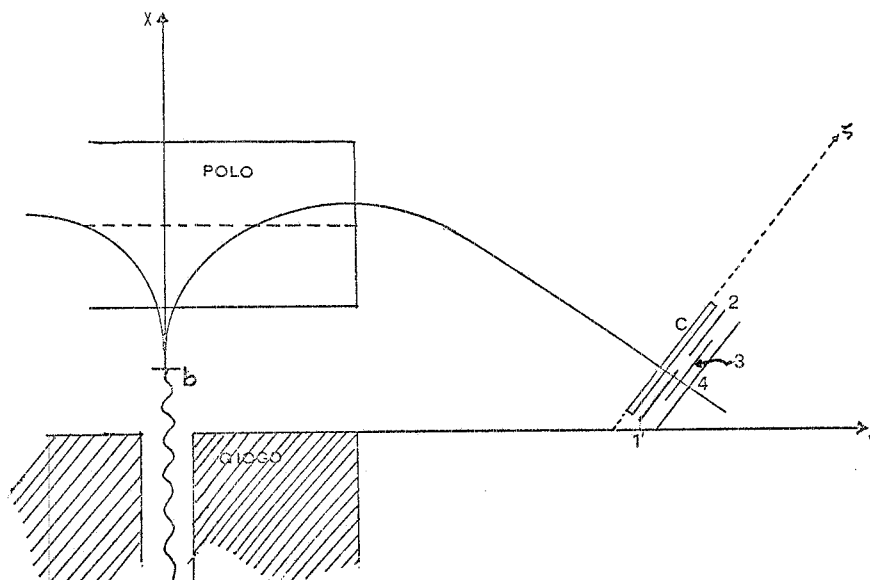


FIG. 4 - Dispositivo di rivelazione: C=camera a fili; 1, 2, 3 e 4=contatori a scintillazione.

troni). Essò è costituito da una camera proporzionale a fili C e da quattro contatori a scintillazione (1, 2, 3 e 4) collegati ad un calcolatore PDP 15/30. Le camere a fili realizzate hanno dimensioni utili $28 \times 13 \text{ cm}^2$; esse sono costituite da una griglia di fili equidistanti posta tra due elettrodi piani paralleli ad essa. I fili di segnale sono di molibdeno dorato, hanno un diametro $d=20 \mu\text{m}$ e una tensione uniforme $T=25 \text{ g}$. La spaziatura tra essi è di 2 mm e quindi il loro numero è 144 per ogni camera. Gli elettrodi di alta tensione sono posti simmetricamente al piano dei fili di segnale, ad una distanza $L=6 \text{ mm}$ da esso. Sono inoltre costituiti da piani di fili paralleli del diametro di $40 \mu\text{m}$, spaziati tra loro di 1 mm. In Fig. 5 è riportato un disegno schematico di una camera.

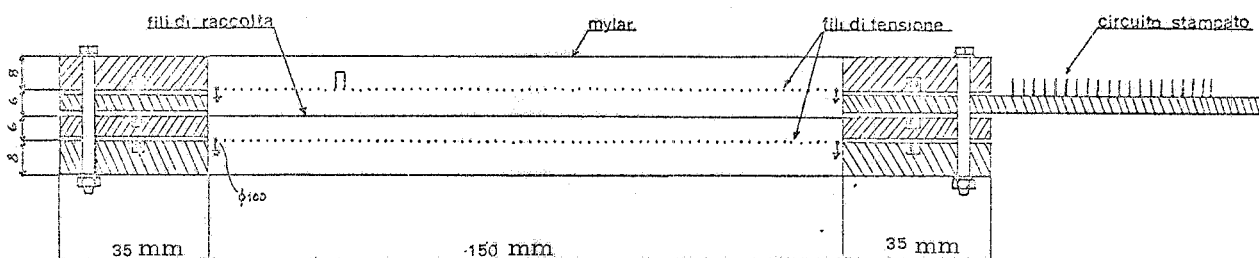


FIG. 5

I quattro contatori a scintillazione associati a ciascuna camera ($E_1 + E_4$ e $P_1 + P_4$) hanno dimensioni rispettivamente: $11 \times 13 \times 0,6 \text{ cm}^3$, $11 \times 13 \times 0,6 \text{ cm}^3$, $16 \times 13 \times 0,6 \text{ cm}^3$ e $28 \times 13 \times 0,6 \text{ cm}^3$ e sono disposti come indicato in Fig.4. Una simile disposizione permette di suddividere l'area sensibile di ogni camera in cinque zone: la prima zona corrisponde alla coincidenza dei segnali dei contatori 1-4, la seconda alla coincidenza 1-3-4 etc.

Questo permette di controllare il corretto funzionamento delle camere e, nel caso di più eventi nella camera, di eliminare alcune coincidenze casuali perchè, da programma, si può facilmente controllare se il filo interessato al passaggio di una particella è compreso nella zona della camera che corrisponde al canale definito dagli scintillatori. Il segnale di coincidenza $C(e, p)$ abilita la lettura delle camere a fili e il trasferimento al PDP 15 degli impulsi dei singoli contatori $E_1 + E_4$ e $P_1 + P_4$.

