

COMITATO NAZIONALE PER L'ENERGIA NUCLEARE
Laboratori Nazionali di Frascati

LNF-76/2(R)
16 Gennaio 1976

F. Garibaldi e G. Ricco: UNO SPETTROMETRO COMPTON
PER FASCI γ DI ENERGIA INTERMEDIA. -

F. Garibaldi^(x) e G. Ricco⁽⁺⁾: UNO SPETTROMETRO COMPTON PER FASCI γ DI ENERGIA INTERMEDIA. -

1. -INTRODUZIONE. -

Presso il gruppo LEALE dei LNF è stato progettato e realizzato un fascio di γ quasi monocromatici, nell'intervallo di energia $60 \text{ MeV} \leq K \leq 300 \text{ MeV}$, ottenuti dalla annichilazione in volo dei positroni del LINAC su un bersaglio di idrogeno liquido. L'uso di questo fascio per misure di sezioni d'urto fotonucleari rende necessaria la conoscenza dello spettro energetico dei γ .

Le caratteristiche essenziali richieste per il sistema di misura sono:

- risoluzione in energia dell'ordine dell'1-2%
- elevata velocità di conteggio
- possibilità di utilizzo del sistema anche come spettrometro per particelle pesanti con momenti fino a $\sim 500 \text{ MeV}/c$.

E' necessario inoltre tener presente, ai fini del progetto tecnico, la disponibilità, nei laboratori di Frascati, di magneti e quadrupoli aventi le caratteristiche riportate nelle Tabelle I, II e in Fig. 1 e 2.

(x) - Laboratori di Fisica dell'Istituto Superiore di Sanità, INFN- Sezione Sanità.

(+) - INFN - Sezione di Genova, Università di Genova.

TABELLA I (Magnete)

| | |
|---------------------------------|---------------------------|
| Poli piani e paralleli: | (40 x 90) cm ² |
| Gap | 14 cm |
| Potenza assorbita: | 120 kW |
| Portata acqua raffreddamento : | 1 litro/sec |
| Pressione acqua raffreddamento: | 12 atm. |
| Spire per bobina | 180 |
| Peso totale : | 15 T |
| Induzione massima : | 13200 Gauss |
| Collegamento delle due bobine : | in serie |

TABELLA II (quadrupoli)

| | |
|--|---------|
| Diametro gola | 16 cm |
| Lunghezza geometrica | 33 cm |
| Lunghezza magnetica | 39.6 cm |
| Pendenza iniziale del gradiente gauss/cm/Amp. (Fig. 2) | 1.98 |

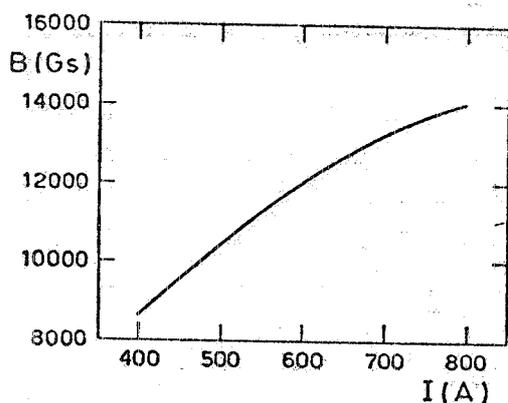


FIG. 1

2. - SPETTROMETRIA γ .-

Il fascio di positroni dell'acceleratore lineare di Frascati, il cui spettro è mostrato in Fig. 3, di emittanza pari a $\sim 10^{-5}$ m.rad viene focalizzato sul bersaglio di idrogeno liquido. I fotoni di annichilazione in volo del processo a due corpi $e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma$, se collimati ad un angolo definito θ rispetto alla direzione del fascio incidente sono ovviamente monocromatici. Il picco monocromatico così prodotto è però sovrapposto

ad uno spettro continuo dovuto alla bremsstrahlung positrone-elettrone e positrone-nucleo. Tale spettro costituisce un fondo indesiderato e pone pertanto l'esigenza di ottimizzare al massimo il rapporto $R = \gamma$ annichilazione / γ bremsstrahlung. Tale ottimizzazione può essere ottenuta in modi diversi:

a) poichè la sezione d'urto di bremsstrahlung è, in prima approssimazione, proporzionale a Z^2 , mentre quella di annichilazione è proporzionale a Z , è conveniente scegliere un convertitore a basso Z . Per questa ragione si è utilizzato un bersaglio di idrogeno liquido. Se lo spessore del bersaglio è 0.35 gr./cm^2 , la risoluzione (FWHM) del fascio è $\sim 2\%$ a 200 MeV;

b) la distribuzione angolare dei fotoni di bremsstrahlung è sempre maggiormente in avanti rispetto a quella dei fotoni di annichilazione. Si può quindi ulteriormente migliorare il rapporto R collimando i fotoni ad angoli maggiori dell'angolo medio di bremsstrahlung mc^2/E_{e^+} . Poichè l'intensità diminuisce fortemente al crescere dell'angolo di collimazione^(1,2), la geometria definitiva va ottimizzata di volta in volta a seconda delle esigenze sperimentali;

c) alcuni processi di fotoproduzione, quali ad esempio la fotoproduzione di pioni ad alta energia, presentano una soglia elevata e sono pertanto poco sensibili alla coda di fotoni di bassa energia. In esperimenti di questo tipo si può quindi selezionare il picco di annichilazione fissando opportunamente la soglia energetica dei rivelatori di particelle. Si vede pertanto come lo spettro utilizzato possa essere assai diverso da esperimento ad esperimento, e questo comporta la necessità di misurare ogni volta lo spettro del fascio.

Due distribuzioni energetiche dei fotoni, calcolati tramite il programma ANNI^(2,3), in diverse condizioni geometriche, sono presentati in Fig. 4 a) e b).

