

COMITATO NAZIONALE PER L'ENERGIA NUCLEARE
Laboratori Nazionali di Frascati

LNF-75/51(R)
14 Novembre 1975

P. Del Vecchio, G. Sacerdoti e G. M. Veca: **COMPORAMENTO
ELETTROMAGNETICO DELLO SCHERMO ROTORICO DI UN
TURBOALTERNATORE CON INDUTTORE SUPERCONDUTTORE.**

P. Del Vecchio^(x), G. Sacerdoti e G.M. Veca^(x): COMPORTAMENTO ELETTROMAGNETICO DELLO SCHERMO ROTORICO DI UN TURBOALTERNATORE CON INDUTTORE SUPERCONDUTTORE.

1. - INTRODUZIONE. -

L'attuale tendenza ad aumentare la potenza specifica di una singola unità ha condotto allo studio di generatori di tipo non convenzionale. Al di sopra di 1000 MVA⁽¹⁾ si è ritenuto proporre l'impiego di unità con induttore superconduttore nonostante i numerosi problemi connessi con il loro funzionamento a temperature criogeniche; infatti tali macchine possono avere dei campi nello statore ben più elevati di quelli di unità tradizionali a causa dell'elevato valore che la densità di corrente può raggiungere nel rotore con perdite praticamente nulle, con una conseguente riduzione delle dimensioni geometriche della macchina ed un miglioramento del comportamento dinamico^(1, 6) della stessa in servizio, a parità di potenza erogata.

La morfologia attualmente allo studio in diversi paesi è praticamente solo quella riportata in Fig. 1; per maggiori dettagli si rinvia alla bibliografia (1), (6), (7), (8), (9).

Il cilindro esterno in ferro laminato costituisce uno schermo per il flusso magnetico; lo statore a parte i problemi connessi con l'ancoraggio alla carcassa è costituito da un avvolgimento trifase senza cave e denti. Nel suo interno è disposto un dewar, rotante solida-

(x) - Istituto di Elettrotecnica dell'Università di Roma.

2.

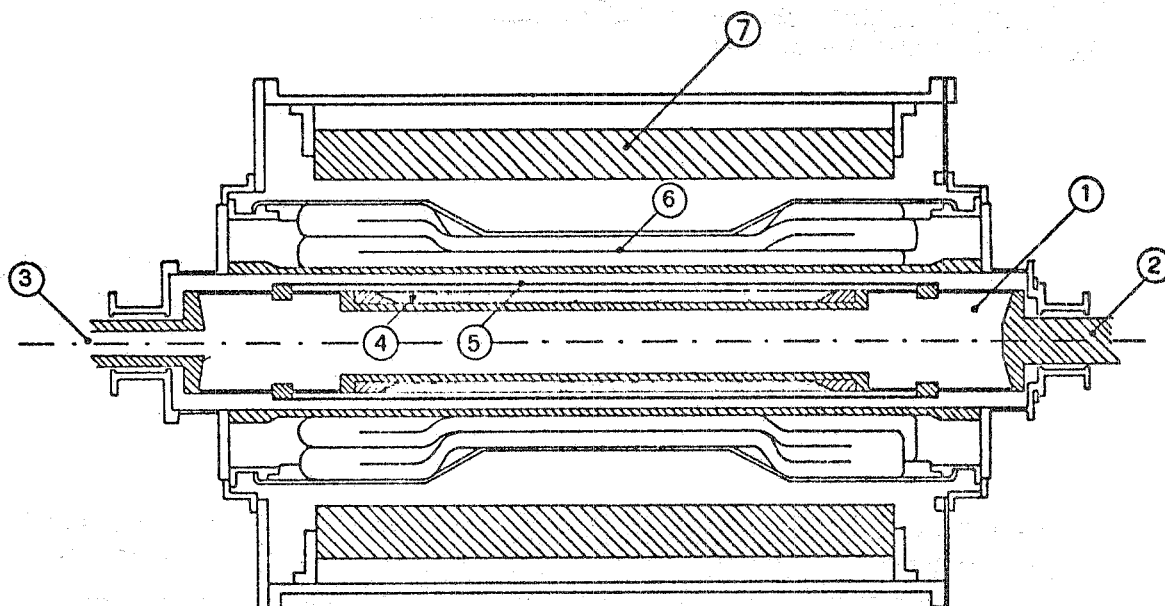


FIG. 1 - Sezione longitudinale (fuorisca) di un turboalternatore con eccitazione superconduttiva: 1 - albero cavo di acciaio inox; 2 - terminale albero lato motore primo; 3 - terminale albero lato dispositivi per il vuoto e l'elio liquido di raffreddamento; 4 - avvolgimento superconduttivo; 5 - schermo elettrotermico solidale con il rotore; 6 - avvolgimento di statore a temperatura ambiente; 7 - schermo ferromagnetico.

mente al rotore. L'induttore è costituito da un avvolgimento realizzato in materiale superconduttore, al di sopra del quale e solidale con esso, è presente un cilindro di materiale conduttore. Tale cilindro metallico, oltre a costituire un efficace schermo^(x) termico tra lo statore a temperatura ambiente e l'avvolgimento di rotore a temperatura dello He liquido, ha la funzione di evitare che campi magnetici, comunque variabili, rispetto al rotore, possano interessare l'avvolgimento superconduttivo, giacchè, com'è noto, i materiali superconduttori attualmente in uso possono diventare sedi di perdite elettriche troppo elevate in presenza di campi magnetici variabili sia pure molto deboli. Inoltre svolge una funzione simile a quella degli avvolgimenti smorzatori di una macchina convenzionale.

I campi variabili nel rotore possono nascere sia in caso di guasti o transitori che in condizioni normali di funzionamento quando è presente un contenuto di armoniche nel campo di reazione statorica o un campo di sequenza inversa.

(x) - Tale schermo costituisce, per altro, un problema⁽¹²⁾ per quanto concerne la regolazione dell'eccitazione.

In condizioni di esercizio si può infatti presentare uno squilibrio di corrente di sequenza inversa che può raggiungere al massimo il 10% di quella nominale senza comportare l'uscita dal servizio della macchina. Per di più campi dotati di scorrimento relativo rispetto all'induttore possono nascere come reazione dello statore dovuta alla distribuzione spaziale delle armoniche di campo magnetico legate sia alla geometria del bipolo induttore che a quella dell'indotto. Nel caso di regolazione, variando l'eccitazione varia la corrente nello statore e conseguentemente il campo ad essa associato.

Per concretezza ci si riferisce alla geometria di un turboalternatore da 1300 MVA del tipo illustrato in Fig. 1 attualmente in fase di progetto presso l'Ansaldo-S. Giorgio di Genova di cui in Fig. 2 ne è riportata una sezione trasversale. Ai fini di un calcolo di prima approssimazione si è ipotizzata una distribuzione di corrente nello statore di tipo uniforme^(x).

Con tali ipotesi si è studiato il comportamento elettromagnetico dello schermo nei casi seguenti:

- a) funzionamento fittizio a regime della macchina con una sola fase percorsa dalla corrente nominale;
- b) funzionamento a regime con corrente di sequenza inversa pari al 10% del valore nominale;
- c) variazione a gradino dell'intensità del campo magnetico rotante di statore sincrono presente sullo schermo.

Nei casi a) e b) si manifesta un campo magnetico animato di scorrimento rispetto al rotore che induce sullo schermo una corrente diretta secondo l'asse z di cui ci si propone di determinare la distribuzione e l'intensità.

Noto il valore della corrente si risale alla potenza dissipata nello schermo, la cui conoscenza assume una notevole importanza per la determinazione del carico termico che grava a regime sul sistema di refrigerazione (potenza nominale del liquefattore).

Nel caso c) in cui non si è a regime, le correnti indotte nello schermo, sempre dirette secondo l'asse z , hanno una durata limitata nel tempo ed è importante valutarne oltre che l'intensità soprattutto la costante di tempo, giacchè da essa dipende la risposta della macchina durante il transitorio.

(x) - Si fa presente che tale ipotesi dà luogo alla presenza di armoniche del 5° e 7° ordine che invece vengono molto attenuate dalla disposizione effettiva degli avvolgimenti dello statore.

4.