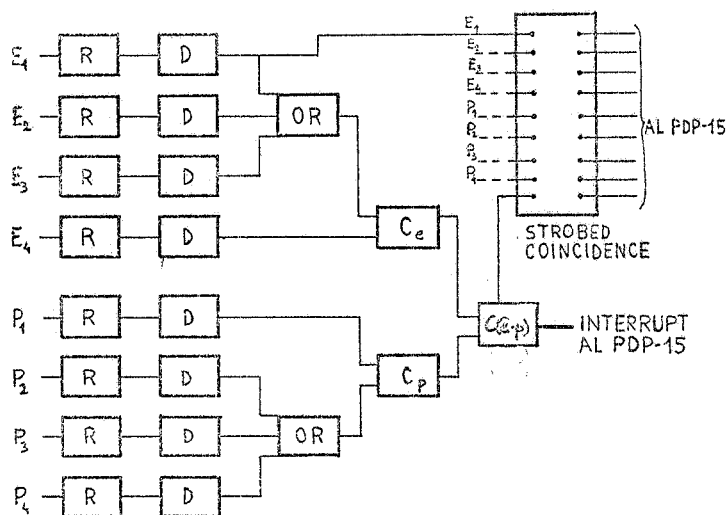


FIG. 6 - Schema a blocchi dell'elettronica associata ai contatori a scintillazione (R=ritardo, D=discriminatore, C=coincidenza).

L'insieme dell'elettronica associata alle camere può essere suddivisa in due blocchi principali⁽⁴⁾: il primo, situato nell'area sperimentale, è stato progettato per consentire il trasferimento delle informazioni presenti sui fili delle camere e la memorizzazione su un registro di serializzazione (S. R.) e comprende quindi i circuiti dell'elettronica di rivelazione montati sulle camere stesse e la parte decisionale rapida (L. D. R.), costituita da due moduli standard NIM, posti nelle immedia

te vicinanze; il secondo blocco, situato nella sala conteggio del LEALE, comprende l'elettronica che si occupa dell'elaborazione dei dati immagazzinati nei registri ed è costituita dalle piastre di elaborazione e di interfaccia con il PDP-15 (Fig. 7a). Per ogni camera i registri di serializzazione

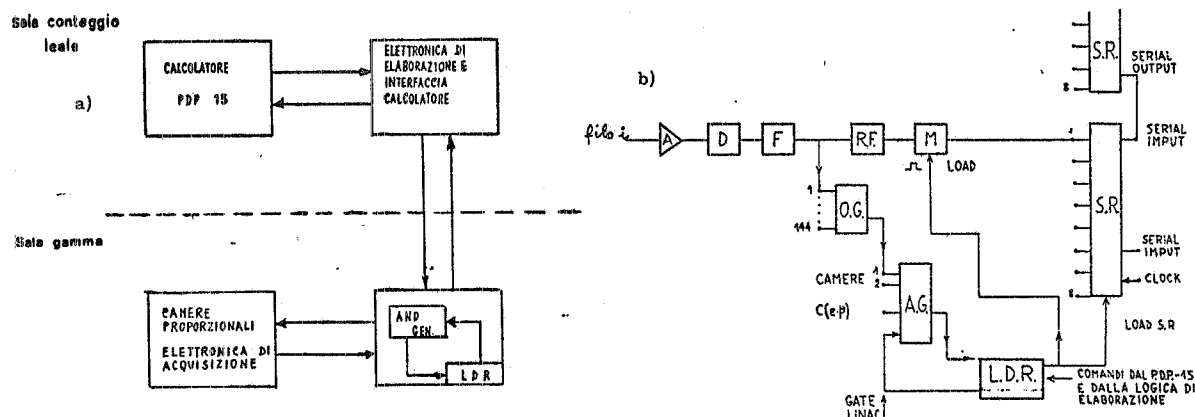


FIG. 7 - Schema a blocchi dell'elettronica associata alle camere a fili (A=amplificatore, D=discriminazione, F=formatore, O. G.= or generale, A. G. = and generale, R. F. =ritardo formatore, M=memoria, SR=registro di serializzazione, LDR= logica di decisione rapida).

sono collegati in serie fra di loro, in modo da formare un unico registro di 144 bit, corrispondente al numero totale dei fili. Da ogni filo viene prelevata una uscita dopo il formatore F(vedi Fig. 7b). L'insieme di queste uscite forma l'OR generale (O. G.) di ogni camera, indicante il passaggio di una particella.

