

ISTITUTO NAZIONALE DI FISICA NUCLEARE
Laboratori Nazionali di Frascati

LNF-77/34(R)
13 Luglio 1977

S. Pasquini e A.R. Reolon: MISURE DI CAMPO IN UN
MAGNETE A POLI PIANI. -

S. Pasquini e A. R. Reolon: MISURE DI CAMPO IN UN MAGNETE A POLI PIANI.

1. INTRODUZIONE.

Come è noto, presso il Laboratorio LEALE è stato progettato e realizzato un fascio di γ quasi monocromatici, nell'intervallo di energia $60 \text{ MeV} \leq K \leq 300 \text{ MeV}$, ottenuti dalla annichilazione in volo dei positroni del Linac su un bersaglio di idrogeno liquido⁽¹⁾. L'uso di questo fascio per misure di sezioni d'urto fotonucleari rende necessaria la conoscenza dello spettro energetico dei γ . A tale scopo si è pensato di utilizzare un magnete a C a poli piani, già esistente nei LNF, come spettrometro a coppie. Per studiare le proprietà ottiche del magnete e per risalire in sede di misura all'impulso degli elettroni della coppia è stato necessario misurare la mappa del campo magnetico.

Nel presente rapporto si descrivono la tecnica di misura del campo magnetico con gli errori relativi ed il metodo di elaborazione dei dati raccolti. L'elaborazione permette di calcolare i valori delle tre componenti del campo magnetico in un punto qualsiasi dello spazio usando i valori della componente verticale del campo magnetico, misurati in alcuni punti di un reticolo tridimensionale.

2. - DESCRIZIONE DEL MAGNETE.

Il magnete utilizzato per lo spettrometro a coppie è un magnete a C a poli piani paralleli e rettangolari, già disponibile nei Laboratori di Frascati. Nel giogo è stato aperto un foro di 12 cm di diametro per permettere il passaggio del fascio di fotoni. In Fig. 1 è mostrato il magnete (PS) con

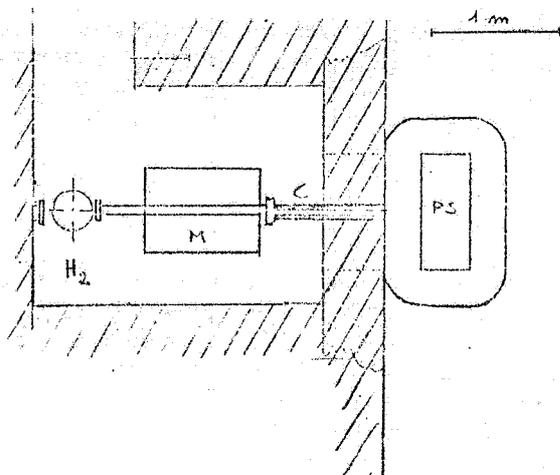


FIG. 1 - PS : magnete dello spettrometro a coppie - M: magnete dei positroni - H₂: bersaglio di annichilazione di idrogeno.

la targhetta di annichilazione (H_2) e il magnete pulitore dei positroni (M) e il collimatore C in Pb del fascio di fotoni.

Nella Tabella I sono riportate le caratteristiche del magnete, mentre in Fig. 2 viene mostrata la curva di eccitazione.

TABELLA I

Poli piani e paralleli	(40 x 90) cm ²
Gap	15 cm
Induzione massima	14000 Gauss
Diametro del foro del giogo	12 cm
Potenza assorbita	120 KW
Portata acqua raffreddamento	1 litro/sec.
Pressione acqua raffreddamento	12 atm.
Spire per bobina	180
Peso totale	15 T
Collegamento delle due bobine	in serie

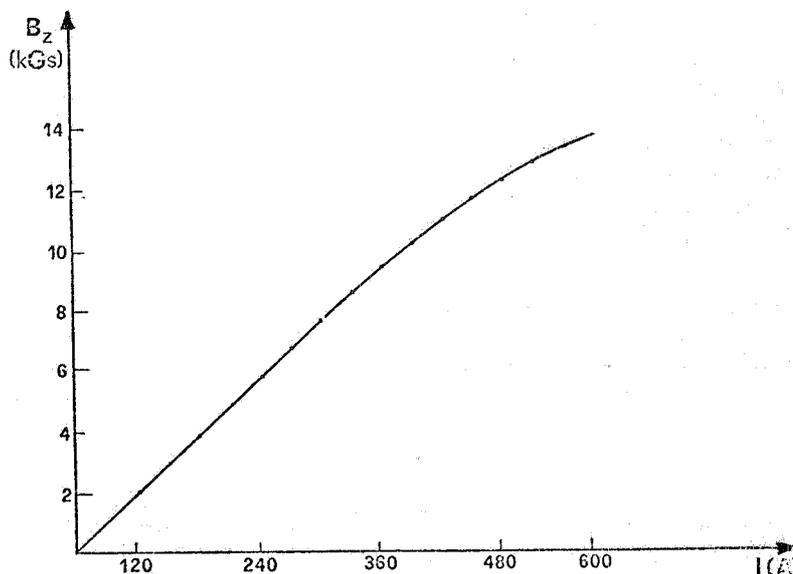


FIG. 2 - Curva di eccitazione del magnete.

Per poter effettuare la misura dello spettro energetico del fascio gamma fino all'energia massima (~ 300 MeV), mantenendo fissa la posizione dell'apparato di rivelazione, è necessario variare il campo magnetico fino al valore massimo di 14 kGs. Pertanto, a causa della non linearità della curva di eccitazione oltre i 9 kGs, sono state misurate le mappe per i valori 9 kGs, 10 kGs, 12 kGs e 14 kGs.

3. - MISURA DEL CAMPO MAGNETICO.

