

COMITATO NAZIONALE PER L'ENERGIA NUCLEARE  
Laboratori Nazionali di Frascati

LNF-75/10(R)

Marzo 1975

Tranquilli A. : REALIZZAZIONE DI UN FASCIO GAMMA MONO-  
CROMATICO E POLARIZZATO MEDIANTE EFFETTO COMPTON  
DI LUCE LASER SUGLI ELETTRONI RELATIVISTICI CIRCOLAN-  
TI IN ADONE (Tesi di laurea).

Università degli Studi di Roma  
Facoltà di Sc. Nat., Mat., Fis.  
Corso di Laurea in Fisica

REALIZZAZIONE DI UN FASCIO GAMMA MONOCROMATICO  
E POLARIZZATO MEDIANTE EFFETTO COMPTON DI LUCE  
LASER SUGLI ELETTRONI RELATIVISTICI CIRCOLANTI  
IN ADONE.

Tesi di Laurea di:  
Tranquilli Angelo

Relatore:  
Prof. Carlo Schaerf

## INDICE

### Capitolo I

Introduzione	pag.	1
--------------	------	---

### Capitolo II

#### Risonatori ottici

II.1.) Modi di oscillazione e perdite per diffrazione	pag.	4
II.2.) Studio nell'approssimazione dell'ottica geometrica	pag.	11
II.3.) Propagazione di fasci gaussiani	pag.	18
II.4.) Risonatori equivalenti	pag.	21
II.5.) Analisi dei risonatori con all'interno una lente	pag.	30

### Capitolo III

#### Caratteristiche del fascio

III.1.) Scattering Compton su elettroni in moto	pag.	48
III.2.) Polarizzazione dei fotoni	pag.	55
III.3.) Intensità del fascio gamma prodotto	pag.	56
III.4.) Dimensionamento ed ottimizzazione della cavità	pag.	61

III.5.) Ulteriori caratteristiche del fascio	pag.	64
---	------	----

#### Capitolo IV

##### Realizzazione della cavità laser

IV.1.) Introduzione	pag.	68
IV.2.) Allineamento in laboratorio	pag.	73
IV.3.) Prime misure sulla cavità senza lente	pag.	75
IV.4.) Introduzione della lente e sti- ma delle perdite per riflessio- ne	pag.	77
IV.5.) Realizzazione di alcune cavità con la lente	pag.	79
IV.6.) Valutazione del danneggiamento dei componenti ottici da parte della radiazione di Sincrotrone	pag.	83
IV.7.) Struttura ruotante per la pro- tezione delle parti ottiche dal- la radiazione di Sincrotrone	pag.	90

#### Capitolo V

##### Alcune esperienze realizzabili con un fascio gamma polarizzato e quasi monocromatico

V.1.) Introduzione	pag.	92
--------------------	------	----

V.2.) Studio della regione di risonanza gigante di dipolo (GDR) e quadrupolo elettrico	pag.	95
V.3.) Diffusione Delbruck	pag.	106
Appendice A	pag.	109
Appendice B	pag.	112
Appendice C	pag.	114
Appendice D	pag.	116
Bibliografia	pag.	127

## CAPITOLO I

### INTRODUZIONE

In questo lavoro discuteremo la realizzazione di un fascio gamma quasi monocromatico e polarizzato, ottenuto mediante diffusione Compton di luce laser sugli elettroni relativistici circolanti in Adone. ( Ved. Fig. 1 )

Onde ottenere un fascio gamma di intensità sufficiente per esperienze di fisica nucleare (  $I_\gamma$  uguale o maggiore di  $10^5$   $\gamma$ /sec ), è necessario avere a disposizione una sorgente di luce laser di elevata intensità, con una potenza di almeno 50 W.

Un fascio gamma di tali caratteristiche non può essere ottenuto utilizzando i laser commercialmente reperibili i quali hanno potenze di uscita di gran lunga inferiori, in ogni caso mai superiori ai 5 W circa.

Per superare tale difficoltà è sembrato opportuno realizzare una cavità laser che permetta la utilizzazione del fascio interno.

La cavità laser dovrà quindi contenere nel suo interno la zona di interazione fotone-elettrone che, nel caso in esame, è la sezione dritta di Adone.

Nell'interno di tale sezione dovrà, necessariamente, essere fatto il vuoto; per ottenere ciò è

stato necessario introdurre una lente la quale svolge il duplice compito di tenere il vuoto, e di focalizzare il fascio in un opportuno punto della zona di interazione. All'altro estremo è lo specchio  $R_2$  a tenere il vuoto.

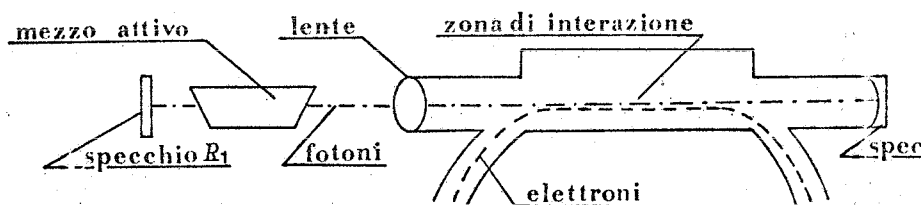


FIG. 1

La fattibilità teorica di una cavità laser così concepita, la sua stabilità e le sue perdite per diffrazione verranno discusse nel capitolo II.

Nel capitolo III esamineremo le principali caratteristiche del nostro fascio gamma, ovvero la intensità, la monocromaticità e la polarizzazione.

Inoltre, in tale capitolo, prenderemo in esame anche l'ottimizzazione della cavità in dipendenza dei valori dei parametri del fascio di elettroni di Adone.

Nel capitolo IV verranno riportati i risultati

delle prove da noi effettuate in laboratorio per controllare la potenza di varie cavità da noi progettate e realizzate.

Infine, nel capitolo V discuteremo brevemente alcune esperienze realizzabili con il fascio gamma.



## CAPITOLO II

### RISONATORI OTTICI

#### II.1.) Modi di oscillazione e perdite per diffrazione.

S'intende per risonatore ottico o cavità risonante, un sistema costituito da due superfici riflettenti nel cui interno può trovare posto un mezzo ottico isotropo e passivo.

Si definisce modo di un risonatore, una configurazione stazionaria di campo elettromagnetico che soddisfi le equazioni di Maxwell e le condizioni al contorno imposte dal risonatore.

Nel caso di risonatori laser, l'assenza delle superfici laterali, introduce delle perdite per diffrazione inevitabili. Queste perdite fanno sì che non esistano dei veri e propri modi, ovvero delle configurazioni stazionarie di campo.

Poichè è però possibile rendere tali perdite molto piccole, possiamo assimilare questa definizione a quella ideale.

Il più semplice risonatore laser è quello costituito da due specchi di raggi di curvatura  $R_1$  ed  $R_2$  posti a distanza  $d$ .

Qualora si verifichi che  $R_1 = R_2 = d$ , otteniamo un risonatore detto confocale.

Consideriamo il risonatore confocale mostrato in fig. 1.

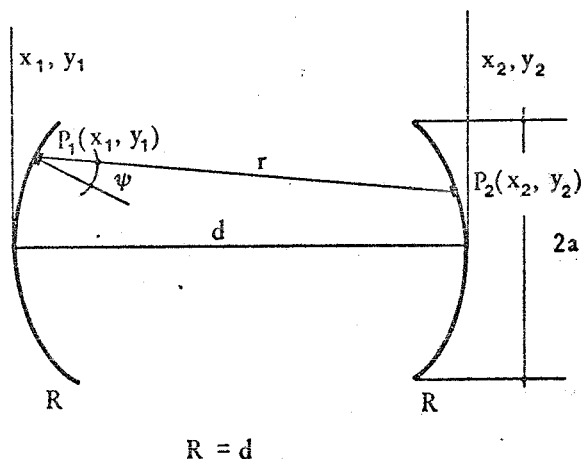


FIG.1

Facciamo nostra l'ipotesi di Fox e Li di ammettere un campo elettromagnetico polarizzato linearmente e con distribuzione trasversa.

Il campo è quindi descrivibile da un parametro scalare  $K$ , per esempio il modulo del campo elettrico.

Una distribuzione di campo sullo specchio 2 prodotta da una particolare distribuzione sullo specchio 1, sarà definita dalla relazione (applicando l'equazione di diffrazione di Kirchoff)<sup>1,2</sup>:

$$1) \quad K_2(P_2) = -\frac{i}{2\lambda} \int_{S_1} \frac{K_1(P_1) \exp(ikr)(1 + \cos\psi)}{r} dS_1$$

(i<sup>2</sup> = -1)

dove:

$P_1$  e  $P_2$  sono due punti sugli specchi 1 e 2,  $\psi$  è l'angolo che la retta  $P_1 P_2$  forma con la normale alla superficie emittente,  $dS_1$  l'elemento di superficie centrato in  $P_1$ ,  $r$  la distanza  $P_1 - P_2$ ,  $S_1$  superficie dello specchio 1,  $\lambda$  lunghezza d'onda della radiazione in esame,  $k = 2\pi/\lambda$  costante di propagazione nel mezzo contenuto tra gli specchi.

