

COMITATO NAZIONALE PER L'ENERGIA NUCLEARE
Laboratori Nazionali di Frascati

LNF-75/11(R)
3 Marzo 1975

G. Bitelli, U. Bizzarri e S. Solimeno: LAS-4. UN CODICE PER
CALCOLO DELLE CARATTERISTICHE DI AMPLIFICATORI
LASER A CO₂ ECCITATI CON UN FASCIO DI ELETTRONI.

G. Bitelli, U. Bizzarri e S. Solimeno^(*): LAS-4. UN CODICE PER IL CALCOLO DELLE CARATTERISTICHE DI AMPLIFICATORI LASER A CO₂ ECCITATI CON UN FASCIO DI ELETTRONI. -

SOMMARIO. -

In questo rapporto viene descritto uno strumento di calcolo (il codice LAS-4), tramite il quale si possono ricavare le caratteristiche di amplificatori laser a CO₂. LAS-4 è stato sviluppato con l'intento di fornire uno strumento utile per il progetto e l'uso di amplificatori laser ad anidride carbonica.

Nella schematizzazione adottata nel presente lavoro (modello cinetico a quattro temperature) viene tenuto particolarmente conto della composizione della miscela gassosa, delle caratteristiche del fascio di elettroni usato per ionizzare il gas e dei processi di rilassamento che prevalentemente gestiscono la dinamica dell'amplificatore.

Vengono inoltre riportati dei risultati numerici, ottenuti utilizzando il codice LAS-4, scritto per il Sistema IBM 370/165, e confrontati con risultati sperimentali, ottenuti a Los Alamos.

Questo lavoro va visto come ulteriore sviluppo della proposta di programma per la realizzazione di Laser Pulsati (LPP) a CO₂ presentato dai ricercatori dei Gruppi Macchina e Tecnologie dei LNF del CNEN.

(*) - Istituto Elettrotecnico, Università di Napoli.

2.

1. - INTRODUZIONE. -

Per generare degli impulsi laser di elevata energia ($\gg 1$ Joule) si parte da un impulso di forma opportuna, generato da un oscillatore di bassa energia. Questo poi, viene fatto viaggiare attraverso una serie di amplificatori di lunghezza e sezioni opportune.

Il ricorso ad un sistema così sofisticato in primo luogo dalla necessità di estrarre nel modo più efficiente l'energia fornita al mezzo attivo durante la fase di pompaggio ed in secondo luogo dalla possibilità di controllare agevolmente la forma dell'impulso.

Si può, pertanto, affermare che elementi essenziali di un laser di elevata energia sono gli stadi di amplificazione che, con le loro caratteristiche operative più importanti quali il guadagno per piccolo segnale, l'energia di saturazione e la larghezza di banda condizionano drasticamente il progetto dell'intero sistema.

Se quanto detto è vero per un generico laser, per un sistema utilizzante come mezzo attivo una miscela di $\text{CO}_2:\text{N}_2:\text{He}$ è necessario ricorrere ad amplificatori di concezioni diverse tra loro nei vari stadi di amplificatori. La ragione di ciò risiede nella seguente serie di circostanze. Man mano che l'energia dell'impulso aumenta, deve aumentare anche la sezione trasversa del fascio; infatti, volendo evitare fenomeni di saturazione è necessario mantenere la potenza del fascio laser per unità di superficie al di sotto di una opportuna soglia. Un tale aumento di sezione implica un aumento delle dimensioni trasversali del plasma di $\text{CO}_2\text{-N}_2$ contenuto nell'amplificatore. Pertanto, se queste dimensioni sono notevoli, per esempio dell'ordine di diversi centimetri, ai dispositivi cosiddetti a doppia scarica trasversa bisogna sostituire quelli eccitati con fasci di elettroni, con un intuibile aumento della complessità e del costo dell'amplificatore. E tenendo conto di questi ultimi fattori, si comprende quale importanza rivesta il calcolo dettagliato del guadagno e dell'energia di saturazione ottenibili con un amplificatore di questo tipo, di cui siano note le caratteristiche geometriche, la composizione della miscela gassosa, le caratteristiche del fascio di elettroni e l'energia elettrica depositata nel plasma.

Nel presente rapporto viene descritto un codice numerico LAS-4, messo a punto presso i Laboratori Nazionali di Frascati del CNEN per il calcolo delle prestazioni di un amplificatore eccitato con un fascio di elettroni.

Il modello fisico su cui è basato il codice LAS-4 è stato studiato da diversi gruppi di ricerca. Tra questi è doveroso citare quelli dell'AVCO-Everett Research Laboratory^(1,2), dei Los Alamos Scientific Laboratories^(3,4) e del Lawrence Livermore Laboratory^(5,6). Questa schematizzazione a 4 temperature ha fornito risultati in eccellente accordo con i risultati sperimentali.

In questo rapporto saranno omessi gli sviluppi matematici rinviando il lettore all'amplia bibliografia riportata. Saranno invece esaurientemente discussi i fondamenti fisici del modello a 4 temperature, i suoi limiti di validità ed alcuni risultati numerici che possono far da guida nell'uso del codice numerico.