Gli strumenti impiegati per la misura del campo magnetico sono essenzialmente due: un gaussimetro e un coordinatometro. Il gaussimetro (F. W. Bell, Modello 8860) può misurare induzioni magnetiche fino a 100 kGs e può essere calibrato con un'accuratezza dello 0,1%. La sonda impiegata è del tipo ad effetto Hall ed ha una superficie sensibile di 2×2 mm². Il sistema meccanico portasonda è realizzato in modo tale da assicurare la perpendicolarità tra la superficie sensibile della sonda e la direzione della componente di B da misurare. Esso è inoltre collegato ad un indice mobile che, spostandosi su aste graduate, consente il rilievo delle coordinate del centro dell'area sensibile della sonda, cioè del punto in cui viene misurata l'induzione magnetica.

La calibrazione del gaussimetro è stata eseguita con misure di confronto effettuate con un flussimetro Modello F. 8A. Questo strumento, che opera secondo il principio della risonanza magnetica nucleare può fornire una misura del campo magnetico con un'accuratezza superiore al gauss.

Le misure effettuate consistono nella determinazione della sola componente verticale B_z dell'induzione magnetica nei punti di un reticolo tridimensionale individuato da tre piani paralleli ai poli. Di questi piani, uno è quello supposto di simmetria (piano mediano) e gli altri due sono posti rispettivamente alle quote + 2.5 cm e + 5 cm rispetto ad esso. Su ogni piano è stato poi fissato un reticolo bidimensionale la cui maglia è di 2 cm o di 1 cm, secondo il gradiente del campo. L'estensione spaziale dei reticoli bidimensionali dei tre piani è mostrata in Fig. 3.

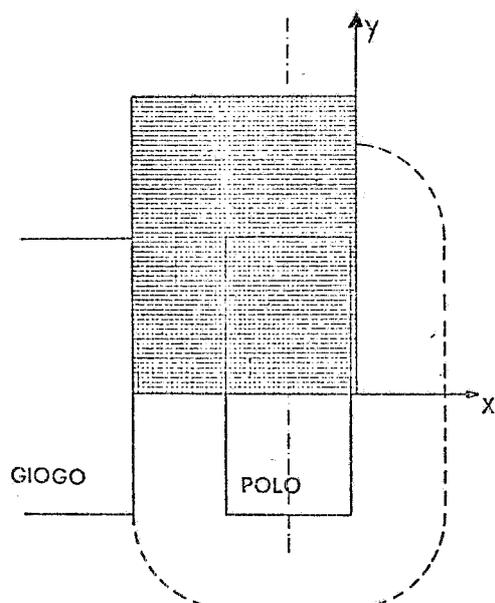


FIG. 3 - Reticolo della zona misurata.

Poichè i poli del magnete risultano traslati uno rispetto all'altro, rispettivamente di 4 mm nella direzione x e 2 mm nella direzione y, è stato necessario effettuare alcune misure anche nei piani a -2.5 cm e -5 cm dal piano mediano per valutare l'asimmetria del campo magnetico. Da queste misure è risultato che il campo è simmetrico entro l'1%. Sempre a causa del non perfetto assemblaggio dei poli del magnete, nel piano mediano le componenti B_x e B_y dell'induzione magnetica non sono nulle, come dovrebbe avvenire se questo piano fosse un piano di simmetria. Una misura diretta del loro valore non è possibile nel nostro caso perchè una deviazione anche minima del piano sensibile della sonda di Hall dal piano perpendicolare alla componente del campo da misurare, fa sì che la misura sia influenzata dalla componente B_z del campo. Poichè questa è molto maggiore delle altre due componenti il risultato della misura è completamente falsato. Per avere una stima del valore di queste componenti, abbiamo eseguito un calcolo nell'ipotesi che lungo i poli vi sia una distribuzione uniforme di carica magnetica. In Fig. 4 è mostrato l'andamento di B_x calcolato sul piano mediano, lungo l'asse di simmetria

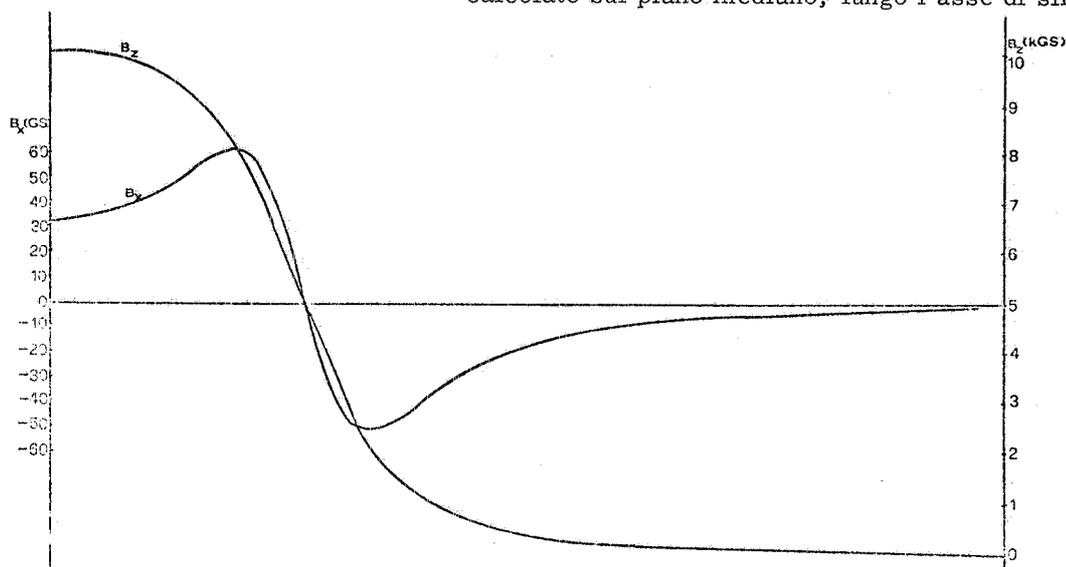


FIG. 4 - Valutazione della componente B_x del campo sul piano mediano.

del lato più lungo del polo (asse x in Fig. 3), e l'andamento di B_z per un valore di campo magnetico al centro dei poli di 10 kGs. Come risulta dalla figura il valore di B_x è sempre $< 0.5\% B_{zmax}$, per cui può essere considerato trascurabile.