Se consideriamo una distribuzione di campo stazionaria  $K_1$ , avremo che quella rispettiva sulla superficie 2 sarà uguale a meno di una costante moltiplicativa:

$$2) \quad \alpha K(P_2) = -\frac{i}{2\lambda} \int_{S_1} \frac{K(P_1) \exp(ikr)(1 + \cos\psi)}{r} dS_1$$

Dove  $\alpha$  sarà generalmente complesso, ovvero:

$$\alpha = |\alpha| \exp(i\varphi).$$

La quantità  $\gamma = 1 - |\alpha|^2$  rappresenta le perdite per diffrazione ad ogni passaggio sugli specchi, mentre  $\varphi$  lo sfasamento che l'onda subisce nel passare da uno specchio all'altro.

Le distribuzioni di campo sugli specchi relative ai modi del risonatore, saranno le autosoluzioni dell'equazione integrale agli autovalori.(2)

Se si verifica che  $d \gg a$  possiamo porre  $\cos \psi = 1$ .

Introducendo il parametro  $N = a^2 / \lambda d$  detto "Numero di Fresnel", si può dimostrare<sup>3</sup> che, sotto l'ipotesi  $N \ll d^2 / a^2$  ovvero  $a^4 \ll d^3 \lambda$  si può scrivere:

$$r \approx d - \frac{1}{d} (x_1 x_2 - y_1 y_2)$$

Possiamo, quindi, sviluppare il fattore di fase come:

$$\exp(ikr) = \exp \left[ ikd - \frac{2\pi}{\lambda d} (x_1 x_2 - y_1 y_2) \right]$$

Introducendo, inoltre, delle variabili adimensionali:

$$\mu = \frac{\sqrt{N}}{a} x = \frac{x}{\sqrt{\lambda d}} \qquad \zeta = \frac{\sqrt{N}}{a} y = \frac{y}{\sqrt{\lambda d}}$$

l'equazione (2) diventa:

$$a' K(\mu_2, \zeta_2) = -i \int_{S_1} K(\mu_1, \zeta_1) \exp[-i 2\pi(\mu_1 \mu_2 + \zeta_1 \zeta_2)] d\mu_1 d\zeta_1$$

$$a' = a \exp(-ikd)$$

Per particolari geometrie degli specchi è possibile separare le variabili:

$$K(\mu, \zeta) = K_\mu(\mu) \cdot K_\zeta(\zeta)$$

3)

$$a' = a'_\mu \cdot a'_\zeta$$

Si può vedere che  $K_\mu(\mu)$  soddisfa l'equazione:

$$4) \quad a_\mu K_\mu(\mu_2) = \exp[-i(\pi/4)] \cdot \int_{-\sqrt{N}}^{+\sqrt{N}} K_\mu(\mu_1) \exp(-i 2\pi \mu_1 \mu_2) d\mu_1$$

mentre  $K_{\zeta}(\zeta)$  :

$$5) \quad a'_{\zeta} K_{\zeta}(\zeta_2) = \exp[-i(\pi/4)] \int_{-\sqrt{N}}^{+\sqrt{N}} K_{\zeta}(\zeta_1) \exp(-i2\pi\zeta_1\zeta_2) d\zeta_1$$

La  $K_{\mu}(\mu)$  rappresenta la soluzione per un risonatore costituito da due specchi sferici di d dimensioni 2a lungo l'asse x ed infinitamente lunghi nel verso dell'asse y.

Viceversa per  $K_{\zeta}(\zeta)$  . Indichiamo con l'indice "m" le autofunzioni e gli autovalori dell'equazione (4), e con "l" quelle della (5).

Come conseguenza avremo che le autofunzioni ed autovalori dell'equazione (3) saranno:

$$K_{m,l}(\mu, \zeta) = K_{\mu,m}(\mu) \cdot K_{\zeta,l}(\zeta)$$

$$a'_{m,l} = a'_{\mu,m} \cdot a'_{\zeta,l}$$

Si chiama  $TEM_{m,l}$  (transverse electric and magnetic) la configurazione stazionaria di campo elettromagnetico in cui  $K(\mu)$  sia dato nel modo "m" e  $K(\zeta)$

in quello "1".

Le equazioni (4) e (5), possono essere risolte con il calcolatore tramite un metodo iterativo.

Boyd e Gordon stimarono le perdite per diffrazione (ovvero  $\gamma = 1 - |a|^2$ ), in funzione del parametro N per il risonatore confocale, ottenendo le curve riportate nella fig. 2.

Com'è facilmente visibile, le perdite per diffrazione sono minime per il TEM<sub>00</sub> e quindi noi utilizzeremo sempre questa configurazione di campo.

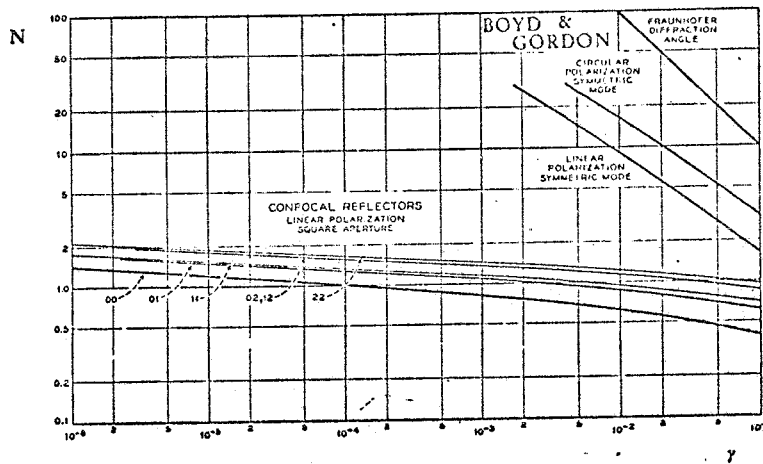


FIG. 2

II.2) Studio nell'approssimazione dell'ottica geometrica

Le proprietà geometriche di una cavità e la loro influenza sulle dimensioni del fascio laser, possono essere rivelate tramite lo studio della propagazione di raggi parassiali attraverso varie strutture ottiche.

Per raggio parassiale noi intendiamo un raggio la cui deviazione angolare dall'asse di propagazione è piccola in modo tale che la tangente od il seno dell'angolo possono essere confusi con l'angolo stesso.

Se conveniamo di rappresentare il generico raggio parassiale con un vettore a due componenti di cui la prima rappresenta la distanza dall'asse e la seconda la deviazione angolare da questo, si può far vedere che, nell'approssimazione dell'ottica geometrica, il raggio all'uscita di un sistema ottico, caratterizzato da  $x_2$  e  $x_2'$ , sarà legato a quello d'ingresso, caratterizzato da  $x_1$  e  $x_1'$ , da una trasformazione lineare, avremo pertanto:

$$\begin{vmatrix} x_2 \\ x_2' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x_1 \\ x_1' \end{vmatrix}$$



La matrice ABCD, chiamata matrice di trasferimento, dipende soltanto dalle caratteristiche del mezzo ottico. Le principali matrici di trasferimento, sono riportate nella tabella I.

Note che siano le matrici di trasferimento di ogni singolo componente di un sistema ottico, poste nella sequenza:

$$\begin{vmatrix} A_0 & B_0 \\ C_0 & D_0 \end{vmatrix} ; \begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{vmatrix} ; \dots ; \begin{vmatrix} A_n & B_n \\ C_n & D_n \end{vmatrix}$$

La matrice di trasferimento dell'intero blocco, si calcola tramite il prodotto righe x colonne delle matrici elementari, poste nella sequenza:

$$\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A_n & B_n \\ C_n & D_n \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} A_{n-1} & B_{n-1} \\ C_{n-1} & D_{n-1} \end{vmatrix} \times \dots \times \begin{vmatrix} A_0 & B_0 \\ C_0 & D_0 \end{vmatrix}$$

I raggi che si propagano da uno specchio all'altro di una cavità, non sono soggetti altro che ad una periodica azione focalizzante; quindi gli effetti

ti su questi sono gli stessi di quelli prodotti da una periodica sequenza di lenti.

E' possibile dimostrare<sup>4</sup> che si può assimilare un risonatore di distanza "d" e di raggi di curvatura degli specchi  $R_1$  ed  $R_2$  ad una sequenza di lenti poste sempre a distanza "d" ma di lunghezza focale alternativamente,  $f_1 = R_1/2$  e  $f_2 = R_2/2$  come mostra la fig. 3.

