

ISTITUTO NAZIONALE DI FISICA NUCLEARE  
Laboratori Nazionali di Frascati

LNF-76/37(R)  
1 Luglio 1976

A. Turrin: ESTRAZIONE ACROMATICA DA ADONE. -

Laboratori Nazionali di Frascati  
Servizio Documentazione

LNF-76/37(R)

1 Luglio 1976

A. Turrin: ESTRAZIONE ACROMATICA DA ADONE. -

SOMMARIO. -

In vista dell'eventuale attuazione di un progetto di convertire l'Anello di Accumulazione Adone in uno stretcher , viene prescritta una distribuzione di perturbazioni sestupolari lungo l'Anello d'intensità tale da permettere il conseguimento dell'estrazione risonante acromatica del fascio circolante.

## 1. - INTRODUZIONE. -

L'Anello di Accumulazione Adone può essere adibito a beam-stretcher del Linac dei LNF: ogni impulso del Linac iniettato in Adone può essere estratto lentamente e con continuità prima dell'impulso successivo. La risonanza scelta per l'estrazione è la  $\nu_{\text{ris}} = \frac{10}{3}$ , dove  $\nu$  è il numero di oscillazioni radiali di betatrone/rivoluzione.

In questa nota si prescrive una distribuzione di sestupoli che assolve la duplice funzione di eccitare la risonanza e di annullare - al prim'ordine - l'effetto della cromaticità naturale sull'emittanza del fascio estratto. L'analisi è condotta facendo uso della teoria di G. Gendreau, J. L. Laclare e G. Leleux<sup>1)</sup>, che è una estensione della teoria di K. R. Symon<sup>2)</sup> al caso  $\Delta E/E \neq 0$ .

Non sono presi per ora in considerazione gli effetti dovuti alla presenza di componenti ottupolari, e si suppone inoltre che le oscillazioni verticali non vengano sensibilmente perturbate.

2. - PARAMETRI DELLA STRUTTURA IMPERTURBATA A  $\nu \approx \frac{10}{3}$  . -

Tutti i valori dei parametri che entrano nei calcoli eseguiti nella presenta nota sono compendati nella Tabella I. La maggior parte di essi sono stati gentilmente forniti da M. Bassetti. Gli altri in essa contenuti sono desumibili da questi.

I parametri si riferiscono a mezzo dei dodici superperiodi di Adone. Il secondo semisuperperiodo di tale struttura magnetica è specularmente simmetrico rispetto al centro delle sezioni diritte oppure dei magneti curvanti, per cui la funzione di orbita chiusa  $Rg = \frac{x_{co}}{\frac{\Delta E}{E}}$  e la lunghezza d'onda ridotta delle oscillazioni di betatrone,

$\beta_{\pm}$  risultano funzioni pari del superperiodo, mentre la funzione  $\psi = \int_0^s \frac{ds}{\beta} - \nu \vartheta$  e la funzione  $\alpha = -\frac{1}{2} \frac{d\beta}{ds}$  risultano funzioni dispari del superperiodo.

Le notazioni adottate nella Tabella I, che sono quelle che useremo nella presente nota, sono le notazioni delle Referenze 1) e 3).  $R$  è il raggio fisico dell'Anello ( $R=16.7\text{m}$ );  $\vartheta$  è definita dalla  $d\vartheta = \frac{ds}{R}$ , e  $K_{F,D} = \frac{(dB/dx)_{F,D}}{B_0 \varrho_0}$ .

TABELLA I

Compendio parametri Adone a  $\nu = \frac{10}{3}$

Struttura magnetica	Lungh. (m)	$\alpha$	$\beta(\text{m})$	$Rg(\text{m})$	$\psi$
centro sez. dritta		$\alpha_s = 0.$	$\beta_S = \beta_H = 8.852$	$Rg_H = Rg(o) = 1.811$	0.
sez. dritta	1.293				
inizio quadr. F		$\alpha_{iF} = -0.1461$	$\beta_{iF} = 9.040$	1.811	
$\sqrt{K_F} = .8996\text{m}^{-1}$	$L_F = .532$				
fine quadr. F		2.6230	7.286	1.608	
sez. dritta	.296				
inizio quadr. D		$\alpha_{iD} = 2.3028$	$\beta_{iD} = 5.532$	1.386	
$\sqrt{K_D} = .8822\text{m}^{-1}$	$L_D = .532$				
fine quadr. D			3.953	1.127	
sez. dritta	.410				
inizio magnete curv.			3.636	1.029	
$\varrho_0 = 5. \text{m} ; n = .54$	1.309				
centro magnete curv.		0.	$\beta_o = 3.207$	$Rg_o = 0.8718$	0.