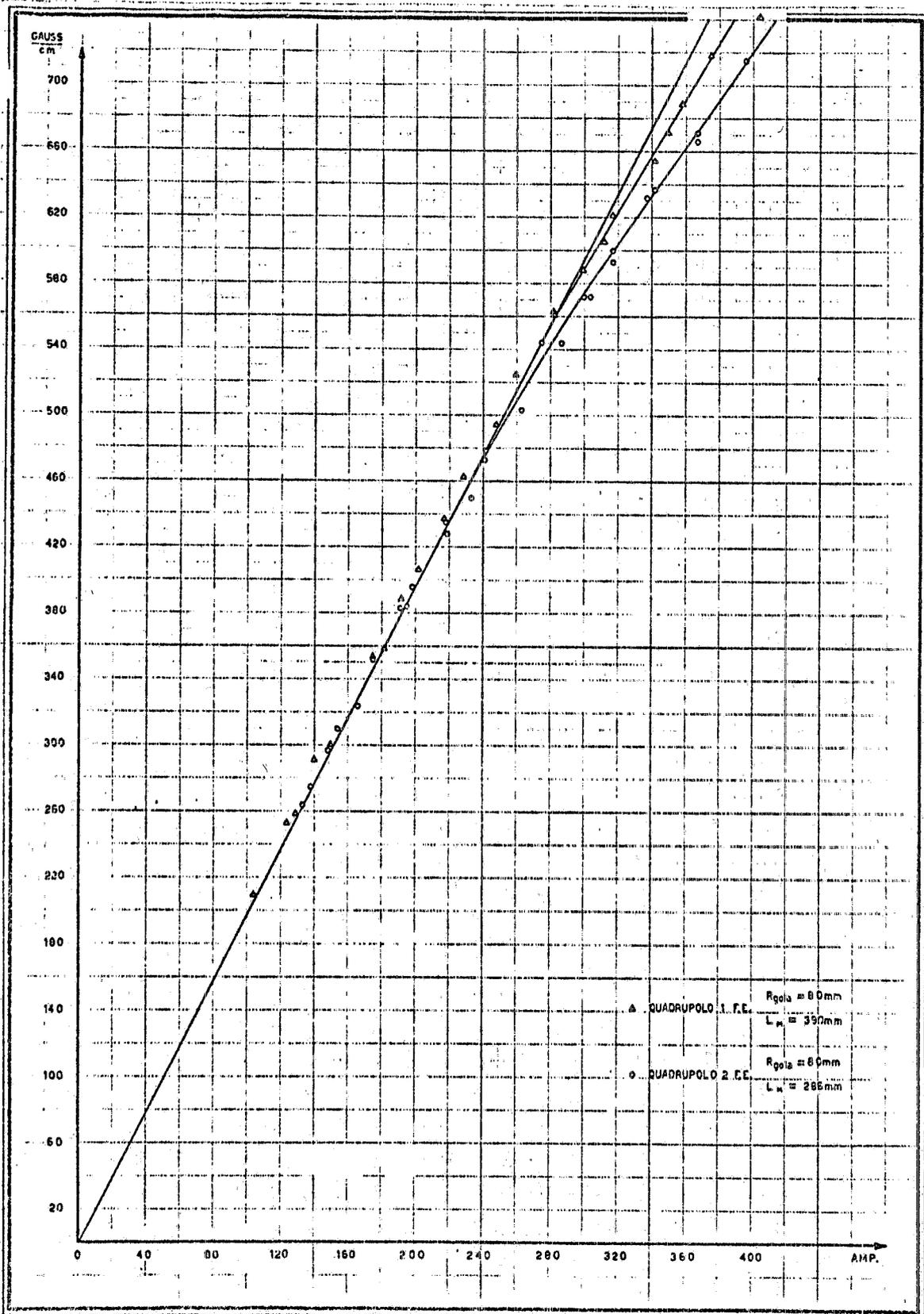


FIG. 2

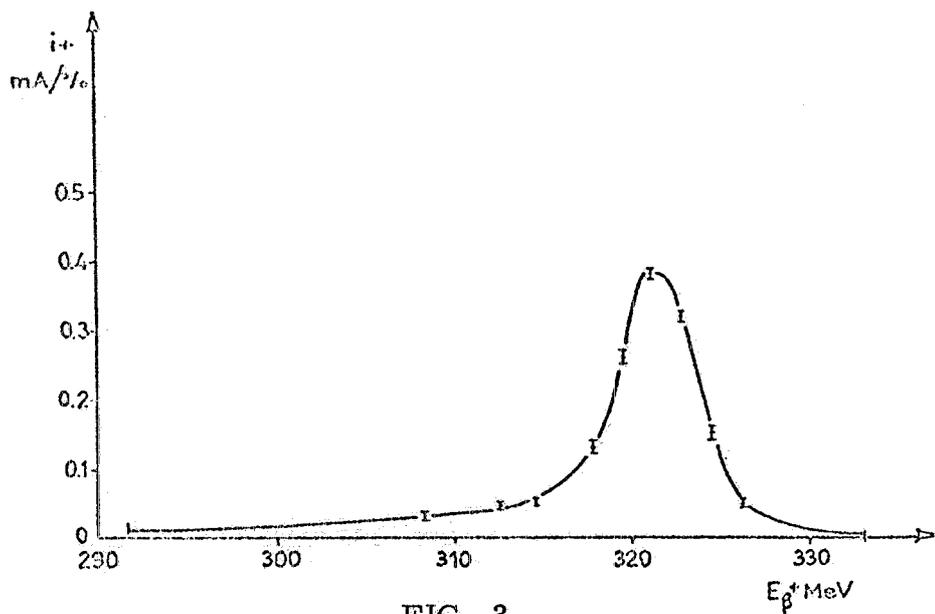


FIG. 3

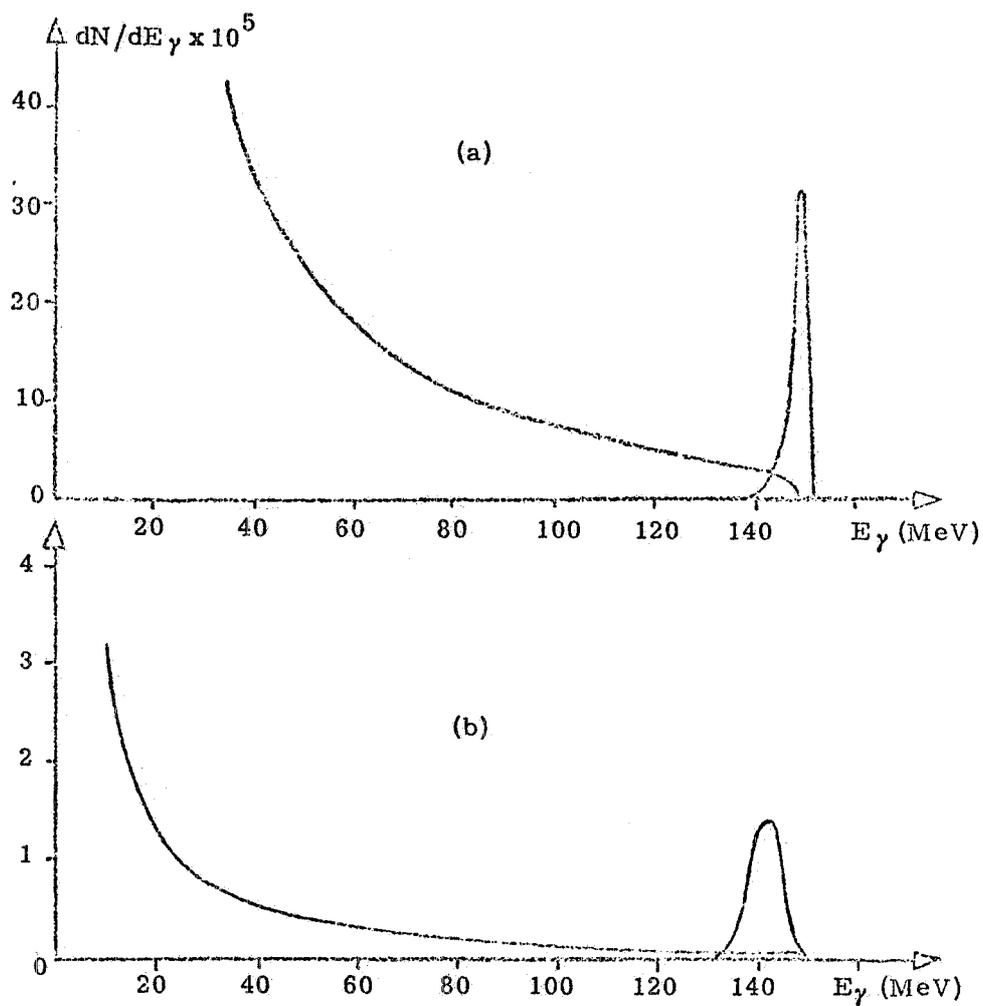


FIG. 4

Gli spettrometri utilizzabili per la misura di spettri di fotoni nel range 50÷350 MeV sono essenzialmente di tre tipi:

- scintillatori a NaI(Tl) ad assorbimento totale.

Questi spettrometri hanno un potere risolutivo dell'ordine del 9%, ottimizzabile fino al 5%. Con speciali accorgimenti^(4,5), ed un tempo di decadimento piuttosto lento, dell'ordine di 0,25 μ sec, e sono pertanto non consigliabili su fasci ad alta intensità e basso duty-cycle.

- Spettrometro a coppie.

Il potere risolutivo di questi spettrometri è inferiore all'1%, ma la richiesta di coincidenze pone, con un duty-cycle dell'ordine di 5×10^{-4} , una limitazione alla intensità del fascio, per ridurre il rate di coincidenze casuali. E' pertanto difficile effettuare la misura dello spettro del fascio nelle stesse condizioni di intensità e collimazione utilizzata nell'esperimento. Lo strumento non è inoltre assoluto a causa delle approssimazioni nel calcolo delle sezioni di urto di produzione di coppie nel range energetico di nostro interesse.

- Spettrometro Compton.

Questo sistema presenta caratteristiche migliori in quanto non richiede coincidenze, permette un monitoraggio dell'intensità assoluta del fascio tramite la sezione d'urto Compton, ed è in grado, come vedremo, di analizzare fasci di dimensioni abbastanza grandi con buona risoluzione. Va inoltre ricordato che spettrometri di questo tipo sono già largamente sperimentati su fasci di fotoni per la misura di spettri di bremsstrahlung^(6,7).

Ci sembra pertanto che lo spettrometro Compton risulti più adatto alle esigenze esposte nella introduzione.

3. - SPETTROMETRO COMPTON. -

La cinematica Compton pone una corrispondenza biunivoca tra l'energia K del fotone primario e l'energia E_K dell'elettrone Compton diffuso ad un angolo ψ .