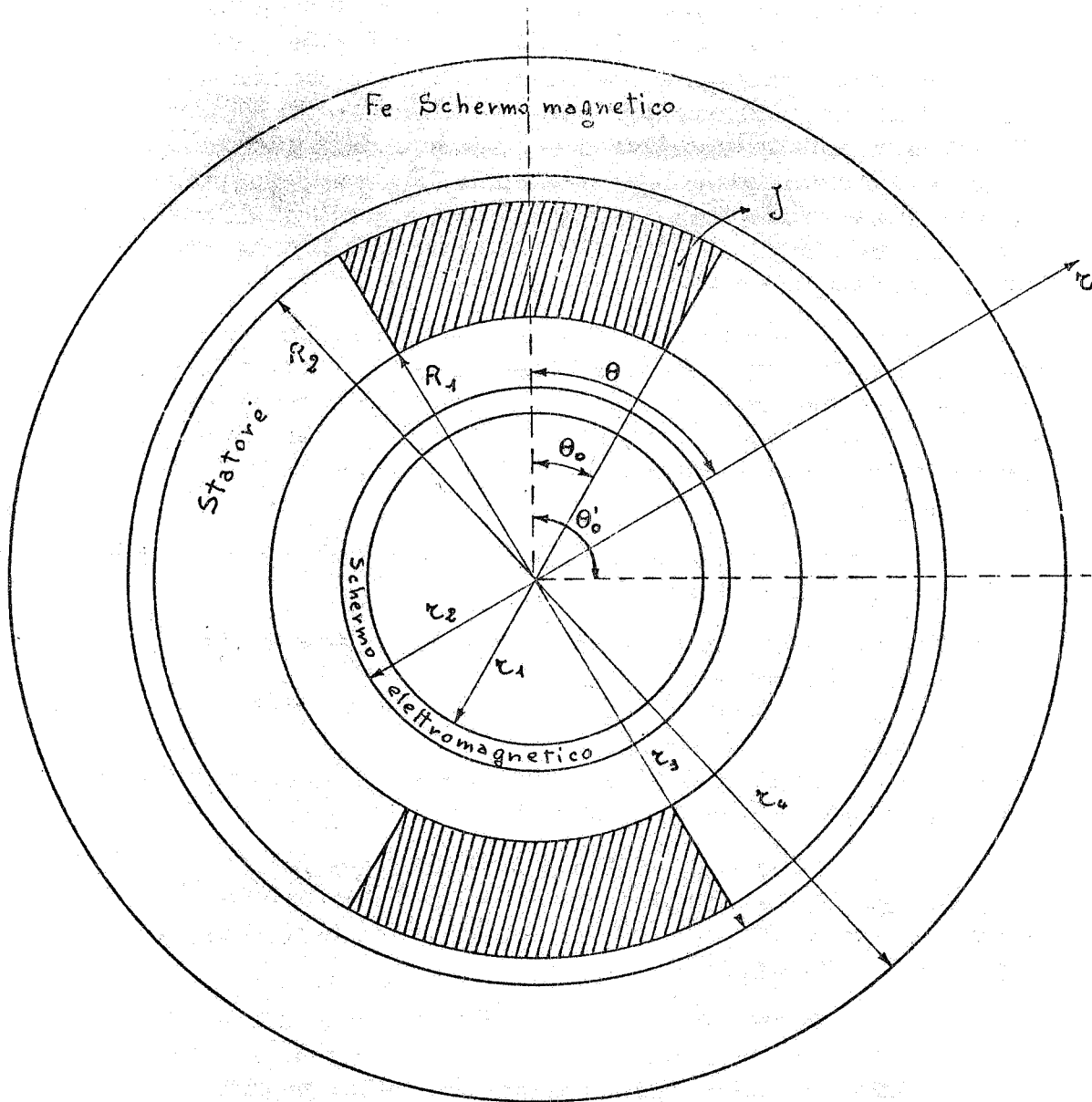


FIG. 2 - Sezione (fuori scala) della macchina indicante i soli pa
rametri geometrici necessari alla determinazione dei potenziali
vettori

$$r_1 = 0.5 \quad M,$$

$$r_2 = 0.51 \quad M,$$

$$r_3 = 0.950 \quad M,$$

$$r_4 = 1.550 \quad M,$$

$$R_1 = 0.575 \quad M,$$

$$R_2 = 0.900 \quad M,$$

$$\theta_0 = 30^\circ,$$

$$\theta'_0 = 90^\circ.$$

2. - ELENCO DEI SIMBOLI. -

Il sistema di unità di misura è l'MKSA razionalizzato e i simboli usati hanno il seguente significato :

r_1, r_2	raggio interno ed esterno dello schermo
R_1, R_2	raggio interno ed esterno dell'indotto
r_3, r_4	raggio interno ed esterno dello schermo ferromagnetico
r, θ, z	sistema di riferimento in coordinate cilindriche solidali con lo statore
θ_0	ampiezza angolare di metà dell'avvolgimento di una fase di statore
θ'_0	ampiezza angolare di metà del settore circolare dello schermo entro cui circolano le correnti indotte
J	densità di corrente dello statore
J_n	densità dell'armonica spaziale di ordine n della corrente di statore
J'_n	densità dell'armonica di ordine n della corrente dello schermo
μ	permeabilità magnetica del mezzo
μ_0	permeabilità magnetica del vuoto
μ_{rf}	permeabilità magnetica relativa dello schermo ferromagnetico
$\sigma = 1/\rho$	conducibilità specifica dello schermo
n	indice d'armonica
δ_n	profondità di penetrazione delle correnti indotte nello schermo relative alla armonica n
A	potenziale vettore dovuto alle correnti circolanti nello statore
A'	potenziale vettore dovuto alle correnti circolanti nello schermo
$A_{1,n}$	potenziale vettore relativo all'armonica di ordine n nella regione limitata dai raggi $r < R_1$
$A_{2,n}$	potenziale vettore relativo all'armonica di ordine n nella regione limitata tra R_1 e R_2
$A_{3,n}$	potenziale vettore relativo all'armonica di ordine n nella regione compresa tra R_2 e r_3

6.

- $A_{4,n}$ potenziale vettore relativo all'armonica n nella regione compresa tra r_3 e r_4
- $A_{5,n}$ potenziale vettore relativo all'armonica di ordine n nella regione di raggio $r > r_4$
- $A'_{1,n}$ potenziale vettore relativo all'armonica di ordine n nella regione limitata dai raggi $r < r_1$
- $A'_{2,n}$ potenziale vettore relativo all'armonica di ordine n nella regione compresa tra r_1 e r_2
- $A'_{3,n}$ potenziale vettore relativo all'armonica di ordine n nella regione compresa tra r_2 e r_3
- $A'_{4,n}/A'_{5,n}$ rispettivamente come $A_{4,n}$ e $A_{5,n}$ riferiti allo schermo
- \bar{H} campo magnetico le cui componenti, secondo un sistema di coordinate cilindriche r, θ, z sono H_r, H_θ e H_z
- $\bar{B} = \mu\bar{H}$ induzione magnetica le cui componenti, secondo un sistema di coordinate cilindriche r, θ, z sono B_r, B_θ e B_z
- $B_{rin} = \frac{\partial A_{in}}{\partial \theta}$ componente radiale dell'intensità dell'induzione magnetica nelle varie regioni della macchina ($i=1, 2, \dots, 5$) relativa allo statore
- $B'_{rin} = \frac{\partial A'_{in}}{\partial \theta}$ come precedente, relativa allo schermo
- $B_{\theta in} = -\frac{\partial A_{in}}{\partial r}$ componente tangenziale dell'armonica n dell'intensità dell'induzione magnetica nelle varie regioni della macchina ($i=1, 2, \dots, 5$) relativa allo statore
- $B'_{\theta in} = -\frac{\partial A'_{in}}{\partial r}$ come la precedente, relativa allo schermo
- ω pulsazione della corrente dello statore
- v velocità periferica del rotore
- ω_n velocità di rotazione relativa tra campo magnetico e schermo per l'armonica n
- C_t coppia torcente agente sul rotore
- P potenza totale dissipata nello schermo
- P_n potenza dissipata nello schermo relativa all'armonica n .