Un risonatore è detto stabile quando il generico raggio parassiale, riflettendosi successivamente sugli specchi della cavità, non si allontani definitivamente dall'asse ottico della cavità stessa.

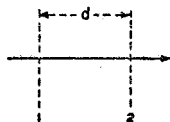
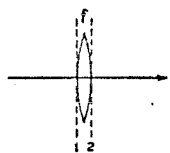
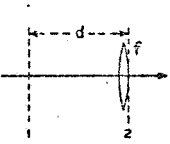
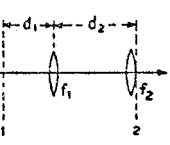
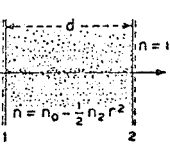
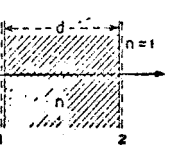
Consideriamo un generico raggio in una data sezione  $\alpha$  del risonatore. Esso sarà caratterizzato, come abbiamo visto, dai parametri  $x_1$ ,  $x_1'$ .

Dopo essere stato riflesso tra i due specchi, riattraverserà il piano  $\alpha$  con parametri  $x_2$ ,  $x_2'$  che -com'è noto- saranno legati ai precedenti da una trasformazione lineare:

$$\begin{vmatrix} x_2 \\ x_2' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x_1 \\ x_1' \end{vmatrix}$$

dove ABCD è la matrice di trasferimento del risonatore.

TAB. I

NO	OPTICAL SYSTEM	RAY TRANSFER MATRIX
1		$\begin{vmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$
2		$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{vmatrix}$
3		$\begin{vmatrix} 1 & d \\ -\frac{1}{f} & 1 - \frac{d}{f} \end{vmatrix}$
4		$\begin{vmatrix} 1 - \frac{d_2}{f_1} & d_1 + d_2 - \frac{d_1 d_2}{f_1} \\ \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \frac{d_2}{f_1 f_2} & 1 - \frac{d_1 d_2}{f_1 f_2} - \frac{d_1}{f_2} + \frac{d_2 d_1}{f_1 f_2} \end{vmatrix}$
5		$\begin{vmatrix} \cos d \sqrt{\frac{n^2}{n_0^2}} & \frac{1}{\sqrt{n_0 n_2}} \sin d \sqrt{\frac{n^2}{n_0^2}} \\ -\sqrt{n_0 n_2} \sin d \sqrt{\frac{n^2}{n_0^2}} & \cos d \sqrt{\frac{n^2}{n_0^2}} \end{vmatrix}$
6		$\begin{vmatrix} 1 & d/n \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$

Dopo un numero "n" di passaggi, il raggio avrà come parametri  $x_{n+1}$ ,  $x'_{n+1}$  definiti da:

$$\begin{vmatrix} x_{n+1} \\ x'_{n+1} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix}^n \begin{vmatrix} x_1 \\ x'_1 \end{vmatrix}$$

Affinchè un risonatore sia stabile, deve avvenire che i parametri  $x_{n+1}$ ,  $x'_{n+1}$  non divergano. Questa condizione, impone alla matrice

$$\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix}^n$$

di non divergere al crescere di "n".

Se:

$$-1 < \frac{A+D}{2} < +1$$

e si ha:

$$\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix}^n = \frac{1}{\operatorname{sen} \theta} \begin{vmatrix} A \operatorname{sen} n\theta - \operatorname{sen} (n-1)\theta & B \operatorname{sen} \theta \\ C \operatorname{sen} n\theta & D \operatorname{sen} n\theta - \operatorname{sen} (n-1)\theta \end{vmatrix}$$

Allora si può porre:

$$\cos \theta = \frac{A+D}{2}$$

In questo caso, al crescere di "n", gli elementi della matrice rimangono chiaramente limitati.

Calcolando per il risonatore di fig. 3 ai valori dei parametri A e D, ricaviamo:

$$1) \quad 0 < \left(1 - \frac{d}{R_1}\right) \left(1 - \frac{d}{R_2}\right) < 1$$

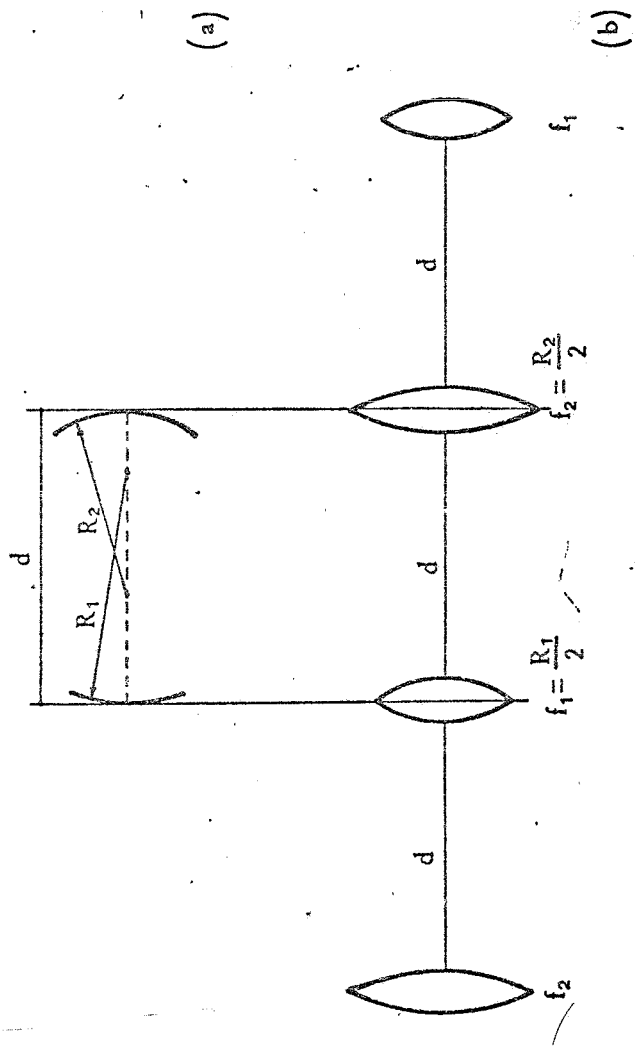


FIG. 3

Questa doppia disuguaglianza è la relazione fondamentale che stabilisce la stabilità di un risonatore con due specchi di raggi di curvatura  $R_1$  ed  $R_2$  posti a distanza "d".

Occorre precisare che, qualora si presenti la necessità di utilizzare degli specchi convessi, ciò comporta una modifica nel segno del raggio di curvatura.

Con riferimento alla fig. 4

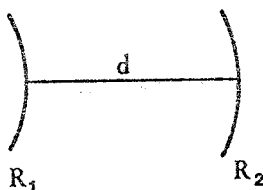


FIG.4

avremo che il segno del raggio  $R_1$  va preso positivo e quindi la condizione di stabilità diventa:

$$0 < \left(1 + \frac{d}{R_1}\right) \left(1 - \frac{d}{R_2}\right) < 1$$

E' facile vedere che una cavità con due specchi convessi, è sempre instabile (in quanto il prodotto dei due termini è sempre maggiore di uno).



### II.3.) Propagazione di fasci gaussiani

Facendo l'ipotesi che la distribuzione radiale del fascio laser è una distribuzione di tipo gaussiano, definiamo "beam radius" il valore del raggio del fascio per il quale l'intensità del campo elettrico si è ridotta di un fattore  $1/e$ .

In una qualsiasi struttura dove il fascio è vincolato a muoversi, esso avrà un punto in cui le dimensioni del fascio saranno minime.

Tale minimo  $w_0$ , detto "waist" si ha dove il fronte d'onda è piano. Qualora accada che uno dei due specchi sia uno specchio piano, si può far vedere che il minimo cade proprio sullo specchio piano, come mostra la fig. 5b (v. appendice B).

Si può dimostrare che la legge di variazione del raggio "w" del fascio e del raggio di curvatura R del fronte d'onda in funzione della progressiva distanza "z" da  $w_0$  assumono la forma:<sup>5</sup>

$$1) \quad w^2 = w_0^2 \left[ 1 + \left( \frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right)^2 \right] \quad R(z) = z \left[ 1 + \left( \frac{\pi w_0^2}{\lambda z} \right)^2 \right] \quad (2)$$

La legge di propagazione di "w", che rappresenta il contorno del fascio, mostra degli asintoti

inclinati rispetto all'asse di propagazione di un angolo:

$$\theta = \lambda / \pi w_0$$

Questo è l'angolo di diffrazione del campo all'infinito di un modo fondamentale.

Le leggi di propagazione del fascio possono essere espresse molto facilmente introducendo il parametro complesso "q" definito da:

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{R} - i \frac{\lambda}{\pi w^2} \quad (i^2 = -1)$$

Tale parametro "q" caratterizza completamente il fascio, dando informazione sia sulla dimensione che sul raggio del fronte d'onda.