3. - LOCAZIONE RELATIVA DEI SESTUPOLI PROPOSTA E LOCAZIONE DEL SETTO. DETERMINAZIONE DEI PUNTI FISSI ALL'AZIMUTH IN CUI E' LOCATO IL SETTO NEL CASO  $\frac{\Delta E}{E} = 0$  . -

Si propone in questa nota di porre quattro sestupoli di uguale polarità e uguale intensità al centro di quattro delle dodici sezioni diritte,

come rappresentato in Fig. 1 .

La figura rappresenta anche la locazione del setto S, che occupa una quinta sezione diritta dell'Anello.

L'applicazione<sup>3)</sup> della teoria di Symon<sup>2)</sup> ( $\frac{\Delta E}{E} = 0$ ) fornisce l'espressione delle coordinate dei punti fissi A, B, C nel piano (x, dx/ds), all'azimuth  $\vartheta (= 0)$  dove è locato il setto S:

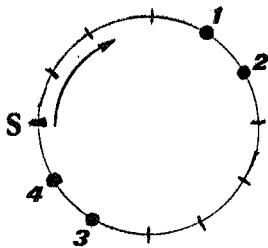


Fig. 1

$$x_A = \lambda \left( \cos \varphi + \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \varphi \right) X_0$$

(1A)

$$\frac{dx_A}{ds} = - \mu \left[ \sin \varphi \left( 1 + \frac{1}{\sqrt{3}} \alpha_S \right) + \cos \varphi \left( \alpha_S - \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \right] X_0$$

$$x_B = - \frac{2\lambda}{\sqrt{3}} \sin \varphi X_0$$

(1B)

$$\frac{dx_B}{ds} = - \frac{2\mu}{\sqrt{3}} \left( \cos \varphi - \alpha_S \sin \varphi \right) X_0$$

$$x_C = \lambda \left( - \cos \varphi + \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \varphi \right) X_0$$

(1C)

$$\frac{dx_C}{ds} = \mu \left[ \sin \varphi \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{3}} \alpha_S \right) + \cos \varphi \left( \alpha_S + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \right] X_0 ,$$

dove (  $\alpha_S = 0$  nel nostro caso)

$$(2) \quad \begin{aligned} \lambda &= \varrho_0 \left( \frac{\beta_S}{R} \right)^{\frac{1}{2}} \\ \mu &= \frac{\varrho_0}{R} \left( \frac{\beta_S}{R} \right)^{-\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

$$(3) \quad X_0 = \frac{\frac{m_0}{3} - \nu}{2\sqrt{3} H_{33m_0}} \quad (m_0 = 10 \text{ nel nostro caso})$$

$$\varphi = \frac{1}{3} (\pi - \eta_{33m_0})$$

$$(4) \quad \begin{aligned} H_{33m_0} \cos \eta_{33m_0} &= \frac{R^2 \varrho_0}{48 \pi} \sum_{j=1}^N H_j \left( \frac{\beta_j}{R} \right)^{\frac{3}{2}} \cos(3 \psi_j + m_0 \vartheta_j + \frac{\pi}{2}) \\ H_{33m_0} \sin \eta_{33m_0} &= \frac{R^2 \varrho_0}{48 \pi} \sum_{j=1}^N H_j \left( \frac{\beta_j}{R} \right)^{\frac{3}{2}} \sin(3 \psi_j + m_0 \vartheta_j + \frac{\pi}{2}) \end{aligned}$$