4. - VALUTAZIONE DEGLI ERRORI.

I principali errori che influenzano le misure di campo magnetico, si possono elencare in ordine di importanza nel seguente modo:

- a) - deviazione angolare della sonda ad effetto Hall;
- b) - errore sistematico nel posizionamento della sonda;
- c) - errori casuali vari;
- d) - errore dovuto alle dimensioni attuali del reticolo.

La superficie sensibile della sonda deve essere perfettamente perpendicolare alla componente dell'induzione magnetica da misurare. Per dare una valutazione del peso di questo errore nel caso della misura di B_z si può dire che, per ottenere una precisione di qualche unità per mille, la deviazione angolare del piano della sonda non deve superare il decimo di grado. Riteniamo di essere rimasti sempre entro questo limite durante la misura di B_z .

Il secondo tipo di errore può essere attribuito al fatto che il centro dell'area sensibile della sonda non coincide esattamente con il centro del suo rivestimento di ceramica. Ciò introduce un errore sistematico nel valore delle coordinate (x,y) del punto a cui si riferisce la misura. L'influenza di un errore di questo tipo dipende dal gradiente del campo. Nel nostro caso, date le dimensioni della sonda, che ha una superficie sensibile di $2 \times 2 \text{ mm}^2$, questo tipo di errore sistematico è pari al massimo allo 0,1%

Tra gli errori casuali, i più significativi sono dovuti alla precisione del gaussmetro (0,1%), alla risoluzione della sonda (0,05%) e alla stabilizzazione dell'alimentatore del magnete (0,3%). Tenuto conto di ciò possiamo valutare intorno allo 0,5% l'incidenza di tutti gli errori casuali. Durante le misure, per avere un controllo continuo della stabilità dell'alimentatore del magnete, ci siamo serviti anche di un'altra sonda ad effetto Hall, permanentemente inserita in una posizione fissa tra i poli (ALPHA, Modello 685).

In ultimo, le dimensioni finite del reticolo secondo cui viene suddivisa la zona di misura introducono un errore, dipendente dalla derivata del campo, dovuto alle interpolazioni necessarie per ottenere i valori di campo magnetico con il passo di 1 cm, risultato più comodo per i calcoli di ottica⁽²⁾. Nel nostro caso però, considerato che il passo è di 2 cm solo nelle zone in cui il gradiente del campo è più basso e di 1 cm altrove, tale errore è stato valutato trascurabile.

5. - NORMALIZZAZIONE DELLE MISURE DI B_z .

Poichè le dimensioni del coordinamento ($80 \times 80 \text{ cm}^2$) non hanno permesso di ricoprire con un unico posizionamento l'intera area di interesse, per poter misurare il campo vicino al giogo si sono resi necessari due diversi posizionamenti: uno parallelamente al lato più lungo del polo e l'altro parallelamente a quello più corto, tali comunque da permettere di eseguire le misure in una stessa regione per poter verificare la coerenza tra le due serie di misure. La sovrapposizione è ovviamente affetta dagli errori dovuti al riposizionamento del coordinamento, ma le variazioni riscontrate nei valori di B_z sono risultate dell'ordine dello 0,1%, per cui le abbiamo ritenute trascurabili.

E' stato necessario invece tenere conto delle fluttuazioni dell'alimentatore perchè, come si è detto, sono risultate dell'ordine dello 0,3% e per ciascuno dei piani di misura si è effettuata una operazione di normalizzazione con riferimento ai valori indicati dalla sonda ALPHA.

6. - INTERPOLAZIONE DELLE MISURE DI B_z .

Per migliorare nella fase di progettazione l'integrazione numerica delle traiettorie degli elettroni si è preferito avere un reticolo di passo pari a 1 cm. Si è proceduto pertanto ad una interpolazione dei valori misurati. Il metodo di interpolazione scelto è quello di Lagrange⁽³⁾ che consiste nell'approssimare la funzione $B(x,y,z)$, per z e y fissati, con un polinomio i cui coefficienti sono ricavati conoscendo i valori di B_z in quattro punti vicini a quello in cui si vuole calcolare. L'interpolazione secondo Lagrange, oltre ad avere una accuratezza dello stesso ordine di grandezza di metodi analoghi, gode di una maggiore generalità in quanto è applicabile anche quando gli intervalli

della variabile indipendente non sono costanti. Nel nostro caso l'area da interpolare riguarda solamente alcune zone dei piani di misura, la cui estensione complessiva è di (72 x 96) cm². Infatti, come si è già detto, sono stati misurati valori di campo con un passo di 2 cm solo nelle zone in cui il gradiente è più basso. L'interpolazione viene eseguita (vedi lista del programma in Appendice) sulle righe (asse y), a partire dalla prima per cui i valori non sono tutti nulli. Si trovano i valori estremi diversi da zero e si calcola la differenza tra i due indici di colonna L1 e L2 che ne individuano la posizione. La condizione necessaria per l'interpolazione di Lagrange è che $L1-L2 \geq 4$ perchè, per calcolare il valore di campo nel punto x_i , si utilizzano i valori nei punti (x_{i-3} , x_{i-1} , x_{i+1} , x_{i+3}). Nel caso che $L1-L2=0$, si ha un solo valore di campo diverso da zero, per cui si passa alla riga successiva. Nei casi in cui $L1-L2=2$ oppure $L1-L2=4$ i valori intermedi si calcolano con una interpolazione lineare tra i punti immediatamente adiacenti.