Nota la matrice di trasferimento di un sistema ottico, comunque complesso, il parametro "q" di uscita del fascio può essere calcolato dalla relazione:

$$q_2 = \frac{Aq_1 + B}{Cq_1 + D}$$

dove  $q_1$  ,  $q_2$  sono i parametri all'ingresso ed all'uscita del sistema ottico.

Tale relazione è nota come la legge ABCD.<sup>6,7</sup>

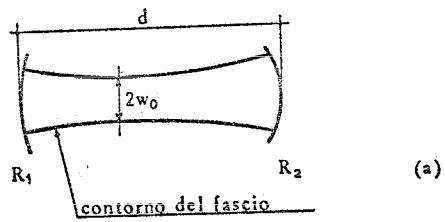
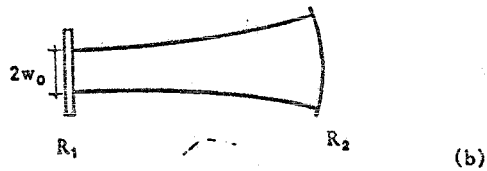


FIG.5



#### II.4.) Risonatori equivalenti

E' possibile dimostrare<sup>8</sup> che, dato il risonatore di figura 7a esso può essere caratterizzato da tre parametri indipendenti i quali descrivono completamente i modi e le perdite per diffrazione.

Questi tre parametri sono:

$$N = a_1 a_2 / \lambda d \quad G_1 = g_1 \left( \frac{a_1}{a_2} \right) \quad G_2 = g_2 \left( \frac{a_2}{a_1} \right)$$

dove

$$g_1 = \left( 1 - \frac{d}{R_1} \right) \quad \text{e} \quad g_2 = \left( 1 - \frac{d}{R_2} \right)$$

E' chiaro che due risonatori hanno le stesse perdite per diffrazione e modi di oscillazione tra loro equivalenti ogni qualvolta vengono descritti dagli stessi parametri caratteristici  $N, G_1, G_2$

Diremo, quindi, che due risonatori sono "equivalenti" quando:

$$N = N' \quad G_1 = G_1' \quad G_2 = G_2'$$

Se eseguiamo il prodotto  $G_1 \cdot G_2$  vediamo che:

$$G_1 \cdot G_2 = g_1 \cdot g_2 = \left(1 - \frac{d}{R_1}\right) \left(1 - \frac{d}{R_2}\right)$$

Quindi, affinché un risonatore rispetti la condizione di stabilità, deve essere:

$$0 < G_1 \cdot G_2 < 1$$

Generalmente la quantità  $G_1 \cdot G_2$  viene definita "Numero di Stabilità".

Si può, inoltre, dimostrare<sup>8</sup> che se  $g_1$  e  $g_2$  cambiano simultaneamente di segno, perdite per difrazione e modi di oscillazione, rimangono invarianti.

Vediamo come possiamo stimare le perdite per difrazione di un risonatore qualsiasi, una volta note quelle del suo equivalente confocale.

Sia dato il risonatore di fig. 7a (con  $R_1 < R_2$ ), esso sarà caratterizzato da una data distribuzione del fascio nel suo interno. Consideriamo il punto minimo del fascio.

Alla sua sinistra, con riferimento alla fig. 7b,

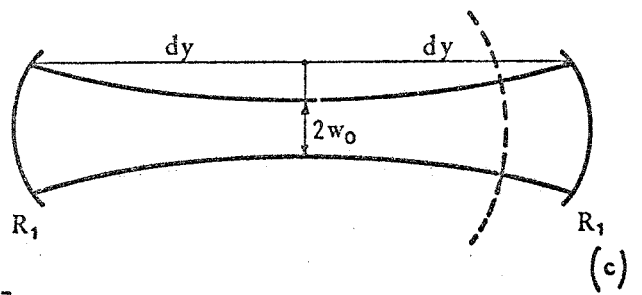
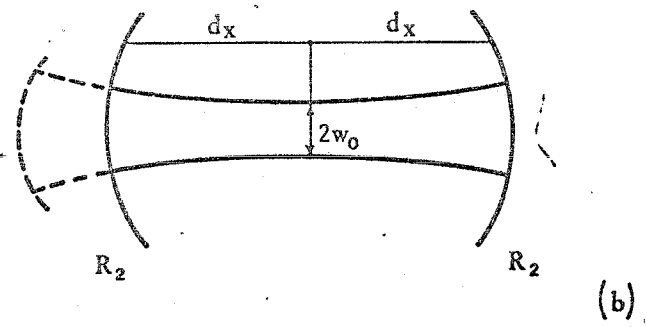
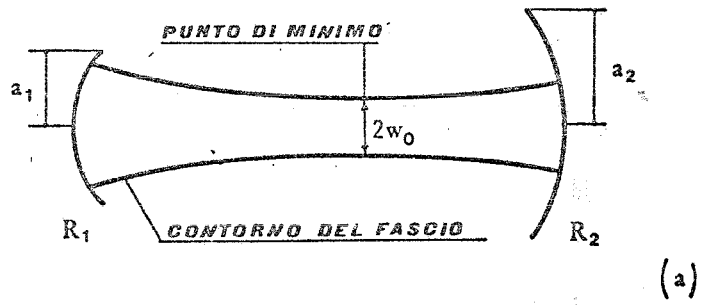


FIG. 7

il raggio di curvatura del fronte d'onda, man mano che ci allontaniamo dal minimo, varierà con legge nota.

Ad una data distanza  $dx$  dal minimo, esso raggiungerà il valore  $R_2$  ; per cui, se pensiamo di inserire in quel punto uno specchio di raggio di curvatura  $R_2$  , abbiamo costruito un risonatore con uguali raggi di curvatura dei due riflettori.

La distribuzione del campo elettromagnetico nel suo interno sarà, almeno in parte, la stessa di quello originale.

La distanza  $dx$  del punto di minimo da  $R_2$  è data da (App. B):

$$dx = \frac{d(R_1 - d)}{R_1 + R_2 - 2d}$$

dove "d" è la distanza totale del risonatore di fig. 7a.

La lunghezza di tale risonatore sarà quindi:

$$d_2 = 2dx = 2d \frac{R_1 - d}{R_1 + R_2 - 2d}$$

Analogamente operiamo per lo specchio  $R_1$  .

Consideriamo l'evoluzione del fascio alla destra del punto di minimo con riferimento alla figura 7c.

Ad una distanza "dy" (che in questo caso risulterà essere maggiore di "dx", atteso il fatto che  $R_2 > R_1$  ), esso avrà un raggio di curvatura pari a  $R_1$  .

Con lo stesso ragionamento del caso precedente, otteniamo un risonatore con uguale raggi di curvatura degli specchi. Sempre con riferimento all'Appendice B otteniamo:

$$dy = \frac{d(R_2 - d)}{R_1 + R_2 - 2d}$$

La lunghezza di tale risonatore risulterà essere:

$$d_1 = 2dy = 2d \frac{R_2 - d}{R_1 + R_2 - 2d}$$



Abbiamo così diviso il nostro risonatore di partenza in due risonatori con uguali raggi, uguali aperture, ma posti ad una distanza non confocale.

Boy e Gordon<sup>9</sup> hanno stimato le partite per diffrazione per un risonatore non confocale, aventi specchi di uguale apertura e raggi di curvatura.

Ciò è stato fatto nella ipotesi che tali perdite siano uguali a quelle di un risonatore confocale equivalente, i cui specchi abbiano aperture scalate rispetto a quelli del risonatore iniziale, nel rapporto delle dimensioni del fascio su di essi.

Infatti, consideriamo il risonatore non confocale di fig. 7b; il suo equivalente confocale sarà fatto (come si vede dalla fig. 7e), da quel risonatore che per un'opportuna distanza "t" e raggi di curvatura sempre uguali a "t", abbia la stessa configurazione di campo elettromagnetico.