2. - SISTEMA LASER - GRANDEZZE FORNITE DAL CODICE. -

Il particolare sistema considerato in questo rapporto è un amplificatore laser a gas contenente CO_2 , N_2 ed Ne . La miscela gassosa è bombardata da un fascio pulsato di elettroni di alta energia. Ciascuno di questi elettroni primari crea uno sciame di elettroni secondari in cui viene depositata dell'energia attraverso un bando di condensatori di sostentamento. Variando il campo elettrico E generato da questi condensatori, si controlla l'energia media degli elettroni secondari facendo sì che questi eccitino efficientemente le molecole di CO_2 ed N_2 portandole ai livelli vibrazionali desiderati (v. Fig. 1). Questo processo di eccitazione risulta gestito da tre classi di fenomeni che, visti nella loro dinamica complessiva, danno ragione delle prestazioni di questo plasma di $\text{CO}_2:\text{N}_2:\text{He}$ come amplificatore di luce laser. Essi sono:

- 1) scambi di energia vibro-roto-traslazionale tra le molecole del plasma,
- 2) eccitazione delle molecole di azoto ed anidride carbonica da parte degli elettroni secondari prodotti dall'electron beam ed energizzati dal campo applicato E ,
- 3) diseccitamento delle molecole di anidride carbonica per effetto della radiazione laser che viaggia attraverso l'amplificatore.

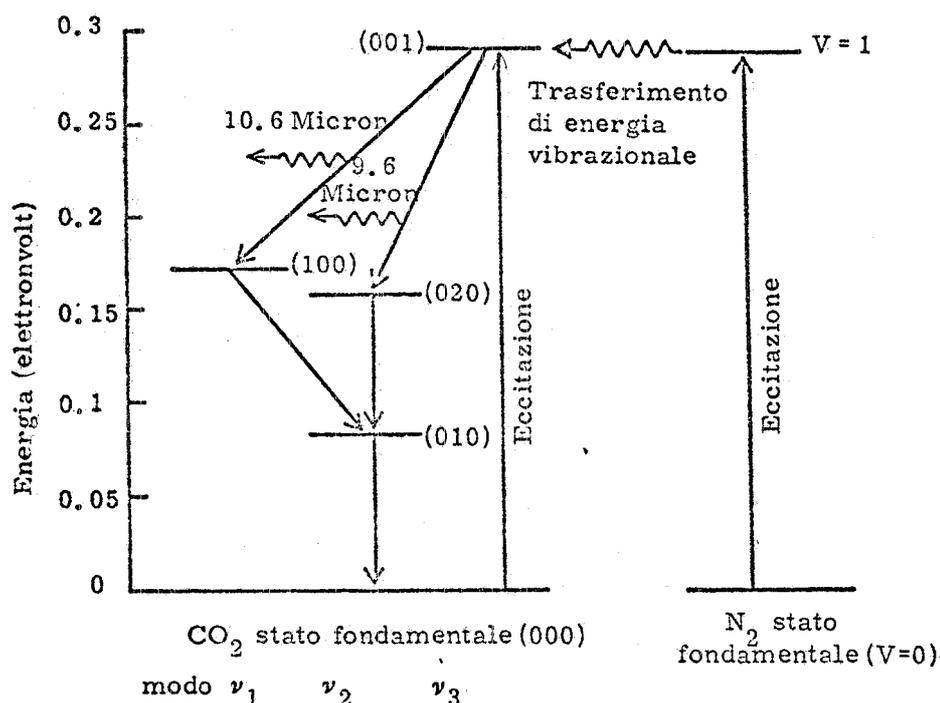


FIG. 1

4.

Il codice LAS-4 tra i dati di input può ammettere una qualsiasi funzione del tempo per la densità di elettroni primari dell'impulso di corrente dell'electron beam, e ciò allo scopo di rendere più flessibile il codice numerico.

LAS-4 fornisce in funzione del tempo i) il guadagno per unità di lunghezza e per piccolo segnale dell'amplificatore laser, ii) l'energia immagazzinata utile per la transizione laser e iii) le densità molecolari delle specie eccitate ai diversi livelli vibrazionali.

3. - LIVELLI ENERGETICI MOLECOLARI, DENSITA' DI POPOLAZIONE E DI ENERGIA. -

La molecola di azoto nello stato elettronico fondamentale ($^1\Sigma_g^+$) possiede un solo grado di libertà vibrazionale e conseguentemente un solo numero quantico individua completamente il suo stato vibrazionale.

La molecola di anidride carbonica è triatomica, ha una configurazione lineare simmetrica e possiede tre modi vibrazionali: allungamento simmetrico (modo ν_1), nel quale gli atomi della molecola vibrano simmetricamente lungo l'asse internucleare, piegamento (modo ν_2), nel quale il movimento degli atomi avviene perpendicolarmente all'asse internucleare, allungamento asimmetrico (modo ν_3) nel quale gli atomi vibrano lungo l'asse internucleare in modo asimmetrico. Lo stato vibrazionale della molecola è quindi descritto da tre numeri quantici i, j, k , e si conviene rappresentarlo nella forma $(i, j, k)^{(x)}$ dove i tre indici si riferiscono rispettivamente ai modi ν_1, ν_2, ν_3 .

In Fig. 1 viene riportato un diagramma schematico dei principali livelli di energia per l'anidride carbonica per l'azoto.

A base del presente modello c'è l'ipotesi che ciascun modo vibrazionale delle molecole di CO_2 e N_2 sia caratterizzato da una distribuzione dell'energia del tipo di Boltzmann. A sua giustificazione c'è da rivelare che gli scambi di energia entro ciascun modo vibrazionale avvengono in tempi che sono normalmente trascurabili rispetto agli altri processi.