Infine, con un procedimento del tutto analogo, si fa una ulteriore interpolazione per colonne (asse x), in modo da ridurre il passo a 1 cm in tutta la mappa.

7. - RAPPRESENTAZIONE GRAFICA DEL CAMPO MAGNETICO.

Per ogni valore di campo magnetico le misure effettuate consentono di realizzare una mappa della componente B_z dell'induzione magnetica per ciascuno dei tre piani considerati. Per visualizzare l'andamento di B_z sono state ricavate da queste mappe alcune linee di isocampo, presentate nelle Figure 5, 6, 7 e 8. Il valore dell'induzione magnetica misurata (B_z) in gauss è indicato a fianco di ogni linea e si può ritenere costante, entro l'errore, in tutti i punti della linea a cui si riferisce. Dalle diverse serie di grafici presentate (le linee di isocampo presentate nella parte (a) delle figure mostrano l'andamento del campo magnetico nel piano mediano mentre quelle presentate nelle parti (b) e (c) si riferiscono rispettivamente a misure effettuate alle quote + 2,5 cm sul piano mediano e + 5 cm sul piano mediano) si può notare che, avvicinandosi ad uno dei poli del magnete, le linee di isocampo risultano più addensate verso il bordo del polo stesso.

Infine, in Tabella II è riportato l'andamento di B_z/B_{zmax} nel piano mediano lungo l'asse di sim

TABELLA II

Y (cm)	B_z/B_{zmax} $B_{zmax}=14kGs$	B_z/B_{zmax} $B_{zmax}=12kGs$	B_z/B_{zmax} $B_{zmax}=10.4kGs$	B_z/B_{zmax} $B_{zmax}=9kGs$
0	1	1	1	1
21	0,997	0,998	0,998	0,999
31	0,998	0,994	0,997	0,999
41	0,945	0,960	0,966	0,975
43	0,912	0,930	0,937	0,946
45	0,856	0,856	0,879	0,896
47	0,773	0,795	0,807	0,813
49	0,676	0,695	0,698	0,709
51	0,575	0,589	0,593	0,603
53	0,479	0,490	0,494	0,498
55	0,398	0,407	0,411	0,412
57	0,331	0,337	0,339	0,340
59	0,274	0,279	0,279	0,280
61	0,224	0,229	0,299	0,299
66	0,131	0,137	0,137	0,137
71	0,070	0,077	0,076	0,076
81	0,013	0,021	0,020	0,020
91	0,002	0,005	0,005	0,003