Un evento viene considerato buono dalla logica decisionale rapida se si verificano le seguenti condizioni:

- 1) sono presenti gli impulsi di consenso, provenienti dai fotomoltiplicatori a scintillazione associati alle camere (segnale di coincidenza C(e · p));
- 2) è stata rivelata contemporaneamente una particella in entrambe le camere;
- 3) è presente l'impulso di macchina (gate linac);

Queste condizioni sono realizzate da un circuito di AND generale (A. G.). Se l'evento è riconosciuto buono vengono generati degli impulsi di caricamento delle memorie e un impulso per avviare l'elettronica di elaborazione di iniziare il ciclo di interrogazione delle camere.

5. - CAMERA DI SCATTERING E CONVERTITORE.

Tutto il percorso dal bersaglio di conversione alle camere a fili è naturalmente sotto vuoto. In Fig. 8 è riportato il disegno costruttivo della camera da vuoto attualmente in corso di realizzazione. Il portabersagli consentirà di inserire sul fascio di fotoni sei bersagli di spessore diverso e di eseguire misure di fondo senza convertitore.

Lo spessore e il materiale dei bersagli usati come convertitori sono determinati da un compromesso tra le velocità di conteggio e la risoluzione desiderata. Infatti, al crescere dello spessore t del convertitore, mentre da un lato aumenta il numero di coppie prodotte, e quindi la velocità di conteggio, dall'altro lato cresce sia il valore dell'angolo quadratico medio di scattering (che è proporzionale a \sqrt{t}) sia la perdita di energia nel bersaglio (che è proporzionale a t), e quindi peggiora la risoluzione. Parimenti al crescere del numero atomico Z del convertitore la sezione d'urto di produzione di coppie (e quindi la velocità di conteggio) cresce come Z^2 mentre l'angolo quadratico medio di scattering multiplo cresce come l'inverso della radice quadrata della lunghezza di radiazione $\sqrt{1/\chi_0} = a \sqrt{z^2/\log(z^{1/3})}$ (e quindi peggiora la risoluzione).