$N$  è il numero di sestupoli inseriti lungo l'Anello,  $\vartheta_j$  è l'azimuth in cui ciascuno di essi è locato ( $\psi_j = 0$ ;  $H_j = H$ ;  $\beta_j = \beta_H = \beta_S = 8.852 \text{ m}$  nel nostro caso) e (approssimazione di lente sottile)

$$(5) \quad H_j = \frac{2}{B_0 \varrho_0} \frac{B_{PHj}}{a_j^2} \frac{L_j}{R}$$

è l'intensità dello  $j$ -esimo sestupolo. In quest'ultima espressione  $B_{PH}$  è l'intensità del campo al polo del sestupolo,  $a$  è il suo raggio di gola ed  $L$  la sua lunghezza.

Con la disposizione di sestupoli in Adone rappresentata in Fig. 1 si ottiene

$$(6) \quad H_{33m_0} = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{R^2 \varrho_0}{48 \pi} (4H) \left( \frac{\beta_H}{R} \right)^{\frac{3}{2}}$$

$$\eta_{33m_0} = \pi$$

6.

quindi  $\varphi = 0$ , e pertanto le coordinate dei punti fissi nel caso  $\frac{\Delta E}{E} = 0$  restano espressè dalle

$$\begin{aligned} x_A &= \lambda X_0 \\ (7A) \quad \frac{dx_A}{ds} &= \frac{\mu}{\sqrt{3}} X_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_B &= 0 \\ (7B) \quad \frac{dx_B}{ds} &= -\frac{2\mu}{\sqrt{3}} X_0 \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned} x_C &= -\lambda X_0 \\ (7C) \quad \frac{dx_C}{ds} &= \frac{\mu}{\sqrt{3}} X_0 \end{aligned}$$

Supponendo la dissonanza  $\frac{m_0}{3} - \nu$  positiva e  $H > 0$ , si ottiene la Fig. 2, che rappresenta la posizione dei punti fissi A, B, C nel piano  $(x, \frac{dx}{ds})$  in corrispondenza all'azimuth dove è locato il setto S nel caso  $\frac{\Delta E}{E} = 0$ .

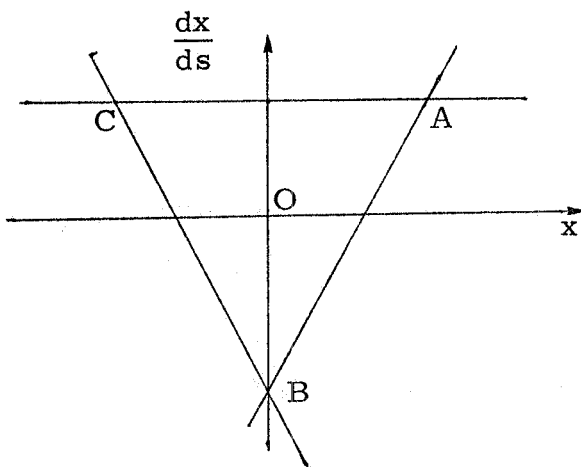


Fig. 2

Concludiamo questo paragrafo dicendo che siamo interessati - mediante l'annullamento del cromatismo - a mantenere la separatrice CA parallela all'asse x anche per particelle off-momentum.

4. - ESPRESSIONE DEI PUNTI FISSI PER PARTICELLE OFF-MOMENTUM<sup>1)</sup> NELL'AZIMUTH IN CUI E' LOCATO IL SETTO S. -

In questo paragrafo viene applicata la teoria di Gendreau, Laclare e Leleux<sup>1)</sup> (caso  $\frac{\Delta E}{E} \neq 0$ ) alla situazione in Adone rappresentata dalla Fig. 1 .