Ad ogni livello vibrazionale corrisponde un insieme di livelli di energia rotazionale, seconda la relazione

(x) - In realtà il modo ν_2 risulta doppiamente degenero. Tuttavia è preferibile non tenerne esplicitamente conto, si da semplificare la discussione che seguirà: se ne terrà conto implicitamente introducendo "ad hoc" un fattore moltiplicativo pari a 2 nel calcolo delle degenerazioni del livello di ν_2 .

$$\text{energia rotazionale} = B_V J(J+1) \quad (\text{cm}^{-1})$$

dove J è il numero quantico rotazionale e B_V , espressa in cm^{-1} è la costante rotazionale. Anche per l'energia rotazionale si assume una distribuzione Boltzmaniana a motivo del rapido riequilibrio collisionale con l'energia cinetica. Pertanto, alla distribuzione dell'energia rotazionale verrà assegnata una temperatura coincidente con quella cinetica T_G della miscela gassosa.

Riassumendo si assume che il gas sia in equilibrio rototraslatorio e che entro ciascun modo vibrazionale l'energia relativa rispetti una statistica di Boltzmann il che equivale ad associare a ciascun modo vibrazionale una temperatura. Pertanto, una volta nota questa ultima è immediato risalire alle densità di popolazione ai diversi livelli energetici.

La densità delle molecole di azoto con " ℓ " quanti di eccitazione vibrazionale è quindi espressa da

$$(1) \quad N_N(\ell) = N_N e^{-\ell(\hbar\omega_N/kT_N)} / \sum_{\ell=0}^{\infty} e^{-\ell(\hbar\omega_N/kT_N)} = N_N (1-b) b^{\ell}$$

$\ell = 1, 2, 3, \dots$

ove N_N è la densità dell'azoto (espressa in molecole cm^{-3}),

$$(2) \quad b = \exp(-\hbar\omega_N/kT_N)$$

è il fattore di Boltzmann per l'azoto, T_N la temperatura vibrazionale, k la costante di Boltzmann ed $\hbar\omega_N = hc \cdot 2330 \text{ cm}^{-1}$ è la spaziatura tra i livelli di energia consecutivi, spaziatura che è supposta costante. Questa ipotesi è giustificata dal fatto che kT_N non risulta tanto elevata da essere confrontabile con l'energia di legame di N_2 .

Per l'anidride carbonica possono essere definiti tre fattori di Boltzmann

$$z = \exp(-\hbar\omega_{\nu_1}/kT_1) \quad \text{per il modo } \nu_1$$

$$(3) \quad s = \exp(-\hbar\omega_{\nu_2}/kT_2) \quad \text{per il modo } \nu_2$$

$$(4) \quad r = \exp(-\hbar\omega_{\nu_3}/kT_3) \quad \text{per il modo } \nu_3$$

dove $\hbar\omega_{\nu_1} = hc \cdot 1388 \text{ cm}^{-1}$, $\hbar\omega_{\nu_2} = hc \cdot 667 \text{ cm}^{-1}$, $\hbar\omega_{\nu_3} = hc \cdot 2349 \text{ cm}^{-1}$.

A causa di un processo risonante di scambio di energia ("Risonanza di Fermi")⁽⁷⁾ tra il livello (1, 0, 0) del modo vibrazionale ν_1 ed

6.

il livello (0, 2, 0) del modo ν_2 , processo che avviene in un tempo τ piuttosto breve ($\tau \leq 1300$ psec-atm) le temperature vibrazionali dei modi ν_1 e ν_2 si equilibrano rapidamente e si può realisticamente assumere $T_1 = T_2$. Inoltre, tenuto conto che $\omega_{\nu_1} \approx 2\omega_{\nu_2}$, si ha $z \approx s^2$.

Pertanto la densità delle molecole di CO_2 nel modo (i, j, k) è data da (cf. Eq. (1)),

$$(5) \quad N_c(i, j, k) = N_c r^k s^{2i+j} (1-r)(1-s^2)(1-s)^2$$

essendo indicato con N_c il numero di molecole di CO_2 per cm^3 .

Questa equazione richiede un breve commento per la presenza del termine $(1-s)^2$. Il fattore 2 ad esponente è legato alla doppia degenerazione del modo ν_2 . Di questa si tiene conto associando ν_2 a due distinti modi di vibrazione.

Le quattro temperature del modello che saranno prese in considerazione e che descrivono tutti i livelli energetici sono

$$T_N, \quad T_2 = T_1, \quad T_3 \quad \text{e} \quad T_G.$$

Per l'Azoto la densità di energia che risiede nel modo vibrazionale si trova essere data dall'espressione

$$(6) \quad E_N = \frac{\hbar \omega_N N_N b}{1 - b}$$

mentre per l'anidride carbonica le densità di energia nei tre diversi modi vibrazionali sono fornite dalle espressioni

$$(7) \quad E_{\nu_3} = \frac{\hbar \omega_3 r}{1 - r} N_c$$

$$(8) \quad E_{\nu_2} = 2 \frac{\hbar \omega_2 s}{1 - s} N_c$$

$$(9) \quad E_{\nu_1} = \frac{\hbar \omega_1 s^2}{1 - s^2} N_c$$

4. - MODELLO CINETICO DEL LASER. -

Nel presente paragrafo vengono discusse quattro equazioni differenziali descrittive l'evoluzione delle variabili r , b , s e T_G . Una volta note queste quantità, le popolazioni dei vari livelli energetici sono ricavati ricorrendo alle Equazioni 1 e 5 precedentemente discusse. Le quattro equazioni sono ottenute tramite bilanci energetici considerando i contributi elettronici, i rilassamenti rotazionali ed i processi di emissione stimolata ed assorbimento.