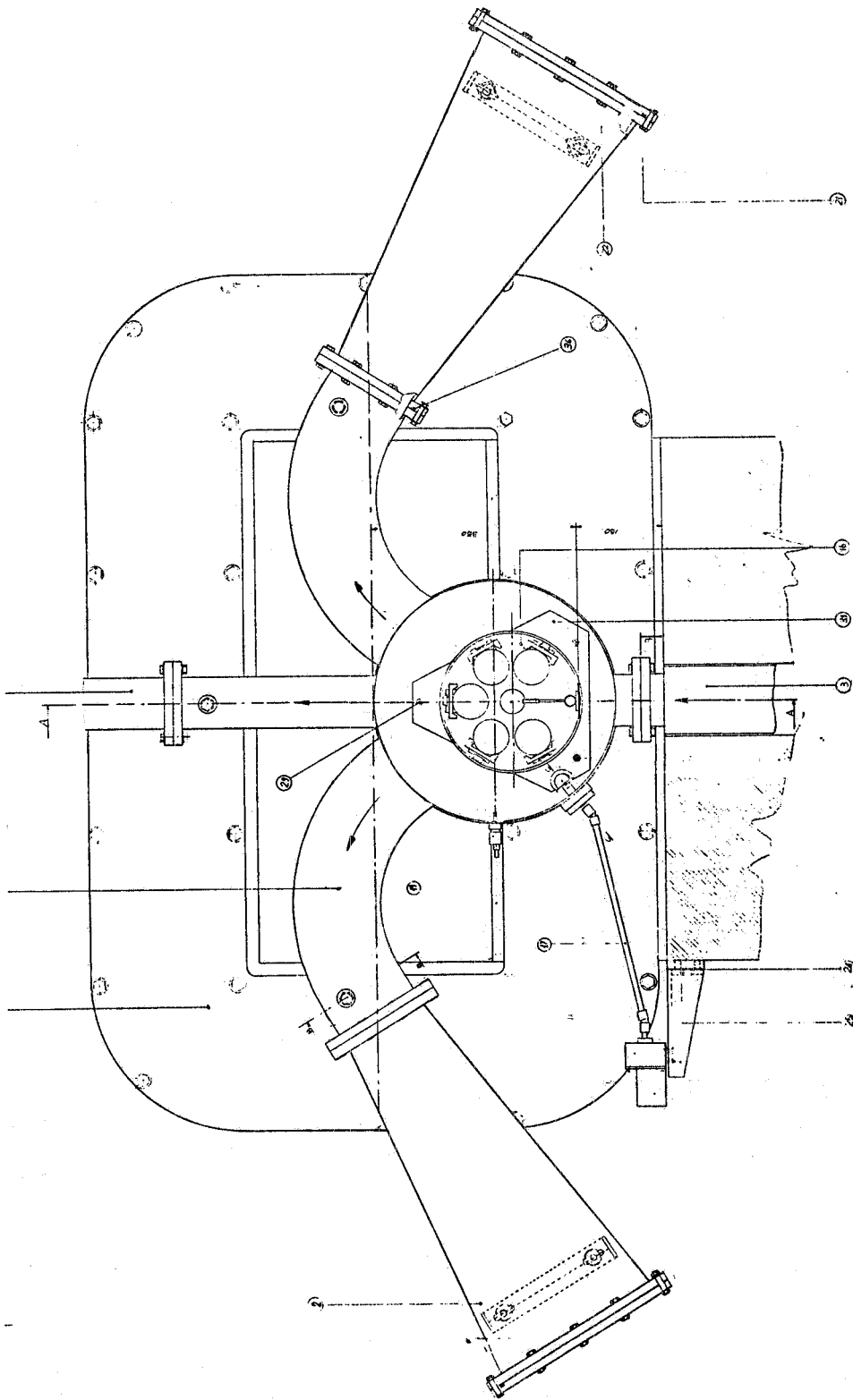


FIG. 8

Diamo qui di seguito una stima di due di questi processi rimandando al paragrafo successivo il calcolo della velocità di conteggio.

5. 1. - Scattering multiplo.

L'angolo quadratico medio proiettato di scattering multiplo vale $\theta_s = 14/E \sqrt{t/\chi_0}$, dove E è la energia del positrone o dell'elettrone espressa in MeV.

Il naturale termine di confronto di questo angolo è costituito dal valore medio dell'angolo proprio θ_0 di produzione della coppia. Questo come si è detto è pari a $\theta_0 \approx m/E$, dove m e E sono rispettivamente la massa e l'energia dell'elettrone o del positrone. Il rapporto tra questi due angoli risulta quindi uguale a

$$\frac{\theta_0}{\theta_s} = \frac{1}{\sqrt{30 \cdot t/\chi_0}}$$

Esso è indipendente dall'energia e può essere reso grande, ossia trascurabile θ_s rispetto a θ_0 , diminuendo t. In particolare per $\theta_0/\theta_s = 1$ deve essere $t/\chi_0 \approx 0,001$.

5. 2. - Perdita di energia per ionizzazione e per radiazione.

L'elettrone e il positrone prodotti nel convertitore attraversano una parte di questo prima di uscirne e quindi vi perdono una certa frazione della loro energia per ionizzazione e per irraggiamento. Le perdite di energia per ionizzazione si possono assumere pari a $\sim 2 \text{ MeV cm}^2/\text{g}$ (perdi te al minimo) per convertitori di numero atomico $Z \sim 10$ e lunghezza di radiazione $X_0 \approx 30 \text{ g/cm}^2$, le perdite di energia per irraggiamento hanno un valore medio confrontabile, ma una grande dispersione; il valore più probabile è infatti uguale a zero, mentre vi possono essere alcuni casi in cui viene perduta anche quasi tutta l'energia. Questo fa sì che il contributo delle perdite radiative alla risoluzione sia praticamente trascurabile e che la deformazione dello spettro dovuta alle perdite molto energetiche vada corretto a parte.

Pertanto per avere una risoluzione in energia migliore dello 0,2% occorre che lo spessore del convertitore non sia maggiore di :

$$t = \frac{2 \cdot 10^{-3} \frac{K}{2} (\text{MeV})}{2 (\text{MeV cm}^2/\text{g})} \approx 5 \cdot 10^{-4} K (\text{g/cm}^2);$$

ossia, per fotoni di $K=300 \text{ MeV}$, $t \sim 0,15 \text{ g/cm}^2$. Il limite sullo spessore del convertitore determinato dalla perdita di energia è pertanto meno forte di quello imposto dallo scattering multiplo.

6. - STIMA DELLA VELOCITA' DI CONTEGGIO.

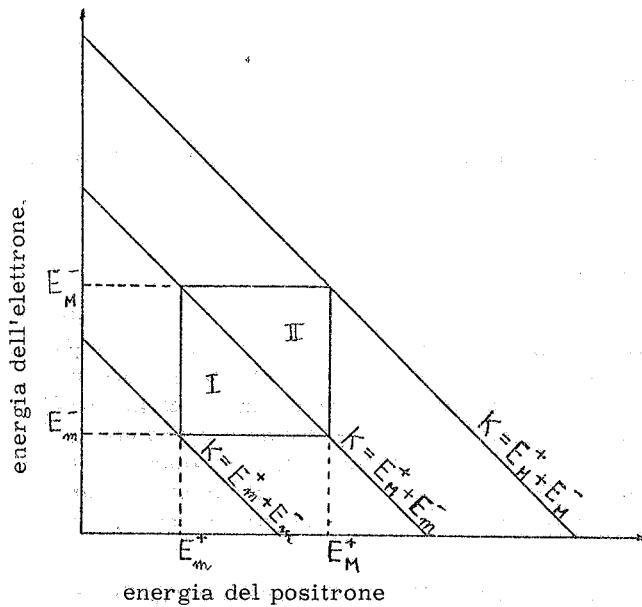
Riportiamo una stima della velocità di conteggio relativa al dispositivo di rivelazione progettato. Indichiamo con $F(K) dK$ il numero di fotoni/(sec) di energia compresa tra K e $K+dK$ che colpiscono il convertitore in un secondo. Siano Z, A, ρ e t rispettivamente il numero atomico, il peso atomico, la densità (in g/cm^3) e lo spessore (in cm) del materiale che costituisce il convertitore. Indichiamo con $\hat{\sigma}(K, E^+) dE^+$ la sezione d'urto differenziale, in questo materiale, per la creazione di un positrone di energia compresa tra E^+ e $E^+ + dE^+$ (e quindi di un elettrone di energia $E^- = K - E^+$) da un raggio gamma di energia K. Assumiamo inoltre che possono essere rivelati solo i positroni la cui energia sia compresa nell'intervallo $\Delta E^+ = E_M^+ - E_m^+$, relativo ad una determinata configurazione di campo magnetico B. I corrispondenti valori dell'energia degli elettroni siano E_M^- e E_m^- . Nel nostro caso, poichè le camere proporzionali hanno uguali dimensioni e poichè il sistema magnete + apparato di rivelazione è simmetrico, si ha $E_M^- = E_M^+$, $E_m^- = E_m^+$. Il numero di