3. - DETERMINAZIONE DEL CAMPO MAGNETICO NELLO SCHERMO. -

La determinazione della corrente nello schermo richiede la risoluzione dell'equazione della diffusione magnetica:

$$\nabla_2 \bar{H} = \mu \sigma \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} - \mu \sigma \text{rot} (\bar{v} \wedge \bar{H}). \quad (1)$$

La (1) scritta in coordinate cilindriche nell'ipotesi di macchina lunga rispetto al diametro (cioè campo magnetico costante lungo z) e corrente di schermo diretta come l'asse z, dà:

$$\bar{J}'_{z,n}(r) = \frac{2}{\delta_n^2} r H'_{r,n}(r) \text{ vers } \bar{z} \quad (2)$$

$$\text{ove } \delta_n = \sqrt{\frac{2}{\sigma \mu_0 \omega_n}}.$$

La determinazione di $H'_{r,n}(r)$ (campo all'interno dello schermo) deve essere fatta mediante le funzioni di Bessel di argomento immaginario imponendo le relative condizioni al contorno. Poichè le dimensioni radiali sono elevate e lo schermo è a temperatura criogenica, quindi con bassa resistività, si hanno dei valori dell'argomento delle funzioni di Bessel molto elevati (superiori a 1000) con conseguenti difficoltà di calcolo per la risoluzione delle funzioni stesse; pertanto si è preferito adottare il metodo appresso descritto che ha tra l'altro il vantaggio di risolvere lo stesso problema in modo più semplice e più intuitivo. Osservando che nel caso in esame è valido il principio di sovrapposizione degli effetti, pur essendo in presenza di ferro nella cortecchia esterna, come è stato messo in evidenza nella bibliografia (2) e (3), si è potuto applicare ai fini del calcolo del campo magnetico l'equazione del tipo Poisson-like:

$$\nabla^2 A = -\mu \bar{J} \quad (3)$$

separatamente allo statore e al rotore: si è determinato in primo luogo il campo all'interno dello statore e successivamente le correnti di reazione nello schermo di intensità tale da generare nel suo interno un campo eguale ed opposto a quello dovuto alle correnti statoriche; la validità di quest'affermazione è legata allo spessore e alla resistività dello schermo giacchè si è ipotizzato un'effetto schermante completo.

Nel primo caso di una sola fase percorsa dalla densità di corrente (J) nominale con andamento sinusoidale nel tempo ed uniforme

8.

mente distribuita sulla sezione dell'avvolgimento, la (3) può essere scritta

$$\nabla^2 A_z = - \sum \mu J_n \cos n\vartheta, \quad (4)$$

$$\text{ove } J_n = \frac{4}{\pi n} J \sin n\vartheta_0 \quad (n = 1, 3, 5, \dots)$$

con n indice delle armoniche spaziali (di solo ordine dispari a causa della geometria) e J_n funzione sinusoidale del tempo.

Tenendo presente la Fig. 2 e che fisicamente il campo magnetico ha un valore finito per $r=0$ e tende a 0 per $r \rightarrow \infty$, i potenziali vettori relativi alla generica armonica n nelle varie regioni precedentemente indicate nella simbologia sono dati dalle seguenti espressioni⁽²⁾:

$$\begin{aligned} A_{1,n} &= a_{1,n} r^n \cos n\vartheta \\ A_{2,n} &= (kr^2 + a_{2,n} r^n + a_{3,n} r^{-n}) \cos n\vartheta \\ A_{3,n} &= (a_{4,n} r^n + a_{5,n} r^{-n}) \cos n\vartheta \\ A_{4,n} &= (a_{6,n} r^n + a_{7,n} r^{-n}) \cos n\vartheta \\ A_{5,n} &= a_{8,n} r^{-n} \cos n\vartheta \end{aligned} \quad (5)$$

con :

$$k = \frac{-\mu_0 J_n}{4 - n^2}.$$

I coefficienti $a_{1,n}, a_{2,n}, \dots, a_{8,n}$ si ricavano dalle relazioni (5) tenendo presente che in corrispondenza delle superfici di separazione delle varie regioni le componenti :

$$B_{rin} = \frac{1}{r} \frac{\delta A_{in}}{\delta r} \quad H_{\vartheta in} = - \frac{1}{\mu} \frac{\delta A_{in}}{\delta r} \quad (6)$$

devono risultare continue. Si ottiene pertanto:

$$\begin{aligned}
a_{1,n} &= -k \frac{n+2}{2n} (R_2^{2-n} - R_1^{2-n}) + k \frac{n-2}{2n} (R_2^{n+2} - R_1^{n+2}) \times \\
&\quad \times \frac{(\mu_{rf}^2 - 1)(r_4^{2n} - r_3^{2n})}{r_3^{2n} \left[(\mu_{rf} + 1)^2 r_4^{2n} - (\mu_{rf} - 1)^2 r_3^{2n} \right]}; \\
a_{2,n} &= -k \frac{n+2}{2n} r_2^{2-n} + k \frac{n-2}{2n} (R_2^{n+2} - R_1^{n+2}) \times \\
&\quad \times \frac{(\mu_{rf}^2 - 1)(r_4^{2n} - r_3^{2n})}{r_3^{2n} \left[(\mu_{rf} + 1)^2 r_4^{2n} - (\mu_{rf} - 1)^2 r_3^{2n} \right]}; \\
a_{3,n} &= -k \frac{n-2}{2n} R_1^{n+2}; \\
a_{4,n} &= k \frac{n-2}{2n} (R_2^{n+2} - R_1^{n+2}) \frac{(\mu_{rf}^2 - 1)(r_4^{2n} - r_3^{2n})}{r_3^{2n} \left[(\mu_{rf} + 1)^2 r_4^{2n} - (\mu_{rf} - 1)^2 r_3^{2n} \right]}; \\
a_{5,n} &= k \frac{n-2}{2n} (R_2^{n+2} - R_1^{n+2}); \\
a_{6,n} &= -k \frac{n-2}{n} (R_2^{n+2} - R_1^{n+2}) \frac{\mu_{rf}(\mu_{rf} - 1)}{r_4^{2n} (\mu_{rf} + 1)^2 - r_3^{2n} (\mu_{rf} - 1)^2}; \\
a_{7,n} &= k \frac{n-2}{n} (R_2^{n+2} - R_1^{n+2}) \frac{r_4^{2n} \mu_{rf} (\mu_{rf} + 1)}{r_4^{2n} (\mu_{rf} + 1)^2 - r_3^{2n} (\mu_{rf} - 1)^2}; \\
a_{8,n} &= 2k \frac{n-2}{n} (R_2^{n+2} - R_1^{n+2}) \frac{r_4^{2n} \mu_{rf}}{r_4^{2n} (\mu_{rf} + 1)^2 - r_3^{2n} (\mu_{rf} - 1)^2}.
\end{aligned} \tag{7}$$

I valori delle componenti B_{rin} e $B_{\vartheta in}$ dell'induzione in un generico punto $P(r, \vartheta)$ si ottengono dalle (6) che si esplicitano nelle seguenti relazioni:

$$\begin{aligned}
B_{rin} &= -n a_{1,n} r^{n-1} \operatorname{sen} n\vartheta ; \\
B_{\vartheta in} &= -a_{1,n} n r^{n-1} \cos n\vartheta ; \\
B_{r2n} &= -n(kr + a_{2,n} r^{n-1} + a_{3,n} r^{-(n+1)}) \operatorname{sen} n\vartheta ; \\
B_{\vartheta 2n} &= -(2kr + n a_{2,n} r^{n-1} - n a_{3,n} r^{-(n+1)}) \cos n\vartheta ; \\
B_{r3n} &= -n(a_{4,n} r^{n-1} + a_{5,n} r^{-(n+1)}) \operatorname{sen} n\vartheta ; \\
B_{\vartheta 3n} &= -n(a_{4,n} r^{n-1} - a_{5,n} r^{-(n+1)}) \cos n\vartheta ; \\
B_{r4n} &= -n(a_{6,n} r^{n-1} + a_{7,n} r^{-(n+1)}) \operatorname{sen} n\vartheta ; \\
B_{\vartheta 4n} &= -n(a_{6,n} r^{n-1} - a_{7,n} r^{-(n+1)}) \cos n\vartheta ; \\
B_{r5n} &= -n a_{8,n} r^{-(n+1)} \operatorname{sen} n\vartheta ; \\
B_{\vartheta 5n} &= n a_{8,n} r^{-(n+1)} \cos n\vartheta .
\end{aligned} \tag{8}$$

I coefficienti $a_{1,n}$, $a_{2,n}$, ..., $a_{8,n}$ sono praticamente indipendenti dal valore della permeabilità dello schermo ferromagnetico per valori di $\mu_{rf} \gg 1$, come si è già detto^(2,3). Si osservi che i campi B_n sono alternativi in quanto generati da una densità di corrente J supposta ad andamento sinusoidale nel tempo, di pulsazione ω ; in conseguenza si può pensare che all'interno dello statore vi sia no per ogni armonica due campi magnetici, rotanti rispettivamente in senso orario ed antiorario, ciascuno con velocità angolare ω/n e di ampiezza pari a $B_n/2$.

Poichè lo schermo gira solidalmente al rotore con velocità angolare ω in segno orario, ai fini della determinazione delle correnti indotte nello schermo, saranno presi in considerazione soltanto quei campi magnetici che hanno moto relativo rispetto ad esso: cioè $n-1$ campi di sequenza diretta e n campi di sequenza inversa, non inducendo correnti soltanto il campo diretto di prima armonica.