Se  $x_{fp_0}$ ,  $(\frac{dx}{ds})_{fp_0}$  denotano le coordinate di uno qualunque dei punti fissi dati dalle Equazioni (1A), (1B), (1C) (o, nel nostro particolare caso dalle (7A), (7B), e (7C)), allora le corrispondenti coordinate dei punti fissi per la particella con  $\frac{\Delta E}{E} \neq 0$  sono espresse dalle

$$(8) \quad \begin{vmatrix} x \frac{\Delta E}{E} \\ \frac{dx}{ds} \frac{\Delta E}{E} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x(o) \\ (\frac{dx}{ds})(o) \end{vmatrix} + \eta \begin{vmatrix} \cos \Delta \gamma + \alpha_S \sin \Delta \gamma & \beta_S \sin \Delta \gamma \\ -\frac{1 + \alpha_S^2}{\beta_S} \sin \Delta \gamma & \cos \Delta \gamma - \alpha_S \sin \Delta \gamma \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x_{fp_0} \\ (\frac{dx}{ds})_{fp_0} \end{vmatrix}$$

In esse,

$$(9) \quad x_{co}(o) = Rg(o) \frac{\Delta E}{E}$$

$$\left(\frac{dx}{ds}\right)_{co}(o) = R\left(\frac{dg}{ds}\right)(o) \frac{\Delta E}{E}$$

sono rispettivamente lo scostamento rispetto l'orbita centrale e la corrispondente pendenza dell'orbita chiusa calcolati nell'azimuth  $\vartheta = 0$ , dove abbiamo convenuto di locare il setto S ;

$\eta$  è un fattore di similitudine espresso dalla

$$(10) \quad \eta = \frac{\left| 1 - \frac{\Delta v_1}{m_0/3 - \nu} \right|}{\left(1 - \frac{\Delta E}{E}\right) \left(1 + \frac{\Delta H_{33} m_0}{H_{33} m_0}\right)}$$



8.

$$(11) \quad \Delta v_1 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\Delta f(\vartheta)}{2} \frac{\beta}{R} d\vartheta$$

e' lo shift del numero di oscillazioni di betatrone per rivoluzione dovuto allo spread in energia  $\frac{\Delta E}{E}$ . La sua espressione è data nella Referenza 4). Noi ci riserviamo di riscriverla esplicitamente in Appendice, quando calcoleremo l'intensità  $4H$  totale dei sestupoli inseriti, necessaria per rendere  $\Delta v_1 = 0$ .

Infine,  $\Delta H_{33m_0}$  e  $\Delta \gamma$  sono date dalle

$$(12) \quad \Delta H_{33m_0} = 3 \frac{R^2 \rho_0}{48 \pi} \left\{ -\cos \eta_{33m_0} \sum_{j=1}^N H_j \left(\frac{\beta_j}{R}\right)^{\frac{3}{2}} \sin(3\psi_j + m_0 \vartheta_j + \frac{\pi}{2}) \Delta \psi_j + \right. \\ \left. + \sin \eta_{33m_0} \sum_{j=1}^N H_j \left(\frac{\beta_j}{R}\right)^{\frac{3}{2}} \cos(3\psi_j + m_0 \vartheta_j + \frac{\pi}{2}) \Delta \psi_j \right\}$$

e

$$(13) \quad \Delta \gamma = -\frac{R^2 \rho_0}{48 \pi H_{33m_0}} \left\{ \sin \eta_{33m_0} \sum_{j=1}^N H_j \left(\frac{\beta_j}{R}\right)^{\frac{3}{2}} \sin(3\psi_j + m_0 \vartheta_j + \frac{\pi}{2}) \Delta \psi_j + \right. \\ \left. + \cos \eta_{33m_0} \sum_{j=1}^N H_j \left(\frac{\beta_j}{R}\right)^{\frac{3}{2}} \cos(3\psi_j + m_0 \vartheta_j + \frac{\pi}{2}) \Delta \psi_j \right\},$$

dove (confronta anche con la Eq. (11))

$$(14) \quad \Delta \psi_j = \int_0^{\vartheta_j} \left\{ \frac{\Delta f(\vartheta)}{2} \frac{\beta}{R} - \Delta v_1 \right\} d\vartheta.$$

Le espressioni (8) - (14) che forniscono le coordinate dei punti fissi nel piano  $(x, \frac{dx}{ds})$  pretendono di essere corrette solo fino al prim'ordine in  $\frac{\Delta E}{E}$ .