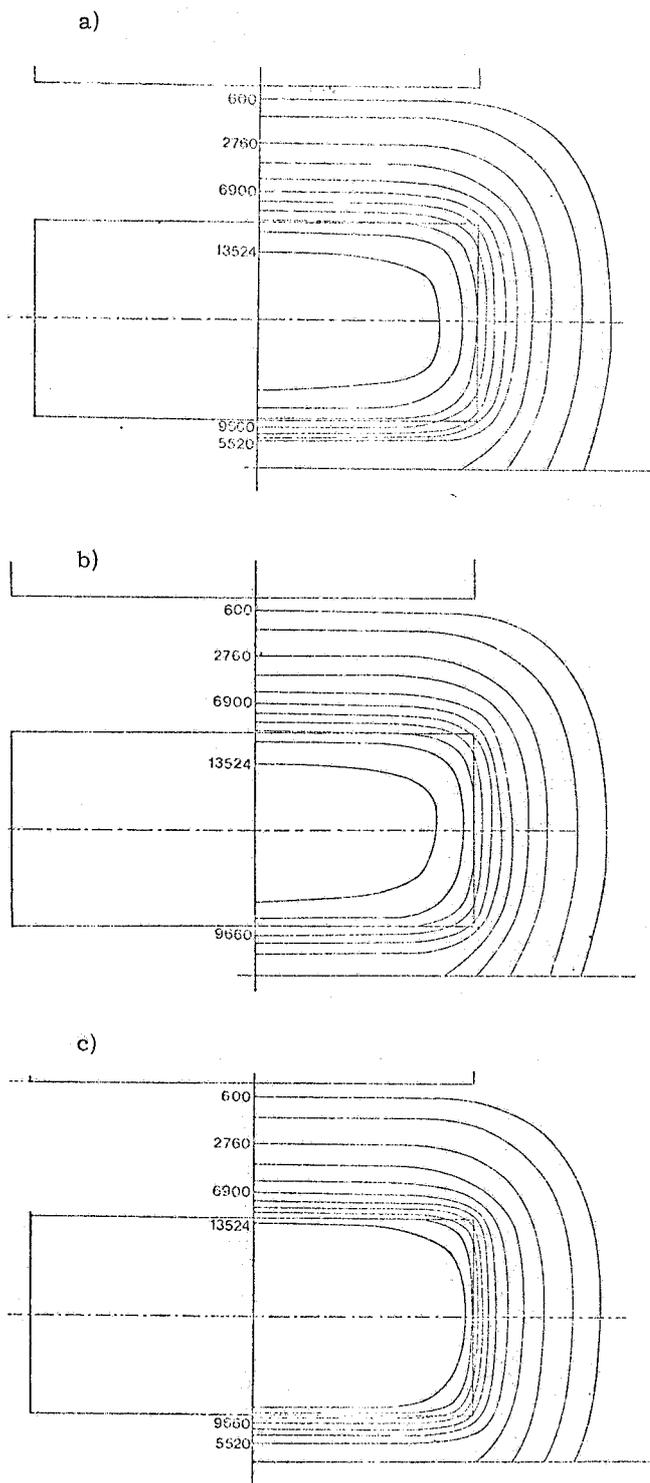


FIG. 5

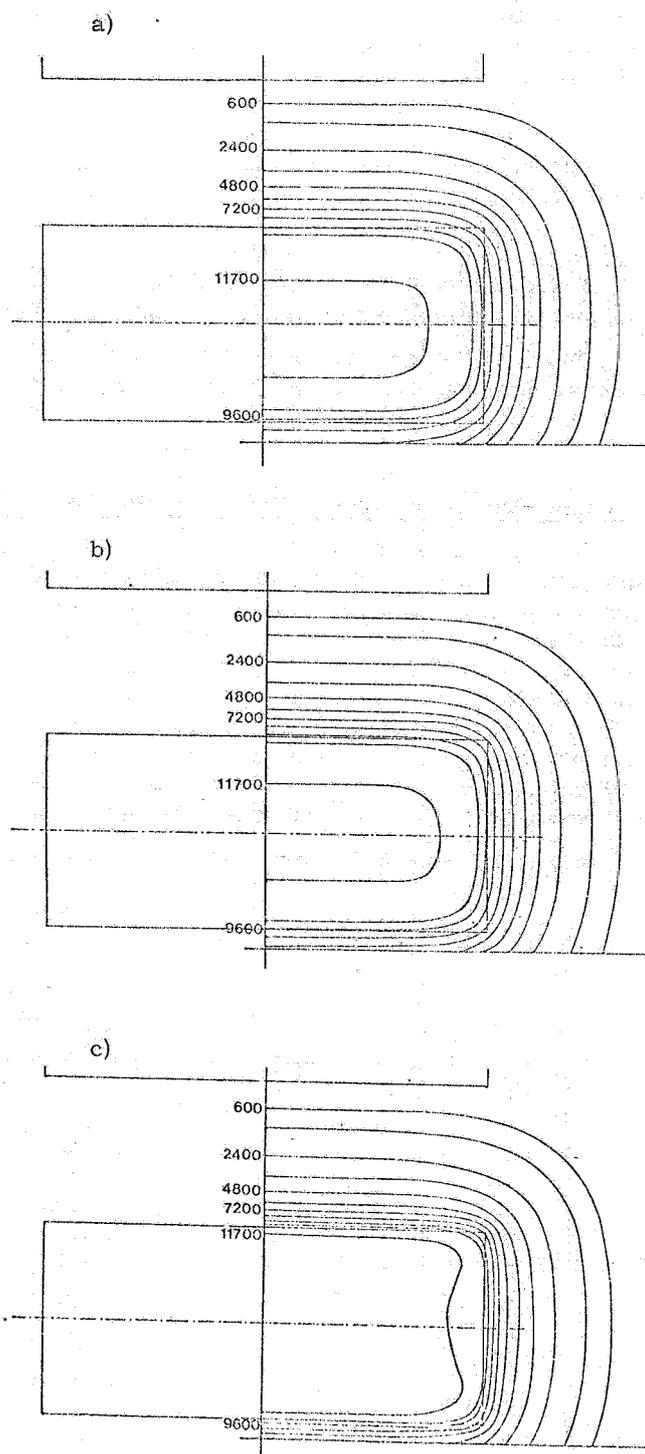


FIG. 6

Curve di isocampo a) nel piano mediano b) a + 2,5 cm rispetto al piano mediano c) a + 5 cm rispetto al piano mediano relative rispettivamente ai valori di campo 9 kGs, 10,4 kGs, 12 kGs e 13,8 kGs.

