

COMITATO NAZIONALE PER L'ENERGIA NUCLEARE
Laboratori Nazionali di Frascati

LNF-75/56(R)
5 Dicembre 1975

R. Baldini-Celio, F.L. Fabbri, G. LaRosa e P. Picozza:
PRODUZIONE COERENTE NELL'INTERAZIONE dp. -

R. Baldini-Celio, F. L. Fabbri, G. La Rosa e P. Picozza: PRODUZIONE COERENTE
NELL'INTERAZIONE dp . -

1. - INTRODUZIONE. -

In questa nota viene proposto un modello OPE per l'interpretazione dei risultati sperimentali ottenuti dalla collaborazione Frascati-Saclay nello studio del processo coerente

$$dp \rightarrow dX. \quad (1)$$

Questa reazione è stata studiata utilizzando un fascio di deutoni di 2.95 GeV/c al protosincrotrone Saturne⁽¹⁾. Il risultato di maggior interesse è la evidenza di una struttura centrata attorno ad un valore di massa invariante del sistema X di $\sim 1150 \text{ MeV}/c^2$ con una larghezza di $\sim 150 \text{ MeV}/c^2$, la cui sezione d'urto varia con il quadrimpulso trasferito in maniera simile al picco elastico.

Il sistema X è ovviamente in uno stato puro di spin isotopico $I=1/2$. Anche se le analisi in onde parziali dello scattering π -N escludono ogni possibile esistenza di stati risonanti $N^*(I=1/2)$ con massa inferiore a $1470 \text{ MeV}/c^2$, tuttavia un accumulo di eventi nella zona tra 1150 e 1300 MeV/c^2 del sistema $N\pi$ è caratteristica ad alte energie della dissociazione diffrattiva del nucleone⁽²⁾.

In questa nota, i dati sperimentali del processo $dp \rightarrow dX$ vengono interpretati con un meccanismo periferico di scambio di un pione e di eccitazione dei nucleoni del deutone.

Il confronto fra la sezione d'urto sperimentale differenziale $d^2\sigma/d\Omega_d dp_d$ e la previsione assoluta fornita dal modello è assai soddisfacente. Comunque a più alte energie questo contributo deve tendere a zero ed è attesa la dominanza di un meccanismo diffrattivo; non è quindi prevedibile il comportamento della sezione d'urto a energie più alte di quella di ref. (1) dove ci si aspetta una transizione da un meccanismo all'altro.

2. - ILLUSTRAZIONE DEI DATI SPERIMENTALI. -

Il processo

$$dp \rightarrow dX$$

è stato studiato dalla collaborazione Frascati-Saclay⁽¹⁾ con un fascio di deutoni di 2.95 GeV/c

estratti dal protosincrotrone Saturne. L'uso di un fascio di deutoni incidenti ha consentito di isolare senza ambiguità il processo coerente anche per piccoli valori di t . Con un fascio di protoni su bersaglio di deuterio severe limitazioni derivano, anche in esperimenti con camere a bolle, dalla difficoltà di rivelare il deutone quando questo viene diffuso a piccolo angolo.

L'interesse dell'esperimento va ricercato nel fatto che il sistema X è in uno stato puro di spin isotopico $I=1/2$ e dunque la $\Delta(1236)$ non può essere prodotta. Questo tipo di processo sembra quindi particolarmente selettivo per lo studio della produzione di $N^*(1470)$ e di processi di dissociazione diffrattiva del protone.

Nella Fig. 1 sono mostrate le distribuzioni in impulso dei deutoni diffusi agli angoli $4, 6, 7, 4$ e $10, 2$ nel laboratorio, in una regione di quadrimpulsi trasferiti tra 6×10^{-2} e 1 $(\text{GeV}/c)^2$.

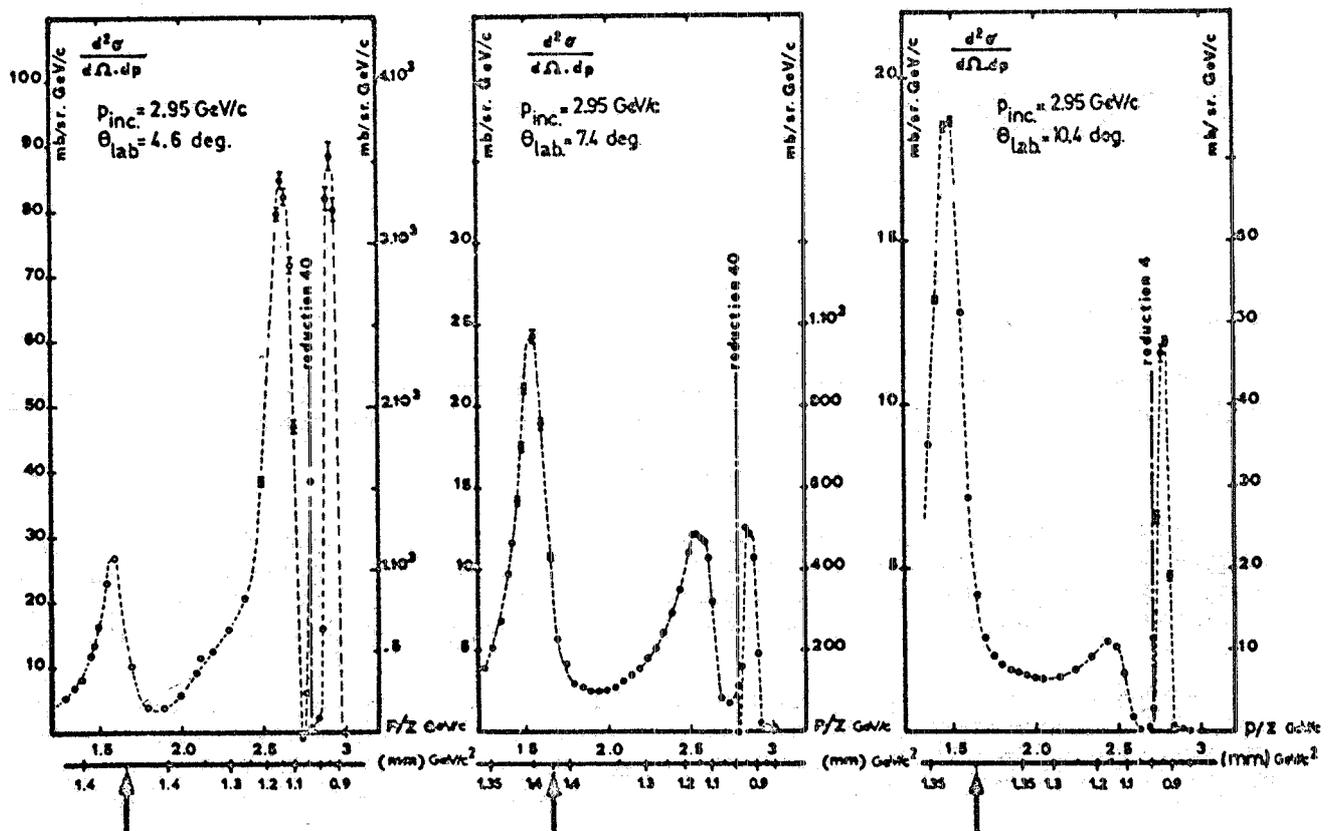


FIG. 1

Si osservano tre strutture :

- il picco corrispondente alla diffusione elastica $dp \rightarrow dp$, la cui sezione d'urto differenziale è in accordo con la prevista dipendenza da t $d\sigma/dt = Ae^{-\beta t}$ (con $\beta = 21$ $(\text{GeV}/c)^2$);
- una seconda struttura, centrata intorno ad un valore della massa invariante del sistema X di $1150 \text{ MeV}/c^2$ con una larghezza $\Gamma_X = 150 \text{ MeV}/c^2$, la cui sezione d'urto differenziale varia in funzione dell'angolo in modo simile a quella elastica;
- un picco, a più alti momenti trasferiti, con una larghezza di $\sim 30 \text{ MeV}/c^2$ centrato intorno ad un valore di M_X tra 1370 e $1450 \text{ MeV}/c^2$ a seconda dell'angolo, la cui sezione d'urto resta praticamente costante al variare di t . La larghezza di tale picco è troppo piccola perchè esso possa essere associato alla produzione di $N^*(1470)$, la cui larghezza è dell'ordine di $150 \text{ MeV}/c^2$. Ciò suggerisce che il meccanismo responsabile sia un processo a quasi due corpi descritto dal

grafico di riarrangiamento (R) in Fig. 2. L'ordine di grandezza della sezione d'urto differenziale è valutato sulla base del modello del nucleone spettatore, infatti, è in buon accordo con il valore sperimentale (i calcoli sono riportati in Appendice A).

3. - LA STRUTTURA A $1150 \text{ MeV}/c^2$. -

Consideriamo il picco centrato attorno a $1150 \text{ MeV}/c^2$ nella massa invariante del sistema X: esso mostra una forte dipendenza con l'angolo e la sua sezione d'urto differenziale decresce con il quadrimpulso trasferito in modo simile alla sezione d'urto del processo elastico $dp \rightarrow dp$.

Considerando la produzione di un singolo pione i grafici che possono contribuire sono quelli della Fig. 2.

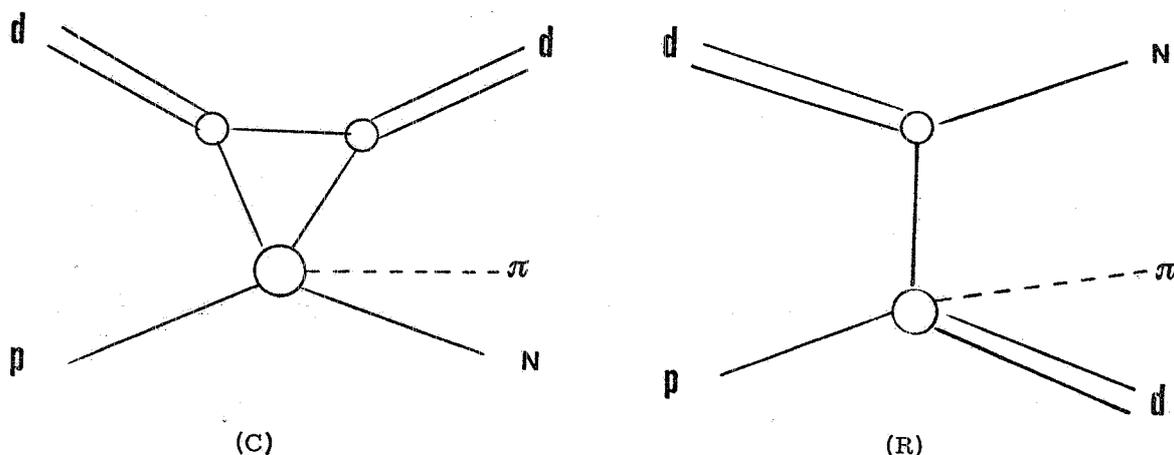


FIG. 2 - Il diagramma (C) rappresenta il meccanismo di interazione coerente su deutero in Approssimazione Impulsiva; il diagramma (R) il grafico a riarrangiamento.