La prima equazione differenziale è dedotta prendendo in considerazione la variazione della densità di energia del modo ν_3 .

$$(10) \quad \frac{dE_{\nu_3}}{dt} = \left(\frac{dE_{\nu_3}}{dt}\right)_{\nu_3-N} + \left(\frac{dE_{\nu_3}}{dt}\right)_{\nu_3-\nu_2} + \left(\frac{dE_{\nu_3}}{dt}\right)_{\nu_3-e} + \left(\frac{dE_{\nu_3}}{dt}\right)_{\nu_3-fot}$$

ove il primo termine a secondo membro della (10) tiene conto degli scambi di energia tra le molecole di CO_2 ed N_2 , il secondo termine tiene conto dello scambio di energia di una molecola di CO_2 dal modo ν_3 al ν_2 e viceversa, dovuto ad urti della molecola con qualsiasi altra molecola presente nel gas, il terzo descrive il trasferimento di energia da parte degli elettroni, il quarto tiene conto dei contributi dovuti al campo di radiazione che può essere presente.

L'utilità dell'azoto nel laser a CO_2 è che esso, possedendo un solo grado di libertà vibrazionale, ha una più alta efficienza di pompaggio ai livelli interessati rispetto all'anidride carbonica. Si è trovato che in una scarica è possibile eccitare fino al 30% delle molecole al livello $l=1$. L'azoto eccitato, se non vi fosse l'anidride carbonica, avrebbe una vita media estremamente lunga. Poichè l'energia di eccitazione delle molecole N_2 ($l=1$) è quasi uguale all'energia di eccitazione delle molecole di CO_2 al livello $(0, 0^0, 1)$, ha luogo un trasferimento risonante di energia tra l'azoto e l'anidride carbonica.

Per i trasferimenti di energia tra l'azoto ed il modo ν_3 si trova

$$(11) \quad \left(\frac{dE_{\nu_3}}{dt}\right)_{\nu_3-N} = -E_{\nu_3} \frac{\psi_N(1-b/r)}{\tau_{VV}(1-b)}$$

avendo supposto $\hbar\omega_{\nu_3} = \hbar\omega_N$. Nella (11) ψ_N è la frazione di moli di azoto nella miscela gassosa (x) , τ_{VV} è una costante di tempo fornita dall'espressione (8)

(x) - $\psi_N = N_N/N_A n$, dove N_N = molecole di N_2/cm^3 , N_A = numero di Avogadro = $6,02 \times 10^{23}$ x molecole/mole, n = moli della miscela/ cm^3 .

8.

$$(12) \quad \tau_{vv}(\mu \text{sec}) = \frac{T_G^{3/2}}{6,54 \times 10^4 P}$$

ove T_G espresso in gradi Kelvin e P è la pressione del gas espressa in atm. Si noti che la soluzione dell'equazione (11) è una esponenziale il cui esponente può essere positivo o negativo a seconda che $b > r$ o $b < r$, cioè lo scambio di energia tra azoto e anidride carbonica può avvenire in un senso o nell'altro a seconda delle densità di popolazione eccitate. Nel processo di scambio di energia tra il modo ν_3 ed il modo ν_2 dovuto a collisioni, la molecola passa dal livello (i, j, k) al livello $(i, j-3, k+1)$ scambiando energia cinetica con il gas⁽⁹⁾. Esistono anche altri scambi possibili di energia tra il modo ν_3 ed il modo ν_1 , ma il processo (i, j, k) $(i, j-3, k+1)$ risulta predominante.

Per tale processo si ha

$$(13) \quad \left(\frac{dE_{\nu_3}}{dt} \right)_{\nu_3 - \nu_2} = -E_{\nu_3} \frac{1 - e^{-\delta s^3/r}}{(1-s^3) \tau_{d1}}$$

dove

$$(14) \quad \delta = \hbar (\omega_{\nu_3} - 3\omega_{\nu_2}) / K T_G$$

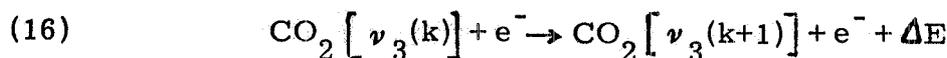
e τ_{d1} è una costante di tempo^(10,11)

$$(15) \quad \tau_{d1}(\mu \text{sec}) = \frac{2,83 \times 10^5 T_{GO}/300}{P_O T_G^{1,63} [\psi_N + 0,09 \psi_{He} + 5,5 \psi_C (1 + \frac{T_G - 300}{500})]}$$

ove P_O è la pressione del gas alla temperatura di 300°K e T_{GO} è la temperatura iniziale.

Si noti che se $r \gg e^{-\delta s^3}$, cioè se il modo ν_3 è più eccitato del modo ν_2 , allora l'energia si riversa in modo esponenziale dal modo ν_3 al modo ν_2 con la costante di tempo $\tau_{d1}(1-s)^3$.