Si può quindi attribuire il segno positivo alle armoniche del campo diretto e quello negativo a quelle del campo inverso, per cui la velocità angolare relativa tra campo e rotore per una generica ar

monica n sarà data:

$$\omega_n = \frac{n-1}{n} \omega$$

Nel secondo caso, l'alternatore presenta uno squilibrio di corrente nelle fasi di statore che può essere schematizzabile con una terna di correnti di sequenza inversa di ampiezza pari al 10% del valore della terna diretta delle correnti nominali; tale squilibrio si può schematizzare con un campo magnetico rotante di sequenza inversa. Tale campo può essere realizzato in modo fittizio prendendo in considerazione soltanto la sequenza inversa di un campo alternativo generato da una corrente monofase di intensità 3 volte superiore a quella del 10% della nominale. In tal modo ai fini della determinazione della corrente indotta nello schermo lo studio analitico di questo caso potrà essere ricondotto a quello precedente, prendendo in considerazione soltanto l'armonica $n = -1$.

Poichè lo schermo del progetto Ansaldo S. Giorgio è in rame massiccio (10 mm) e per di più tenuto a temperatura dell'elio liquido, quindi di conducibilità all'incirca 100 volte superiore a quella che si ha a temperatura ambiente, la profondità di penetrazione δ della corrente indotta, dell'ordine di qualche decimo di millimetro, è una frazione dello spessore dello schermo stesso; con questa ipotesi, in ambedue i casi, si può ritenere che l'azione dello schermo sia completa e che quindi il campo nel suo interno sia nullo; pertanto, applicando nuovamente il metodo dei potenziali vettori precedentemente esposto per i campi dovuti alle correnti di statore, con un processo di approssimazioni successive si determina un valore medio di corrente indotta $J'_n \cos n\theta$ di ampiezza e fase tali da generare all'interno dello schermo, per ogni armonica, un campo uguale ed opposto a quello dovuto alle correnti di statore. Affinchè sia possibile applicare le (4) e (8) alla corrente di reazione, occorre supporre che essa sia costante lungo r . Considerando che i campi generati dallo statore sono rotanti, anche il campo generato dallo schermo dovrà essere tale: per cui le correnti in esso circolanti saranno del tipo:

$$J'_n \cos(n\theta \pm \omega t)$$

4. - DETERMINAZIONE DELLA POTENZA DISSIPATA NELLO SCHERMO E DELLA COPPIA RESISTENTE APPLICATA AL ROTORE. -

Si osservi che il caso in esame a causa dell'elevato rapporto tra il raggio di curvatura e lo spessore dello schermo, è riconducibile ad un caso piano; quindi (Fig. 3) per effetto pelle, la corrente \bar{J}_z

12.

che passa nel metallo è esprimibile con la seguente legge analitica:

$$\bar{J}_z = J_s e^{-\tau x} \quad (9)$$

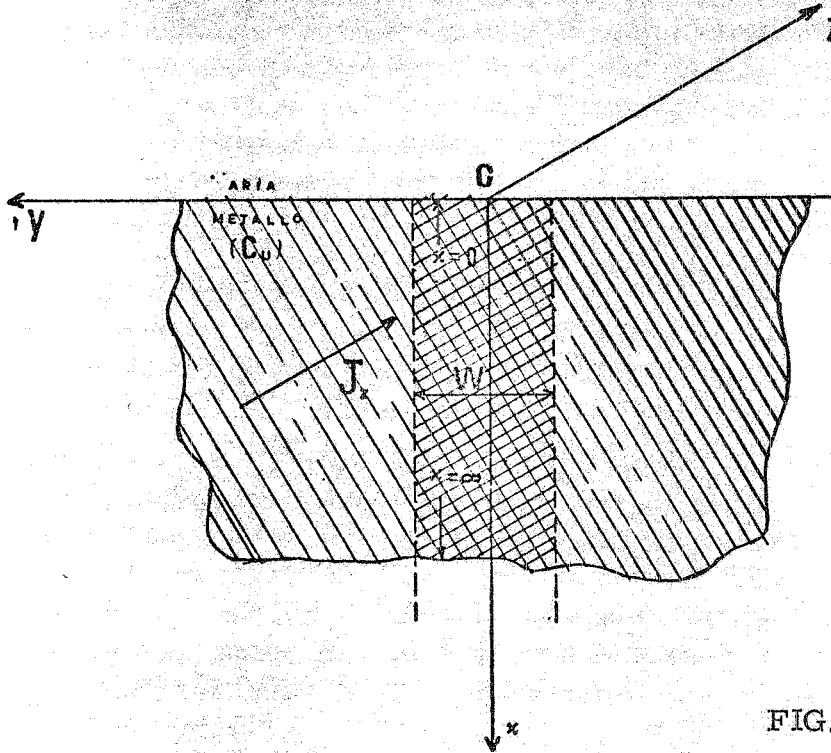


FIG. 3

ove x è la distanza di un punto generico dalla superficie esterna dello schermo, J_s è la densità di corrente superficiale (per $x=0$) e $\tau = \sqrt{j\omega\mu\sigma}$.

Avendo posto $\delta = \sqrt{2\rho/\omega\mu}$ la (9) si può scrivere:

$$\bar{J}_z = J_s e^{-x/\delta} e^{-jx/\delta} = J_s e^{-x/\delta} \angle -\delta \quad (10)$$

ove $\vartheta = x/\delta$.

La (9) è rappresentabile sul piano complesso come riportato in Fig. 4.

La potenza dissipata in un generico parallelepipedo di materiale conduttore largo W e profondo $x \rightarrow \infty$ e lungo l (Fig. 3) sarà:

$$P = lW \int_0^{\infty} |\bar{J}_z|^2 \rho dx = J_s^2 \rho lW \int_0^{\infty} e^{-2x/\delta} dx = lW J_s^2 \rho \frac{\delta}{2} \quad (11)$$

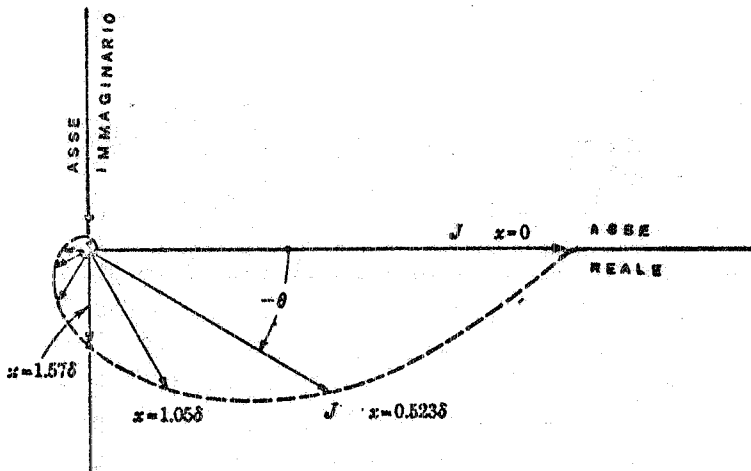


FIG. 4 - Diagramma polare nel piano complesso rappresentante il vettore J_z , in modulo e fase, in funzione della distanza x dal bordo superficiale.

La corrente totale che attraversa detto parallelepipedo sarà:

$$\bar{I} = W \int_0^{\infty} \bar{J}_z dx = W J_s \int_0^{\infty} e^{-(1+j)x/\delta} dx = (W J_s \delta / \sqrt{2}) \angle -45^\circ \quad (12)$$

Nel caso cilindrico in esame, come si è già detto dello schermo, si possono utilizzare le formule scritte per il caso piano purchè si assuma $W = 2 r_0 \pi$ (ove $r_0 = (r_2 + r_1)/2$) $l = 1$ m e l'integrale esteso tra 0 ed ∞ si intenda limitato tra 0 e lo spessore effettivo dello schermo (s), giacchè è dimostrabile^(4, 5) che la densità di corrente J_z per un'ascissa x pari a $4-6\delta$ ha un valore pressochè trascurabile; tale ipotesi è sufficientemente valida purchè $s > 4\delta$.

Si avrà allora che la potenza dissipata nello schermo per unità di lunghezza sarà:

$$P = \pi r_0 J_s^2 \rho \delta .$$

In base al metodo adottato per il calcolo della corrente dello schermo si dispone di un valore medio J' e non della J_s ; eguagliando i moduli delle correnti totali nei due casi si avrà la relazione desiderata:

$$|\bar{I}| = 2 \pi r_0 J_s \delta / \sqrt{2} = 2 \pi r_0 J'$$

per cui:

14.

$$J_s = \sqrt{2} J'_s / \delta .$$

La potenza specifica sarà:

$$P = \frac{2 \pi r_0}{\delta} \rho J'^2 s^2 .$$

La componente radiale del campo risultante di sequenza inversa interagendo con le correnti che circolano nello schermo dà luogo ad una coppia torcente frenante di valore medio diverso da zero. Per la valutazione di tale coppia si è osservato che la potenza meccanica resistente da essa sviluppata ($C_t \omega$) è pari alla metà della potenza P dissipata in calore nello schermo, come è mostrato nell'appendice I.