Il grafico C (produzione coerente) è quello dal quale ci si attende una forte dipendenza da t , dovuta alla presenza del fattore di forma del deutone nel calcolo della sezione d'urto.

Nel processo di riarrangiamento R la dipendenza angolare è invece meno accentuata in quanto nel suo calcolo compare la trasformata di Fourier della funzione d'onda. Inoltre il grafico di riarrangiamento deve dare il contributo maggiore per alti valori della massa invariante del sistema $N\pi$.

3.1. - L'approssimazione impulsiva. -

Ci limiteremo, dunque, a calcolare il contributo del grafico coerente trattando il vertice $pN_d \rightarrow N_d N \pi$ nel quadro OPE trascurando il contributo del grafico di riarrangiamento e la sua interferenza con il grafico principale. L'approccio è quello dell'Approssimazione Impulsiva, in cui l'ampiezza di transizione T_d per il processo considerato $dp \rightarrow dN\pi$ è la somma delle ampiezze sui angoli nucleoni $T_{p,n}$:

$$T_d^{fi} = \langle \psi_{d_f}; \vec{p}_\pi; \vec{p}_N \mid T_p + T_n \mid \vec{p}_p; \psi_{d_i} \rangle .$$

L'opportuno sistema di riferimento nel quale valutare questa espressione, volendo fare uso di una trattazione non relativistica delle funzioni d'onda del deutone sarebbe quello di Breit⁽³⁾, essendo in questo riferimento minime le energie del deutone incidente e uscente. Poichè il processo che studieremo è a piccoli t , svilupperemo il calcolo nel sistema di riferimento nel quale il deutone è a riposo prima dell'interazione, praticamente coincidente con quello di Breit. Con tale

4.

scelta, inserendo un set completo di stati intermedi a particella libera, l'ampiezza di transizione assume la forma seguente :

$$T_d^{fi} = \int d^3 p_F d^3 p_r C^*(\vec{p}_r) \langle \vec{p}_\pi; \vec{p}_N; \frac{1}{2}\vec{p}_d + \vec{p}_r; \frac{1}{2}\vec{p}_d - \vec{p}_r | T_p + T_n | \vec{p}_F; -\vec{p}_F; \vec{p}_i \rangle C(\vec{p}_F) ,$$

con :

$$\vec{p}_d = \vec{p}_p + \vec{p}_n ; \quad \vec{p}_r = \vec{p}_p - \vec{p}_n ;$$

p_F momento di Fermi ;

$$C(p) = \langle \vec{p}_p \vec{p}_n | \psi_d \rangle \text{ trasformata di Fourier della funzione d'onda del deuterio.}$$

Poichè T_p agisce sullo stato di neutrone solo tramite l'Hamiltoniana libera si ha :

$$\langle \vec{p}_n | \frac{1}{E - H_0 + i\epsilon} | -\vec{p}_F \rangle = \frac{\delta(-\vec{p}_F - \vec{p}_n)}{E - E_{nf} - H_0' + i\epsilon} .$$

Analogamente per l'ampiezza su neutrone, l'ampiezza di transizione su deuterio assume la forma seguente :

$$T_d^{fi} = \int d^3 P_r C^*(\vec{P}_r) \left\{ \langle \vec{p}_\pi; \vec{p}_N; \frac{1}{2}\vec{P}_d + \vec{P}_r | T_p(E - E_{nf}) | \vec{P}_i; -\frac{1}{2}\vec{P}_d + \vec{P}_r \rangle C(\frac{1}{2}\vec{P}_d - \vec{P}_r) + \langle \vec{p}_\pi; \vec{p}_N; \frac{1}{2}\vec{P}_d - \vec{P}_r | T_n(E - E_{pf}) | \vec{P}_i; -\frac{1}{2}\vec{P}_d - \vec{P}_r \rangle C(\frac{1}{2}\vec{P}_d + \vec{P}_r) \right\} ,$$

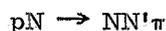
nella quale, però, per aver tenuto conto del moto di Fermi dei nucleoni, le ampiezze elementari sono calcolate tra stati di energia diversa. Nel seguito, supporremo, comunque, tali ampiezze riferite all'energia dello stato finale⁽⁴⁾.

Come usuale, estraiamo gli elementi di matrice dall'integrale, calcolati in corrispondenza del valore massimo assoluto del prodotto $C^*(\vec{P}_r) C(\frac{1}{2}\vec{P}_d + \vec{P}_r)$ e cioè per $\vec{P}_r = \frac{1}{4}\vec{P}_d$. Si ottiene così:

$$T_d^{fi} = \left\{ \langle \vec{p}_\pi; \vec{p}_N; \frac{3}{4}\vec{P}_d | T_p | \vec{p}_i; -\frac{1}{4}\vec{P}_d \rangle + \langle \vec{p}_\pi; \vec{p}_N; -\frac{3}{4}\vec{P}_d | T_n | \vec{p}_i; -\frac{1}{4}\vec{P}_d \rangle \right\} F(\frac{P_d}{2}) ,$$

con $F(\frac{P_d}{2}) = \int C^*(\vec{P}_r) C(\frac{1}{2}\vec{P}_d + \vec{P}_r) d^3 P_r$ fattore di forma del deuterio.

In tal modo ci si riconduce allo studio dell'interazione elementare



a piccoli angoli e per un impulso del protone incidente $\vec{p}_i = \frac{1}{2}\vec{p}_{di}$.

3.2. - Processo elementare $pp \rightarrow pn\pi^+$.-

Peraltro nell'interazione $dp \rightarrow dN\pi$, può contribuire solo la parte dell'ampiezza elementare del processo $pN \rightarrow NN'\pi$ che conduce a stati finali di spin e isospin opportuni.

Nel range di energie e momenti trasferiti a cui siamo interessati ($\sqrt{s} \sim 3.4 \text{ GeV}$, $t \lesssim 0.3 \text{ GeV}^2$) è stato dimostrato che l'ampiezza del processo $pp \rightarrow pn\pi^+$ è dominata da un meccanismo periferi

co di scambio di un pione⁽⁵⁾ illustrato dal diagramma della Fig. 3.

L'ampiezza elementare $pp \rightarrow pn\pi^+$ considerando il pione scambiato sul "mass shell" si riduce al prodotto della costante d'accoppiamento nel vertice $p-n-\pi^+$ e dell'ampiezza dello scattering elastico π^+p , che risulta dominata dall'eccitazione della $P_{33}(1236)$ nelle regioni di massa invariante $N-\pi$ vicina alla soglia.

Tenendo conto che, oltre al grafico della Fig. 3, occorre considerare quello ottenuto scambiando i protoni iniziali, la sezione d'urto del processo $pp \rightarrow pn\pi^+$ è data da⁽⁵⁾:

$$d\sigma = \frac{2f^2 m}{\pi p_i^2 \mu^2} \int WR(W) \sigma(W) [a(T) + b(T, W) + c(T, W)] dW dT, \quad (2)$$

con: a, b rappresentanti rispettivamente i due contributi e c il termine di interferenza,

$$f^2 = \mu^2 (16\pi m^2)^{-1} G_r^2 = 0.08,$$

\vec{p}_i impulso del protone incidente nel laboratorio,

$$W = [-(q+q_1)^2]^{1/2} \text{ energia totale nel c. m. } \pi^+ - p,$$

$\sigma(W)$ sezione d'urto $\pi^+ - p$ all'energia W,

$m(\mu)$ la massa del protone (pione),

T energia cinetica del neutrone nel laboratorio,

$$R(W) = \frac{1}{2} [W^4 - 2W^2(m^2 + \mu^2) + (m^2 - \mu^2)^2]^{1/2},$$

$$a(T) = \frac{\Delta_2^2}{(\Delta_2^2 + \mu^2)^2}, \quad b(T, W) = \frac{\Delta_1^2}{(\Delta_1^2 + \mu^2)^2}, \quad c(T, W) = \frac{\phi}{(\Delta_1^2 + \mu^2)(\Delta_2^2 + \mu^2)},$$

$$\phi = (W-m) \left[(E_{p_2} + m)(E_{p_1} + m) \right]^{1/2} \cos \theta_i + (W+m) \left[(E_{p_2} - m)(E_{p_1} - m) \right]^{1/2} \frac{(3 \cos^2 \theta_i - 1)}{2},$$

$$\Delta_1^2 = (p_1 - q_2)^2 = m^2 + 2m(T_i - T) - W^2, \quad \Delta_2^2 = (p_2 - q_2)^2 = 2mT,$$

T_i energia cinetica del protone incidente nel laboratorio,

E_{p_1}, E_{p_2} le energie dei protoni iniziali,

θ_i l'angolo tra le loro direzioni nel sistema del c. m. $\pi^+ - p$.

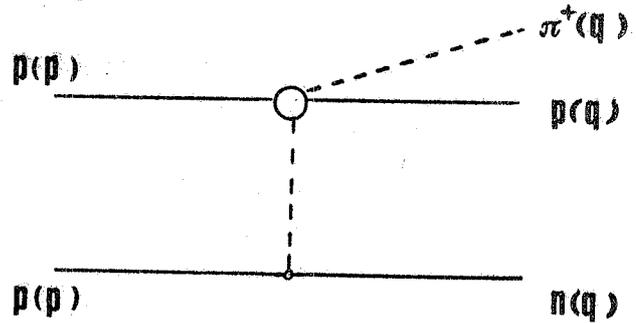


FIG. 3 - Il diagramma rappresenta l'interazione $pp \rightarrow pn\pi^+$ secondo il meccanismo OPE.