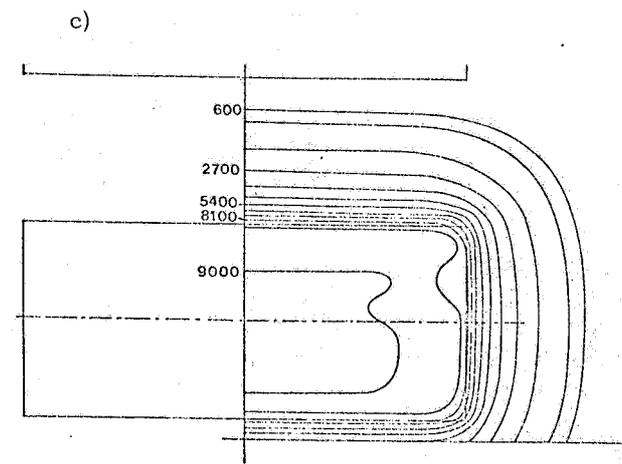
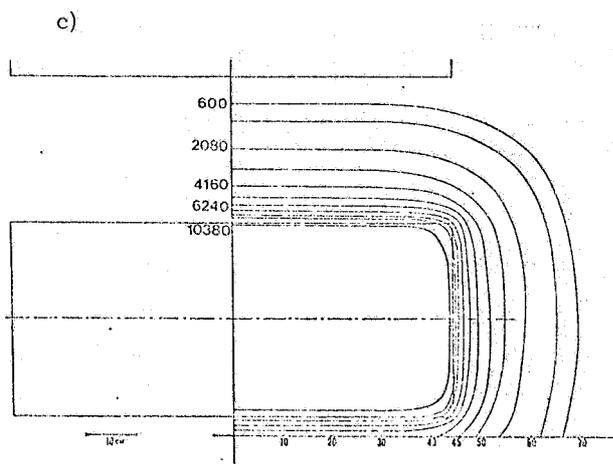
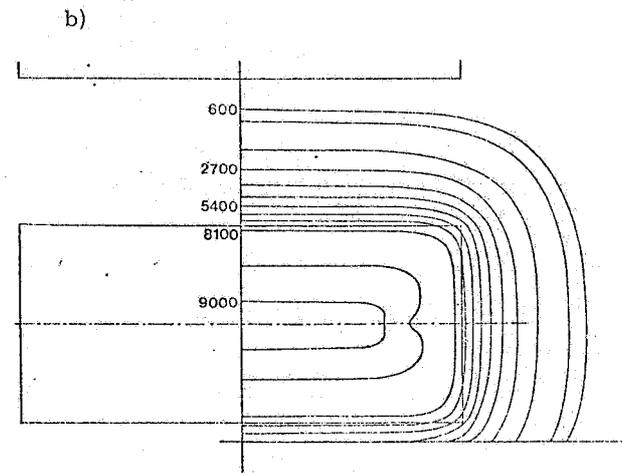
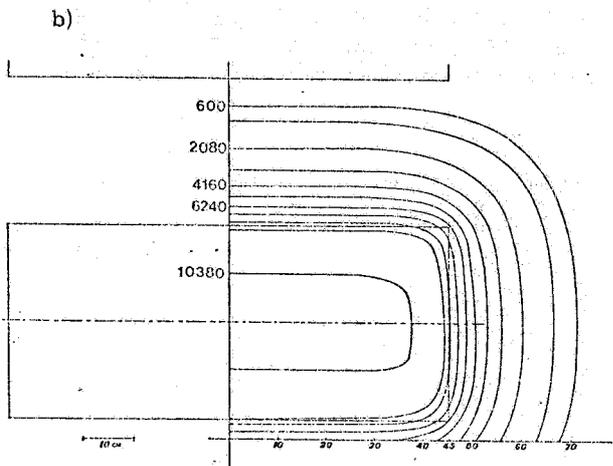
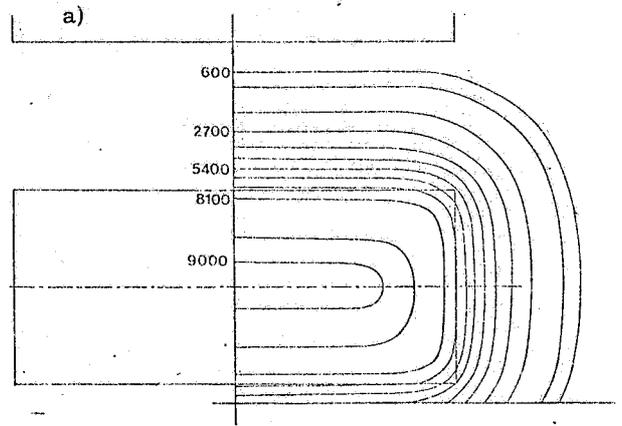
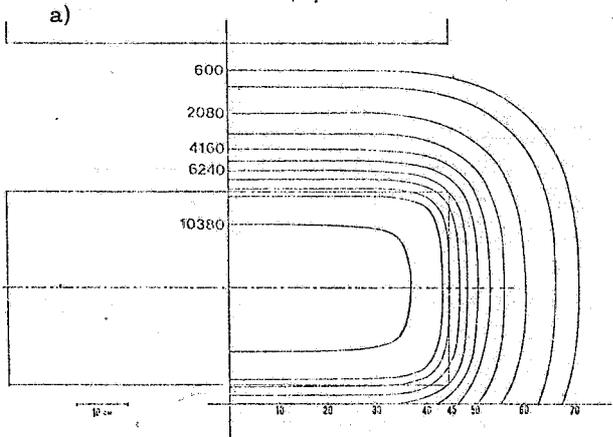


FIG. 7

FIG. 8

metria parallelo al lato più lungo del polo (asse y) e relativo ai quattro valori di campo magnetico. Come ci si aspetta, a causa della saturazione, per valori di B_{zmax} maggiori di 9 kGs, per un determinato valore della variabile y, il rapporto B_z/B_{zmax} diminuisce al crescere di B_{zmax} .

8. - CALCOLO DELLE COMPONENTI B_x , B_y e B_z DELL'INDUZIONE MAGNETICA.

La traiettoria di una particella carica in moto nel campo magnetico si ottiene risolvendo un sistema di equazioni differenziali lineari del secondo ordine. Tale sistema è stato trasformato in un sistema di quattro equazioni differenziali lineari nel primo ordine per la cui risoluzione numerica è stato usato il metodo di integrazione di Hamming⁽⁴⁾.

Tale metodo è stato preferito ad altri perchè permette di verificare l'errore ad ogni passo di integrazione e quindi di ridurre, se necessario, l'incremento della variabile indipendente x. I parametri di ingresso nel programma sono le coordinate e l'impulso dell'elettrone, relativi ad un sistema di riferimento (0 x y z) con il piano xy coincidente con il piano mediano della gap, l'asse x parallelo all'asse longitudinale del magnete e l'origine nel punto di intersezione tra detto asse e il giogo.

Poichè ad ogni passo di integrazione è necessario calcolare le tre componenti B_x , B_y e B_z dell'induzione magnetica, a partire dalle tre mappe bidimensionali di B_z , in questo paragrafo viene descritto il metodo con cui vengono calcolate le componenti del campo supponendo di volerle calcolare in un punto $P=(x_p, y_p, z_p)$, con la coordinata x coincidente sempre con uno degli assi del reticolo.

a) Calcolo di B_z

In Fig. 9 è mostrata una parte del reticolo (identico per i tre piani) ed il punto P che può non

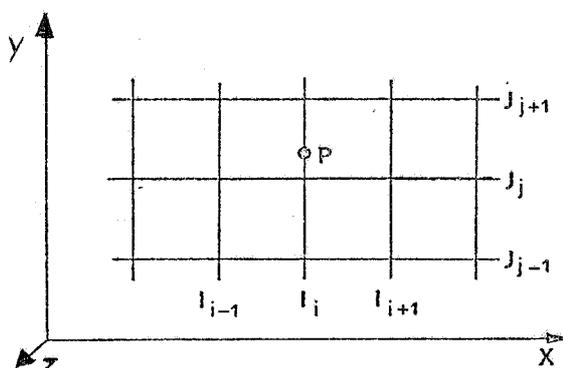


FIG.9 - Schema di parte del reticolo, identico per i tre piani, per il calcolo di B_z .