La reazione che trasferisce energia dagli elettroni al modo ν_3 può essere schematizzata come segue



La costante di eccitazione elettronica $K_3 [\nu_3(k \rightarrow k+1); e^-]$ dal livello vibrazionale k al livello $(k+1)$ del modo ν_3 è fornita

$$(17) \quad K_3 [\nu_3(k \rightarrow k+1); e^-] = (2e/m)^{1/2} \int_0^{\infty} \sigma_{k \rightarrow k+1} F_e(u) u^{1/2} du$$

ove $\sigma_{k \rightarrow k+1}$ è la sezione d'urto di eccitazione vibrazionale, m ed e sono la massa e carica dell'elettrone, u è l'energia cinetica dell'elettrone ed $F_e(u)$ è lo spettro di energia degli elettroni nella scarica.

Supponendo che

$$k_3 [\nu_3(0 \rightarrow 1; e^-)] = k_3 [\nu_3(1 \rightarrow 2); e^-] = k_3 [\nu_3(2 \rightarrow 3); e^-] \dots$$

e che sia trascurabile la probabilità che una molecola fornisca energia allo elettrone, si trova

$$(18) \quad \left(\frac{dE_{\nu_3}}{dt} \right)_{\nu_3-e} = \hbar \omega_{\nu_3} N_e(t) N_c k_3 (1-r)$$

ove $N_e(t)$ è la densità degli elettroni.

Se $R_{b \rightarrow a}$ rappresenta il numero di transizione per unità di volume e di tempo delle molecole dal livello b al livello a , transizioni dovute a processi stimolati di radiazione, e se ϕ rappresenta il numero di fotoni per unità di superficie e per unità di tempo che attraversano il laser si ha

$$R_{b \rightarrow a} = \alpha_0 \phi$$

ove α_0 rappresenta il guadagno del laser per unità di lunghezza (per la definizione di α_0 si veda il par. seguente).

Per il quarto termine della (10) si avrà

$$\left(\frac{dE_{\nu_3}}{dt} \right)_{\nu_3-fot} = -\hbar \omega_{\nu_3} R_{(001) \rightarrow (100)}$$

ovvero

$$(19) \quad \left(\frac{dE_{\nu_3}}{dt} \right)_{\nu_3-fot} = -\alpha_0 \phi \hbar \omega_{\nu_3}$$

Introducendo le equazioni (11), (13), (18) e (19) nella (10) e tenendo presente la (7) si ottiene:

10.

$$(20) \quad \frac{dr}{dt} = (1-r)^2 \left\{ -\frac{\psi_N(r-b)}{\tau_{VV}(1-r)(1-b)} - \frac{r - e^{-\delta s^3}}{\tau_{d1}(1-s)^3(1-r)} + \right. \\ \left. + N_e k_3(1-r) - \alpha_0 \phi / N \psi_C \right\}$$

ove δ , τ_{VV} e τ_{d1} , sono fornite rispettivamente dalle espressioni (14), (12), (15).

La seconda equazione differenziale viene ricavata prendendo in considerazione la variazione della densità di energia E_N . Essa è dovuta essenzialmente ai trasferimenti di energia dall'azoto all'anidride carbonica nel modo ν_3 ed ai trasferimenti di energia da parte degli elettroni

$$(21) \quad \frac{dE_N}{dt} = \left(\frac{dE_N}{dt}\right)_{N-\nu_3} + \left(\frac{dE_N}{dt}\right)_{N-e}$$

Si trova

$$(22) \quad \left(\frac{dE_N}{dt}\right)_{N-\nu_3} = -\frac{E_N \psi_c(1-r/b)}{\tau_{VV}(1-r)}$$

$$(23) \quad \left(\frac{dE_N}{dt}\right)_{N-e} = K_N N_e N_N \hbar \omega_N (1-b)$$

Introducendo la (23) e la (22) nella (21) e tenendo presente la (6) si ottiene la seconda equazione differenziale

$$(24) \quad \frac{db}{dt} = (1-b)^2 \left\{ \frac{\psi_c(r-b)}{\tau_{VV}(1-r)(1-b)} + N_e K_N (1-b) \right\}$$

La terza equazione differenziale, la quale esprime la variazione nel tempo del fattore di Boltzmann s , viene dedotta prendendo in considerazione la variazione della somma delle densità di energia E_{ν_1} ed E_{ν_2}

$$(25) \quad \frac{d(E_{\nu_1} + E_{\nu_2})}{dt} = \left(\frac{dE_{\nu_2}}{dt}\right)_{\nu_2-\nu_3} + \left(\frac{dE_{\nu_2}}{dt}\right)_{\nu_2-e} + \left(\frac{dE_{\nu_1}}{dt}\right)_{\nu_1-e} + \\ + \left(\frac{dE_{\nu_2}}{dt}\right)_{\nu_2-gas} + \left(\frac{dE_{\nu_1}}{dt}\right)_{\nu_1-fot}$$

Il primo termine a secondo membro della (25) rappresenta gli scambi di energia tra i modi ν_2 e ν_3 ; il secondo ed il terzo termine rappresentano le variazioni dovute alle collisioni con gli elettroni; il quarto termine tiene conto della energia che dal modo ν_2 si trasforma in energia cinetica del gas; l'ultimo termine è dovuto alla radiazione. Gli scambi di energia tra i modi ν_1 e ν_2 , ovviamente, si eludono.