Nella Fig. 4 sono confrontati i valori sperimentali della sezione d'urto totale $pp \rightarrow pn\pi^+$ con le previsioni ottenute a partire dalla espressione della ampiezza elementare data nella (2). Il confronto appare soddisfacente.

Una ulteriore considerazione relativa all'ampiezza del processo $pp \rightarrow pn\pi^+$ riguarda i contributi dovuti alle ampiezze di spin flip e di non spin flip. Per il calcolo esplicito della sezione d'urto su deutone, infatti, è necessario tenere conto che dell'ampiezza di spin flip elementare con

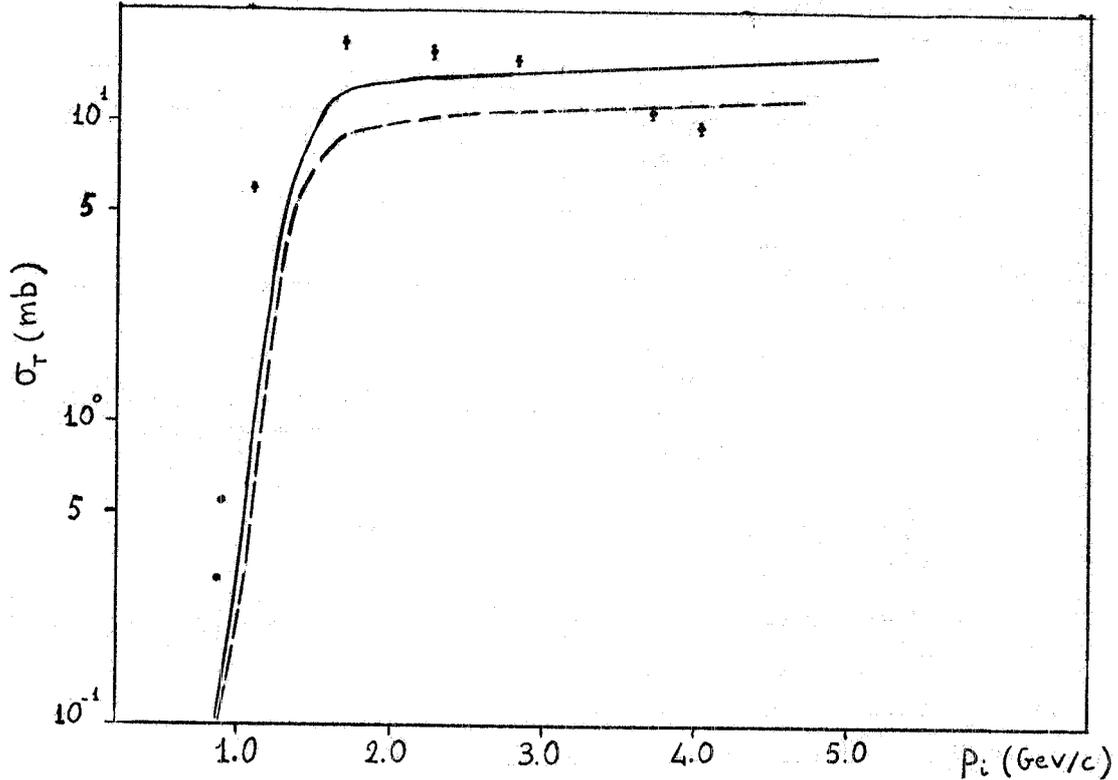


FIG. 4 - Confronto della sezione d'urto totale per il processo $pp \rightarrow pn\pi^+$ secondo OPE con i dati sperimentali; la curva continua, che tiene conto del diagramma di Fig. 3 e di quello ottenuto scambiando i protoni iniziali, è ottenuta integrando la (2); la curva tratteggiata, che tiene conto del solo diagramma in cui il pione è emesso dal protone bersaglio, è ottenuta integrando la (3).

tribuisce all'interazione coerente solo la parte che soddisfa la richiesta di spin 1 nello stato finale per il deutone.

Per rendere esplicito questo effetto di riduzione, i contributi dovuti alle ampiezze di spin flip e di non spin flip possono essere facilmente separati nell'ipotesi che l'elicità delle Δ prodotte nel processo $pp \rightarrow pn\pi^+$ sia uguale all'elicità del protone bersaglio. Tale ipotesi, rigorosamente valida se la Δ fosse emessa a zero gradi, può essere ritenuta accettabile, poiché, come vedremo, la Δ è generalmente prodotta, nel riferimento in cui il deutone è inizialmente fermo, ad un angolo sufficientemente piccolo.

In tale ipotesi, la distribuzione angolare assume la forma seguente:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega^*} = C \left\{ \left| \sqrt{\frac{2}{3}} Y_1^0 \right|^2 + \left| \frac{1}{\sqrt{3}} Y_1^1 \right|^2 \right\} = \frac{\sigma}{2\pi} \left[\cos^2 \theta^* + \frac{1}{4} \sin^2 \theta^* \right],$$

con: $\sqrt{\frac{2}{3}} Y_1^0 \propto g(\theta)$ ampiezza di non spin flip,

$\frac{1}{\sqrt{3}} Y_1^1 \propto h(\theta)$ ampiezza di spin flip,

θ^* angolo nel c. m. π^+p , Y_1^m armoniche sferiche.

3.3. - Calcolo della sezione d'urto differenziale $dp \rightarrow dn\pi^+$.

La espressione (2) della ampiezza elementare $T_{p\pi^+}$ può essere, nel caso di produzione su deuterio, semplificata. I due possibili diagrammi (Fig. 5) che intervengono nella interazione $pp \rightarrow pn\pi^+$ ottenuti scambiando i protoni iniziali danno infatti origine nella reazione su deuterio a contributi molto diversi.

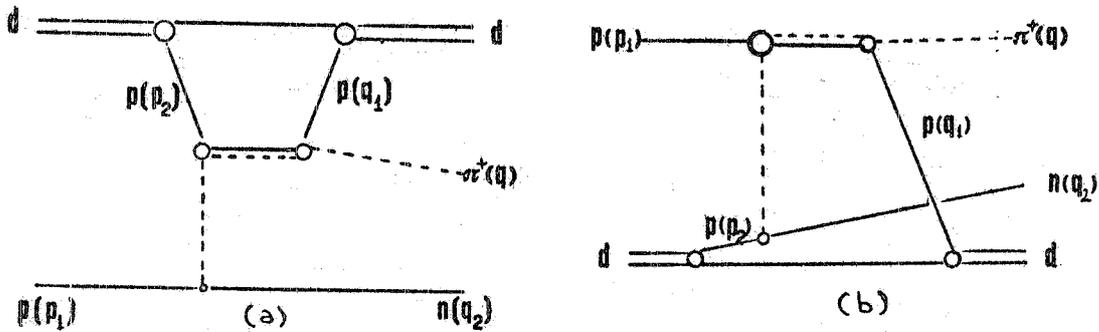


FIG. 5 - Il diagramma (a) mostra l'interazione coerente su deuterio in base al meccansimo OPE con l'eccitazione delle Δ ; il diagramma (b) è quello ottenuto scambiando i protoni iniziali nell'interazione elementare.

Il diagramma (b) può essere trascurato rispetto al diagramma (a) in quanto il suo contributo diviene significativo a più alti quadrimpulsi trasferiti al deutone e quindi a più grandi valori della massa invariante $n - \pi^+$. La sezione d'urto del processo elementare, tenuto conto del solo grafico (a) si scrive:

$$d\sigma = \frac{2f^2 m}{2^2} WR(W) b(T, W) \sigma(W) dW dT. \quad (3)$$

In Fig. 4 è riportato il contributo di questo termine alla sezione d'urto elementare.

E' ora possibile il calcolo della sezione d'urto del processo

$$dp \rightarrow dN\pi$$

tenendo conto del contributo dovuto alla produzione di π^+ e di π^0 secondo i diagrammi della Fig. 6. Le varie ampiezze su protone e su neutrone con produzione di π^+ e π^0 attraverso l'eccitazione della Δ (1236) sono riconducibili ad una sola ampiezza elementare con opportuni coefficienti di spin isotopico. Si ottiene infatti:

$$T_{n\pi^+} = \frac{1}{3} T_{p\pi^+}, \quad T_{n\pi^0} = T_{p\pi^0} = \frac{\sqrt{2}}{3} T_{p\pi^+},$$

e quindi:

$$\begin{aligned} |\langle f | T_d | i \rangle|^2 &= \left\{ \left| \langle f | T_{p\pi^+} + \frac{1}{3} T_{p\pi^+} | i \rangle \right|^2 + \left| \langle f | 2 \frac{\sqrt{2}}{3} T_{p\pi^+} | i \rangle \right|^2 \right\} |F(p_d/2)|^2 = \\ &= \frac{8}{3} |\langle f | T_{p\pi^+} | i \rangle|^2 |F(p_d/2)|^2. \end{aligned}$$

Nel calcolo dell'ampiezza $\pi^+p \rightarrow \pi^+p$ cui si riconduce l'interazione nucleone-protone, il peso relativo dei termini di spin flip e non spin flip risulta modificato per la presenza del nucleone spettatore rispetto a quello dell'ampiezza elementare essendo richiesto che il nucleone interagente

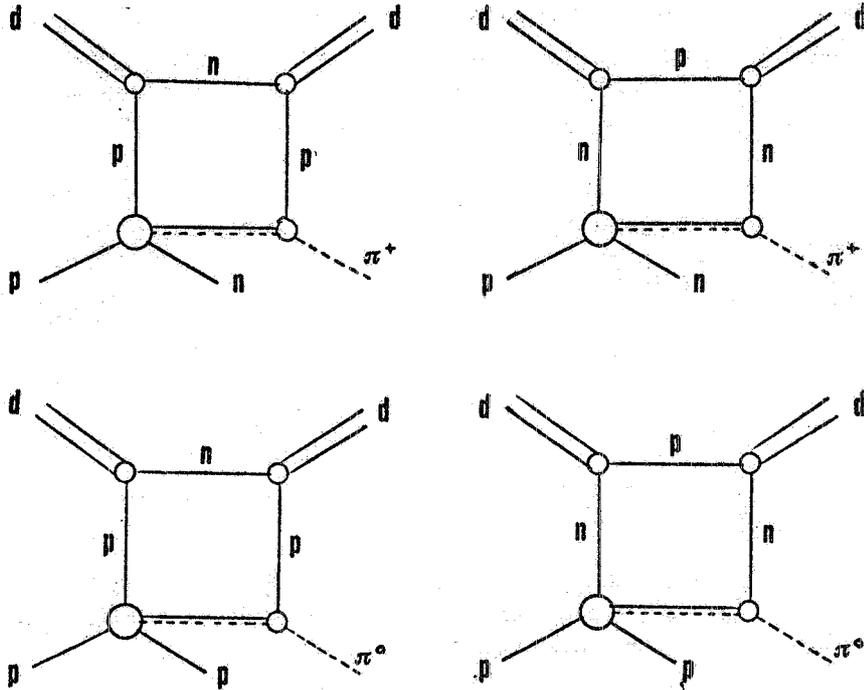


FIG. 6 - I quattro diagrammi rappresentano, nell'A.I., la produzione rispettivamente di π^+ e π^0 .

e lo spettatore si possano ricombinare per formare lo stato di tripletto del deuterio.