5. - RISULTATI NUMERICI. -

I calcoli sono stati eseguiti in base ai dati relativi al turboalternatore da 1300 MVA in progetto presso l'Ansaldo S. Giorgio :

- Raggio esterno dell'anello in ferro	$r_4 =$	1.550 M
- Raggio interno dell'anello in ferro	$r_3 =$	0.950 M
- Raggio esterno dello statore	$R_2 =$	0.900 M
- Raggio interno dello statore	$R_1 =$	0.575 M
- Raggio esterno dello schermo	$r_2 =$	0.510 M
- Raggio interno dello schermo	$r_1 =$	0.500 M
- Densità media della corrente sullo statore	$J =$	1.69 A/mm ²
- Potenza nominale		1300 MVA
- Tensione concatenata		25000 V
- Fattore di potenza		0.9
- Velocità di rotazione		3000 giri/1'

In base a questi dati, sono stati eseguiti calcoli per la determinazione delle correnti di reazione, della potenza dissipata e della coppia resistente, per diversi valori di conducibilità del materiale costituente lo schermo. I risultati conseguiti sono riportati nei grafici seguenti sia per il caso a) (Fig. 5), che per il caso b) (Fig. 6). Dai diagrammi relativi alla potenza dissipata nei due casi si rileva che, come ovvio, all'aumentare della conducibilità, diminuisce la dissipazione secondo una legge di proporzionalità $P \propto \sqrt{\sigma}$. Per cui, esclusivamente dal punto di vista elettromagnetico, sembrerebbe conveniente utilizzare lo schermo a temperatura bassa (elio liquido) per ottenere una conducibilità (σ) la più elevata possibile, con conseguente vantaggio sia per lo spessore dello schermo (che sarebbe inutile fare più alto di $4-5\delta$) che per ottenere una bassa potenza dissipata.

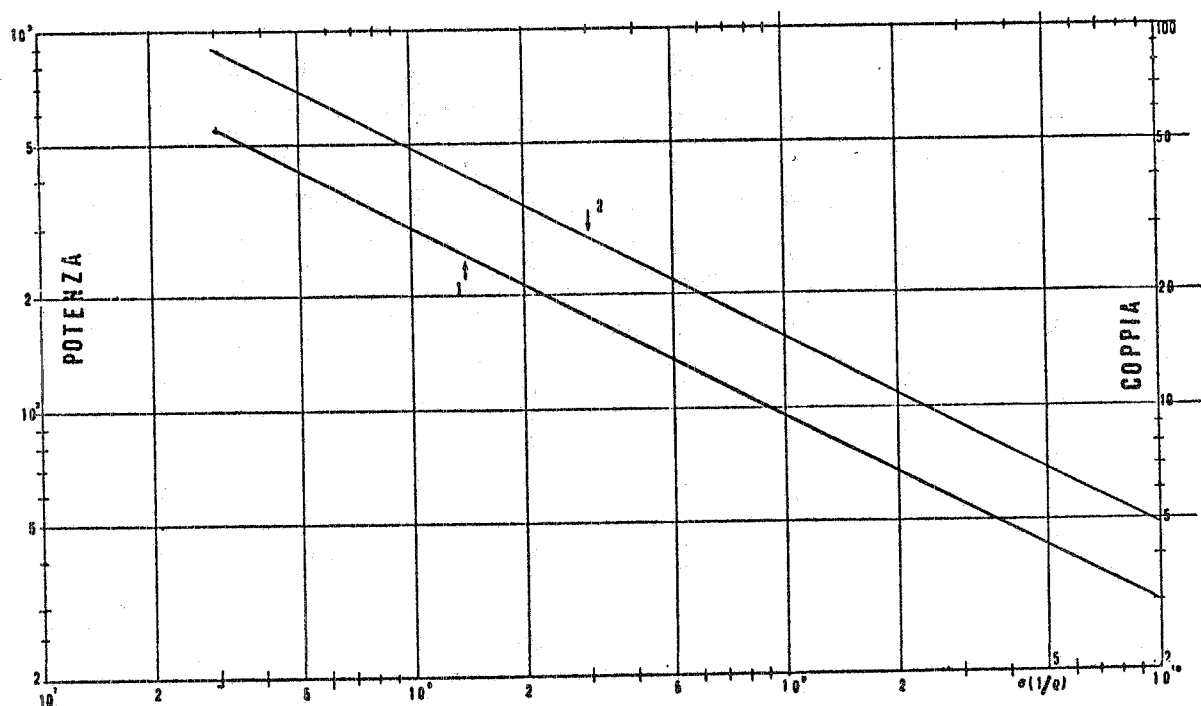


FIG. 5 - Diagramma potenza dissipata (curva 1) e coppia resistente (curva 2) in funzione della conducibilità (σ) del materiale di cui è costituito lo schermo elettromagnetotermico del rotore nel caso una sola fase di statore sia percorsa dalla densità di corrente nominale.

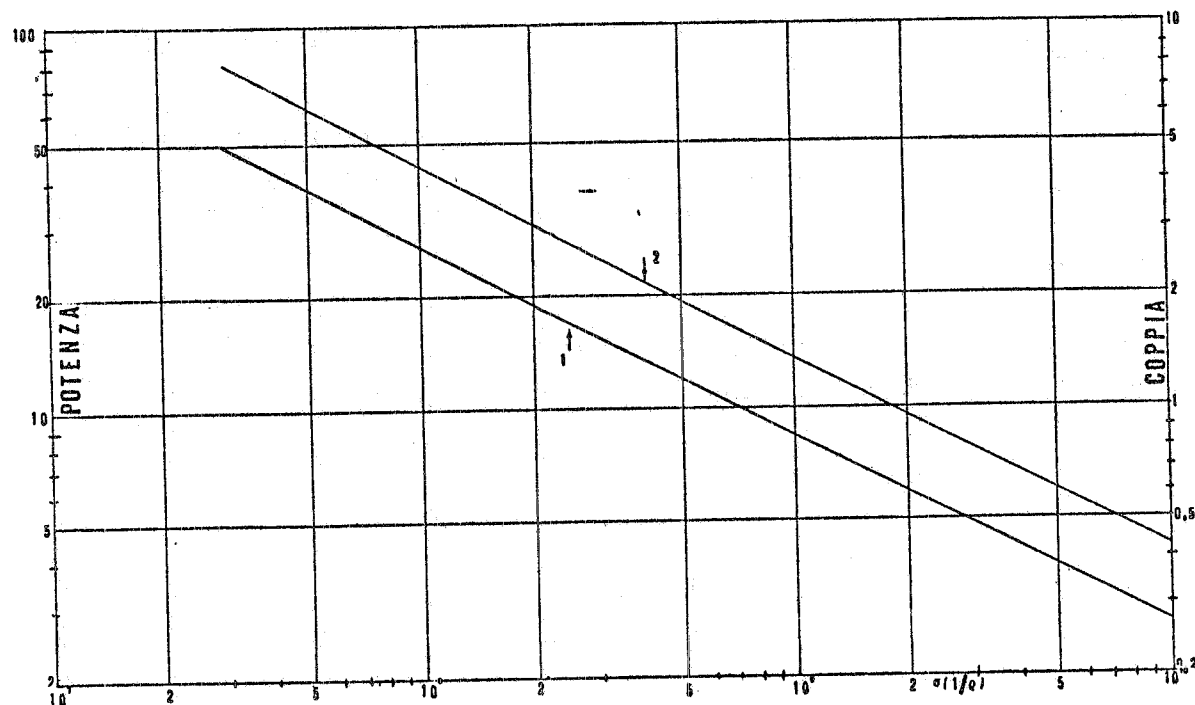


FIG. 6 - Diagramma potenza dissipata (curva 1) e coppia resistente (curva 2) in funzione della conducibilità (σ) del materiale di cui è costituito lo schermo elettromagnetotermico del rotore nel caso di presenza di una corrente di sequenza inversa nello statore di intensità pari al 10% del valore nominale.

In realtà in questo ragionamento non si tiene in conto il rendimento del liquefattore che ha il compito di mantenere lo schermo a temperatura criogenica.