positroni al secondo di energia compresa tra E^+ e $E^+ + dE^+$ prodotti da raggi gamma di energia variabile tra K e $K + dK$ è dato dall'espressione

$$F(K) \phi(K, E^+) \frac{tN}{A} \rho dE^+ dK \quad (3)$$

dove N indica il numero di Avogadro.

Per determinare la velocità di conteggio si deve eseguire una doppia integrazione della (3), una sull'intervallo di energia K del fascio di fotoni e l'altra sull'intervallo di energia E^+ del positrone per un dato valore di K . Per comodità definiamo una funzione a gradino $S(K, E^+)$ che è uguale all'unità se K ed E^+ sono tali che sia il positrone che l'elettrone sono rivelati, ed è uguale a zero negli altri casi. Per calcolare $S(K, E^+)$ ci riferiamo alla Fig. 9. Le energie dei positroni sono riportate lungo le ascisse e le energie degli elettroni lungo le ordinate.



Le linee diagonali rappresentano fotoni di energia costante. Il quadrato corrisponde ai valori E_m^+ e E_m^- per i quali la funzione $S(K, E^+)$ vale 1, ossia la corrispondente coppia e^- , e^+ è rivelata. $S(K, E^+)$ è uguale a 0 fuori del quadrato.

Possiamo definire la funzione $S(K, E^+)$ matematicamente:

$$S(K, E^+) = 0 \quad \text{se } K < E_m^+ + E_m^- \\ \text{o se } K > E_M^+ + E_M^-$$

Per K compreso tra questi due valori S dipende dal valore di E^+ . Definiamo quindi due regioni:

FIG. 9

Regione I: $E_m^+ + E_m^- < K < E_M^+ + E_m^- = E_m^+ + E_M^-$

in questa regione $S(K, E^+) \begin{cases} = 1 & \text{se } E_m^+ < E^+ < K - E_m^- \\ = 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$

Regione II: $E_m^+ + E_M^- < K < E_M^+ + E_M^-$

in questa regione $S(K, E^+) \begin{cases} = 1 & \text{se } K - E_M^- < E^+ < E_M^+ \\ = 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$

Avendo definito la funzione $S(K, E^+)$, si può scrivere la velocità di conteggio R in termini dell'integrale doppio:

$$R = \frac{tN\rho}{A} \int_{K=0}^{K_{\max}} F(K) \left(\int_{E^+=0}^K \phi(K, E^+) S(K, E^+) dE^+ \right) dK$$

L'integrazione su K si può dividere in due parti corrispondenti alle due regioni definite sopra. In ogni regione la definizione di $S(K, E^+)$ è usata per definire i limiti di integrazione su E^+ e K . Nell'esecuzione dell'integrale si possono fare le seguenti approssimazioni:

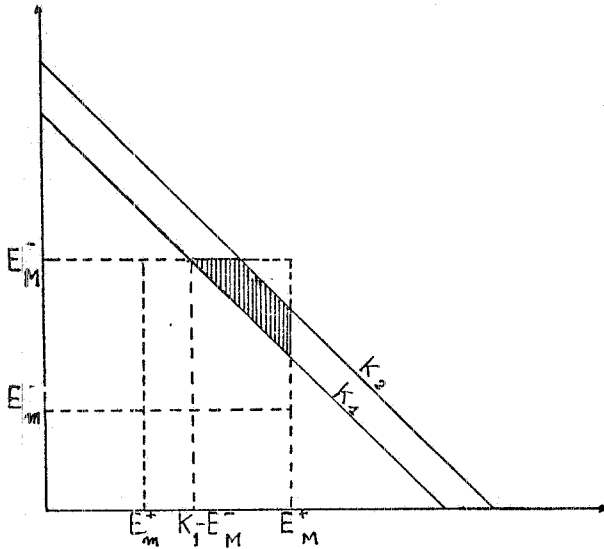
- 1) Si assume che lo spettro $F(K)$ dei fotoni non sia rapidamente variabile nella regione di integrazione per cui si sostituisce nell'integrale il suo valore medio F_0 .
- 2) Si assume che la sezione d'urto differenziale di produzione di coppie sia lentamente variabile rispetto ad E^+ , per cui si sostituisce nell'integrale il suo valore medio^(*).