Dalla relazione (3) dell'appendice B, otteniamo per  $R_1 = R_2$  con riferimento al risonatore 7b

$$w_0^2 = \frac{\lambda}{2\pi} \left[ 2R_2 d_2 - d_2^2 \right]^{1/2}$$

mentre per il suo equivalente confocale:

$$w_0^2 = \frac{\lambda}{2\pi} t$$

dovendo essere i due "waist"  $w_0$  uguali

$$t = \left[ 2R_2d_2 - d_2^2 \right]^{1/2}$$

Per ottenere il rapporto  $w_2'/w_2$  consideriamo la relazione (1) dell'App. B che per  $R_1 = R_2$  fornisce

$$w_2^4 = \frac{\lambda^2 R_2^2}{\pi^2} \left[ 2 \frac{R_2}{d_2} - 1 \right]^{-1/2}$$

Moltiplicando numeratore e denominatore per  $(d_2/R_2)^2$  e sviluppando, si ottiene:

$$w_2 = \left( \frac{\lambda d_2}{\pi} \right)^{1/2} \left[ 2 \frac{d_2}{R_2} - \left( \frac{d_2}{R_2} \right)^2 \right]^{-1/4}$$

mentre per  $w_2'$  essendo  $d_2 = R_2 = t$ , si ha:

$$w_2' = \left( \frac{\lambda t}{\pi} \right)^{1/2}$$

Da cui, ricordando che  $t = \left[ 2 R_2 d_2 - d_2^2 \right]^{1/2}$   
con facili passaggi si ottiene:

$$\frac{w_2'}{w_2} = \left( 2 - \frac{d_2}{R_2} \right)^{1/2}$$

Avremo, perciò, in conformità con l'ipotesi di  
Boy e Gordon:

$$a_2' = a_2 \frac{w_2'}{w_2} = a_2 \left( 2 - \frac{d_2}{R_2} \right)^{1/2}$$

Quindi, il numero di Fresnel dell'equivalente confocale sarà:

$$N_2 = \frac{a_2^2}{t \lambda} = \frac{a_2^2}{t \lambda} \left( 2 - \frac{d_2}{R_2} \right)$$

sostituendo il valore di "t" e sviluppando:

$$N_2 = \frac{a_2^2}{d_2 \lambda} \left[ 2 \frac{d_2}{R_2} - \left( \frac{d_2}{R_2} \right)^2 \right]^{1/2}$$

Con un ragionamento analogo, otteniamo per il risonatore di Fig. 7c:

$$N_1 = \frac{a_1^2}{d_1 \lambda} \left[ 2 \frac{d_1}{R_1} - \left( \frac{d_1}{R_1} \right)^2 \right]^{1/2}$$

Chiamate poi con  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$  le perdite per diffrazione dei due risonatori, stimate tramite le curve di fig. 2, avremo che le perdite per diffrazione del nostro risonatore, saranno:

$$\gamma_d = \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{2}$$

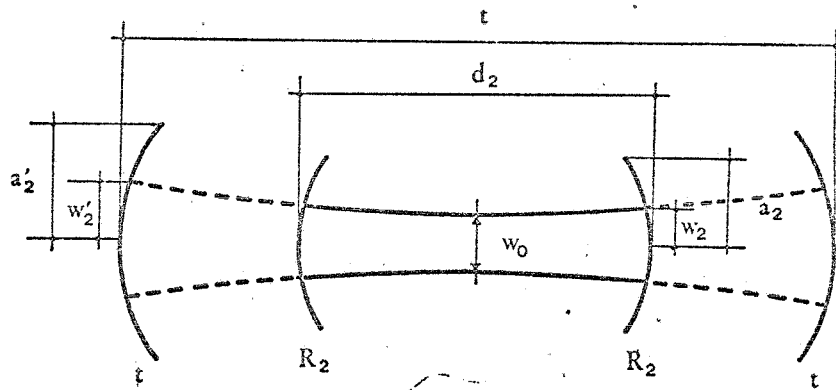


FIG.7e

II.5.) Analisi dei risonatori con all'interno una lente.

La nostra esperienza richiede la realizzazione di una cavità, come quella mostrata dalla fig. 8.

Di questa cavità sarà quindi necessario conoscere perdite per diffrazione, stabilità e le varie dimensioni del fascio nel suo interno.

Perdite per diffrazione e stabilità, ci proponiamo di studiarle tramite i parametri  $N$ ,  $G_1$ ,  $G_2$ .

Calcoleremo, inoltre, le varie dimensioni del fascio nel suo interno tramite un'apposita applicazione della legge ABCD e di formule da essa derivate.

Ovviamente l'introduzione della lente modificherà l'espressione delle grandezze  $N$ ,  $G_1$ ,  $G_2$ ; ci proponiamo, quindi, di ricavarci queste grandezze relative a questo particolare risonatore.

Postuliamo, inoltre, che la presenza della lente, attese le sue dimensioni molto più grandi di quelle del fascio, non introduca ulteriori perdite per diffrazione.

Un tipico risonatore con all'interno una lente è mostrato in fig. 9a.

La lente di lunghezza focale " $f$ " è posta a distanza  $d_1$  dallo specchio 1 e  $d_2$  dallo specchio 2.

$R_1$  ed  $R_2$  sono i raggi di curvatura dei due specchi, ed  $2a_1$  e  $2a_2$  le rispettive aperture.

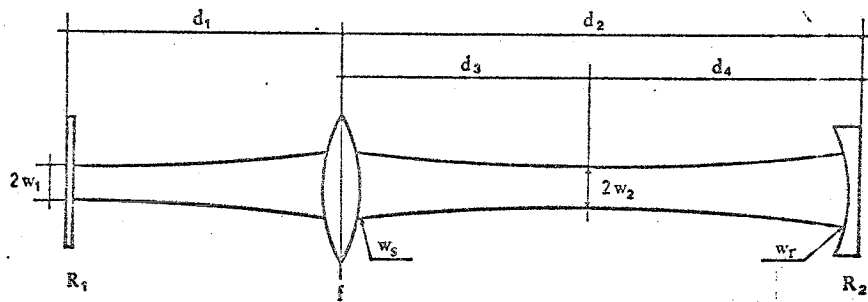


FIG. 8

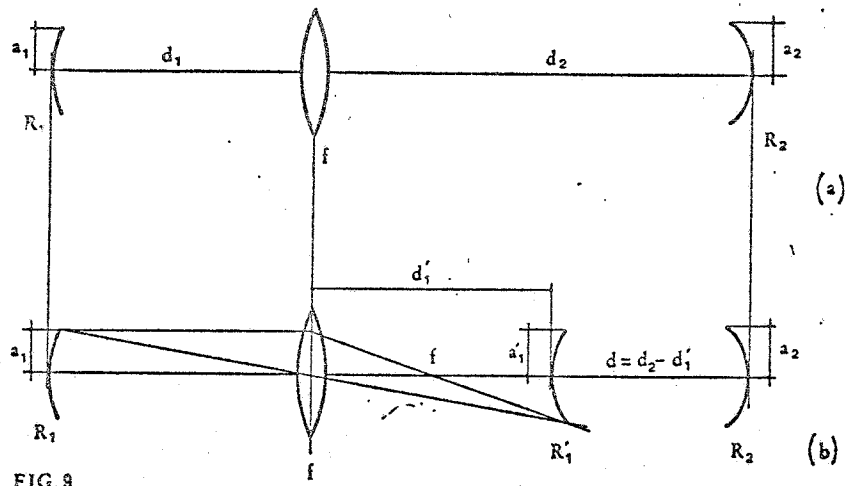


FIG. 9

Si può dimostrare che l'immagine di un fronte d'onda di raggio  $R_1$  posto a distanza  $d_1$  da una lente di lunghezza focale " $f$ ", ha valore  $R_1'$  posto a distanza  $d_1'$  da " $f$ ", secondo la relazione:<sup>10</sup>

$$\frac{1}{d_1 + R_1} + \frac{1}{d_1' - R_1'} = \frac{1}{f}$$

Ricordando che il raggio di curvatura va preso positivo quando esso volge alla luce la sua convessità.

Applichiamo tale relazione, prendendo come superficie di riferimento quella dello specchio 1.

L'immagine di un modo sullo specchio 1, apparirà a distanza  $d_1'$  dalla lente come mostrato dalla fig. 9b, dove:

$$d_1' = \frac{f d_1}{d_1 - f}$$



Poichè il campo elettromagnetico di un'onda ri flessa dallo specchio 1, è zero al di fuori della semiapertura  $a_1$ , così il campo della corrispondente immagine sarà zero al di fuori della semiapertura  $a_1'$  determinata dalla relazione:

$$\frac{a_1}{a_1'} = \frac{d_1}{d_1'} \quad \text{da cui} \quad a_1' = a_1 \frac{d_1'}{d_1}$$

Entrambe queste due relazioni, sono facilmente ricavabili da normali considerazioni di ottica geometrica.

L'immagine non è quindi altro che una riproduzione in scala di un modo dello specchio 1.

Consideriamo ora uno specchio di apertura  $a_1'$  e raggio di curvatura  $R_1'$  posto a distanza  $d_1'$  da  $f$  (fig. 9b).

Questo specchio può essere chiamato l'immagine dello specchio originale; infatti, esso riflette un'onda nella stessa maniera di quella dello specchio originale combinato con la lente.

L'onda incidente produce le stesse distribuzioni di campo sullo specchio immagine e su quello originale.

L'onda riflessa dallo specchio immagine ha una distribuzione di campo a  $d_1'$  che è identica alla distribuzione di campo a  $d_1'$  di un'onda riflessa dalla combinazione della lente con lo specchio originale.

Quindi le configurazioni di campo delle due onde riflesse, sono così identiche in ogni altra sezione del fascio, ed in particolare in prossimità dello specchio 2.