Il rendimento effettivo di un liquefattore è strettamente legato alla sua potenza oltre che alla sua costituzione (assenza o presenza di preraffreddatori, etc.); si può attualmente ritenere che, per una grossa unità, il rapporto tra potenza impegnata e potenza frigorifera sia 300-500 (1000 per unità piccole), cioè per asportare 1 Watt alla temperatura dell'elio liquido (4.5°K) e cederlo a temperatura ambiente ($\sim 300^{\circ}\text{K}$) occorrono dai 300 ai 500 W⁽¹³⁾.

Tale rendimento ovviamente migliora con l'aumentare della temperatura di lavoro: dal diagramma di Fig. 7 si vede che se l'apparecchiatura lavora a temperatura dell'idrogeno liquido (21°K) il rapporto della potenza frigorifera raggiunge il valore 6 (fissato unitario il valore a 4.5°K) e arriva a 24 alla temperatura dell'azoto liquido (77°K)⁽¹³⁾.

Alla luce di tali dati si possono rendere omogenei i risultati del calcolo: ad esempio dalla Fig. 6 si osserva che per lo schermo in rame a 4.5°K ($\sigma = 10^{10} \Omega^{-1} \text{M}^{-1}$) si ha una dissipazione di 2.7 kW/M mentre a temperatura ambiente ($\sigma = 5 \times 10^7 \Omega^{-1} \text{M}^{-1}$) si ha $P = 38 \text{ kW/M}$.

Tenendo conto del rendimento del liquefattore, i 2.7 kW/M diventano 0.81 MW/M contro i 38 kW/M di dissipazione senza liquefattore.

Da tali valori risulta chiaramente che sarebbe conveniente tenere lo schermo a temperatura ambiente; tale asserzione contrasta con talaltri aspetti del comportamento delle macchine che esulano dal presente lavoro.

Poichè non è semplice indicare per ogni materiale un valore ben preciso di conducibilità elettrica^(x), si è preferito generalizzare i risultati riportando gli andamenti di potenza per valori di σ che variano con continuità da $3 \times 10^7 \Omega^{-1} \text{M}^{-1}$ a $10^{10} \Omega^{-1} \text{M}^{-1}$ per comprendere un qualsiasi materiale nell'intervallo di temperatura compreso tra 4.5°K e 300°K.

(x) - I valori della conducibilità riportati sono solo indicativi perchè non tengono conto della presenza del campo magnetico il quale dà luogo ad un aumento della resistività; alla temperatura di 4.5°K tale aumento è esprimibile con la seguente legge analitica⁽¹⁶⁾:

$$\rho = 10^{-8}(1 + 0.455 B) \Omega \text{ cm},$$

ove B è espresso in Tesla. Inoltre la conducibilità a basse temperature è molto influenzata dalla purezza del materiale oltre che dalle lavorazioni meccaniche subite⁽¹³⁾.

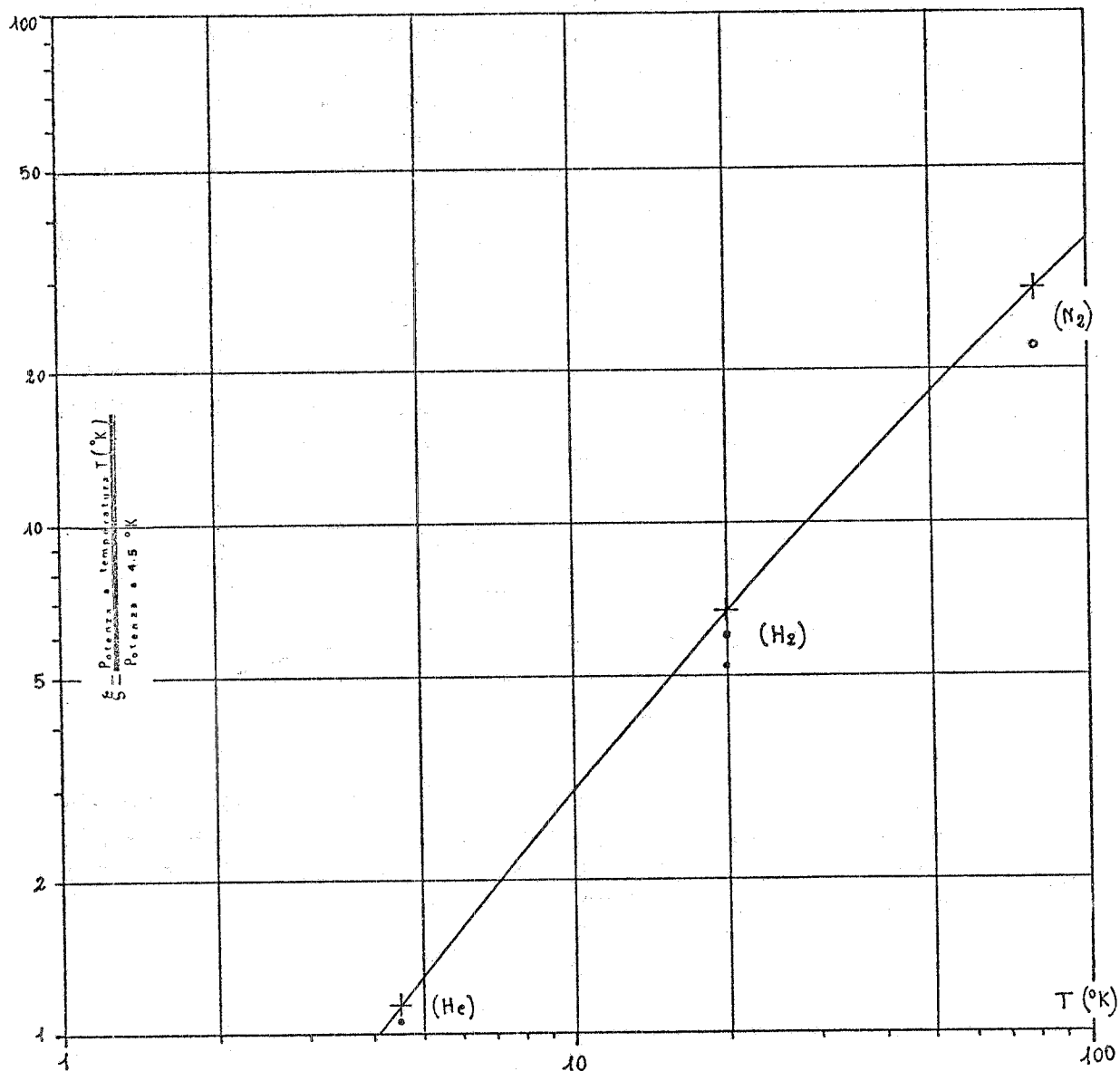


FIG. 7 - Diagramma raffigurante l'andamento del rapporto (ξ) tra la potenza asportabile alla temperatura generica T ($^{\circ}\text{K}$) da un liquefattore (+, ⊙, o: rappresentano i valori desunti dalle specifiche di 3 diversi dispositivi in commercio) e la potenza asportabile a 4.5°K (temperatura dell'elio liquido).

6. - PROSPETTIVE DI SVILUPPO DEL METODO. -

Come si è già avuto modo di mettere in evidenza, la validità dell'approssimazione che si è fatta per la determinazione della corrente nello schermo è legata alla sua capacità di esercitare un'azione perfettamente schermante (campo nullo all'interno). Tale ultima asserzione, se è quasi vera per uno schermo massiccio e tenuto a bassa temperatura (4,5°K), perde sempre più di validità con l'aumentare della temperatura ed il diminuire dello spessore (spessore dello stesso ordine di grandezze di δ). Per estendere il presente metodo di calcolo delle correnti di reazione nello schermo anche nel caso in cui non vi sia un completo effetto schermante si è pensato di suddividere lo spessore s ($s = r_2 - r_1$) dello schermo in M parti (corteccie) di ampiezza Δs_m , anche di valore diverso (Fig. 8). Più Δs_m è piccolo e migliore è l'approssimazione che si fa considerando uniforme il modulo della densità di corrente $J'_{m,n}$ nella corteccia m -esima.