Nel caso di uno spettro continuo di bremsstrahlung, l'energia del fascio di fotoni varia tra 0 e K_{max} e il risultato finale della doppia interazione è

$$R = \frac{tNq}{A} F_0 \phi(K, E^+) \Delta E^+ \Delta E^-$$

dove $\Delta E^+ = E_M^+ - E_m^+$ e $\Delta E^- = E_M^- - E_m^-$ sono gli intervalli di energia rivelati dalle camere, rispettivamente per i positroni e per gli elettroni.

Nel caso dello spettro di annichilazione l'energia dei fotoni varia tra K_1 e K_2 , per cui la funzione S è diversa da zero solo nella regione tratteggiata in Fig. 10 per cui si ha:



$$R = \frac{tNq}{A} \int_{K_1}^{K_2} F(K) \int_{K-E_M^-}^{E_M^+} \phi(K, E^+) dK dE^+$$

e il risultato dell'integrale è:

$$R = \frac{tNq}{A} \phi(K, E^+) F_0 (E_M^+ + E_M^-) \Delta K - \left(\frac{K_2^2 - K_1^2}{1} \right)$$

FIG. 10

Riportiamo qui di seguito la stima della velocità di conteggio eseguita nelle seguenti condizioni:

- $E_M^+ = E_M^- = 150$ MeV
- $E_m^+ = E_m^- = 130$ MeV
- convertitore di Al di spessore $t = 1 \times 10^{-3}$ cm = 1.1×10^{-4} lunghezze di radiazione

Per fotoni di annichilazione con

$$K_1 = 295 \text{ MeV}, K_2 = 300 \text{ MeV} \text{ e intensità } F_0 = 5 \times 10^4 \text{ } \gamma/\text{s}, \text{ si ha}$$

$$R_0 \approx 40 \text{ conteggi/s.}$$

Per fotoni di bremsstrahlung con

$$K_{max} = 300 \text{ MeV} \text{ e } F_0 = 5 \times 10^{-5} \text{ } \gamma/\text{s}, \text{ si ha}$$

$$R \approx 30 \text{ conteggi/s}$$

(*) Si tenga presente al riguardo che il sistema di rivelazione progettato è in grado di rivelare coppie aventi energia circa uguale.

Come si vede si possono ottenere velocità di conteggio elevate con bersagli molto sottili e quindi, in virtù delle considerazioni svolte nel par. 5, è possibile trascurare sia l'allargamento angolare della coppia dovuto allo scattering multiplo sia le perdite di energia dell'elettrone e del positrone nel convertitore.

7. - CALCOLO DI SIMULAZIONE.

La funzione di risposta dello spettrometro è stata determinata con un programma di calcolo di montecarlo.

Nel programma l'energia del fotone che produce la coppia viene estratta a caso secondo una legge di probabilità desunta dal calcolo teorico dello spettro⁽⁵⁾. Gli angoli θ e ϕ di emissione del fotone dal bersaglio di annichilazione, rispetto alla direzione del fascio di positroni incidente, vengono estratti con legge gaussiana (valore medio 0 rad e deviazione standard $\sigma = 0.005$ rad) per l'angolo θ e con legge uniforme tra 0 e 2π per l'angolo ϕ . Poichè tra il bersaglio di annichilazione e quello di conversione è inserito un collimatore che seleziona angoli $\theta \leq 5 \times 10^{-3}$ rad., angoli maggiori di questo valore vengono rigettati. Si effettua poi il calcolo delle coordinate del punto di creazione $P(x, y, z)$ della coppia nel convertitore. La coordinata x è fissata dalla posizione del convertitore che si assume costante (nel nostro caso $x=15$ cm), essendo trascurabile lo spessore dello stesso. Le coordinate y e z sono invece determinate conoscendo il punto di creazione e l'angolo di emissione del fotone dal bersaglio di annichilazione. Vengono trascurati sia le perdite di energia sia gli effetti dovuti allo scattering multiplo, il che, in base alle considerazioni del par. 5, presuppone l'uso di convertitori aventi basso Z e piccolo spessore.

Si estrae quindi l'energia E^- dell'elettrone uniformemente, nell'intervallo di energia che può essere rivelato dalle camere proporzionali per una data configurazione del campo magnetico. L'energia E^+ del positrone si ricava invece dalla legge di conservazione dell'energia:

$$E^+ = K - E^- - 2m \left(1 + \frac{m}{M}\right),$$

in cui l'ultimo termine rappresenta l'energia di soglia del processo (m è al solito la massa dell'elettrone e M la massa della particella urtata).