3.3.1. - Distribuzione angolare per i deutoni in onda S. -

Per calcolare esplicitamente tale effetto, supponiamo preliminarmente di considerare solo l'onda S del deuterio. La funzione di onda del deuterio avrà la forma seguente:

$$\psi_d(r, m) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} u(r) |1 m\rangle,$$

con $u(r)$ parte radiale, m componente dello spin rispetto alla direzione della particella incidente.

Applicando le considerazioni relative ampiezza elementare $pp \rightarrow pn\pi^+$ precedentemente esposte, si trova che la presenza del deuterio comporta un fattore $2/3$ di rifuzione nell'ampiezza di spin flip:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega^*} = C \left[\left| \sqrt{\frac{2}{3}} Y_1^0 \right|^2 + \frac{2}{3} \left| \frac{1}{\sqrt{3}} Y_1^1 \right|^2 \right] = \frac{\sigma}{2\pi} \left[\cos^2 \theta^* + \frac{1}{6} \sin^2 \theta^* \right].$$

3.3.2. - Distribuzione angolare per i deutoni in onda S + onda D. -

Generalizziamo ora i risultati precedenti introducendo l'onda D del deuterio. La forma della funzione d'onda del deuterio è la seguente⁽³⁾:

$$\psi_1(\vec{p}, \vec{r}) = \frac{1}{r} \left[\frac{1}{\sqrt{4\pi}} u(r) |11\rangle + W(r) \left\{ \sqrt{\frac{3}{5}} Y_2^2 |1-1\rangle - \sqrt{\frac{3}{10}} Y_2^1 |10\rangle + \sqrt{\frac{1}{10}} Y_2^0 |11\rangle \right\} \right],$$

$$\psi_0(\vec{p}, \vec{r}) = \frac{1}{r} \left[\frac{1}{\sqrt{4\pi}} u(r) |10\rangle + W(r) \left\{ \sqrt{\frac{3}{10}} Y_2^1 |1-1\rangle - \sqrt{\frac{4}{10}} Y_2^0 |10\rangle + \sqrt{\frac{3}{10}} Y_2^{-1} |11\rangle \right\} \right] ,$$

$$\psi_{-1}(\vec{p}, \vec{r}) = \frac{1}{r} \left[\frac{1}{\sqrt{4\pi}} u(r) |1-1\rangle + W(r) \left\{ \sqrt{\frac{1}{10}} Y_2^0 |1-1\rangle - \sqrt{\frac{3}{10}} Y_2^{-1} |10\rangle + \sqrt{\frac{6}{10}} Y_2^{-2} |11\rangle \right\} \right] .$$

Definiamo due operatori tali che i loro elementi di matrice siano dati da :

$$F_{NSF} = \int d^3 r \psi_{df}(\vec{r}, m) N \psi_{di}(\vec{r}, m') e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} ,$$

$$F_{SF} = \int d^3 r \psi_{df}(\vec{r}, m) S \psi_{di}(\vec{r}, m') e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} . \quad (4)$$

di forma

Questi possono essere interpretati come dei fattori di non spin flip e di spin flip rispettivamente, in cui N ed S agiscono unicamente sugli stati di spin, N essendo diagonale ed S essendo tale che:

$$S |11\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|10\rangle + |00\rangle] ,$$

$$S |10\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|11\rangle + |1-1\rangle] , \quad (5)$$

$$S |1-1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|10\rangle - |00\rangle] .$$

Indicando ora con $|G_{NSF}|^2 = \sum_{m'} \sum_m |F_{NSF}|^2$ e $|G_{SF}|^2 = \sum_{m'} \sum_m |F_{SF}|^2$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega^*} = |g(\theta)|^2 |G_{NSF}|^2 + |h(\theta)|^2 |G_{SF}|^2 . \quad (6)$$

Applicando tali definizioni (il calcolo è riportato in Appendice B), si ottiene :

$$|G_{NSF}|^2 = G_0^2 + 2G_2^2 , \quad |G_{SF}|^2 = \frac{2}{3} \left(G_0 - \frac{G_2}{2} \right)^2 , \quad (7)$$

con G_0 fattore di forma sferico: $G_0 = \int u^2(r) J_0(qr) dr$ e G_2 fattore di forma di quadrupolo: $G_2 = \int \sqrt{2} u(r) W(r) J_2(qr) dr$. In entrambi, viene trascurato il termine in $W^2(r)^{(3)}$, poichè l'onda D rappresenta solo una piccola percentuale ($\int W^2(r) dr \approx 7\%$) della funzione d'onda del deuterio. Esplicitando la distribuzione angolare, si ha :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega^*} = \frac{\sigma}{2\pi} \left[\left(G_0^2 + 2G_2^2 \right) \cos^2 \theta^* + \frac{1}{6} \left(G_0 - \frac{G_2}{2} \right)^2 \sin^2 \theta^* \right] . \quad (8)$$

Infine, espressa nelle variabili che interessano ai fini di un confronto con i dati sperimentali (Appendice C), si ottiene la espressione seguente della sezione d'urto differenziale per unità di angolo solido e di impulso del deutone :

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial \Omega_d^1 \partial p_d^1} = \frac{4}{3\pi^3} \frac{f^2}{p_i^2 \mu^2} W^2 b p_i^{**} W_T \frac{E_d}{E_p} \frac{p_d'^2}{E_d'} \frac{p_\pi^{***}}{W_{n\pi}} \sigma \left[(G_0^2 + 2G_2^2) \cos^2 \theta^* + \right. \\ \left. + \frac{1}{6} (G_0 - \frac{G_2}{2})^2 \sin^2 \theta^* \right] d\Omega_\pi^{***}$$

dove $W_{n\pi}$ è la massa invariante π -n, W_T è l'angolo totale. Le variabili rispettivamente con uno, due e tre asterischi sono calcolate nei c. m. π^+ -p, p - π^+ n e π^+ n e quelle con l'apice sono relative al riferimento in cui il deutone iniziale è in moto.

3.4. - Confronto con i dati sperimentali. Approssimazioni introdotte e loro criticità. -

Nelle Figg. 7, 8 e 9 sono riportati i risultati del calcolo ottenuto per la reazione $dp \rightarrow d\pi N$ sulla base dei contributi dei grafici di Fig. 6 unitamente alle misure sperimentali della sezione d'urto differenziale $\frac{\partial^2 \sigma}{\partial \Omega \partial p}$ nel processo $dp \rightarrow dX$ nella regione di massa invariante del sistema X compresa tra $1050 \text{ MeV}/c^2$ e $1350 \text{ MeV}/c^2$ per un impulso dei deutoni incidenti di $2.95 \text{ GeV}/c$ e angoli nel laboratorio di 4.6° , 7.4° e 10.2° .

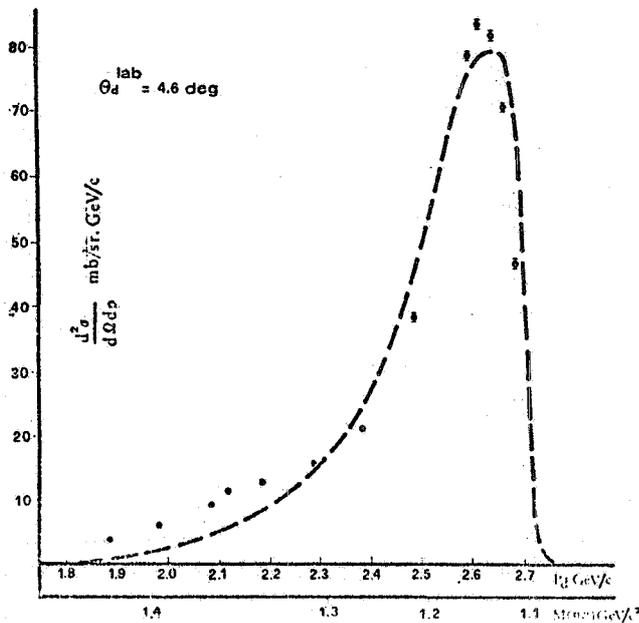


FIG. 7 - Confronto tra i dati sperimentali e le previsioni del modello per lo spettro in impulso dei deutoni uscenti all'angolo di $\theta_d^{\text{lab}} = 4.6^\circ$.

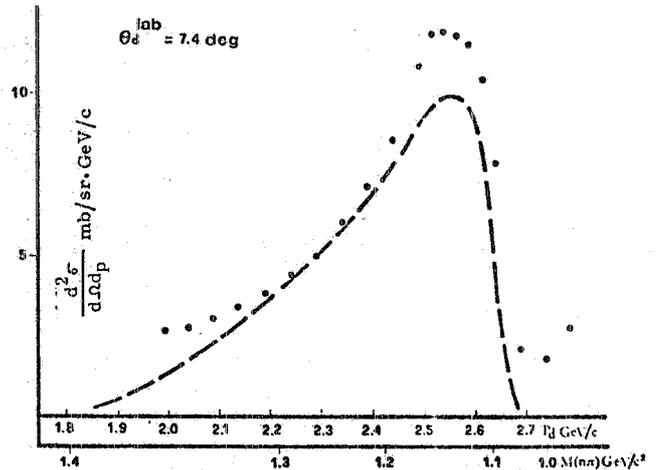


FIG. 8 - Confronto tra i dati sperimentali e le previsioni del modello per lo spettro in impulso dei deutoni uscenti all'angolo di $\theta_d^{\text{lab}} = 7.4^\circ$.