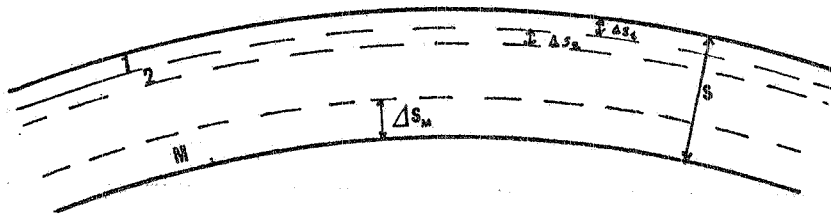


FIG. 8

L'andamento qualitativo delle densità di corrente nello statore e nelle singole corteccie in cui è suddiviso lo schermo è dato dalle seguenti espressioni avendo assunto un sistema di riferimento in coordinate cilindriche solidale al rotore :

$$\begin{aligned}
 & J_{0,n} e^{j(n\vartheta - \omega_n t)} , \\
 & J_{1,n} e^{j(n\vartheta - \omega_n t + \alpha_{1,n})} , \\
 & J_{2,n} e^{j(n\vartheta - \omega_n t + \alpha_{2,n})} , \\
 & \dots\dots\dots \\
 & J_{M,n} e^{j(n\vartheta - \omega_n t + \alpha_{M,n})} ,
 \end{aligned}$$

ove $\omega_n = (n-1)\omega$, l'indice "0" si riferisce alle grandezze relative allo statore, gli indici "1", "2", ... "M" si riferiscono alle corteccie e

l'indice n rappresenta l'armonica spaziale.

Fissata una generica armonica n , il potenziale vettore nella corteccia m -esima, dovuto alle correnti circolanti nello statore e nelle singole cortecce, sarà dato dalla somma dei seguenti termini:

$$\begin{aligned}
 A_{0,m,n} &= F_n(r_0, r_m) J_{0,n} e^{j(n\vartheta - \omega_n t)}, \\
 A_{1,m,n} &= F_n(r_1, r_m) J_{1,n} e^{j(n\vartheta - \omega_n t + \alpha_{1,n})}, \\
 &\dots\dots\dots \\
 A_{M,m,n} &= F_n(r_M, r_m) J_{M,n} e^{j(n\vartheta - \omega_n t + \alpha_{M,n})},
 \end{aligned}$$

ove con $F_n(r_i, r_m)$ per $i=0, 1, 2, \dots, M$, si vuole indicare la funzione dei parametri geometrici relativi all'elemento che contribuisce alla formazione del campo (indice "i") e alla corteccia m in cui è calcolato il campo.

Dall'equazione di Maxwell in funzione del potenziale vettore A :

$$\bar{E} = - \frac{\partial A}{\partial t} \quad (13)$$

scritta nelle sue componenti in un sistema di coordinate cilindriche per la geometria in esame ove:

$$\bar{E} \Rightarrow \begin{cases} E_{r,n} = 0 \\ E_{\vartheta,n} = 0 \\ E_{z,n} \neq 0 \end{cases} \quad \frac{\partial A}{\partial \vartheta} \neq 0, \quad \frac{\partial A}{\partial r} \neq 0, \quad \frac{\partial A}{\partial z} = 0,$$

ricordando che $E_{z,n} = \rho J_{z,n}$, si ha:

$$\rho_m J_{m,n} e^{j(n\vartheta - \omega_n t + \alpha_{m,n})} = \sum_{i=0}^M - \frac{\partial A_{i,m,n}}{\partial t}$$

($m = 1, 2, \dots, M$).

Tralasciando la dipendenza dal tempo e dall'angolo, si ha:

$$\rho_m J_{m,n} e^{j\alpha_{m,n}} = \sum_{i=0}^M j\omega(n-1) F_n(r_i, r_m) J_{i,n} e^{j\alpha_{i,n}} \quad (14)$$

(m = 1, 2, \dots, M) .

6.1. - Caso "A".

Mediante la (14) si vuole determinare il valore e l'andamento delle correnti indotte nello schermo nel caso di carico squilibrato come già trattato numericamente, in prima approssimazione, nei para^{gr}afi 4 e 5.

Si ponga nella (13) $n = -1$ e $\alpha_0 = 0$ per cui si ha:

$$J_m e^{j\alpha_m} = \sum_{i=0}^M -2j\omega\sigma_m F_{-1}(r_i, r_m) J_i e^{j\alpha_i}, \quad \text{per } m=1, 2, \dots, M \quad (15)$$

Nel sistema (15) la J_0 è nota, mentre sono incognite le densità di corrente J_1, J_2, \dots, J_M e le relative fasi $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_M$ di ogni singola corteccia. Facendo le seguenti posizioni:

$$b_m = 2j\omega F_{-1}(r_0, r_m) J_0 \quad \text{per } m = 1, 2, \dots, M$$

$$z_{i,m} = -2j\omega F_{-1}(r_i, r_m) \quad \text{per } \begin{cases} i = 1, 2, \dots, M \\ i \neq m \end{cases}$$

$$z_{m,m} = -2j\omega F_{-1}(r_m, r_m) + \rho_m \quad \text{per } m = 1, 2, \dots, M$$

$$J_m^* = |J_m| \angle \alpha_m = J_m e^{j\alpha_m} = J_{mf} + jJ_{mq}$$

$$\text{ove } \alpha_m = \text{arctg } J_{mq}/J_{mf}$$

il sistema (14) diventa:

$$b_m = \sum_{i=1}^M z_{m,i} J_i^* \quad (m = 1, 2, \dots, M) . \quad (16)$$

Il sistema (16) può essere scritto in forma matriciale :

$$[B] = [\bar{Z}] \times [\bar{J}^*] \quad , \quad (17)$$

ove le matrici $[\bar{Z}]$ e $[\bar{J}^*]$ sono ad elementi complessi.

Con un numero sufficientemente elevato di cortecce si può approssimare comunque il problema. Oltre a ricavare la distribuzione delle correnti indotte nello schermo e la potenza in esso dissipata, si può ricavare il circuito equivalente della macchina riferito allo statore. Il metodo inoltre risulta utile per la determinazione delle correnti indotte nel caso di schermo a cilindri multipli. In caso di squilibrio delle correnti a regime si può procedere come segue: sia \bar{r}^* il valore del raggio individuante la circonferenza media dello statore, il potenziale vettore $A_{r^*,0}(t)$ calcolato in \bar{r}^* è facilmente determinabile; analogamente una volta note le correnti $J'_{m,n}$ nelle singole cortecce sono noti i potenziali vettori $A_m(t)$ dovuti a tali correnti e calcolati in r^* ; pertanto il potenziale vettore totale $\bar{A}^*(t)$ calcolato in r^* sarà:

$$\bar{A}^*(t) = A_0(t) + \sum_{i=1}^M A_m(t) = \sum_{i=0} F_n(r_i, r^*) J_{i,n} e^{j(n\vartheta - \omega_n t + \alpha_{i,n})} .$$

Pertanto il campo elettrico in r^* sarà dovuto al campo delle correnti circolanti nello statore più quello dovuto alla derivata fatta rispetto al tempo del potenziale vettore $\bar{A}^*(t)$ calcolato in r^* :

$$\bar{V}_n = \rho_{\text{statore}} \bar{J}_{0,n} + \frac{\partial \bar{A}^*(t)}{\partial t} = \rho_{\text{statore}} \bar{J}_{0,n} - j \omega_n \sum_{i=0}^M F_n(r_i, r^*) e^{j\alpha_{i,n}} = (\rho_{\text{statore}} + \rho') \bar{J}_{0,n} + j \omega_n K \bar{J}_{0,n}$$

ove con ρ' si è indicata una resistenza fittizia equivalente di statore da sommare alla ρ_{statore} che altro non rappresenta che la somma di tutti i contributi in fase con $\bar{J}_{0,n}$ della sommatoria $\partial \bar{A}^*(t)/\partial t$, mentre K è la parte immaginaria. Quindi rispetto alla resistenza R_0 dell'avvolgimento di una fase di statore, proporzionale allo ρ_{statore} , la sua impedenza risulta così modificata:

$$Z_{\text{eq}} = \frac{(\rho_{\text{statore}} + \rho') + j\omega K}{\rho_{\text{statore}}} R_0 .$$

Naturalmente per calcolare con una migliore approssimazione la Z_{eq}

bisognerebbe, invece che limitarsi al calcolo del potenziale vettore $A^*(t)$ sul raggio medio r^* , calcolare il potenziale vettore oltre che il campo elettrico proprio in ogni spira facendo riferimento alla distribuzione effettiva degli avvolgimenti: tale procedimento anche se più laborioso è concettualmente chiaro.

6.2. - Caso "B".

Si consideri ora il caso di una brusca variazione (gradino) di corrente nelle fasi dello statore (guasto, variazione della eccitazione, etc.): il rotore gira al sincronismo con il campo magnetico di prima armonica ($n=1$), si trascurano gli effetti di sequenza inversa e le deformazioni spaziali, la corrente nelle 3 fasi subisce una variazione di ampiezza a gradino; si desidera determinare la durata del transitorio e le correnti indotte nello schermo. Il caso può essere studiato rifacendosi alla relazione (13) ove le $J_m(t)$ sono le correnti che interessano le M cortecce e $A_{i,m}(t)$ sono i potenziali vettori relativi al salto di corrente $1(t)$ che si è verificato nelle 3 fasi (si trascura il valore J_0 della corrente di statore preesistente). I potenziali $A_{0,m}(t)$ sono del tipo:

$$A_{0,m}(t) = F(r_o, r_h) 1(t) ,$$

cioè funzioni a gradino di ampiezza diversa a seconda del valore di r_m .