$$(1) \quad E_K(\psi) = \frac{2\mu\gamma^2 \cos^2 \psi}{1+2\gamma + \gamma^2 \sin^2 \psi} \quad \mu = 0,511 \text{ MeV}$$

$$\gamma = \frac{K}{\mu}$$

Per piccoli angoli di scattering ($\psi < 25$ mrad) ed energie dei fotoni abbastanza grandi ($K^2 \gg (\mu^2/4)(1+\gamma^2\psi^2)$) si ottiene, per l'impulso p dell'elettrone Compton, la relazione

$$(2) \quad p = \frac{1}{C} \left(K + \frac{\mu}{2} \left(1 - \frac{K^2 \psi^2}{\mu^2} \right) \right)$$

La sezione d'urto differenziale per emissione di un elettrone nell'angolo solido $d\Omega_\psi$ attorno all'angolo ψ è, per piccoli angoli di emissione ed $E_K > 10$ MeV.

$$(3) \quad \frac{d\sigma}{d\Omega_\psi} = r_0^2 \frac{\gamma}{1 + \gamma^2 \psi^2}$$

dove r_0 è il raggio classico dell'elettrone.

La Fig. 5 mostra l'andamento di questa sezione d'urto (per $K = 200$ MeV) in funzione dell'angolo ψ di emissione. Si nota, nello spettro degli elettroni Compton, la presenza di uno stretto picco all'angolo $\psi = 0$ corrispondente ad una energia di elettrone $E_K(0) = (2K^2 / (\mu + 2K)) \approx K$. Raccogliendo gli elettroni emessi attorno a $0^\circ \pm \Delta\psi$, si può pertanto ottenere, con $\Delta\psi$ opportunamente piccoli, una funzione di risposta praticamente deltiforme; la larghezza a metà altezza è infatti costantemente uguale a $0,25$ MeV.

Alle energie di interesse in questo lavoro, la sezione d'urto totale di produzione di coppie è senz'altro maggiore della sezione d'urto Compton. Gli elettroni da produzione di coppie producono pertanto un fondo non trascurabile nello spettro degli elettroni. Si deve però tener presente che la produzione di coppie, essendo un processo a tre corpi occupa uno spazio delle fasi più grande e gli elettroni risultano distribuiti su un range energetico più vasto.