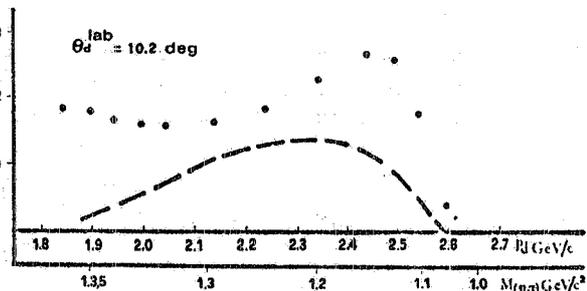


FIG. 9 - Confronto tra i dati sperimentali e le previsioni del modello per lo spettro in impulso dei deutoni uscenti all'angolo di $\theta_d^{\text{lab}} = 10.2^\circ$.

Il calcolo, ottenuto senza nessuna normalizzazione, è in buon accordo con i dati sperimentali sia per quanto riguarda la forma del picco osservato sia come valore assoluto. La struttura osservata per una massa invariante del sistema πN attorno a $1150 \text{ MeV}/c^2$ è dunque la riflessione cinematica di un "enhancement" nel sistema πd memore della eccitazione nello stato Δ di uno dei nucleoni del deutone.

L'accordo tra calcolo e dati sperimentali è tanto migliore quanto minore è l'angolo di diffusione del deutone. Questo risultato è atteso perchè al crescere del quadrimpulso trasferito le approssimazioni introdotte divengono sempre più critiche. Ricordiamo innanzi tutto che lo stesso modello OPE utilizzato per la ampiezza elementare è applicabile alle interazioni periferiche cioè ai piccoli momenti trasferiti. Nessuna correzione è stata apportata per i termini di diffusione multipla del pione e del nucleone. Il contributo di questi termini è, in generale, negativo ai piccoli t (ove domina la interferenza distruttiva con il termine di primo ordine) e positivo a grandi impulsi trasferiti dove i termini di primo ordine divengono trascurabili. È stato trascurato il contributo del grafico di riarrangiamento (R) la cui interferenza con il grafico coerente (C), al crescere dell'angolo diviene relativamente più importante anche a basse masse. Una ragione di disaccordo con i dati a più alti t proviene, inoltre, dalla criticità del fattore di forma alle piccole distanze inter-nucleoniche che corrisponde alla minore conoscenza ed attendibilità del concetto di funzione d'onda del deutero.

Nella Fig. 10 è esplicitato l'effetto dovuto alla parte in onda D del deutero. Tale contributo varia tra $\sim 2\%$ e $\sim 25\%$ quando l'angolo di diffusione del deutone varia tra 7.4° e 10.2° .

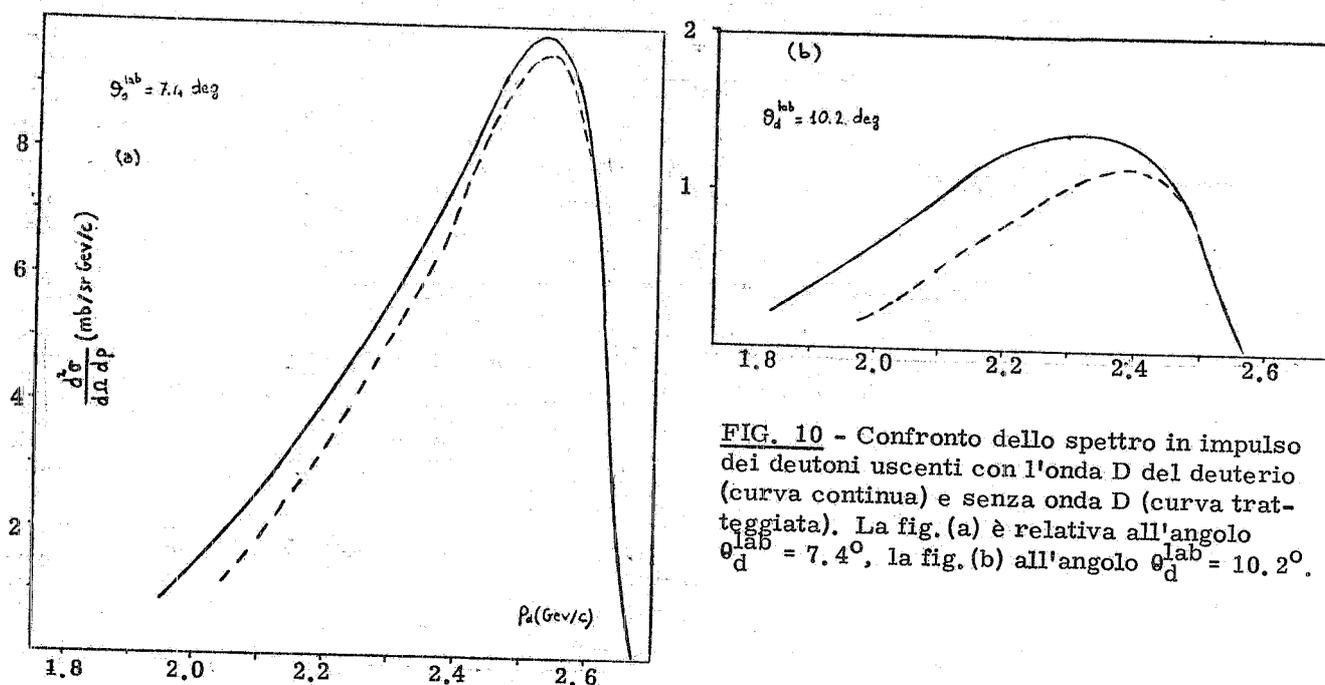


FIG. 10 - Confronto dello spettro in impulso dei deutoni uscenti con l'onda D del deutero (curva continua) e senza onda D (curva tratteggiata). La fig. (a) è relativa all'angolo $\theta_d^{\text{lab}} = 7.4^\circ$, la fig. (b) all'angolo $\theta_d^{\text{lab}} = 10.2^\circ$.

Abbiamo eseguito alcuni tests sulla validità delle approssimazioni introdotte nel calcolo e sulla criticità di alcuni parametri meno noti. Un primo test riguarda l'ipotesi che la Δ sia emessa preferenzialmente ad angoli piccoli. Come è mostrato in Fig. 11 in cui si riporta la percentuale di eventi sul totale che cadono entro un certo intervallo angolare della Δ nel riferimento in cui il deutone è in quiete nello stato iniziale, tale ipotesi è confermata in modo soddisfacente. Un altro test, riguarda l'effetto di riduzione nella sezione d'urto se si trascura, nella sezione d'urto π^+p , l'ampiezza di spin flip. Tale effetto, come mostra la Fig. 12, è piccolo ai piccoli angoli ove la sezione d'urto è attesa raggiungere il suo massimo. In Fig. 13 è mostrata la $\frac{\partial^2\sigma}{\partial\Omega \partial p}$ prevista a 0° per $p_d = 2.95 \text{ GeV/c}$ del modello. In Fig. 14, infine, riportiamo la sezione d'urto totale del processo $pd \rightarrow dX$ al variare dell'impulso del protone incidente. La lenta decrescita della sezione d'urto all'aumentare dell'energia mostra che il modello possiede il corretto anda-

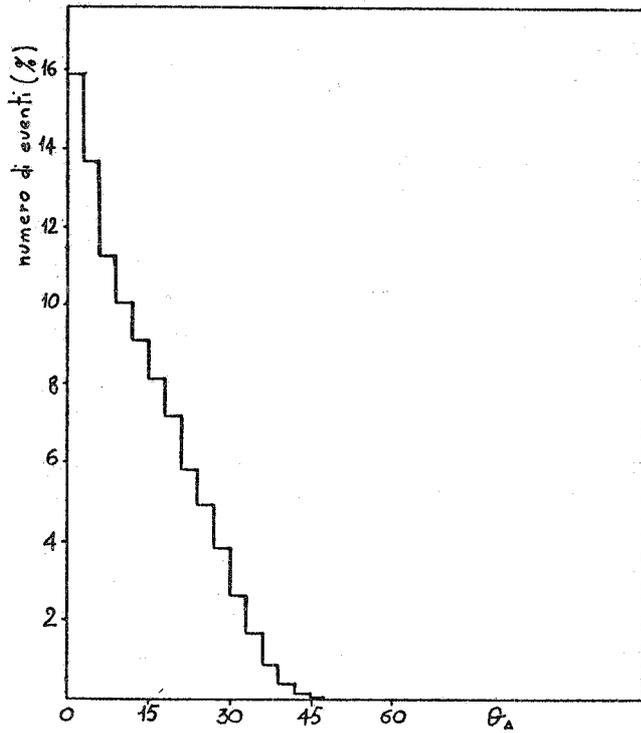


FIG. 11 - Distribuzione attesa degli eventi in funzione dell'angolo della Δ nel riferimento in cui il deutone è inizialmente a riposo.