La (13) usando l'operatore p si può scrivere:

$$\rho_m J_m = - \sum_{i=1}^M F(r_i, r_m) p J_m - F(r_o, r_m) p 1(t) \quad (18)$$

$$(m = 1, 2, \dots, M) .$$

Ordinando la (18) si ha il seguente sistema di equazioni algebriche:

$$-F(r_o, r_m) p 1(t) = \left[\rho_m + F(r_m, r_m) p \right] J_m + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq m}}^M F(r_i, r_m) J_i \quad (19)$$

$$(m = 1, 2, \dots, M) .$$

Ponendo :

$$\begin{aligned} B_m &= -F(r_0, r_m) & m &= 1, 2, \dots, M \\ z_{m,i} &= pF(r_i, r_m) & m &= 1, 2, \dots, M \text{ per } i \neq m \\ z_{m,m} &= \rho_m + pF(r_m, r_m) & m &= 1, 2, \dots, M \end{aligned}$$

si avrà in forma più compatta :

$$p [B] \mathbf{1}(t) = [Z(p)] \times [J] . \quad (20)$$

Le M soluzioni del sistema (20) sono date dalle seguenti espressioni :

$$\begin{aligned} J_1(t) &= \frac{[Z(p)]_{11}}{\det [Z(p)]} p B_1 \mathbf{1}(t) = \psi_1(p) \mathbf{1}(t) \\ J_2(t) &= \frac{[Z(p)]_{22}}{\det [Z(p)]} p B_2 \mathbf{1}(t) = \psi_2(p) \mathbf{1}(t) \\ &\dots\dots\dots \\ J_M(t) &= \frac{[Z(p)]_{MM}}{\det [Z(p)]} p B_M \mathbf{1}(t) = \psi_M(p) \mathbf{1}(t) . \end{aligned} \quad (21)$$

Il $\det [Z(p)]$ è un polinomio algebrico in p di grado M del tipo :

$$\det [Z(p)] = a_M p^M + a_{M-1} p^{M-1} + \dots + a_1 p + a_0$$

ove i coefficienti a_M, a_{M-1}, \dots, a_0 sono noti (funzioni dei parametri geometrici) e con $[Z(p)]_{m,m}$ si intende il minore complementare relativo all'elemento $z_{m,m}$; tale minore è anche esso un polinomio algebrico in p di grado $M-1$ del tipo :

$$b_{M-1} p^{M-1} + b_{M-2} p^{M-2} + \dots + b_1 p .$$

Le relazioni (21) sono quindi esprimibili nel modo seguente :

$$\begin{aligned}
 J_1 &= \frac{N_1(p)}{D(p)} 1(t) \\
 J_2 &= \frac{N_2(p)}{D(p)} 1(t) \\
 &\dots\dots\dots \\
 J_M &= \frac{N_M(p)}{D(p)} 1(t)
 \end{aligned}$$

ove $D(p) = \det [Z(p)]$, mentre $N_m(p) = B_m(a_{M-1}p^{M-1} + a_{M-2}p^{M-2} + \dots + a_1p)p$.

Cioè $N_m(p)$ e $D(p)$ sono due polinomi algebrici in p dello stesso ordine M ; per il teorema dello sviluppo si avrà:

$$J_m = \left[\sum_{r=1}^M \frac{N(\alpha_r)}{D'(\alpha_r)} \frac{1}{p - \alpha_r} \right] 1(t),$$

ove α_r sono le M radici del polinomio $D(p) = 0$.

$N(\alpha_r)$ è il valore che assume il polinomio numeratore quando $p = \alpha_r$, mentre $D'(\alpha_r)$ è la derivata del denominatore fatta rispetto a p e calcolata per $p = \alpha_r$.

Nel caso in cui le M radici siano reali e distinte si avrà per le $J_m(t)$ una legge nel tempo del tipo:

$$J_m(t) = \sum_{r=1}^M \frac{N_m(\alpha_r)}{D'(\alpha_r)} e^{\alpha_r t} \quad (m = 1, 2, \dots, M)$$

a partire dall'istante $t=0$ in cui si immagina che si verifichi il gradino di corrente nelle 3 fasi dello statore.

Se le radici del polinomio $D(p)$ non fossero tutte reali e distinte ma anche complesse coniugate e di molteplicità superiore ad 1 l'espressione nel tempo delle $J_m(t)$ sarebbe formalmente più complicata ma sempre esprimibile analiticamente.

APPENDICE. -

Determinazione della coppia torcente agente sul rotore. -

Nel caso di campo magnetico rotante di 1^a armonica di sequenza inversa, cioè animato di velocità relativa pari a $-\omega$ rispetto al rotore, lo schermo può essere assimilato al rotore di una macchina asincrona funzionante con scorrimento $s=2$. In tali condizioni per mantenere costante la velocità di rotazione dell'albero, occorrerà applicare una coppia meccanica esterna, che può essere determinata servendosi del circuito equivalente. La potenza che il campo magnetico di statore cede al rotore e che si trasforma in calore è

$\frac{1}{2}R_2 I_2^2$ (ove I_2 è la corrente che passa nel rotore e $\frac{1-s}{s}R_2 = \frac{1}{2}R_2$ ($s=2$) la resistenza fittizia equivalente). Poichè la resistenza del rotore è R_2 , la potenza dissipata per effetto Joule sarà $R_2 I_2^2$, da cui si deduce che $\frac{1}{2}R_2 I_2^2$ sarà il contributo dovuto alla coppia meccanica esterna applicata per vincere l'effetto frenante del campo inverso.

Pertanto risulta evidente che la potenza dissipata nello schermo proviene per metà dalla coppia applicata e per metà dall'accoppiamento magnetico di statore, cioè

$$C_t \omega = \frac{1}{2} P .$$

BIBLIOGRAFIA. -

- (1) - M. J. Jefferies et al., Prospects for superconductive generators in the electric utility industry, IEEE Transactions paper n. T 73. 252-4 (1973).
- (2) - J. H. Coupland, Equations and formulae for magnets with air cored windings of "saddle coil" type, Rutherford High Energy Laboratory Report RHEL/R 203 (1970).
- (3) - G. Veca et al., Determinazione della distribuzione di corrente negli induttori di turboalternatori con avvolgimenti superconduttivi, Atti e Memorie dell'Accademia Patavina di Scienze, Lettere ed Arti, vol. LXXXVI (1973-74), Parte II.
- (4) - Moon and Spencer, Foundations of electrodynamics (Van Nostrand, Amsterdam).
- (5) - K. Klüpfmüller, Fondamenti di Elettrotecnica (UTET).
- (6) - H. H. Woodson, J. L. Smith jr., P. Thullen, and J. L. Kirtley, The application of superconductors in the field windings of large synchronous machines, IEEE Trans. PAS-90, n. 2 (1971).
- (7) - P. Thullen and J. L. Smith jr., The design of a rotating dewar and field winding for a superconducting alternator, Advance in Cryogenic Engineering, vol. 15 (1970).
- (8) - G. B. Johnson, Constructions of field windings for a superconducting alternator, Dept. of Naval Architecture and Marine Engineering, MIT (May, 1971).
- (9) - J. L. Kirtley jr., Design and construction of an armature with a superconducting field winding, Ph.D. Thesis MIT (1971).
- (10) - P. Thullen, J. L. Smith jr. and W. D. Lee, The design and testing of a rotatable liquid helium transfer coupling for use at 3600 rpm, Paper n. 1.20, IIR, XIII Congress of Refrigeration, Washington (1971).
- (11) - T. A. Keim, Design and construction of an excitation system for a superconducting alternator, Sc.D. Thesis MIT (1973).
- (12) - T. A. Keim, Transient heating of superconducting alternator rotors due to field current changes, Conf. paper C 74 253-1 (January-February, 1974).
- (13) - R. B. Scott, Cryogenic engineering (Van Nostrand, 1966).
- (14) - H. Brechna, Superconducting magnet system (Springer, 1973).
- (15) - D. L. Luck, Electromechanical and thermal effects of faults upon superconducting generators, Thesis for the Degree of Doctor of Philosophy MIT (1971).
- (16) - D. B. Montgomery, Solenoid magnet design (Wiley-Interscience, 1969).