Avremo che i modi di un risonatore vuoto formato dall'immagine dello specchio 1 e dello specchio 2, sono equivalenti all'originale risonatore con all'interno una lente.

Analizziamo ora diversi casi che si possono verificare a seconda della distanza  $d_1$  (o  $d_2$ ) rispetto ad "f".

1) supponiamo che sia  $d_1 < f$ , avremo che lo specchio 1 è posto all'interno della distanza focale della lente. Per ricavarci l'immagine dello specchio 1, dovremo applicare la costruzione di fig. 10a.

In questo caso, dovremo analizzare il risonatore di raggi di curvatura  $R_2$  ed  $R_1'$  e semiaperture  $a_2$  e  $a_1'$  (con  $a_1' = a_1 d_1' / d_1$ ) di lunghezza  $d = d_2 + d_1'$  (con  $d_1' = d_1 f / (f - d_1)$ ) come mostrato dalla fig. 10b.

Dalla definizione di N ricaviamo

$$N = \frac{a_1 a_2}{\lambda d} = \frac{a_1' a_2}{\lambda (d_2 + d_1')}$$

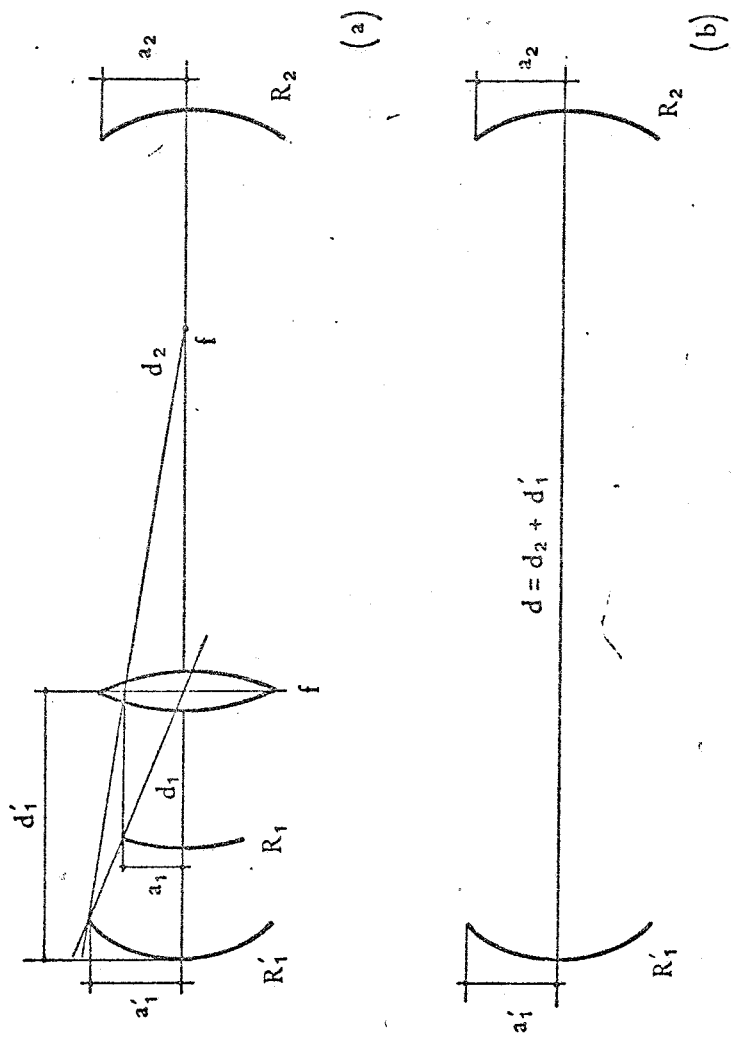


FIG.10

$$N = \frac{a_1 a_2}{\lambda} \cdot \frac{f}{f - d_1} \cdot \frac{1}{d_2 + \frac{d_1 f}{f - d_1}}$$

$$N = \frac{a_1 a_2}{\lambda} \cdot \frac{f}{f - d_1} \cdot \frac{f - d_1}{d_2 f - d_1 d_2 + d_1 f}$$

$$N = \frac{a_1 a_2}{\lambda \left( d_1 + d_2 - \frac{d_1 d_2}{f} \right)}$$

mentre per  $G_1$  e  $G_2$  otteniamo:

$$G_2 = \frac{a_2}{a_1} \left( 1 - \frac{d}{R_2} \right) = \frac{a_2}{a_1} \frac{d_1}{d_1'} \left( 1 - \frac{d_2 + d_1'}{R_2} \right)$$

$$G_2 = \frac{a_2}{a_1} \left\{ \frac{f - d_1}{f} \left[ 1 - \frac{1}{R_2} \left( \frac{d_1 f + d_2 f - d_1 d_2}{f - d_1} \right) \right] \right\}$$

$$G_2 = \frac{a_2}{a_1} \left[ 1 - \frac{d_1}{f} - \frac{1}{R_2} \left( d_1 + d_2 - \frac{d_1 d_2}{f} \right) \right]$$

$$G_1 = \frac{a_1'}{a_2} \left( 1 - \frac{d}{R_1'} \right) = \frac{a_1}{a_2} \frac{d_1'}{d_1} \left[ 1 - \frac{d_1' + d_2}{d_1' - \frac{f(d_1 + R_1)}{d_1 + R_1 - f}} \right]$$

$$G_1 = \frac{a_1}{a_2} \left[ 1 - \frac{d_2}{f} - \frac{1}{R_1} \left( d_1 + d_2 - \frac{d_1 d_2}{f} \right) \right]$$

2) nel caso che sia  $d_1 > f$ , possono presentarsi due ulteriori distinzioni:  
 2a) qualora si presenti  $d_1' < d_2$  cadiamo nel caso illustrato nella fig. 9b; per cui ci troviamo ad analizzare un risonatore del tipo mostrato dalla fig. 9b.

Otteniamo per i vari parametri:

$$N = \frac{a_1' a_2}{\lambda d} = \frac{a_1 a_2}{\lambda} \frac{f}{d_1 - f} \frac{1}{d_2 - d_1'} = \frac{a_1 a_2}{\lambda} \frac{f}{d_2(d_1 - f) - d_1 f}$$

$$N = \frac{a_1 a_2}{\lambda \left( \frac{d_1 d_2}{f} - d_1 - d_2 \right)}$$

$$G_2 = \frac{a_2}{a_1'} \left( 1 - \frac{d}{R_2} \right) = \frac{a_2}{a_1} \frac{d_1 - f}{f} \left[ 1 - \frac{1}{R_2} \left( d_2 - \frac{d_1 f}{d_1 - f} \right) \right]$$

$$G_2 = \frac{a_2}{a_1} \left[ -1 + \frac{d_1}{f} - \frac{1}{R_2} \left( \frac{d_1 d_2}{f} - d_1 - d_2 \right) \right]$$

$$G_1 = \frac{a_1'}{a_2} \left( 1 - \frac{d}{R_1'} \right) = \frac{a_1}{a_2} \frac{f}{d_1 - f} \left[ 1 - \frac{d}{\left( d_1' - \frac{f d_1 + f R_1}{d_1 - f + R_1} \right)} \right]$$

$$G_1 = \frac{a_1}{a_2} \left[ -1 + \frac{d_2}{f} - \frac{1}{R_1} \left( \frac{d_1 d_2}{f} - d_2 - d_1 \right) \right]$$

2b) Se si presenta invece  $d_1' > d_2$ , in questo caso l'immagine dello specchio 1 si trova al di là dello specchio 2 (fig. 11a), dove  $d''$  è definito da:

$$d'' = \frac{d' f_2}{d' - f_2}$$

Quindi tale immagine subirà anche l'influenza dello specchio 2.

Per ottenere l'immagine finale, consideriamo la prima immagine come oggetto. Essa verrà trasformata dalla presenza della lente  $f_2$  ( $= R_2/2$ ).

Anche ora avremo una trasformazione differente

a seconda che l'immagine  $R_1'$  si trovi o meno all'interno del fuoco di  $f_2$ , ovvero a seconda che sia  $d'$  minore o maggiore di  $f_2$ .

2b')  $d' > f_2$ . Vale la costruzione mostrata il fig. 11b; dovremo, quindi, studiare il risonatore di figura 11c.