essere contenuto in uno dei tre piani di misura. Partendo dai valori noti di B_z (misurati o interpolati) nei punti dei tre reticoli di indici l_i e J_j si calcolano, con il metodo dei minimi quadrati, i coefficienti del polinomio pari

$$B_z(z) = a + bz^2 + cz^4$$

Questo polinomio è pari per ragioni di simmetria, $B_z(z) = B_z(-z)$, ed è di ordine sufficientemente basso per non dare luogo ad oscillazioni. Si procede in maniera analoga per un punto di indici l_i, J_{j+1} . Dai due polinomi si ha il valore della componente dell'induzione magnetica nei punti dello spazio di coordinate $(x_p=l_i, y_p=J_j, z_p)$ e $(x_p=l_i, y_p=J_{j+1}, z_p)$. Il valore di B_z nel punto P viene poi calcolato con una interpolazione lineare dai due precedenti valori.

b) Calcolo di B_y

Con riferimento alla Fig. 10 si consideri il circuito ABCD e si applichi ad esso il teorema fondamentale di elettromagnetismo della circuitazione del campo magnetico

$$\oint_{ABCD} B_l dl = \sum i_l = 0$$

dove B_1 è la componente dell'induzione magnetica parallela punto per punto al circuito e \sum_{i_1} è la somma delle correnti elettriche concatenate dal circuito (nel nostro caso non c'è alcuna corrente per cui $\sum_{i_1} = 0$).

L'integrale che compare nella precedente formula è nel nostro caso facilmente scomponibile in quattro contributi:

$$\int_{AB} B_z dz - \int_{CB} B_y dy - \int_{DC} B_z dz + \int_{DA} B_y dy = 0.$$

Nel nostro caso il contributo del quarto integrale è assunto uguale a zero, per cui avremo:

$$B_y = \frac{1}{\Delta y} \left(\int_{AB} B_z dz - \int_{DC} B_z dz \right),$$

avendo posto:

$$\int_{CB} B_y dy = B_y \Delta y.$$

In questo modo il valore di B_y calcolato è un valore medio nell'intervallo $\Delta y = 1\text{cm}$, piuttosto che il valore nel punto P.

Un ulteriore raffinamento si ottiene considerando due circuiti adiacenti e calcolando altri due valori di B_y alla stessa quota del punto P. Si possono ora calcolare i coefficienti del polinomio $B_y = a + by + cy^2$ e valutare poi il valore di B_y nel punto P. I due integrali che compaiono nella precedente formula sono calcolati analiticamente partendo dai polinomi pari che danno l'andamento di $B_z(z)$ per una determinata coppia di indici I e J.

c) Calcolo di B_x

Con riferimento alle Fig. 11, 12 analogamente al caso precedentemente utilizzando i quattro circuiti ABCD, DCEF, A'B'C'D', D'C'E'F' è possibile calcolare quattro valori di B_x ; dalla media dei primi due e da quella dei secondi due si ottengono i valori di B_x nei punti $(x_p = I_i, J_j, z_p)$ e $(x_p = I_i, J_{j-1}, z_p)$; con una interpolazione lineare in y si ha infine il valore di B_x nel punto $P = (x_p, y_p, z_p)$.

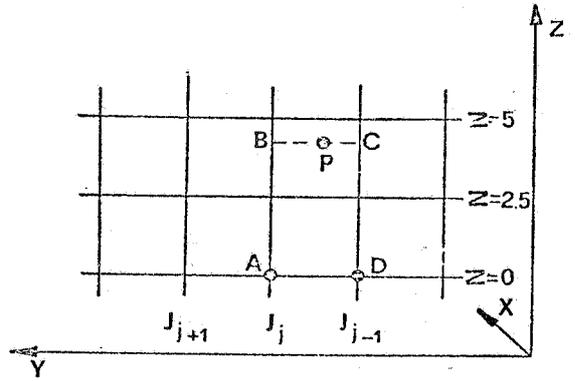


FIG. 10 - Schema di parte del reticolo, per il calcolo di B_y .

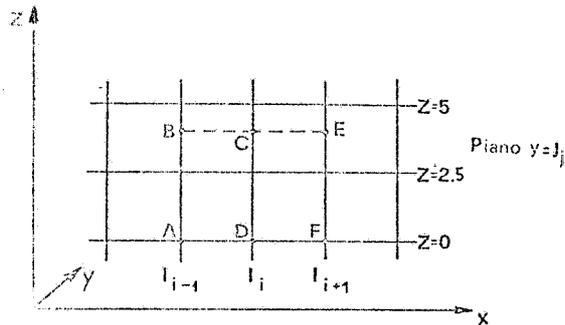


FIG. 11 - Schema di parte del reticolo, per il calcolo di B_x .

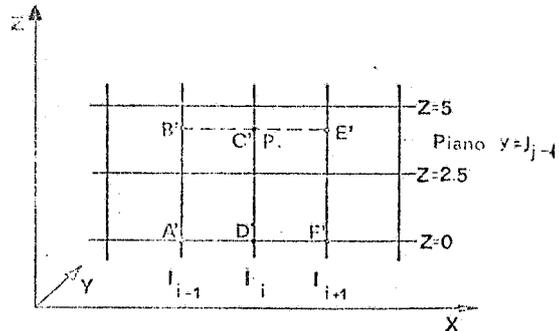


FIG. 12 - Schema di parte del reticolo, per il calcolo di B_x .

RINGRAZIAMENTI.