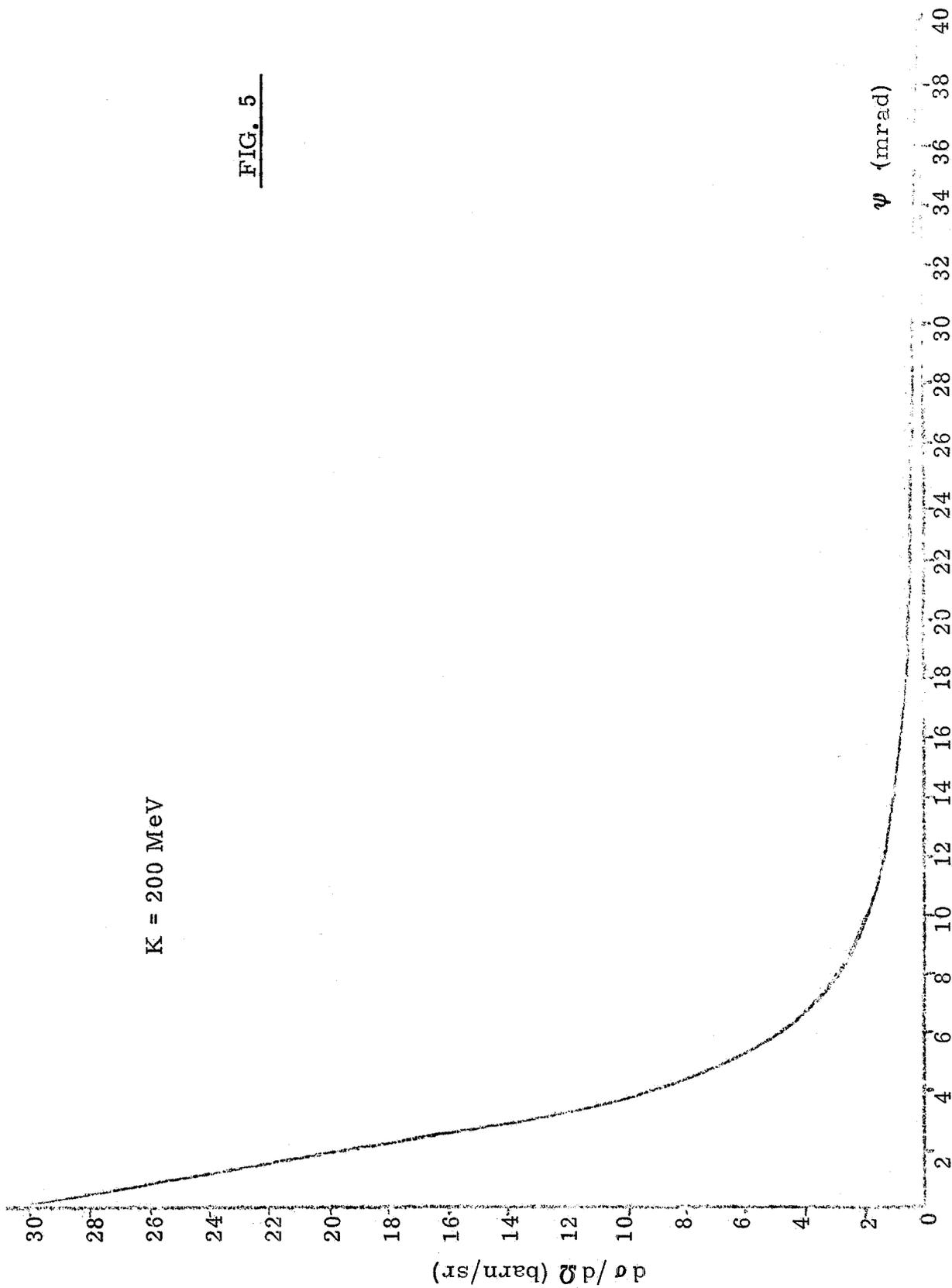
In Fig. 6 è mostrato lo spettro degli elettroni Compton e degli elettroni da produzione di coppie per $\Delta\psi = 25$ mrad ad energie vicine ad $E_K(0)$. Si vede come, in questa zona, la sezione d'urto di produzione di coppie sia molto inferiore a quella Compton. Nella misura dello spettro totale dei fotoni il contributo di questi elettroni è pertanto trascurabile alle energie vicine al picco di annichilazione, ma diventa rilevante alle energie più basse: i fotoni di energia più elevata nello spettro continuo producono infatti elettroni di coppie nella zona di energia Compton dei fotoni più molli. Questo "fondo" di coppie può essere comunque sottratto invertendo la corrente nei magneti in modo da sottrarre il corrispondente spettro simmetrico dei positroni.

4. - IL CONVERTITORE. -

Per quanto detto nel paragrafo precedente, la scelta della apertura angolare $\Delta\psi$ influenza sia la funzione di risposta dello spettrometro sia il rapporto elettroni Compton/elettroni coppie. Da valutazioni fatte, un valore $\Delta\psi \approx 10$ mrad rappresenta un compromesso ragionevole a tutte le energie di interesse. L'apertura angolare così limitata pone restrizioni allo spessore t (gr/cm²) del convertitore: lo angolo di scattering multiplo deve infatti essere molto inferiore a $\Delta\psi$.

K = 200 MeV

FIG. 5



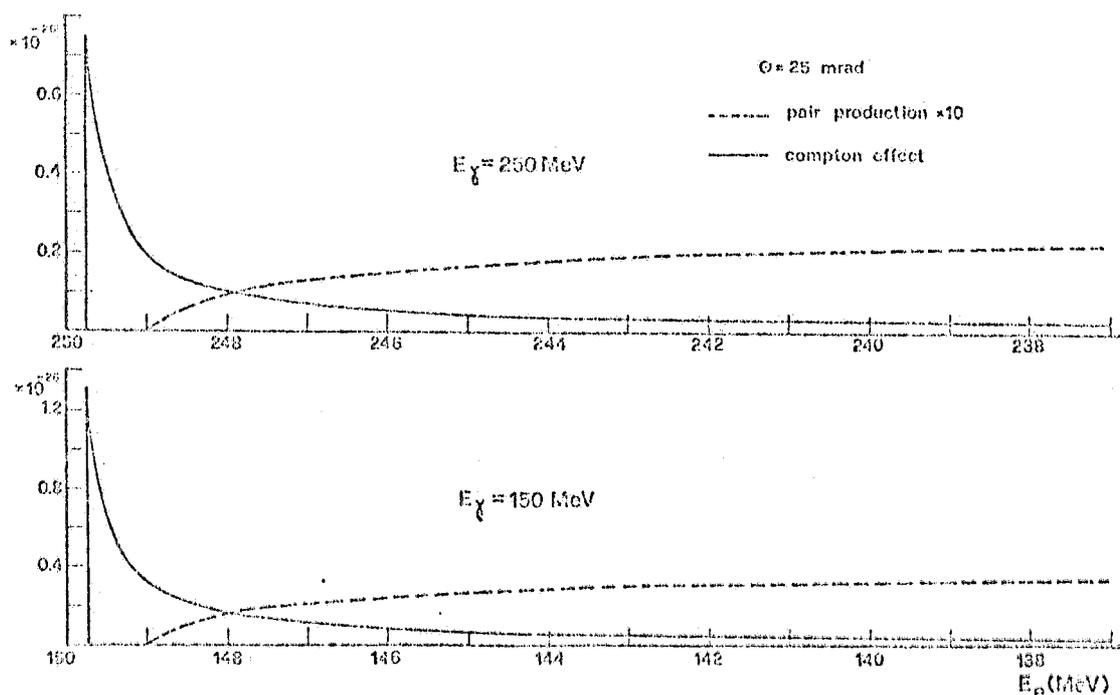


FIG. 6

Si ha:

$$\langle \theta \rangle = \chi_c (-0.17 + 1.30 \ln \Omega_0)^{1/2}$$

dove

$$\Omega_0 = \frac{\chi_c^2}{\chi_\alpha^2}$$

$$\chi_d^2 = 2.29 \times 10^{-4} \frac{Z^{2/3}}{\gamma^2}$$

$$\chi_c^2 = 0.157 \frac{Z(Z+1)t}{A(p^c)^2}$$

Per un convertitore di $B_e(Z=4)$ abbiamo valutato l'apertura totale del fascio di elettroni $\Delta_{tot} = \sqrt{(\Delta\psi)^2 + \langle \theta \rangle^2}$ per $\Delta\psi = 10$ mrad ed $E_K = 100$ MeV e vari spessori t del convertitore.

I risultati sono riportati in Tab. III e mostrano che fino a spessori di ~ 80 (mgr/cm^2) lo scattering multiplo non altera sensibilmente la distribuzione angolare. Conviene pertanto tenersi al di sotto di questo limite valutando per ogni spessore anche la corrispondente efficienza di conversione

$$(4) \quad \varepsilon = \frac{N_{e^-}^{\text{Compton}}}{N_\gamma} = N_0 \frac{t}{A} 2\pi \int_0^{\Delta\psi} \frac{d\sigma}{d\Omega} \sin\theta d\theta \approx$$

$$(4) \quad \approx \frac{N_o t}{A} 2\pi r_o^2 \int_0^{\Delta\psi} \frac{\gamma}{1+\gamma^2\psi^2} \theta d\theta = \frac{N_o t}{A} \frac{\pi r_o^2}{\gamma} \ln(1+\gamma^2\Delta\psi^2)$$

TABELLA III

| t (gr/cm ²) | <θ> (mrad) | Δ _{tot} (mrad) | ε (x 10 ⁻⁶) |
|-------------------------|------------|-------------------------|-------------------------|
| 0.010 | 1.025 | 10.05 | 1.3 |
| 0.040 | 2.83 | 10.4 | 5.15 |
| 0.060 | 3.61 | 10.63 | 7.7 |
| 0.080 | 4.31 | 10.9 | 10 |

I valori di ε, calcolati per fotoni da 100 MeV (γ = 200), sono riportati in Tab. III; l'efficienza risulta dell'ordine di 10⁻⁵ - 10⁻⁶, largamente sufficiente per l'analisi del nostro fascio di fotoni che presenta una intensità totale dell'ordine di 10⁸ fotoni/sec nel picco monocromatico.

5. - OTTICA MAGNETICA. -

Da quanto esposto nei paragrafi precedenti risulta che il problema si riduce al disegno di uno spettrometro magnetico in grado di analizzare elettroni di energia pari a quella del picco di annichilazione, quindi nel range 60+300 MeV, collimati ad un ben definito angolo $0^\circ + \Delta\psi$. Per questioni contingenti è necessario utilizzare i magneti, già esistenti nel laboratorio, le cui caratteristiche sono graficate in Fig. 1 e Fig. 2.

Poichè l'efficienza di conversione è piuttosto bassa, è consigliabile realizzare uno spettrometro a doppia focalizzazione. La soluzione più semplice è costituita da uno spettrometro costituito da un magnete a facce piane e parallele preceduto da uno o più quadrupoli che realizzano la focalizzazione verticale.

Si può facilmente dimostrare che solo un tripletto di quadrupoli può rendere l'angolo di raccolta degli elettroni nel collimatore indipendente dal punto di conversione nel bersaglio e minimizzare le aberrazioni del sistema.

La configurazione dello spettrometro proposto è mostrata in Fig. 7.

Il sistema presenta un notevole numero di gradi di libertà ed un numero limitato di condizioni. Occorre pertanto fissare alcuni parametri compatibilmente con le esigenze sperimentali in modo da ridurre il numero di gradi di libertà pari al numero di condizioni richieste.

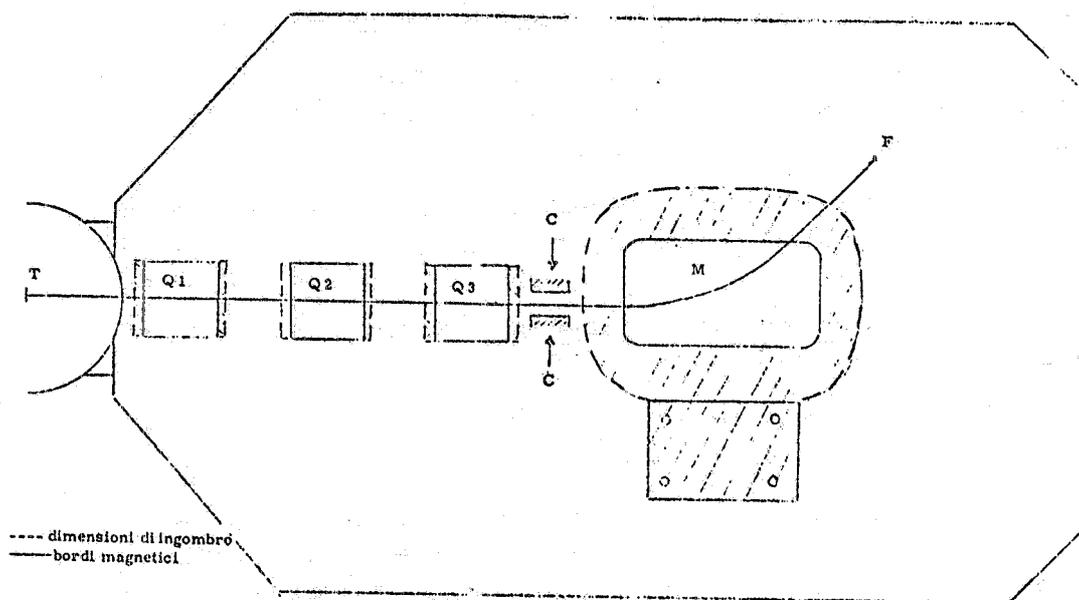


FIG. 7 - Spettrometro Compton.