Per  $N$  otteniamo:

$$N = \frac{a_1'' a_2}{\lambda d''} = \frac{a_1' a_2}{\lambda d'} = \frac{a_1 a_2}{\lambda} \frac{f}{d_1 - f} \frac{1}{\frac{d_1 f}{d_1 - f} - d_2}$$

$$N = \frac{a_1 a_2}{\lambda \left( d_2 + d_1 - \frac{d_1 d_2}{f} \right)}$$

Per  $G_2$  e  $G_1$  otteniamo:

$$G_2 = \frac{a_2}{a_1''} \left( 1 - \frac{d''}{R_2} \right) = \frac{a_2}{a_1'} \frac{d'}{d''} \left( 1 - \frac{d''}{R_2} \right) = \frac{a_2}{a_1'} \left( \frac{d'}{d''} - \frac{d'}{R_2} \right)$$

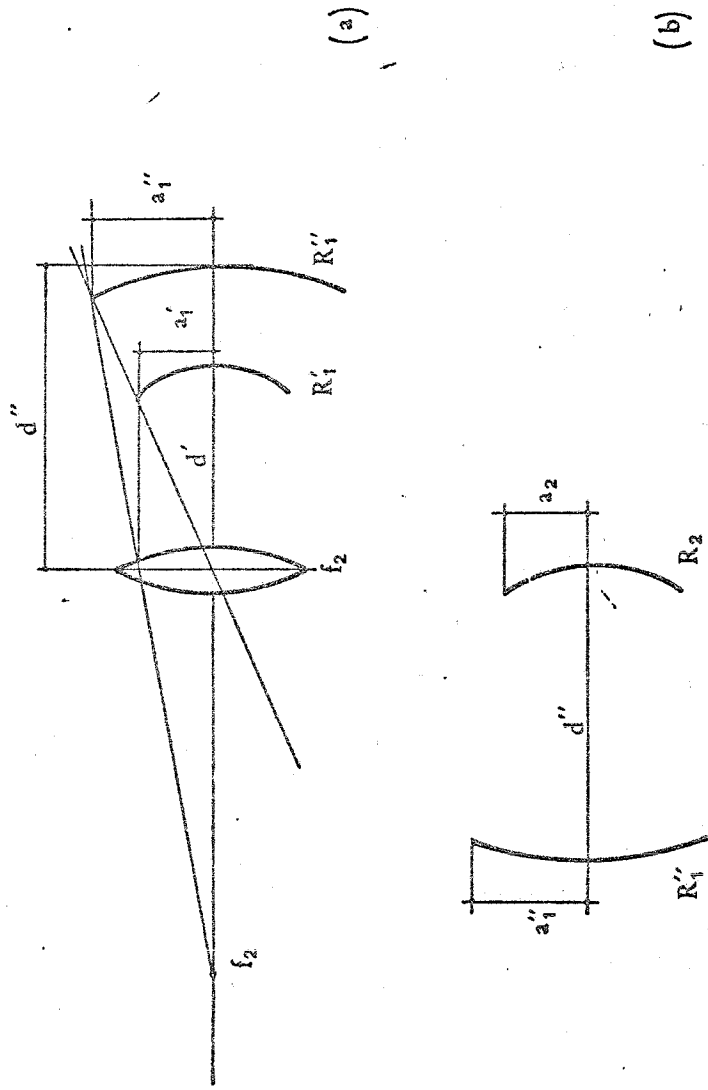


FIG.12



Anche per  $G_1$  e  $G_2$ , otteniamo gli stessi valori del caso 2b'. Ciò è ovvio in quanto stiamo analizzando lo stesso risonatore come mostra il confronto tra le fig. 11b e 12b.

$$G_1 = \frac{a_1}{a_2} \left[ 1 - \frac{d_2}{f} - \frac{1}{R_1} \left( d_2 + d_1 - \frac{d_2 d_1}{f} \right) \right]$$

$$G_2 = \frac{a_2}{a_1} \left[ 1 - \frac{d_1}{f} - \frac{1}{R_2} \left( d_1 + d_2 - \frac{d_1 d_2}{f} \right) \right]$$

E' possibile conglobare tutti questi casi con uniche formule generali.

Per quanto riguarda  $N$ , basterà considerare il modulo della grandezza:

$$\left| d_1 + d_2 - \frac{d_1 d_2}{f} \right|$$

per uniformare, tutti i casi analizzati, alla formula generale:

$$1) \quad N = \frac{a_1 a_2}{\lambda \left( \left| d_2 + d_1 - \frac{d_1 d_2}{f} \right| \right)}$$

Per  $G_2$ ,  $G_1$  abbiamo ottenuto sempre le stesse relazioni, a meno di inessenziali simultanei cambiamenti di segno.

Possiamo, quindi, generalizzare le nostre formule nella seguente maniera:

$$2) \quad G_1 = \frac{a_1}{a_2} \left[ 1 - \frac{d_2}{f} - \frac{1}{R_1} \left( d_2 + d_1 - \frac{d_1 d_2}{f} \right) \right]$$

$$3) \quad G_2 = \frac{a_2}{a_1} \left[ 1 - \frac{d_1}{f} - \frac{1}{R_2} \left( d_2 + d_1 - \frac{d_1 d_2}{f} \right) \right]$$

Quindi, con queste nuove relazioni per  $N$ ,  $G_1$ ,  $G_2$ , abbiamo caratterizzato completamente per quanto riguarda perdite per diffrazione e stabilità, un risonatore con all'interno una lente.

Per ottenere le formule relative al risonatore di fig. 8, il quale utilizza uno specchio piano, basterà porre in  $G_1$  il raggio  $R_1 = \infty$ .

L'andamento delle dimensioni del fascio all'interno del nostro risonatore, è mostrato qualitativamente in fig. 8; dove  $w_1$  è il primo minimo che ovviamente si trova sullo specchio piano,  $w_s$  sono le dimensioni del fascio sulla lente,  $w_2$  è il secondo minimo che cadrà ad una distanza  $d_3$  da  $f$  (che può essere funzione di  $w_1$ ,  $f$ ,  $d_1$ ,  $d_2$  e  $R_2$ ),  $w_r$  è la dimensione del fascio sullo specchio  $R_2$ .

Come sappiamo, il nostro risonatore può essere assimilato ad una periodica sequenza di lenti come mostrato in fig. 14b.

Sia  $K$  la matrice di trasferimento dell'intero sistema che va da  $P$  a  $Q$

$$K \equiv \begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix}$$

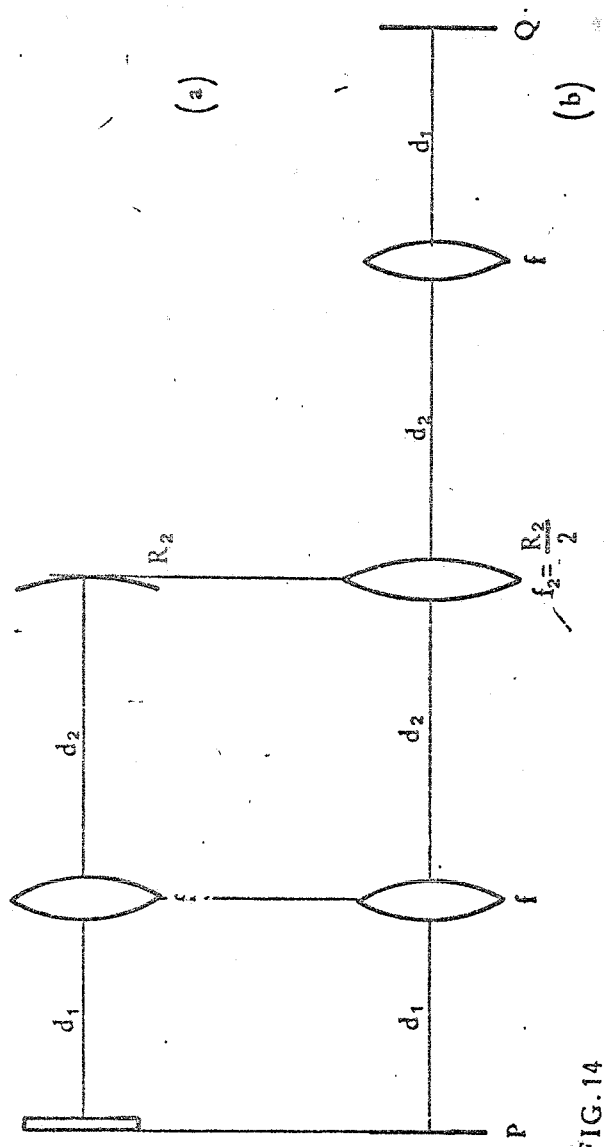


FIG. 14

Infatti, la periodica sequenza di lenti mostrata in fig. 14b, non è altro che il cammino di un raggio parassiale che, partendo da  $R_1$ , deve ritornarvi.

Quindi i punti P e Q non rappresentano altro che una stessa configurazione geometrica e saranno quindi caratterizzati da un valore del parametro  $q$  uguale per entrambi.

Ricordando la legge ABCD e posto in essa  $q_1 = q_2 = q$ , otteniamo:

$$q = \frac{Aq + B}{Cq + D}$$

dalla quale, svolgendo, otteniamo:

$$Cq^2 + q(D - A) - B = 0$$

che può essere scritta nella forma:

$$\frac{B}{q^2} - \frac{D - A}{q} - C = 0$$

che, svolta, fornisce ricordando che  $AD - BC = 1$ .

$$\frac{1}{q} = \frac{D-A}{2B} \mp i \frac{\sqrt{4 - (A+D)^2}}{2B} \quad (4)$$

con A, B, C, elementi di K.