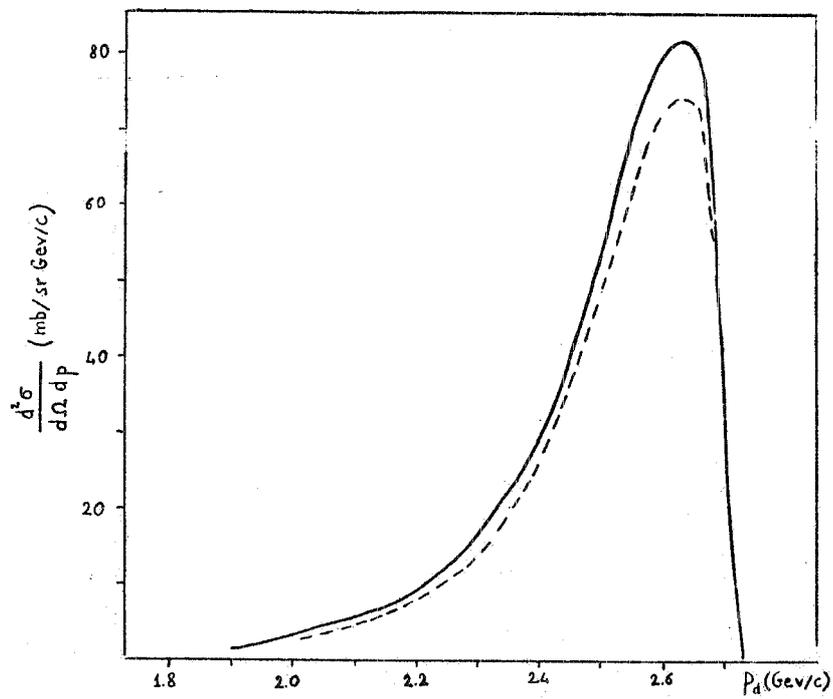


FIG. 12 - Confronto tra la distribuzione in impulso dei deutoni uscenti ottenuta trascurando l'ampiezza di spin flip (curva tratteggiata) con quella ottenuta tenendone conto (curva continua).

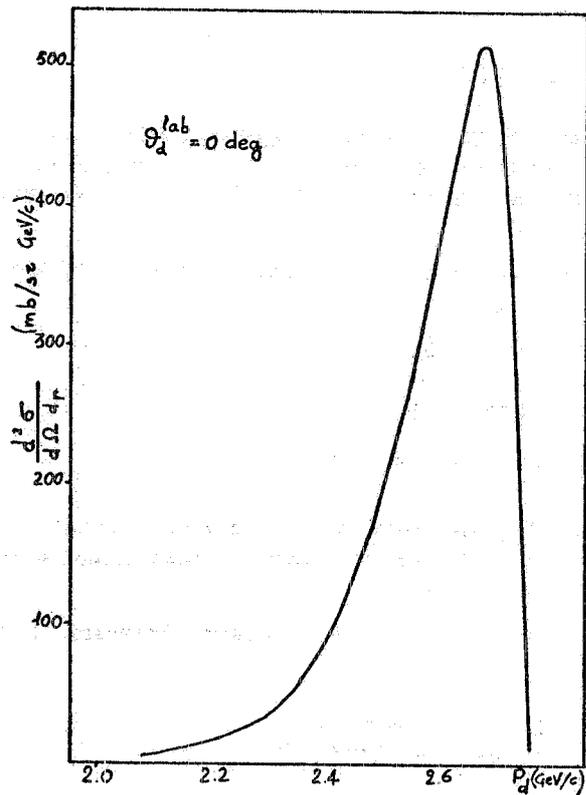


FIG. 13 - Spettro in impulso dei deutoni all'angolo $\theta_d^{\text{lab}} = 0^\circ$.

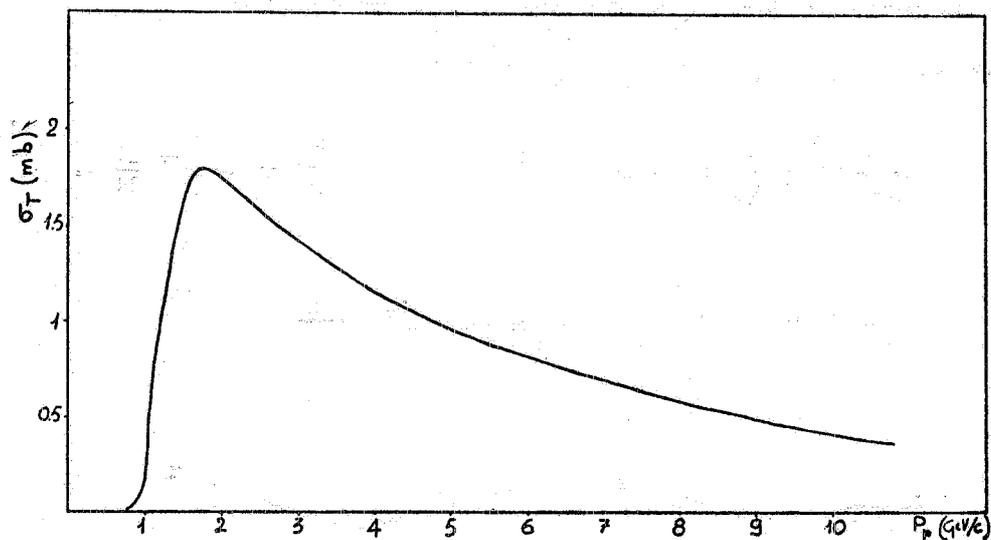


FIG. 14 - Andamento della sezione d'urto totale per il processo $dp \rightarrow dX$ in funzione dell'impulso del protone incidente.

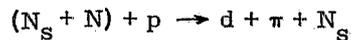
mento asintotico.

Possiamo quindi concludere che, sia pure con le restrizioni relative ai piccoli momenti trasferiti, la trattazione dello scattering su deuterio in Approssimazione Impulsiva e il solo grafico con lo scambio di un pione permettono di ritrovare il valore assoluto e la forma dello spettro in impulso del deuterio e di interpretare, quindi, $1^1N^*(1150)$ come un effetto cinematico del modello stesso.

APPENDICE A - STRUTTURA TRA $1370 \text{ MeV}/c^2$ E $1470 \text{ MeV}/c^2$.-

Valutiamo l'ordine di grandezza delle sezioni d'urto $dp \rightarrow dX$ in base al grafico di riarrangiamento (R) in Fig. 2 ricorrendo al modello del nucleone spettatore; nel vertice superiore ci attendiamo una larghezza dovuta al potere risolutivo sperimentale di circa $20 \text{ MeV}/c^2$, dilatata per il moto dello spettatore.

Nel limite nel quale si trascura il moto relativo tra i due nucleoni del deuterio incidente il processo



darà luogo a un picco caratteristico della reazione a due corpi:



con un nucleone incidente di impulso uguale a metà di quello del deutone incidente. Il contributo di questo processo è atteso per il valore dell'impulso del deutone uscente indicato dalle frecce nella Fig. 1.

Sono da considerare i diagrammi della Fig. 15. Nell'ambito della Approssimazione Impulsi va applicata a processi incoerenti si può scrivere:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_d^*} = \left| T_{pp \rightarrow \pi^+ d} \right|^2 \left| C(p_n) \right|^2 + \left| T_{np \rightarrow \pi^0 d} \right|^2 \left| C(p_p) \right|^2,$$

$(C(p_n, p)) =$ trasformata di Fourier della funzione d'onda del deutone)

e ricorrendo alla: $\left| T_{np \rightarrow \pi^0 d} \right| = \frac{1}{2} \left| T_{pp \rightarrow \pi^+ d} \right|$ si ottiene:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_d^*} \approx \frac{3}{2} \frac{d\sigma}{d\Omega^*} (pp \rightarrow d\pi^+) \approx \frac{3}{2} (\cos^2 \theta_d^* + \frac{1}{5}) \frac{\sigma_T}{2\pi} (pp \rightarrow d\pi^+) \frac{15}{16},$$

e quindi:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_d} \approx \frac{3}{2} (\cos^2 \theta_d^* + \frac{1}{5}) \frac{\sigma_T}{2\pi} (pp \rightarrow d\pi^+) \frac{15}{16} \frac{d\Omega_d}{d\Omega_d^*}.$$

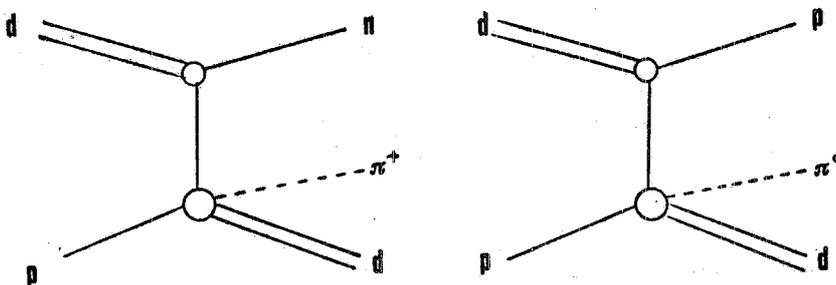


FIG. 15 - I diagrammi rappresentano rispettivamente la produzione di π^+ e π^0 secondo un meccanismo di scambio di un nucleone.

All'energia relativa ad un protone incidente di impulso pari a metà dell'impulso dei deutoni incidenti ($\sqrt{s} = 3.4$ GeV) si ha:

$$\sigma_T = 0.7 \text{ mb}, \quad \frac{d\sigma}{d\Omega_d} \approx 5.4 \text{ mb/ster},$$

che è in buon accordo con il valore sperimentale (~ 4 mb/ster) della sezione d'urto integrata sull'impulso del deutone uscente.

APPENDICE B. 1. - DISTRIBUZIONE ANGOLARE PER I DEUTONI IN ONDA S. -

Se indichiamo con N ed S gli operatori di spin flip e non spin flip, abbiamo:

$$\begin{aligned} (N+S) \left| \frac{1}{2} \right\rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}} Y_1^1 \left| -\frac{1}{2} \right\rangle_p + \sqrt{\frac{2}{3}} Y_1^0 \left| \frac{1}{2} \right\rangle, \\ (N+S) \left| -\frac{1}{2} \right\rangle &= \sqrt{\frac{2}{3}} Y_1^0 \left| -\frac{1}{2} \right\rangle_p + \sqrt{\frac{1}{3}} Y_1^{-1} \left| \frac{1}{2} \right\rangle, \end{aligned} \quad (\text{B. 1})$$

come risulta dall'addizione dei momenti angolari nell'ipotesi che la Δ abbia la stessa elicità del protone. La presenza del deuterio comporta la necessità di considerare insieme allo stato di elicità del protone, che partecipa all'interazione, l'elicità del neutrone spettatore.