Come già fatto notare nella Referenza 1) citata, il significato geometrico del primo termine nella Eq. (8) consiste in uno spostamento nel piano  $(x, \frac{dx}{ds})$  del centro del triangolo di stabilità mentre il secondo termine esprime una compressione uniforme del triangolo detto, mista ad una sua rotazione senza deformazione nel piano  $(x, \beta_S \frac{dx}{ds})$  se è  $\alpha_S = 0$ .

A questo punto lo scrivente è in dovere di segnalare due lapsus algebrici in cui sono incorsi gli Autori di cui alla Referenza 1) citata, per cui le formule finali che danno l'espressione dei punti fissi a pag. 643 della Referenza 1) contengono errori.

Il primo errore è contenuto nella Loro formula corrispondente alla nostra Eq. (8): il vettore orbita chiusa è lì moltiplicato per una matrice che va corretta rimpiazzandola con la matrice unità.

Il secondo errore è contenuto nella Loro formula corrispondente alla nostra Eq. (13): nella Loro formula il fattore  $\frac{R^2 \rho_0}{48 \pi}$  va rimpiazzato col fattore 1 .

##### 5. - INDIPENDENZA, AL PRIM'ORDINE DA $\Delta E/E$ , DELLE DIREZIONI DELLE SEPARATRICI MEDIANTE CORREZIONE CROMATICA ESEGUITA CON I SESTUPOLI. -

Potendo scegliere a piacere entro limiti abbastanza larghi il valore dell'intensità totale  $4H$  dei quattro sestupoli inseriti per l'estrazione, imponiamo che sia nella Eq. (11)  $\Delta \nu_1 = 0$ , cioè che sia <sup>3), 4)</sup>

10.

$$(15) \quad \Delta\nu_1 = \Delta\nu_{\text{nat}} + \frac{1}{4\pi} R^2 g_H \beta_H (4H) \frac{\Delta E}{E} = 0,$$

dove con  $\Delta\nu_{\text{nat}}$  denotiamo la cromaticità naturale, cioè lo shift del numero di oscillazioni di betatrone per rivoluzione nell'Anello imperturbato. Inoltre, poichè l'Anello consta di ventiquattro semi-superperiodi ognuno dei quali contribuisce nominalmente nella stessa misura al set-up di  $\Delta\nu_{\text{nat}}$ , possiamo porre (confronta le Eqq. (11) e (14) )

$$(16) \quad \Delta\psi_j = \Delta\nu_{\text{nat}} \vartheta_j \quad (j = 1; 2; 3; 4)$$

per l'Anello imperturbato.

Dalla Eq. (15) traiamo ancora che ciascuno dei quattro sestupoli identici è adibito a correggere  $\frac{1}{4}$  della cromaticità naturale, per cui segue immediatamente, considerando la Fig. 1,

$$(17) \quad \Delta\psi_j = (-1)^{j-1} \frac{1}{12} 2\pi \Delta\nu_{\text{nat}} \quad (j = 1; 2; 3; 4)$$

per l'Anello perturbato. Pertanto dalla Eq. (13) - tenuto conto della (6) -

$$(18) \quad \Delta\gamma = 0$$

nell'Anello perturbato quando è soddisfatta la condizione espressa dall'Eq. (15).

Analogamente segue dalle Eqq. (12), (17) e (6)

$$(19) \quad \frac{\Delta H_{33m_0}}{H_{33m_0}} = \frac{-\sqrt{3}}{6} \pi \Delta\nu_{\text{nat}}$$

In definitiva otteniamo dalla Eq. (8), tenuto conto delle

(10), (15), (18) e (19) l'espressione delle coordinate dei punti fissi

$$(20) \quad \begin{vmatrix} x \frac{\Delta E}{E} \\ \frac{dx}{ds} \frac{\Delta E}{E} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_{co}^{(o)} \\ (\frac{dx}{ds})_{co}^{(o)} \end{vmatrix} + \left(1 + \frac{\Delta E}{E} + \frac{\sqrt{3}}{6} \pi \Delta \nu_{nat}\right) \begin{vmatrix} x_{fpo} \\ (\frac{dx}{ds})_{fpo} \end{vmatrix}$$

dove, nel nostro caso, è  $(\frac{dx}{ds})_{co}^{(o)} = 0$ . Pertanto l'unico effetto appariscente in Adone è lo spostamento del centro del triangolo di stabilità lungo l'asse x della Fig. 2, fisse permanendo le direzioni delle separatrici, ivi compresa la CA.