Si ringraziano i Dr. G. P. Capitani e E. De Sanctis per i suggerimenti e il continuo aiuto forniti nel corso del lavoro. Un apprezzamento particolare è rivolto ai Sigg. M. Albicocco C. Marchetti, W. Pesci e A. Viticchiè per la collaborazione offerta durante l'esecuzione delle misure.

```
C      PROGRAMMA DI INTERPOLAZIONE DEI VALORI MISURATI DEL CAMPO MAGNETICO
C      SECONDO LA FORMULA DI LAGRANGE
C      A#J,K      MAPPA DEL CAMPO MAGNETICO RELATIVA A CIASCUN PIANO
C      LAGR      VALORE DEL CAMPO MAGNETICO INTERPOLATO
C      REAL LAGR
C      DIMENSIONI A#72,S6<,X#24<,Y#24<
100 FORMAT (16F5.0<
400 FORMAT(1F1,10X,5FPIANO,13//<
558 FORMAT (26X,2FINE INTERPOLAZIONE<
999 FORMAT(26X,2FINE SCRITTURA<
-----
C      INIZIALIZZAZIONE
C      K#K#1
C      DC 1 J#1,72
C      DC 1 K#1,56
1   A#J,K<#0.
251 CONTINUE
C      IF#K#K.EG.4< GC TC 250
C      WRITE#6,400< K#K
-----
C
C
C      LETTURA DATI
C      READ A#5,100< A
-----
C
C
C      INTERPOLAZIONE RICHE
C      LIJ#1
C      LFJ#72
C      LFK#96
C      DC 3 J#LIJ,LFJ,2
C      DC 4 K#1,LFK,2
C      LI#K
C      IF#A#J,K<.NE.C.<GC TC 5
4   CONTINUE
5   IF# LI.GE.LFK<GC TC 3
C      DC 6 K#1,LFK,2
C      L2#LFK&1-K
C      L#L2
C      IF#A#J,L<.NE.C.<GC TC 8
6   CONTINUE
8   K#L2-L1
C      IF#KK.EG.0<GC TC 10
C      IF#KK.EG.2<GC TC 11
C      IF#KK.EG.4<GC TC 12
C      L1#L1&3
C      L2#L2-3
C      DC 13 K#L11,L22,2
C      K#K-3
C      DC 14 K#1,4
C      XX#K#K#K
C      YY#K#K#A#J,K#K<
14  KR#KP&2
C      XXX#K
C      A#J,K<#LAGR#XX,YY,XXX<
13  CONTINUE
```

GC TC 12
 11 A#J,L181<#A#J,L1<8#A#J,L2<-A#J,L1<</2.
 GC TC 1C
 12 A#J,L181<#A#J,L1<8#A#J,L182<-A#J,L1<</2.
 A#J,L2-1<#A#J,L2-2<8#A#J,L2<-A#J,L2-2<</2.
 1C CONTINUE
 3 CONTINUE

C-----
 C
 C-----

C INTERPOLAZIONE PER COLONNE
 LIJ#1
 LFK#72
 LFJ#56
 CC 203 J#LIJ,LFJ
 CC 204 K#1,LFK,2
 L1#K
 IF#AK,J<.NE.C.<GC TC 205
 204 CONTINUE
 205 IF# L1.GE.LFK<GC TC 203
 CC 206 K#1,LFK,2
 L2#LFK31-K
 L#L2
 IF#AL,J<.NE.C.<GC TC 208
 206 CONTINUE
 208 KK#L2-L1
 IF#KK.EG.C<GC TC210
 IF#KK.EG.2<GC TC211
 IF#KK.EG.4<GC TC212
 L1#L182
 L2#L2-3
 CC213 K#L11,L22,2
 KR#K-3
 CC214 KS#1,4
 XX#KS<#KR
 YY#KS<#AKR,J<
 214 KR#KR32
 XXX#K
 Y#K,J<#LAGR#X,Y,Y,XXX<
 213 CONTINUE
 GLTC212
 211 A#L181,J<#A#L1,J<8#A#L2,J<-A#L1,J<</2.
 GC TC 21C
 212 A#L181,J<#A#L1,J<8#A#L182,J<-A#L1,J<</2.
 A#L2-1,J<#A#L2-2,J<8#A#L2,J<-A#L2-2,J<</2.
 21C CONTINUE
 2C3 CONTINUE

C-----

REWIND KAK
 WRITE#KAK < A
 REWIND KAK
 KAK#KAK81
 GC TC 251
 25C CONTINUE

C-----
 C SCRITTURA SU DISCO

```
REWIND 8  
DC 253 KAK#1,3  
READ%KAK< A  
253 WRITE %8< A  
REWIND 8
```

C
C
C
C

```
STAMPA MAPPA DEL CAMPO MAGNETICO  
DC 500 KA#1,3  
READ%8< A  
WRITE%6,400< KA  
500 WRITE%6,152< A
```

C
C
C

```
WRITE %6,999<  
WRITE %6,999<  
STOP  
END
```

C
C
C

```
REAL FUNCTION LAGR%X,Y,XX<  
CALCOLA IL VALORE DI F SECONDO LAGRANGE  
DIMENSION X%4<,Y%4<,A%4<  
LAGR#C.  
DC 1 J#1,4  
A%J<#1.  
DC 2 K#1,4  
IF%K.EC.J<GC TC 2  
A%J<#A%J<#%XX-X%K<</%X%J<-X%K<<  
2 CONTINUE  
1 LAGR#LAGR#A%J<#Y%J<  
RETURN  
END
```

BIBLIOGRAFIA

- 1) - G. P. Capitani, E. De Sanctis, S. Faini, C. Guaraldo, R. Moliano, R. Ricco, M. Sanzone e R. Scrimaglio, LNF-72/99 (1972); G. P. Capitani, E. De Sanctis, S. Faini, C. Guaraldo, G. Ricco M. Sanzone, A. Zucchiatti e R. Scrimaglio, Lett. Nuovo Cimento 16, 453 (1976); LNF-76/27 (1976).
- 2) - G. P. Capitani, E. De Sanctis, S. Pasquini e A. R. Reolon, Rapporto interni LNF in corso di preparazione.
- 3) - Y. Scoeborough, Numerical Matamatical Analysis, (Johns Hopkins Press, 1966).
- 4) - Subroutine DHPG, Scient Subrout. Pacage IBM.