Per i cinque termini si trovano le espressioni:

$$(26) \quad \left(\frac{dE_{\nu_2}}{dt}\right)_{\nu_2-\nu_3} = \frac{3\hbar\omega_{\nu_2} N_c (r-e^{-\delta s^3})}{\tau_{d1} (1-s)^3 (1-r)}$$

$$(27) \quad \left(\frac{dE_{\nu_2}}{dt}\right)_{\nu_2-e} + \left(\frac{dE_{\nu_2}}{dt}\right)_{\nu_1-e} = 2\hbar\omega_{\nu_2} N_c N_e (1-s) [K_2 + (1+s)K_1]$$

ove

$$(28) \quad K_2 = K_2 [\nu_2(0 \rightarrow 1); e^-], \quad K_1 = K_1 [\nu_1(0 \rightarrow 1); e^-]$$

$$(29) \quad \left(\frac{dE_{\nu_2}}{dt}\right)_{\nu_2\text{-gas}} = -\frac{E_{\nu_2}}{\tau_{d2}} (1-\bar{s}/s)$$

$$\text{ed } \bar{s} = e^{-\hbar\omega_{\nu_2}/KT_G}$$

Dalla (29) si deduce che se $s \gg \bar{s}$, cioè se la temperatura vibratoria del modo ν_2 è molto maggiore della temperatura del gas, l'energia si trasferisce dal modo ν_2 nei gradi di libertà cinetici del gas con costante di tempo τ_{d2} fornita dalla espressione^(9, 10, 8, 11).

$$(30) \quad \tau_{d2} (\mu \text{ sec}) = \frac{T_{GO}/300}{P_o 4870 \psi_{He} e^{-50/(T_G)^{1/3}} + (\psi_c + \psi_N/4) 2330 e^{-65/(T_G)^{1/2}}}$$

La (30) mostra chiaramente uno dei ruoli dell'elio nella miscela gassosa: esso rapidamente riduce la popolazione del livello $(1, 0^0, 0)$ attrverso il canale $\nu_2\text{-gas}$ ⁽¹³⁾.

Per la parte dovuta alla radiazione si trova

$$(31) \quad \left(\frac{dE_{\nu_1}}{dt}\right)_{\nu_1\text{-fot}} = a_o \psi \hbar \omega_{\nu_1}$$

12.

Introducendo le (26), (27), (29) e (31) nella (25) e tenendo presente la (8) e la (9) si ottiene la terza equazione differenziale

$$(32) \quad \frac{ds}{dt} = \frac{(1-s)^2}{1-2s/(1-s)^2} \left\{ \frac{\alpha_0 \phi}{N \psi_c} + \frac{3(r-e^{-\delta s^3})}{2 \tau_{d1} (1-s)^3 (1-r)} - \frac{(s-\bar{s})}{\tau_{d2} (1-s)} + N_e (1-s) [K_2 + (1+s)K_1] \right\}$$

La quarta equazione differenziale viene ricavata considerando le variazioni della densità di energia cinetica del gas:

$$\frac{dE_g}{dt} = \frac{dT_G}{dt} (n_{CO_2} C_{VCO_2} + n_{N_2} C_{VN_2} + n_{He} C_{VHe})$$

ove le quantità n rappresentano il numero di moli per unità di volume dei gas a C_V rappresentano i calori specifici molari a volume costante.

Considerando i gas perfetti si può scrivere:

$$C_{VHe} = \frac{3}{2} R, \quad C_{VN_2} = \frac{5}{2} R$$

dimodochè

$$(33) \quad \frac{dE_g}{dt} = NK (2.5 - \psi_{He}) \frac{dT_G}{dt}$$

I processi di trasferimento di energia che contribuiscono alla temperatura cinetica del gas sono quelli di scambio di energia tra i modi ν_3 e ν_2 e tra il modo ν_2 ed il gas:

$$(34) \quad \frac{dE_g}{dt} = - \left(\frac{dE_{\nu_2}}{dt} \right)_{\nu_2-gas} + \frac{\omega_{\nu_3} - 3 \omega_{\nu_2}}{\omega_{\nu_3}} \left(\frac{dE_{\nu_3}}{dt} \right)_{\nu_3-\nu_2}$$

Introducendo le equazioni (29) e (13) nella (34) e uguagliando questa ultima alla (33) si ottiene la quarta equazione differenziale

$$(35) \quad \frac{dT_G}{dt} = \frac{\psi_c h/k}{2.5 - \psi_{He}} \frac{2 \omega_{\nu_2} (s-\bar{s})}{\tau_{d2} (1-s)} \frac{(\omega_{\nu_3} - 3 \omega_{\nu_2}) (r-e^{-\delta s^3})}{\tau_{d1} (1-s)^3 (1-r)}$$

5. - GUADAGNO ED ENERGIA DEL LASER. -

Il guadagno del laser è definito come l'amplificazione per unità di lunghezza che subisce l'intensità di un'onda di luce monocromatica propagantesi attraverso il gas.

Se ν_{ba} è la frequenza di transizione tra due livelli b ed a, l'intensità trasmessa dal laser soddisfa un'equazione della forma⁽¹²⁾

$$(36) \quad \frac{dI_{\nu}(x)}{dx} = \alpha_{\nu} I_{\nu}(c)$$

ove α_{ν} è il guadagno espresso dalla relazione

$$(37) \quad \alpha_{\nu} = (N_b - N_a \frac{g_b}{g_a}) c^2 g(\nu, \nu_{ba}) / 8 \pi \nu_{ba}^2 \tau_{ba}$$

essendo

- τ_{ba} = la vita media per il decadimento spontaneo dal livello b al livello a;
- $g(\nu, \nu_{ba})$ = fattore di forma della riga;
- N_a, N_b = densità di popolazione dei livelli a e b;
- g_a, g_b = pesi statistici dei livelli a e b.