#### CONCLUSIONI. -

E' possibile conseguire una estrazione ( $\nu_{ris} = 10/3$ ) acromatica dall'Anello di Accumulazione Adone fatto funzionare come stretcher. Le condizioni imposte per raggiungere questi risultati sono:

- 1) l'uso di appropriate distribuzioni di sestupoli lungo l'Anello e di conseguenti appropriate locazioni azimutali del setto, di cui un esempio è rappresentato nella Fig. 1 della presente nota;
- 2) la correzione dell'aberrazione cromatica dell'Anello che può essere eseguita mediante gli stessi sestupoli che sono adibiti ad eccitare la risonanza.

RINGRAZIAMENTI. - L'autore intende esprimere il proprio ringraziamento alla totalità dei Gruppi Adone e LEALE per il vivo interesse manifestato in merito all'argomento qui discusso.

REFERENZE. -

- 1) - G. Gendreau, J. L. Laclare and G. Leleux; Proc. 7-th International Conf. on High Energy Accelerators, Vol. I, pag. 639.  
Yerevan - Tsahkadzor, August 27 - September 2, 1969  
Vedi anche SOC/ALIS 22 (Juillet 1969).
- 2) - K. R. Symon; NAL Internal Reports FN 130, 134, 140, 144; March to May 1968.
- 3) - G. Gendreau et G. Leleux; SOC/ALIS 16 (Mai 1969).
- 4) - R. A. Beck, R. Belbéoch, G. Gendreau and G. Leleux; Proc. 6-th International Conf. on High Energy Accelerators, pag. A-63 .  
Cambridge, Mass. (1967), CEAL-2000. Vedi anche P. Gratreau; NT/12-65, Orsay Rapport (1965), nonché G. Leleux; RT/5-67, Orsay Rapport (1967).

## APPENDICE A - CALCOLO DELLA CROMATICITA' IN ADONE. -

Come già convenuto nel paragrafo 5, calcoleremo la cromaticità in Adone moltiplicando per ventiquattro l'espressione<sup>4)</sup>

$$(A1) \quad \frac{1}{24} \frac{\Delta v_{\text{nat}}}{\frac{\Delta E}{E}} = -\frac{1}{4\pi} K_F \int_0^{L_F} \beta \, ds - \frac{1}{4\pi} K_D \int_0^{L_D} \beta \, ds + \frac{1}{4\pi} \int_0^{\frac{\pi}{12} \varrho_0} \frac{Rg}{\varrho_0} \frac{1+\alpha^2}{\beta} \, ds +$$

$$-\frac{1}{4\pi} \left(\frac{R}{\varrho_0}\right)^2 \int_0^{\frac{\pi}{12} \varrho_0} (1-n+2n\frac{Rg}{\varrho_0}) \frac{\beta}{R^2} \, ds - \frac{1}{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{12} \varrho_0} \frac{d(Rg)}{\varrho_0} \alpha \, ds .$$

Otteniamo per il primo integrale ( $L_F = L_D = L$ )

$$(A2) \quad -\frac{1}{4\pi} K_F \int_0^L \beta \, ds = -\frac{1}{4\pi} \frac{\sqrt{K_F}}{2} \left\{ \sigma_F \beta_{iF} - \frac{\alpha_{iF}}{\sqrt{K_F}} (1 - \cos \sigma_F) + \right.$$

$$\left. -\frac{1}{2} \left( \beta_{iF} - \frac{1+\alpha_{iF}^2}{K_F \beta_{iF}} \right) (\sigma_F - \sin \sigma_F) \right\} ,$$