Anche per il positrone valgono naturalmente i limiti imposti dall'accettazione delle camere per cui, se la sua energia non risulta compresa nell'intervallo di rivelazione, l'evento viene scartato, in questo caso si estrae di nuovo l'energia dell'elettrone e si ripete il processo fino ad ottenere una coppia di valori E^+ , E^- rivelabili. L'evento così costituito viene pesato per la sua sezione d'urto. Nel calcolo si è usata l'espressione data da Bethe e Heitler⁽⁶⁾ riportata in appendice.

Gli angoli di emissione dell'elettrone e del positrone rispetto al fotone sono estratti con una legge di probabilità data dalla sezione d'urto differenziale per la produzione di un elettrone (o di un positrone), di determinata energia E , ad un angolo θ rispetto alla direzione del fotone incidente. La formula usata è quella fornita da Bethe e Heitler⁽⁶⁾:

$$\phi(\theta) d\theta = A \frac{\theta d\theta}{(\theta^2 + m/E)^2} \left(\log \left(1 + \frac{\theta^2 m^2}{E^2} \right) + B \right)$$

Per alte energie questa espressione può essere approssimata dalla funzione

$$F = \frac{C}{m^2} \frac{\theta}{\left(1 + \frac{E^2}{m^2} \theta^2\right)^2}$$

dove C è una costante. La funzione F per energie dell'elettrone dell'ordine di $E \approx 100$ MeV, ha un massimo in corrispondenza di $\theta = m/E$, poi decresce rapidamente.

Si calcolano quindi le traiettorie delle particelle in campo magnetico servendosi dello stesso

programma di calcolo utilizzato per lo studio delle proprietà ottiche dello spettrometro.

Il calcolo dell'energia dell'elettrone e del positrone, a partire dalle coordinate delle camere proporzionali interessate, è effettuato tenendo presente che la spaziatura tra i fili è di 2 mm, per cui l'energia che viene attribuita alla particella corrisponde alla coordinata del filo più vicino alla intersezione della sua traiettoria con la linea focale. Si calcola quindi l'energia del fotone sommando le energie dell'elettrone e del positrone rivelate dalle camere, e l'energia di soglia.

In Fig. 11 si riportano per quattro valori di B_{zmax} le risposte dello spettrometro, calcolate

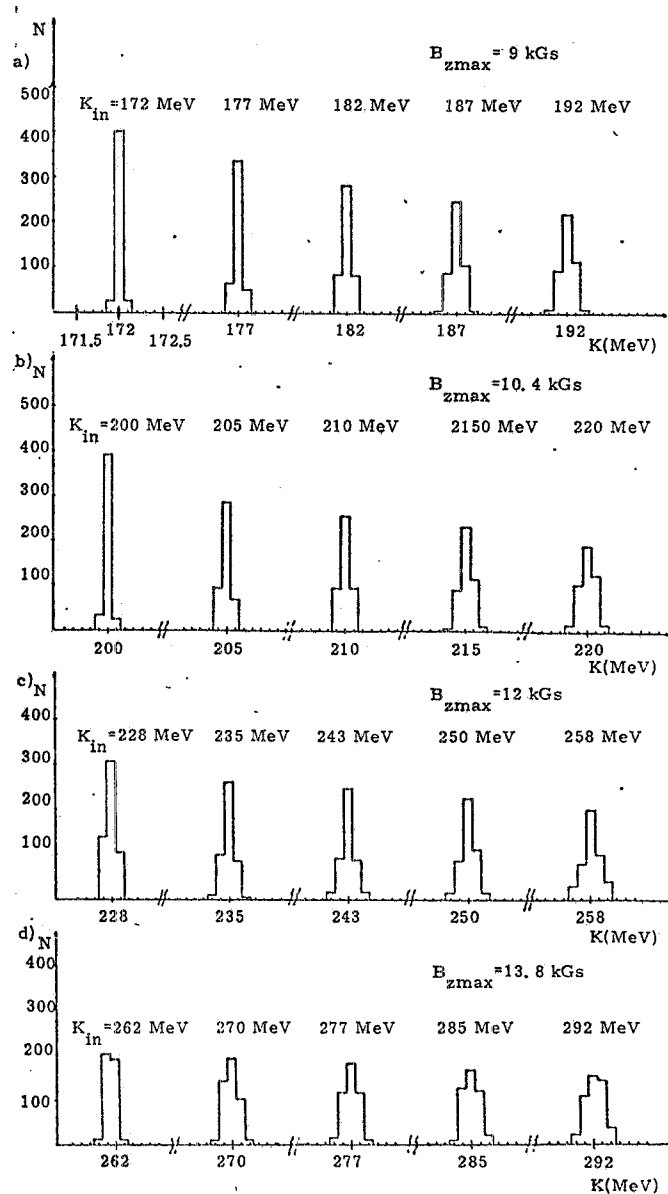


FIG. 11 - Risposta dello spettrometro a coppie ottenuta per spettri di fotoni incidenti monocromatici di energia K_{in} e di uguale intensità. (450 eventi).

con il programma di montecarlo, per alcuni spettri rigorosamente monocromatici e di uguale intensità di fotoni incidenti (K_{in} in Figura). I risultati del calcolo sono riportati come istogrammi di passo costante pari a 0.1 MeV, che corrisponde al passo medio in energia determinato dalla spaziatura dei fili delle camere. In ordinate è riportato il numero N di fotoni ottenuto per ogni canale di energia, già corretto per la sezione d'urto del processo e per la probabilità di rivelazione nelle camere a fili.