Nel ricavare la (36) si prendono in considerazione solo gli effetti di emissione e assorbimento stimolati e si considerano trascurabili tutti gli altri effetti, inoltre si suppone che α_{ν} sia indipendente da I_{ν} .

Nel caso dell'anidride carbonica prendiamo in considerazione una tra le transizioni vibro-rotazionali dei livelli $(1, 0^0, 0)$ e $(0, 0^0, 1)$. Se si suppone che la pressione del gas sia molto maggiore di 10 torr la funzione $g(\nu, \nu_{ba})$ è data dall'espressione

$$(38) \quad g(\nu, \nu_{ba}) = \frac{2}{\pi \Delta \nu} \frac{1}{1 + 4(\nu - \nu_{ba})^2 / \Delta \nu^2}$$

La larghezza $\Delta \nu$ della riga è ricavabile tenendo presente che le molecole collidono anche con l'azoto e l'elio. Per $\Delta \nu$ si ricava

$$(39) \quad \Delta \nu (\text{sec}^{-1}) = 1,29 \times 10^{11} N T_G^{1/2} (0,695 \psi_{\text{He}} + 0,755 \psi_{\text{N}} + \psi_{\text{C}})$$

ove N è la densità delle molecole nel gas.

14.

Se si suppone che la transizione $b \rightarrow a$ avvenga tra i livelli $(0, 0, 1)$ e $(1, 0, 0)$ e che $(m-1)$ sia il numero quantico del livello $(0, 0, 1)$ mentre m sia il numero quantico rotazionale del livello $(1, 0, 0)$ si ha⁽¹²⁾

$$(40) \quad N_b = N_a \frac{g_b}{g_a} = N_c^{(1-m)}(0, 0, 1) - N_c^{(m)}(1, 0, 0)$$

essendo $N_c^{(m-1)}(0, 0, 1)$ e $N_c^m(1, 0, 0)$ rispettivamente le densità dei livelli superiore ed inferiore. Per queste grandezze si hanno le espressioni

$$(41) \quad \frac{N_c^m(1, 0, 0)}{N_c(1, 0, 0)} = \frac{2hcB}{KT_G} (2m+1) \exp(-hcB(m-1)m/KT_G)$$

$$(42) \quad N_c^{(m-1)}(0, 0, 1) = \frac{2hcB}{KT_G} (2m-1) \exp(-hcB(m-1)m/KT_G)$$

Il valore di m che interessa è quello che massimizza l'espressione (40). Derivando questa rispetto ad m si trova che il valore di m che massimizza la (40) è dato da

$$(43) \quad m_{\max} = (KT_G/2hcB)^{1/2} \quad (\text{il più vicino intero})$$

Introducendo l'espressione di m_{\max} nella (41) e nella (42) e queste due equazioni nell'equazione (40) tenendo presente la (39) e la (5) e che $\tau_{ba} = \tau_{(001)(100)} \cong 4,2 \text{ sec}$, si trova l'espressione per il guadagno del laser α_0 alla frequenza

$$(44) \quad \nu_{(001)(100)} = c/(1,06 \times 10^{-3})$$

$$(45) \quad \alpha_0 (\text{cm}^{-1}) = \frac{6,61 \times 10^2}{T_G} \frac{\psi_c (r-s)^2 (1-r)(1-s^2)(1-s)^2}{0,695 \psi_{\text{He}} + 0,755 \psi_{\text{N}^+} + \psi_c}$$

La densità di energia immagazzinata e potenzialmente estraibile dal laser è data da

$$(46) \quad \epsilon = \frac{N_c(0;0;1) - N_c(1;0;0)}{2} h \nu_{(001)(100)}$$

Tenendo presenti le equazioni (44) e (5), la (46) si trasforma come segue

$$(47) \quad \varepsilon \text{ (J/litro)} = 6,88 \cdot 10^4 \psi_c (r-s^2)(1-r)(1-s^2)(1-s)^2 P / KT_G$$

6. - COMPLESSO DI EQUAZIONI RISOLTE DA LAS-4-PARAMETRI FISICI NECESSARI PER IL CALCOLO. -

Las-4, partendo dalle condizioni iniziali r_0, s_0, b_0, T_{GO} ,

$$r_0 = \exp(-h\omega_{\nu_3}/KT_{GO}), \quad b_0 = \exp(-h\omega_{\nu_N}/KT_{GO}), \quad s_0 = \exp(-h\omega_{\nu_2}/KT_{GO})$$

risolve il sistema di equazioni differenziali (20), (24), (29), (32) utilizzando per $\tau_{VV}, \tau_{d1}, \tau_{d2}$ ed α_0 le espressioni (12), (15), (30) e (45).

Trovato r, s, b, T_G in funzione del tempo, il guadagno α_0 e la energia immagazzinata dal laser istante per istante sono date dalle espressioni (45) e (47).

Le grandezze da introdurre nel codice necessarie per l'esecuzione del calcolo sono:

- T_{GO} = temperatura iniziale del gas;
- P_0 = pressione del gas alla temperatura di 300°K;
- K_1, K_2, K_3, K_N = costanti di attivazione dei livelli da parte degli elettroni;
- $\psi_{He}, \psi_N, \psi_c$ = frazioni molari dei gas nella miscela.