dove

$$(A2') \quad \sigma_F = 2 \sqrt{K_F} L ,$$

e per il secondo

$$(A3) \quad -\frac{1}{4\pi} K_D \int_0^L \beta \, ds = \frac{1}{4\pi} \frac{\sqrt{|K_D|}}{2} \left\{ \sigma_D \beta_{iD} - \frac{\alpha_{iD}}{\sqrt{|K_D|}} (\text{ch } \sigma_D - 1) + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2} \left( \beta_{iD} + \frac{1+\alpha_{iD}^2}{|K_D| \beta_{iD}} \right) (\text{sh } \sigma_D - \sigma_D) \right\} ,$$

dove

$$(A3') \quad \sigma_D = 2\sqrt{|K_D|} L$$

Per calcolare i rimanenti tre integrali (lungo mezzo magnete curvante a partire, come faremo, dal centro del magnete) poniamo  $\delta = s/\varrho_0$  e sostituiamo in essi gli sviluppi in serie di  $Rg$ ,  $\frac{dRg}{ds}$ ,  $\beta$  ed  $\alpha$  arrestati al second'ordine in  $\delta$ , che sono

$$(A4) \quad \begin{aligned} Rg &= Rg_0 + \frac{1}{2} Rg_2 \delta^2 \\ \frac{dRg}{d\delta} &= Rg_2 \delta \\ \beta &= \beta_0 + \varrho_0 \chi \delta^2 \\ \alpha &= -\chi \delta \end{aligned}$$

dove

$$(A4') \quad \begin{aligned} Rg_2 &= \varrho_0 - (1-n)Rg_0 \\ \chi &= \frac{\varrho_0}{\beta_0} - (1-n) \frac{\beta_0}{\varrho_0} \end{aligned}$$

Si ottiene per la somma dei tre integrali detti l'espressione

$$(A5) \quad \begin{aligned} \frac{1}{24} \left( \frac{\Delta\nu_{nat}}{\Delta E} \right)_{\text{magn}} &= -\frac{1}{4\pi} \frac{\pi}{12} \left\{ \frac{\beta_0}{\varrho_0} (1-n+2n \frac{Rg_0}{\varrho_0}) + \right. \\ &+ \frac{1}{3} \left( \frac{\pi}{12} \right)^2 \left[ (1-n)\chi + 2n \left( \frac{Rg_0}{\varrho_0} \chi + \frac{1}{2} \frac{Rg_2}{\varrho_0} \frac{\beta_0}{\varrho_0} \right) \right] \left. + \right. \\ &+ \frac{1}{4\pi} \frac{\pi}{12} \frac{\varrho_0}{\beta_0} \left\{ \frac{Rg_0}{\varrho_0} + \frac{1}{3} \left( \frac{\pi}{12} \right)^2 \left[ \frac{1}{2} \frac{Rg_2}{\varrho_0} - \chi \frac{Rg_0}{\varrho_0} (1-n) \frac{\beta_0}{\varrho_0} \right] \right\} + \\ &+ \frac{1}{2\pi} \frac{1}{3} \left( \frac{\pi}{12} \right)^3 \frac{Rg_2}{\varrho_0} \chi \end{aligned}$$

Sostituendo nelle Eqq. (A2), (A3) e (A5) i valori numerici (individuabili tutti nella Tabella I del paragrafo 2) abbiamo

$$(A6) \quad \frac{\Delta\nu_{\text{nat}}}{\frac{\Delta E}{E}} = -6.905 + 3.757 - 0.051 = -3.20 \quad ,$$

dove sono stati messi nell'ordine indicato i contributi dei quadrupoli focalizzanti, dei quadrupoli defocalizzanti e dei magneti.

APPENDICE B - CALCOLO DELL'INTENSITA' DEI SESTUPOLI  
NECESSARIA<sup>3), 4)</sup> A ELIMINARE L'ABERRAZIONE CROMATICA. -

Dalla Eq. (15) del paragrafo 5 otteniamo il valore dell'intensità di ciascuno dei quattro sestupoli:

$$(B1) \quad H = \frac{-\Delta\nu_{\text{nat}} \pi}{(Rg_H) R \beta_H \frac{\Delta E}{E}} = .0376 \text{ m}^{-3} \quad .$$