Vediamo quindi, quale forma assumono le (B. 1) applicate ai tre possibili stati iniziali del deuterio.

$$(N+S) |11\rangle = (N+S) \left| \frac{1}{2} \right\rangle_p \left| \frac{1}{2} \right\rangle_n = \left[\frac{1}{\sqrt{3}} Y_1^1 \left| -\frac{1}{2} \right\rangle_p + \sqrt{\frac{2}{3}} Y_1^0 \left| \frac{1}{2} \right\rangle_p \right] \left| \frac{1}{2} \right\rangle_n,$$

poiché $\left| -\frac{1}{2} \right\rangle \left| \frac{1}{2} \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|10\rangle - |00\rangle)$ si ha:

$$(N+S) |11\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} Y_1^1 |10\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}} Y_1^0 |11\rangle,$$

avendo eliminato il contributo $-\frac{1}{\sqrt{2}} |00\rangle$ poiché è ortogonale agli stati di spin del deuterio.

$$(N+S) |10\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (N+S) \left[\left| \frac{1}{2} \right\rangle_p \left| -\frac{1}{2} \right\rangle_n + \left| -\frac{1}{2} \right\rangle_p \left| \frac{1}{2} \right\rangle_n \right],$$

$$(N+S) |10\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} Y_1^1 |1-1\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}} Y_1^0 |10\rangle + \frac{1}{\sqrt{6}} Y_1^{-1} |11\rangle,$$

$$(N+S) |1-1\rangle = (N+S) \left| \frac{1}{2} \right\rangle_p \left| -\frac{1}{2} \right\rangle_n = \sqrt{\frac{2}{3}} Y_1^0 |1-1\rangle + \frac{1}{\sqrt{6}} Y_1^{-1} |10\rangle.$$

Proiettando, ora, sugli stati finali, si ha:

$$\langle 11 | N+S | 11 \rangle = \sqrt{\frac{2}{3}} Y_1^0, \quad \langle 10 | N+S | 11 \rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} Y_1^{-1}, \quad \langle 1-1 | N+S | 11 \rangle = 0.$$

Sommando i moduli quadri, si ottiene:

$$\sum_m \left| \langle 1m | N+S | 11 \rangle \right|^2 = \frac{1}{2\pi} \cos^2 \theta^* + \frac{1}{16\pi} \sin^2 \theta^* ,$$

$$\langle 11 | N+S | 10 \rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} Y_1^{-1} , \quad \langle 10 | N+S | 10 \rangle = \sqrt{\frac{2}{3}} Y_1^0 , \quad \langle 1-1 | N+S | 10 \rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} Y_1^1 ,$$

$$\sum_m \left| \langle 1m | N+S | 10 \rangle \right|^2 = \frac{1}{2\pi} \cos^2 \theta^* + \frac{1}{8\pi} \sin^2 \theta^* ,$$

$$\langle 11 | N+S | 1-1 \rangle = 0 , \quad \langle 10 | N+S | 1-1 \rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} Y_1^{-1} , \quad \langle 1-1 | N+S | 1-1 \rangle = \sqrt{\frac{2}{3}} Y_1^0 ,$$

$$\sum_m \left| \langle 1m | N+S | 10 \rangle \right|^2 = \frac{1}{2\pi} \cos^2 \theta^* + \frac{1}{16\pi} \sin^2 \theta^* .$$

Mediando ora sugli stati iniziali si ha:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega^*} = C \left[\frac{1}{2\pi} \cos^2 \theta^* + \frac{1}{12\pi} \sin^2 \theta^* \right] ,$$

che è il risultato riportato nel testo.

APPENDICE B. 2. - DISTRIBUZIONE ANGOLARE PER I DEUTONI IN ONDA D. -

Riprendendo le formule del testo definiamo:

$$S | 11 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (| 10 \rangle + | 00 \rangle) , \quad S | 10 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (| 11 \rangle + | 1-1 \rangle) ,$$

$$S | 1-1 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (| 10 \rangle - | 00 \rangle) .$$

Applichiamo tali operatori agli stati del deuterio

$$S | \psi_1 \rangle = \frac{1}{r} \left\{ \frac{u(r)}{\sqrt{4\pi}} \frac{1}{\sqrt{2}} | 10 \rangle + w(r) \left[\sqrt{\frac{3}{5}} Y_2^2 \frac{1}{\sqrt{2}} | 10 \rangle - \sqrt{\frac{3}{10}} Y_2^1 \left(\frac{| 11 \rangle}{\sqrt{2}} + \frac{| 1-1 \rangle}{\sqrt{2}} \right) + \sqrt{\frac{1}{10}} Y_2^0 \frac{1}{\sqrt{2}} | 10 \rangle \right] \right\} ,$$

e proiettiamo sui tre stati finali trascurando i termini in w^2

$$\psi_1^S \psi_1 = \frac{1}{r^2} \frac{u(r)w(r)}{\sqrt{4\pi}} \left(-\sqrt{\frac{3}{10}} Y_2^1 \frac{1}{\sqrt{2}} - \sqrt{\frac{3}{10}} Y_2^{1*} \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = 0 ,$$

poichè tale espressione va moltiplicata per $e^{iq \cdot r}$ e integrata sulle coordinate relative dei due nucleoni e $\int Y_2^m d\Omega = 0$ con $m \neq 0$

$$\psi_0^S \psi_1 = \frac{1}{4\pi r^2} \frac{u^2(r)}{\sqrt{2}} + \frac{u(r)w(r)}{\sqrt{4\pi} r^2} \left(\sqrt{\frac{3}{5}} Y_2^2 \frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{\frac{1}{10}} Y_2^0 \frac{1}{\sqrt{2}} - \sqrt{\frac{4}{10}} Y_2^0 \right) ,$$

poichè $\int \psi_0^S \psi_1 e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} d^3r = G(q)$,

$$\int \frac{u^2(r)}{4\pi r^2} e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} d^3r = G_0(q),$$

$$\int \frac{u(r)w(r)}{r^2 \sqrt{4\pi}} \sqrt{\frac{1}{10}} Y_2^0 e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} d^3r = G_2(q),$$

ne segue che :

$$\psi_0^S \psi_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} (G_0 - \frac{G_2}{2}), \quad \psi_{-1}^S \psi_1 = \frac{u(r)w(r)}{\sqrt{4\pi} r^2} (-\sqrt{\frac{3}{10}} Y_2^1 \frac{1}{\sqrt{2}} - \sqrt{\frac{3}{10}} Y_2^{-1} \frac{1}{\sqrt{2}}) = 0.$$

Sommando sugli stati finali :

$$\sum_m |\langle \psi_m | S | \psi_1 \rangle|^2 = \frac{1}{2} (G_0 - \frac{G_2}{2})^2.$$

Applichiamo ora S allo stato ψ_0 :

$$S\psi_0 = \frac{1}{r} \left\{ \frac{u(r)}{\sqrt{4\pi}} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} |11\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1-1\rangle \right) + w(r) \left[\sqrt{\frac{3}{10}} Y_2^1 \frac{1}{\sqrt{2}} |10\rangle - \sqrt{\frac{4}{10}} Y_2^0 \left(\frac{1}{\sqrt{2}} |11\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1-1\rangle \right) + \sqrt{\frac{3}{10}} Y_2^1 \frac{1}{\sqrt{2}} |10\rangle \right] \right\},$$

e proiettiamo sugli stati finali

$$\psi_1^S \psi_0 = \frac{1}{r^2} \left[\frac{1}{4\pi} \frac{u^2(r)}{\sqrt{2}} + \frac{u(r)w(r)}{\sqrt{4\pi}} \left(-\sqrt{\frac{4}{10}} Y_2^0 \frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{\frac{3}{5}} Y_2^{2*} \frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{\frac{1}{10}} Y_2^0 \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \right],$$

$$\psi_1^S \psi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (G_0 - \frac{G_2}{2}),$$

$$\psi_0^S \psi_0 = \frac{1}{r^2} \left[\frac{u(r)w(r)}{\sqrt{4\pi}} \left(\sqrt{\frac{3}{10}} Y_2^1 \frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{\frac{3}{10}} Y_2^{-1} \frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{\frac{3}{10}} Y_2^{1*} \frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{\frac{3}{10}} Y_2^{-1*} \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \right] = 0,$$

$$\psi_{-1}^S \psi_0 = \frac{1}{r^2} \left[\frac{u^2(r)}{4\pi} \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{w(r)u(r)}{\sqrt{4\pi}} \left(-\sqrt{\frac{4}{10}} Y_2^0 \frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{\frac{1}{10}} Y_2^0 \frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{\frac{6}{10}} Y_2^{-2*} \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \right],$$

$$\psi_{-1}^S \psi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (G_0 - \frac{G_2}{2}),$$

$$\sum_m |\langle \psi_m | S | \psi_0 \rangle|^2 = (G_0 - \frac{G_2}{2})^2.$$

Infine, applicando S allo stato ψ_{-1} :

$$S\psi_{-1} = \frac{1}{r} \left\{ \frac{u(r)}{\sqrt{4\pi}} \frac{|10\rangle}{\sqrt{2}} + w(r) \left[\sqrt{\frac{1}{10}} Y_2^0 \frac{|10\rangle}{\sqrt{2}} - \sqrt{\frac{3}{10}} Y_2^1 \left(\frac{1}{\sqrt{2}} |11\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |1-1\rangle \right) + \sqrt{\frac{6}{10}} Y_2^{-2} \frac{|10\rangle}{\sqrt{2}} \right] \right\},$$

$$\psi_1 S \psi_{-1} = \frac{1}{r^2} \frac{u(r)w(r)}{\sqrt{4\pi}} \left(-\sqrt{\frac{3}{10}} Y_2^{-1} \frac{1}{\sqrt{2}} - \sqrt{\frac{3}{10}} Y_2^{1*} \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = 0 ,$$

$$\psi_0 S \psi_{-1} = \frac{1}{r^2} \left[\frac{u^2(r)}{4\pi} \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{w(r)u(r)}{\sqrt{4\pi}} \left(\sqrt{\frac{1}{10}} Y_2^0 \frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{\frac{6}{10}} Y_2^{-2} \frac{1}{\sqrt{2}} - \sqrt{\frac{4}{10}} Y_2^0 \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \right] ,$$

$$\psi_0 S \psi_{-1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(G_0 - \frac{G_2}{2} \right) ,$$

$$\psi_{-1} S \psi_{-1} = \frac{1}{r^2} \frac{u(r)w(r)}{\sqrt{4\pi}} \left(-\sqrt{\frac{3}{10}} Y_2^{-1} \frac{1}{\sqrt{2}} - \sqrt{\frac{3}{10}} Y_2^{-1*} \frac{1}{\sqrt{2}} \right) = 0 ,$$

$$\sum_m \left| \langle \psi_m | S | \psi_{-1} \rangle \right|^2 = \frac{1}{2} \left(G_0 - \frac{G_2}{2} \right)^2 .$$

Mediando sugli stati iniziali, si ha:

$$\left| G_{SF} \right|^2 = \frac{2}{3} \left(G_0 - \frac{G_2}{2} \right)^2$$

che è il risultato voluto.