Al primo ordine le distanze x, y dalle particelle dell'asse ottico e le divergenze angolari θ, φ in ogni punto del sistema di trasporto sono legati ai corrispondenti valori iniziali da relazioni lineari del tipo

$$(5) \quad \begin{aligned} x &= a_{11} x_0 + a_{12} \theta_0 + a_{13} \frac{\Delta p}{p} & \theta &= a_{21} x_0 + a_{22} \theta_0 + a_{23} \frac{\Delta p}{p} \\ y &= b_{11} y_0 + b_{12} \theta & \varphi &= b_{21} y_0 + b_{22} \varphi_0 \end{aligned}$$

Le condizioni imposte sono

a) doppia focalizzazione cioè

$$a_{12} = 0 \quad b_{12} = 0$$

sul rivelatore F

b) la collimazione del fascio di elettroni non può essere realizzata immediatamente dopo il convertitore a causa del notevole numero di elettroni di fondo creati dal fascio primario sul collimatore. A questa difficoltà si può ovviare mediante una condizione ottica, imponendo che

gli elementi di matrice a_{11} e b_{11} siano nulli in una posizione intermedia tra tripetto e magnete. Si avrà

$$x = a_{12} \theta \qquad y = b_{12} \varphi$$

Con una soluzione di questo tipo la definizione angolare viene realizzata mediante una collimazione ellittica. Per $\theta = \varphi = \Delta \psi \cong 10$ mrad se x ed y rappresentano le dimensioni del collimatore ellittico richiesto.

Ovviamente la soluzione è accettabile solo se le dimensioni del collimatore sono abbastanza grandi da permettere la trasmissione del fascio di fotoni non convertito.

Le condizioni sono pertanto 4 ed occorre ridurre a 4 i parametri liberi per poter effettuare una ottimizzazione con processi di best fit.

Alcune distanze tra i magneti possono essere fissate in base a condizioni geometriche.

Si tenga presente che tutte le distanze sono valutate tra i bordi magnetici dei singoli elementi.

La distanza convertitore -1° quadrupolo è fissata, oltre che da questioni di ingombro, dalla necessità (se si vuole usare il sistema come spettrometro per particelle) di ruotare i magneti attorno al convertitore ad angoli tra 30° e 150°. Le distanze tra i quadrupoli è critica per l'ottimizzazione dell'angolo solido. E' pertanto conveniente ridurla al massimo compatibilmente con gli ingombri e con la lunghezza dei campi dispersi. Si possono quindi avere valori tra 30 cm e 50 cm. E' conveniente porre la distanza tra l'ultimo quadrupolo ed il magnete uguale alla distanza convertitore-1° quadrupolo. In questo caso infatti gli elementi di matrice a_{22} e b_{22} nel punto di collimazione sono minimi e quindi l'inclinazione del fascio risulta largamente indipendente da θ_0 e φ_0 , poco convergente, e più facilmente collimabile.

La distanza tra il magnete e il piano focale deve essere abbastanza grande da permettere l'installazione di adeguate schermature. Un valore ragionevole deve essere tra 50 cm e 100 cm.

Il campo nel magnete resta determinato dall'impulso degli elettroni una volta scelto il raggio di curvatura ϱ . Si sono effettuati i calcoli per vari valori di ϱ e per vari angoli di ingresso β , del fascio nel magnete. Le migliori condizioni ottiche corrispondono ad angoli di ingresso nullo ($\beta_1 = 0$) e $\varrho = 1,3$ m. L'angolo di uscita resta di conseguenza fissato ($\beta_2 = -0,829$ rad) dalla forma del magnete.

I parametri che possono essere ottimizzati sono pertanto le

strength K_1 (quadrupoli Q_1 e Q_3) e K_2 (quadrupolo Q_2), la distanza d tra i quadrupoli e la distanza f_x ed f_y tra il magnete ed il piano focale. Si sono accettate solo le soluzioni compatibili sia con le restrizioni geometriche viste sia con le caratteristiche di Fig. 1,2.

Il calcolo è stato eseguito mediante il programma ANMA⁽⁸⁾.

I valori finali sono riportati nel prospetto seguente: (vedi Fig. 7)

| | | |
|-------------------------------------|--------------------|--|
| $TQ_1 = 0.61$ m | | |
| Q_1 lunghezza magnetica = 0.396 | | $K_1 = 1.531$ m ⁻¹ |
| $Q_1 - Q_2 = 0.37$ m | | |
| Q_2 lunghezza magnetica = 0.396 m | | $K_2 = 2.064$ m ⁻¹ |
| $Q_2 - Q_3 = 0.37$ m | | |
| Q_3 lunghezza magnetica = 0.396 m | | $K_1 = 1.531$ m ⁻¹ |
| $Q_3 - C = 0.21$ m | | |
| $C - M = 0.4$ m | | |
| $M - \rho = 1.3$ m | $\alpha = 0.741$; | $\beta_1 = 0$; $\beta_2 = -0.829$ rad |
| $M - F = 0.64$ m | | |

Il potere risolutivo risulta essere:

$$\left(\frac{\Delta p}{p}\right)_{1/2} = \frac{a_{11}}{a_{13}} 2 x_0 = 1.17 x_0 \%$$

dove x_0 è la semilarghezza del fascio incidente.

L'ingrandimento radiale è $a_{11} = -0.34$

La dispersione è $a_{13} = 0.58$

L'ingrandimento verticale è $b_{11} = -3.16$

Le dimensioni del collimatore risultano essere

$$C_x = 267 \varnothing \text{ cm} \quad C_y = 84 \varnothing \text{ cm}$$

Con una collimazione $\theta = \varphi = 10$ mrad si possono analizzare fasci elittici di semidimensioni inferiori a 2.67 cm x 0.84 cm, del tutto accettabili in pratica. Se si realizza il collimatore in piombo, lo spessore necessario è ~ 20 cm nelle due direzioni.