Per quanto riguarda la funzione $N_e(t)$ esprime la densità degli elettroni secondari, nel codice si può fare una scelta: inserire in una "subroutine" del codice la funzione che si desidera, oppure LAS-4 calcola $N_e(t)$ per il caso particolare che l'impulso degli elettroni primari sia un impulso quadrato di durata t_{eb} . In questo caso è necessario fornire al codice oltre al valore di t_{eb} anche il valore di S (produzione di elettroni secondari per unità di volume e di tempo), il valore di η (coefficiente di ricombinazione ionica), e β (coefficiente di attaccamento per gli elettroni).

Per quanto riguarda la funzione $\phi(t)$ esprime il numero di fotoni per unità di superficie e per unità di tempo, nel codice sono possibili le seguenti possibilità:

- a) $\phi = 0$ il calcolo sarà eseguito con $\phi = 0$
- b) $\phi = \phi_0$ (positivo) in questo caso è necessario fornire al codice T_{in} (istante di applicazione dell'impulso quadrato di luce di ampiezza ϕ_0) e T_{if} (istante nel quale finisce l'impulso di luce)
- c) $\phi < 0$ in questo caso la funzione $\phi(t)$ deve essere inserita nel codice.

TABELLA I

He/N ₂ /CO ₂ rapporti molari	Esperimento-vedi bibl. (4) e (14)	Guadagno sperimentale (%) cm ⁻¹	Guadagno calcolato dal codice LAS-4	Tempo al quale corrisponde il max guadagno	
				sperimentale μ sec	calcolato μ sec
3/1/1	29	3.8	3.61	9	9.5
	30	4.1	4.25	8.5	9.5
	32	4.2	4.73	8	9.5
	779	3.5	2.81	7	7.5
	783	4.0	4.89	9	12
3/1/4/1	59	3.4	3.43	8.5	8.5
	60	3.7	3.62	8.5	9
	61	4.0	3.91	8	8.5
	62	4.0	4.19	8	8.5
	65	3.8	3.92	8.5	9

7. - CALCOLI NUMERICI E CONFRONTI SPERIMENTALI. -

Allo scopo di provare la bontà del metodo di calcolo si sono utilizzati i dati sperimentali reperibili in letteratura^(4,14) e si sono eseguiti seguiti i calcoli relativi a parte degli esperimenti.

Per i coefficienti k_1, k_2, k_3 e k_N , funzioni della miscela gassosa e del rapporto E/N (ove E è il campo elettrico al quale sono assoggettati gli elettroni secondari ed N è la densità di popolazione del gas), ci si è valse delle tabelle riportate dal Mills⁽⁴⁾.

Nella Tabella I vengono confrontati i dati calcolati con quelli sperimentali.

BIBLIOGRAFIA. -

- (1) - F. Gordietz, N.N. Sobolev, V.V. Sokovikov and L.A. Scheliepin, *Phys. Letters* 25A, 173 (1967); *Sov. Phys.-JETP* 26, 1039 (1968).
- (2) - Avco Everett Res. Lab., Quarterly Tech. Status Rept. on High Energy Pulsed Electric Laser, AERL 70-1393 (September 1970); AERL 71-307 (December 1970); AERL 71-1712 (October 1971).
- (3) - C.A. Fenstermacher, M.J. Nutter, W.T. Leland and K. Boyer, *Appl. Phys. Letters* 20, 56 (1972).
- (4) - C.B. Mills, CO₂ Gas Laser Studies, LASL Rept. LA-5151-MS (1973).
- (5) - R.J. Jarrach and T.H. Einwohreer, Four temperature kinetic model for a CO₂ Laser amplifier, VCRL-51339 (1973).
- (6) - Laser Fusion Program Semianual Report, July-December 1971, VCRL 50021-71 (Revision 1).
- (7) - C.K. Rhodes, M.J. Welley and A. Javon, *J. Chem. Phys.* 48, 5730 (1968); T.A. Detemple, D.R. Suhre and P.D. Cohemann, *Appl. Phys. Letters* 22, 349 (1973); K. Bulthuis and G.J. Ponsen, *Chem. Phys. Letters* 14, 613 (1972).
- (8) - W.A. Roser, Jr, A.D. Wood and E.T. Gerry, *J. Chem. Phys.* 50, 4996 (1969).
- (9) - R.L. Taylor and S. Bittermann, *Rev. Mod. Phys.* 41, 26 (1969).
- (10) - C.B. Moore, R.E. Wood, Bei-Lah-hu and J.T. Yardley, *J. Chem. Phys.* 46, 4222 (1967); W.A. Rosser, Jr. and E.T. Gerry, *J. Chem. Phys.* 51, 2286 (1969).
- (11) - J.D. Anderson, Jr., NOLTR 69-200 (1969); N.T. Madden, J.D. Anderson, Jr. and C.H. Piper, NOLTR 70-103 (1970); J.D. Anderson Jr, NOLTR-198 (1970); J.D. Anderson, Jr. M.T. Madden and C.N. Piper, NOLTR 70-214 (1970).
- (12) - A. Einstein, *Phys. Zeit.* 18, 121 (1917).

18.

- (13) - A. A. Offenberger and D. J. Rose, J. Appl. Phys. 41, 3908 (1970).
- (14) - C. B. Mills, CO₂ Laser Studies, LASL Rept. 5151-MS, Suppl. 1 and Suppl. 2; C. B. Mills, CO₂ Gas Laser Excitation and Gain, J. Appl. Phys. 45 March (1974).