Applicando le stesse considerazioni all'ampiezza di non spin flip, si ha:

$$\psi_1 N \psi_1 = \frac{1}{r^2} \left[\frac{u^2(r)}{4\pi} + \frac{u(r)w(r)}{\sqrt{4\pi}} \left(\sqrt{\frac{1}{10}} Y_2^0 + \sqrt{\frac{1}{10}} Y_2^0 \right) \right] = G_0 + G_2 ,$$

$$\psi_0 N \psi_1 = \frac{1}{r^2} \frac{u(r)w(r)}{\sqrt{4\pi}} \left(-\sqrt{\frac{3}{10}} Y_2^1 + \sqrt{\frac{3}{10}} Y_2^{-1} \right) = 0 ,$$

$$\psi_{-1} N \psi_1 = \frac{1}{r^2} \frac{u(r)w(r)}{\sqrt{4\pi}} \left(\sqrt{\frac{6}{10}} Y_2^{-2} + \sqrt{\frac{3}{5}} Y_2^{2*} \right) = 0 .$$

Analogamente, è immediato che:

$$\psi_1 N \psi_0 = 0 ,$$

$$\psi_0 N \psi_0 = \frac{1}{r^2} \left[\frac{u^2(r)}{4\pi} + \frac{u(r)w(r)}{\sqrt{4\pi}} \left(-\sqrt{\frac{4}{10}} Y_2^0 - \sqrt{\frac{4}{10}} Y_2^0 \right) \right] = G_0 - 2G_2 ,$$

$$\psi_{-1} N \psi_0 = 0 ,$$

$$\psi_1 N \psi_{-1} = 0 ,$$

$$\psi_0 N \psi_{-1} = 0 ,$$

$$\psi_{-1} N \psi_{-1} = \frac{1}{r^2} \left[\frac{u^2(r)}{4\pi} + \frac{u(r)w(r)}{\sqrt{4\pi}} \left(\sqrt{\frac{1}{10}} Y_2^0 + \sqrt{\frac{1}{10}} Y_2^0 \right) \right] = G_0 + G_2 .$$

Sommando sugli stati finali e mediando su quelli iniziali

$$|G_{NF}|^2 = G_0^2 + 2G_2^2 .$$

La distribuzione angolare è allora :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega^*} = \frac{\sigma_{pp}}{2\pi} \left[(G_0^2 + 2G_2^2) \cos^2 \theta^* + \frac{2}{3} \left(G_0 - \frac{G_2}{2} \right)^2 \frac{1}{4} \sin^2 \theta^* \right] .$$

APPENDICE C. - SPAZIO DELLE FASI PER IL PROCESSO $dp \rightarrow dN\pi$. -

In questa appendice vediamo i calcoli dettagliati relativi allo spazio delle fasi per ottenere dalla forma invariante della sezione d'urto $pp \rightarrow pn\pi^+$ la forma della sezione d'urto su deuterio, riportata nel testo.

Riscriviamo per comodità la forma della sezione d'urto p-p :

$$d\sigma(pp) = \frac{2f^2 m}{\pi p_i \mu^2} WR(w) b \sigma(w) dw dT .$$

Per applicarla al processo su deuterio occorre isolare nella formula precedente il modulo quadro dell'ampiezza di transizione, ripristinando quindi lo spazio delle fasi.

Poichè $dT = \frac{p_n^{**} p_i^{**}}{m} d \cos \theta_n^{**} \frac{d\varphi_n^{**}}{2\pi}$ tenendo conto che $E_n = \gamma_0 (E_n^{**} + \beta_0 p_n^{**} \cos \theta_n^{**})$;
 $p_i^{**} = \gamma_0 \beta_0 m$ e $\sigma(w) = \int \frac{d\sigma}{d\Omega^*} d\Omega^*$, otteniamo:

$$d\sigma(pp) = \frac{2f^2 m}{\pi p_i \mu^2} WR(w) b \frac{d\sigma}{d\Omega^*} dW \frac{p_n^{**} p_i^{**}}{m} \frac{1}{2\pi} d\Omega_n^{**} d\Omega^* . \quad (C.1)$$

Per isolare lo spazio delle fasi nell'espressione precedente, valutiamo tale spazio delle fasi in forma invariante, facendo uso delle relazioni di ricorsione che permettono di calcolare lo spazio delle fasi a 3 particelle a partire dallo spazio delle fasi a 2 particelle e che assumono la forma seguente :

$$R_3(0, E) = \int \frac{d^3 p_3}{2E_3} R_2(0, \varepsilon) , \quad (C.2)$$

con $R(0, \varepsilon)$ lo spazio delle fasi relativo alle particelle finali 1 e 2, calcolato nel loro centro di massa all'energia $\varepsilon = \sqrt{(E-E_3)^2 - p_3^2}$.

Applicando tale definizione al calcolo dello spazio delle fasi relativo all'interazione elementare, si ottiene :

$$\frac{d^3 p_p}{E_p} \frac{d^3 p_n}{E_n} \frac{d^3 p_\pi}{E_\pi} \delta^4(p_i - p_f) = \frac{d^3 p_n^{**}}{E_n^{**}} \frac{d^3 p_\pi^*}{E_\pi^*} \frac{d^3 p_p^*}{E_p^*} \delta^3(\vec{p}_\pi^* + \vec{p}_p^*) \delta(E_\pi^* + E_p^* - W) ,$$

$$\frac{d^3 p_p d^3 p_n d^3 p_\pi}{E_p E_n E_\pi} \delta^4(p_i - p_f) = \frac{p_n^{2**} dp_n^{**} d\Omega_n^{**} p_\pi^*}{E_n^{**} W} d\Omega^* .$$

Tenendo conto che: $W = (W_{tot} - E_n^{**})^2 - p_n^{2**}$ differenziando si ha: $-2W_{tot} dE_n^{**} = 2W dW$, ma poichè $dE_n^{**} = \frac{p_n^{**} dp_n^{**}}{E_n^{**}}$ si ottiene:

$$\frac{d^3 p_p d^3 p_n d^3 p_\pi}{E_p E_n E_\pi} \delta^4(p_i - p_f) = \frac{p_n^{**} p_\pi^*}{W_{tot}} d\Omega_n^{**} dW d\Omega^*$$

che confrontata con la (C.1) permette di scrivere

$$d\sigma(pp) = \frac{2f^2 m}{\pi p_i^2} W R(W) b \frac{d\sigma}{d\Omega^*} p_i^{**} \frac{W_{tot}}{p_\pi^*} \frac{1}{2\pi} \frac{1}{m} \frac{1}{E_p E_n E_\pi} d^3 p_p d^3 p_n d^3 p_\pi \delta^4(p_i - p_f) \quad (C.3)$$

In tal modo si è isolata l'ampiezza non invariante, ricordando che le quantità E_p , E_n e E_π sono calcolate nel riferimento in cui il deuterio è a riposo nello stato iniziale. La forma non invariante della sezione d'urto del processo d-p in A.I. ha la seguente espressione:

$$d\sigma(pd) = \frac{1}{v_i} \left| T_{pp} \right|^2 d^3 p_d d^3 p_n d^3 p_\pi \delta^3(\vec{p}_i - \vec{p}_f) \delta(E_i - E_f) \left| G(q^2/4) \right|^2$$

intendendo le variabili calcolate nel riferimento in cui è applicata l'A.I. Confrontando con la (C.3) si ottiene:

$$d\sigma(pd) = \frac{2f^2 m}{\pi p_i^2} W R(W) b \frac{d\sigma}{d\Omega^*} p_i^{**} \frac{W_{tot}}{p_\pi^*} \frac{1}{2\pi} \frac{1}{m} \frac{1}{E_p E_n E_\pi} \cdot d^3 p_d d^3 p_n d^3 p_\pi \delta^3(p_i - p_f) \delta(E_i - E_f) \left| G(q^2/4) \right|^2 \quad (C.4)$$

Per ottenere una forma confrontabile con i dati sperimentali occorre ora valutare lo spazio delle fasi, isolando quello relativo al deuterio. Per semplicità di calcolo usiamo la forma invariante e, utilizzando la (C.2) otteniamo:

$$\frac{d^3 p_d d^3 p_n d^3 p_\pi}{E_d E_n E_\pi} \delta^4(p_i - p_f) = \frac{d^3 p'_d}{E'_d} \frac{p_n^{***}}{W_{\pi n}} d\Omega_n^{***} ,$$

indicando con l'apice le variabili calcolate nel riferimento in cui il deuterio iniziale è in moto.

Inserendo questa espressione nella (C.4) si ottiene la forma definitiva:

$$d\sigma(pd) = \frac{2f^2 m}{\pi p_i^2} W R(W) b \frac{d\sigma}{d\Omega^*} p_i^{**} \frac{W_{tot}}{p_\pi^*} \frac{1}{2\pi} \frac{1}{m} \frac{E_d}{E_p} \frac{p_d^2}{E'_d} \frac{p_n^{***}}{W_{\pi n}} d\Omega_n^{***} dp'_d d\Omega'_d \left| G(q^2/4) \right|^2 .$$

BIBLIOGRAFIA. -

- (1) - J. Banaigs, J. Berger, L. Goldzahl, L. Vu Hai, M. Cotteureau, C. Le Brun, F. L. Fabbri and P. Picozza, Phys. Letters 45B, 535 (1973).
- (2) - M. Jacob, Hadron physics at ISR energies, CERN report 74/15 (1974).
- (3) - L. Bertocchi, Ecole Intern. de la Physique des Particules Elementaires, Herzegnovi (1969).
- (4) - R. Baldini Celio and G. Sciacca, Frascati report LNF-71/92 (1971).
- (5) - F. Selleri, Phys. Rev. Letters 6, 64 (1961).