Si sono effettuati calcoli per valutare gli effetti del campo disperso e delle correzioni al 2° ordine. L'estensione del campo

disperso è già stata valutata all'ordine zero nel calcolo delle dimensioni magnetiche. La lunghezza magnetica è data da⁽⁹⁾:

$$(6) \quad s_0 = \int_0^{\infty} \frac{B_7(s)}{B_{\max}} ds$$

dove s è misurato in unità di gap.

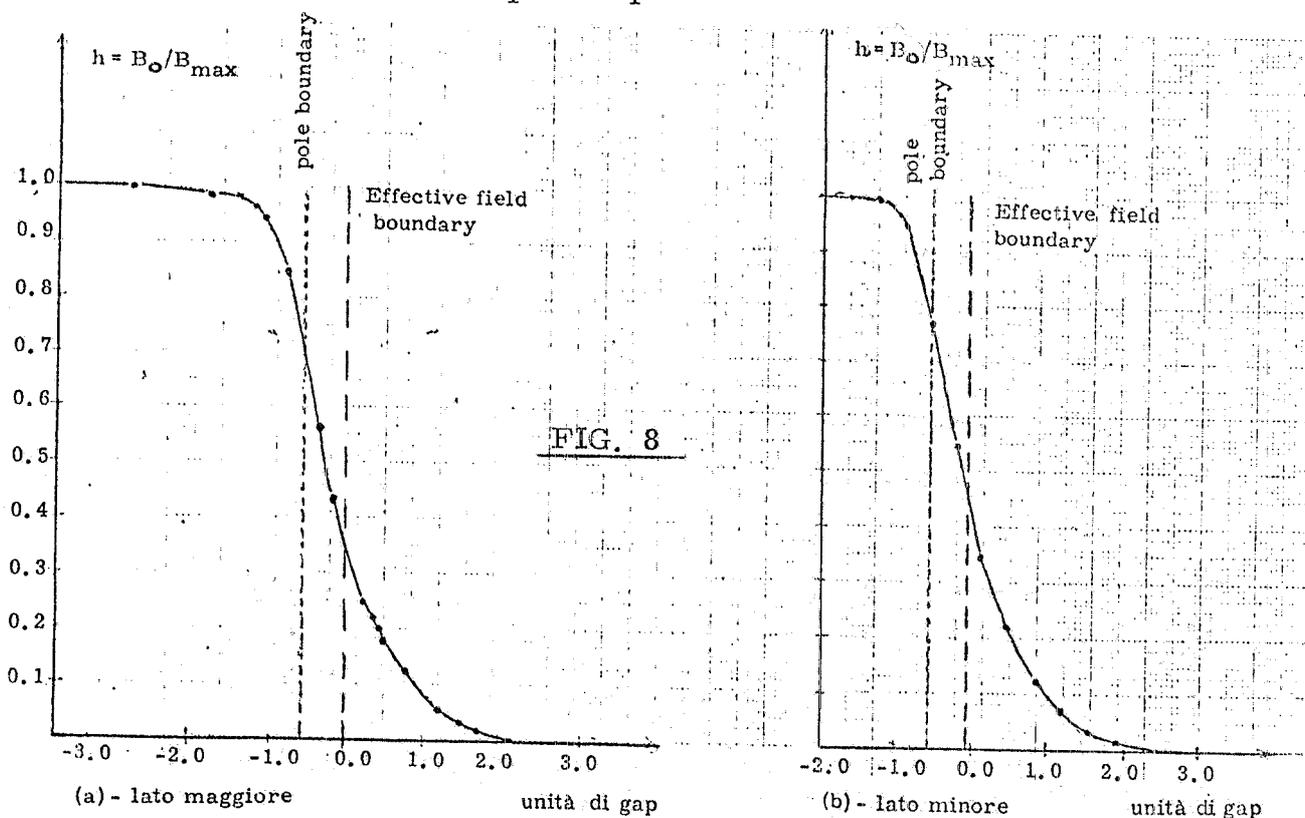
Le dimensioni del magnete, valutate in questo modo con i dati di Fig. 8 risultano uguali a $104 \times 57 \text{ cm}^2$. Ulteriori effetti del campo disperso di cui abbiamo tenuto conto sono un leggero spostamento dallo asse ottico, nel piano orizzontale, Δy_1 e Δy_2 rispettivamente in ingresso ed uscita del magnete, e ad una leggera defocalizzazione nel piano verticale⁽⁹⁾.

Si ha:

$$(7) \quad \Delta y_1 = \frac{D^2 I_1}{\cos^2 \beta_1} = 2.7 \times 10^{-3} \text{ m}; \quad \Delta y_2 = \frac{D^2 I_1}{\cos^2 \beta_2} = 7.24 \times 10^{-3} \text{ m}$$

dove

$$I_1 = \int_{s_1}^{\infty} ds \int_{s_1}^s (h_0 - h) ds$$



dove s_1 è una coordinata qualsiasi all'interno della zona di campo costante ed $h_0(s) = \begin{cases} 1 & x < 0 \\ 0 & x > 0 \end{cases}$.

Si dovrà tener conto di questi spostamenti in fase di allineamento.

L'effetto di defocalizzazione è automaticamente valutato in ANMA con il metodo di Enge^(8,9) e risulta praticamente trascurabile.

Si è quindi effettuato un calcolo al 2° ordine mediante il programma SCOD.

Gli elementi di matrice al 2° ordine risultano trascurabili; l'unico effetto rilevante è dato dalla inclinazione del piano focale, che risulta diversa dai 90° previsti al primo ordine⁽¹⁰⁾.

$$\gamma = \arctg \left\{ -\frac{a_{13}}{a_{11}} \frac{1}{\langle x / \delta_0 \delta \rangle} \right\} \approx 71^\circ$$

valore certamente buono, probabilmente dovuto alle basse aberrazioni del tripletto.

Si può pertanto concludere che lo spettrometro studiato risponda in pieno alle esigenze richieste per la spettrometria dei fotoni: permette infatti di analizzare fasci ellittici di assi $\sim 1 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$, con potere risolutivo inferiore al 2% e velocità di conteggio di ~ 100 eventi/sec.

D'altra parte lo strumento può essere utilizzato anche come spettrometro magnetico di prodotti di reazione semplicemente sostituendo il convertitore di B_e con il bersaglio di esperienza e prevedendo il sistema ruotante attorno al bersaglio stesso.

Con un campo massimo di 14 Kgauss si possono analizzare, senza cambiare l'asse ottico, particelle di momento fino a $\sim 550 \text{ MeV}/c$.