Come si vede per ogni configurazione di campo magnetico la risoluzione in energia non è costante lungo tutto l'intervallo di rivelazione, ma peggiora leggermente al crescere dell'energia del fotone rivelato K, in accordo con i risultati ottenuti dallo studio dell'ottica del magnete riportati nei par. 2 e 3. Essa tuttavia risulta $\leq 0.0015 K$.

APPENDICE - Espressione della sezione d'urto di creazione di coppie.

Bethe e Heitler⁽⁶⁾ hanno trovato la seguente espressione per la probabilità che un fotone di energia K si annichili in un positrone di energia compresa tra E^+ e $(E^+ + dE^+)$ e in elettrone di energia $K - E^+$:

$$\phi(K, E^+) dE^+ = \frac{\phi dE^+}{K} G(K, E^+)$$

dove

$$\phi = \frac{Z^2}{137} r_0^2 = Z^2 \times 5.793 \times 10^{-28} \text{ cm}^2$$

con

$$r_0 = \frac{e^2}{m} = 2.82 \times 10^{-13} \text{ cm}$$

La funzione $G(K, E^+)$ è lentamente variabile e dipende dall'effetto di schermo degli elettroni atomici. Se definiamo la quantità

$$\gamma = 100 \frac{Km}{E^+ E^- Z^{1/3}}$$

si può avere un'indicazione quantitativa sull'effetto di schermo degli elettroni atomici, effetto che aumenta al crescere di entrambe le energie E^+ ed E^- . Ad alte energie risulta $\gamma \gg 0$ e lo schermo si può considerare completo.

E' conveniente allora definire la funzione $G(K, E^+)$ in due regioni:

REGIONE I $0 < \gamma < 2$

$$G(K, E^+) = \frac{1}{K^2} (E^{+2} + E^{-2}) \left[\phi_1(\gamma) - \frac{4}{3} \log Z \right] + \frac{2}{3} E^+ E^- \left[\phi_2(\gamma) - \frac{4}{3} \log Z \right]$$

REGIONE II $\gamma \gg 2$

$$G(K, E^+) = \frac{4}{K^2} (E^{+2} + E^{-2} + \frac{2}{3} E^+ E^-) \left(\log \frac{2E^+ E^-}{Km} - \frac{1}{2} - c(\gamma) \right)$$

Le funzioni $\phi_1(\gamma)$, $\phi_2(\gamma)$ e $c(\gamma)$ sono state calcolate da Bethe e Ashkim⁽⁷⁾ e possono essere approssimate dai seguenti polinomi:

- per $0 < \gamma < 1$ $\phi_1(\gamma) = 20.76 - 4.00\gamma + 0.78\gamma^2$, $\phi_2(\gamma) = 20.17 - 2.78\gamma + 0.12\gamma^2$,
- per $1 < \gamma < 2$ $\phi_1(\gamma) = \phi_2(\gamma) = 20.68 - 3.63\gamma + 0.56\gamma^2$
- per $\gamma > 2$ $c(\gamma) = 1/(3.18\gamma - 1.59)$

BIBLIOGRAFIA.

- 1) G. P. Capitani, E. De Sanctis, C. Guaraldo, G. Ricco, M. Sanzone, R. Scrimaglio and A. Zucchiatti, Frascati report LNF 77/45(R) (1977).
- 2) S. Pasquini e A. R. Reolon Frascati report LNF 77/34(R) (1977).
- 3) S. Pasquini, tesi di laurea (1976) Università di Roma, A. R. Reolon, tesi di laurea (1977) Università di Roma.
- 4) E. Apostolopoulos, tesi di laurea (1973) Università di Pisa.
- 5) E. Mancini and M. Sanzone Nuclear Instr. and Meth. 66, 87 (1968) e V. Lucherini comunicazione privata.
- 6) H. A. Bethe e W. Heitler , Proc. Roy. Soc. (London, Ser. A, 146, 83 (1934).
- 7) H. A. Bethe e Ashkim Passage of radiations through matter, in Experimental physics Vol. I edito da E. Segrè (Jhon Wiley and Sons, Inc. New York, 1953).
- 8) H. Davies, H. A. Bethe e L. C. Maximon, Phys. Rev. 93, 788 (1954).