Si può aumentare notevolmente l'angolo solido rimuovendo il collimatore C.

In questo caso il fascio viene tagliato dalle dimensioni trasversali dei quadrupoli e dalla linea di vuoto (diametro: $\sim 16 \text{ cm}$) in ambedue i piani e l'angolo solido risulta $\sim 3.6 \times 10^{-3}$ sterad. Si può cercare di valutare la sensibilità dello strumento, per esempio, nel caso di reazioni di fotoproduzione di pioni da nuclei.

La velocità di conteggio, per una intensità I di fotoni incidenti ed uno spessore t' del bersaglio è data da:

$$N = \frac{d^2 \sigma}{d\Omega dE} \Delta\Omega \Delta E I N_0 \frac{t'}{A}$$

Assumendo

$$I \approx 10^8 \frac{\text{fotoni}}{\text{sec}}, \quad t' = 1 \text{ gr/cm}^2, \quad A = 12,$$

$$\Delta\Omega \approx 4 \times 10^{-3} \text{ sr}, \quad \Delta E = 1 \text{ MeV}$$

e considerando come minima velocità di conteggio $N \approx 10^{-2}$ eventi/sec si ottiene per la sensibilità dello strumento

$$\left(\frac{d^2 \sigma}{d\Omega dE} \right)_{\text{min}} \approx 0.5 \times 10^{-30}$$

Poichè le sezioni d'urto di fotoproduzione di pioni da nuclei sono proprio di questo ordine di grandezza, la velocità di conteggio con uno spettrometro di questo tipo sarebbe circa al limite. Si può comunque ottenere un miglioramento di almeno un fattore 2 nell'angolo solido utilizzando un'ottica leggermente diversa. Senza variare le distanze geometriche e la posizione del piano focale, si può disinserire Q_3 ed utilizzare il solo doppietto $Q_1 Q_2$ con polarità invertite rispetto al caso Compton, cioè Q_1 convergente in verticale e Q_2 convergente in radiale. Se si impone ora la sola condizione di doppia focalizzazione ($a_{12} = b_{12} = 0$), nella stessa geometria dello spettrometro Compton, lasciando come unici parametri liberi le strength K_1 e K_2 del doppietto, si ottiene $K_1 = 2.372 \text{ m}^{-1}$ e $K_2 = 1.675 \text{ m}^{-1}$.

In queste condizioni l'angolo solido risulta $\Delta\Omega = 8.7 \times 10^{-3} \text{ sr}$ e il potere risolutivo $[(\Delta p)/(p)]_{1/2} = 1.07 X_0\%$. L'ingrandimento radiale $a_{11} = -0.3$ è contenuto, mentre l'ingrandimento verticale è $b_{11} = -11.7$.

Si ha cioè una immagine verticale molto estesa.

Ovviamente il sistema presenta aberrazioni maggiori rispetto al caso Compton, ed infatti, l'inclinazione del piano focale è $\sim 41^\circ$. Questo risultato, unito al grosso ingrandimento verticale impone l'uso di rivelatori abbastanza estesi. Un tipico rivelatore dovrebbe avere dimensioni dell'ordine di $25 \times 25 \text{ cm}^2$ facilmente raggiungibili con le moderne camere a fili.

Per studiare la possibilità di ottenere angoli solidi ancora maggiori con gli stessi magneti, anche a spese di grossi spostamenti, abbiamo studiato anche il caso più semplice in cui si utilizzi un solo

quadrupolo e il magnete a poli piani.

In Tab. IV sono riportati i parametri ottici ottimizzati, imponendo al solito la condizione di doppia focalizzazione sul rivelatore (F) per vari valori della distanza Q-M.

Il raggio di curvatura ρ e gli angoli β_1 e β_2 sono gli stessi del caso precedente.

TABELLA IV

| C-Q m | Q | Q-M m | M-F m | a_{11} | b_{11} | $(\frac{\Delta p}{p})_{1/2}$ | $\Delta \Omega$ 10^{-3} sr | Inclinazione piano focale |
|----------|---------|----------|----------|----------|----------|------------------------------|---------------------------------|------------------------------|
| 0.61 | K=2.203 | 0.25 | 1.709 | -0.142 | -6.303 | $0.77 X_0$ | 7.77 | 28° |
| 0.61 | K=2.173 | 0.50 | 1.433 | -0.333 | -6.236 | $0.74 X_0$ | 7.20 | 36° |
| 0.61 | K=2.146 | 0.75 | 1.271 | -0.269 | -6.393 | $0.64 X_0$ | 6.51 | 42° |
| 0.61 | K=2.122 | 1.0 | 1.164 | -0.226 | -6.658 | $0.57 X_0$ | 5.51 | 47° |

Si vede chiaramente come questo sistema pur diminuendo gli ingombri e permettendo poteri risolutivi leggermente migliori non aumenta lo angolo solido rispetto al caso precedente.

Ci sembra pertanto che la soluzione nella geometria dello spettrometro Compton e nelle due configurazioni precedentemente descritte costituisce un ottimo compromesso per le attuali esigenze sperimentali.

BIBLIOGRAFIA. -

- (1) - G. P. Capitani, E. De Santis, S. Faini, C. Guaraldo, G. Ricco, M. Sanzone e R. Scrimaglio, Frascati Report LNF-72/99 (1972).
- (2) - E. Mancini and M. Sanzone, Nuclear Instr. and Meths. 66, 87 (1968).
- (3) - R. Malvano, E. Mancini, G. Ricco e M. Sanzone, Report INFN/BE-67/7 (1967).
- (4) - S. Ferrari, G. Ricco, G. Rottigni, M. Sanzone and M. Lo Bianco, in corso di pubblicazione.
- (5) - B. Ziegler et al., Nuclear Instr. and Meth. 24, 1963 (301).
- (6) - U. Miklavzic et al., Nuclear Phys. 31, 1962 (1970).
- (7) - H. Borchert, Tesi di laurea, Max Plank Institut (1970).
- (8) - M. Ancona, M. De Mutti and E. Mancini, LIRFA-12
- (9) - H. Enge, in Focusing of charged particles (A. Septier Editor) (Academic Press, 1967); H. Enge, Rev. Sci. Instr. 35, 278 (1964).
- (10) - K.L. Brown, SLAC Report 75, Revision 2.
- (11) - G. Carloni and G. Fronterotta, Istituto Superiore Sanità report ISS-65/4 (1965).