Per le dimensioni del minimo  $w_1$  otteniamo:

$$w_1^2 = \left( 2\lambda B / \pi \right) / \sqrt{4 - (A+D)^2}$$

Una volta noto  $w_1$  per calcolarci  $w_s$ , basterà applicare la relazione che fornisce la propagazione del fascio, ponendo  $z = d_1$ .

$$w_s^2 = w_1^2 \left[ 1 + \left( \frac{\lambda^2 d_1^2}{\pi^2 w_1^4} \right) \right]$$

Per calcolare poi  $w_2$  ed  $d_3$ , basterà applicare due relazioni dovute a Gaubou:<sup>11</sup>

$$\frac{1}{w_2^2} = \frac{1}{w_1^2} \left( 1 - \frac{d_1}{f} \right)^2 + \frac{1}{f^2} \left( \frac{\pi w_1}{\lambda} \right)^2$$

$$d_3 - f = (d_1 - f) \frac{f^2}{(d_1 - f)^2 + \left( \frac{\pi w_1}{\lambda} \right)^2}$$

Il calcolo di  $w_2$  e di  $d_3$  si può anche eseguire con il metodo delle matrici.

Tale metodo presenta il vantaggio nei confronti delle formule di Gaubou, di poter calcolare  $w_2$  e  $d_3$  senza ricorrere al calcolo di  $w_1$ .

La fig. 15b mostra il percorso di un raggio parassiale che, uscendo dal punto di minimo  $w_2$  deve ritornarvi.

Quindi, i punti P e Q, identificano una stessa configurazione geometrica del fascio e saranno ca-

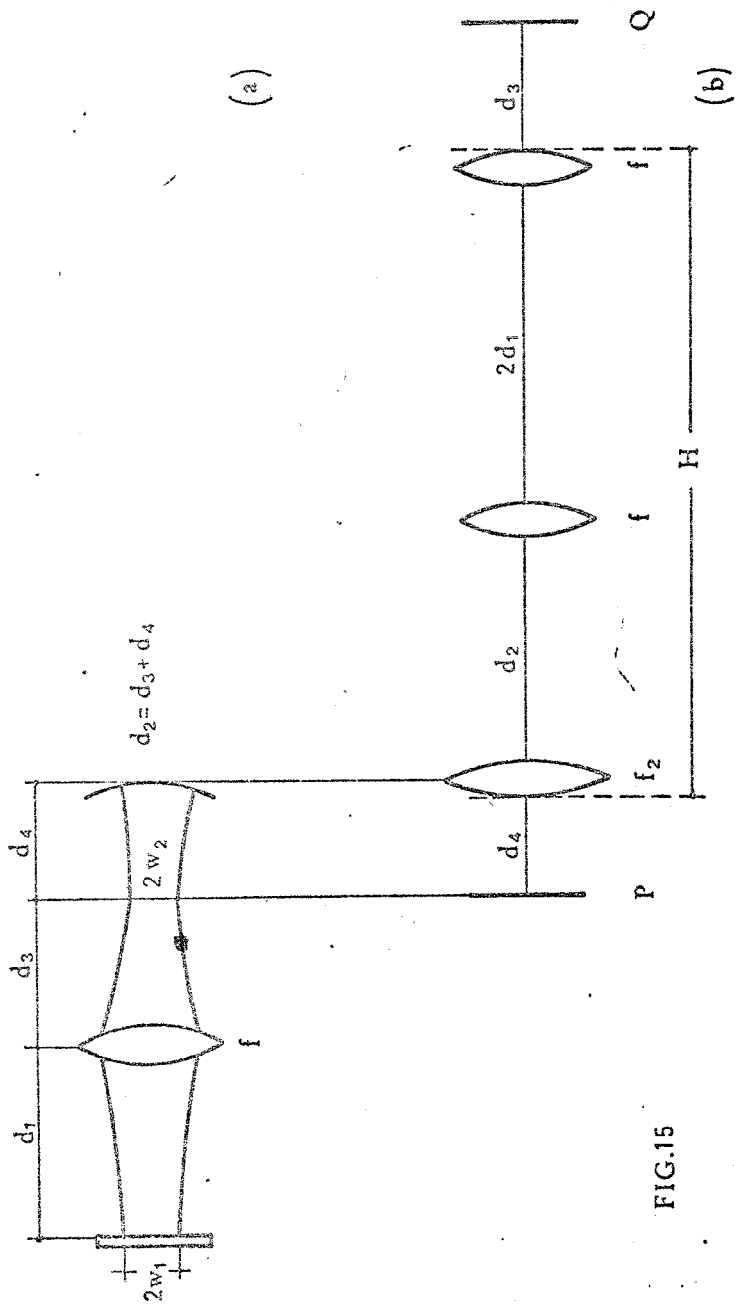


FIG.15



ratterizzati dallo stesso valore del parametro  $q$ .

Indicando con  $H$

$$H \equiv \begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix}$$

la matrice di una parte del sistema, come indicato in fig. 15b, la matrice totale del sistema che va da  $P$  a  $Q$ , si otterrà dal prodotto:

$$M \equiv \begin{vmatrix} 1 & d_3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & d_4 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

che, eseguito, fornisce come risultato:

$$M \equiv \begin{vmatrix} A + C d_3 & (A + C d_3) d_4 + B + D d_3 \\ C & C d_4 + D \end{vmatrix} \equiv \begin{vmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{vmatrix}$$

Ricordando la relazione ( 4 ), vediamo che la condizione di avere il "waist" nel punto individuato dall'ascissa  $d_3$  è che gli elementi  $A'$  e  $D'$  della matrice  $M$  siano uguali; questo, infatti, comporta il raggio del fronte d'onda in quel punto uguale a  $\infty$ , che è la condizione vincolante per avere il minimo.

Dall'uguaglianza  $A' = D'$ , ricaviamo:

$$A + Cd_3 = Cd_4 + D$$

ricordando

$$d_2 = d_3 + d_4$$

si ottiene:

$$d_3 = \frac{Cd_2 + D - A}{2C}$$

Per  $w_2$  otteniamo, noti che siano  $A'$ ,  $B'$  e  $D'$ :

$$w_2^2 = \left( 2\lambda B' / \pi \right) \sqrt{4 - (A' + D')^2}$$

Per ottenere il valore di  $w_r$  sullo specchio  $R_2$ , applichiamo la legge di propagazione del fascio a partire da  $w_2$  ponendo  $z = d_2 - d_3$ .

$$w_r^2 = w_2^2 \left[ 1 + \left( \frac{\lambda (d_2 - d_3)}{\pi w_2^2} \right)^2 \right]$$

CAPITOLO III°  
GARATTERISTICHE DEL FASCIO

III.1.) Scattering Compton su elettroni in moto

a) Cinematica

Nell'effetto Compton su elettroni in moto, l'energia del fotone diffuso  $K_2$  è legata a quella del fotone incidente  $K_1$ , dalla relazione:<sup>12</sup>

$$K_2 = K_1 \frac{1 - \beta \cos \vartheta_1}{1 - \beta \cos \vartheta + \frac{K_1}{E} (1 - \cos \vartheta_2)} \quad (1)$$

dove:

$K_1$  energia del fotone incidente

$K_2$  energia del fotone diffuso

$E$  energia dell'elettrone incidente

$\beta$  velocità dell'elettrone incidente in unità di  $c$   
 $m$  massa dell'elettrone incidente

$\vartheta_1$  angolo tra la direzione dell'elettrone incidente e del fotone incidente

$\vartheta_2$  angolo tra la direzione del fotone incidente e quello diffuso

$\vartheta$  angolo tra la direzione dell'elettrone incidente e del fotone diffuso

Utilizzeremo in seguito le seguenti espressioni:

$$\gamma = \frac{E}{m} \quad z = 4(EK_1/m^2)$$

La massima energia del fotone diffuso, si ottiene per:

$$\vartheta = 0 \quad \vartheta_1 = \pi \quad \vartheta_2 = \pi$$

Per energia degli elettroni molto alta si ottiene: ( $E \gg m$ )

$$K_{2\max} = \frac{(1 + \beta)^2 \gamma^2 K_1}{1 + \frac{1 + \beta}{2} z} = \frac{4 \gamma^2}{1 + z} K_1 \quad (2)$$

Nelle figure 1 e 2, sono stati riportati i valori di  $K_{2\max}$  in un caso come funzione della lunghezza d'onda del fotone incidente, nell'altro in funzione dell'energia dell'elettrone incidente.

Nel nostro caso, essendo:

$$E = 1500 \text{ MeV} \quad K_1 = 2.54 \text{ eV} \quad z = 0.0584$$

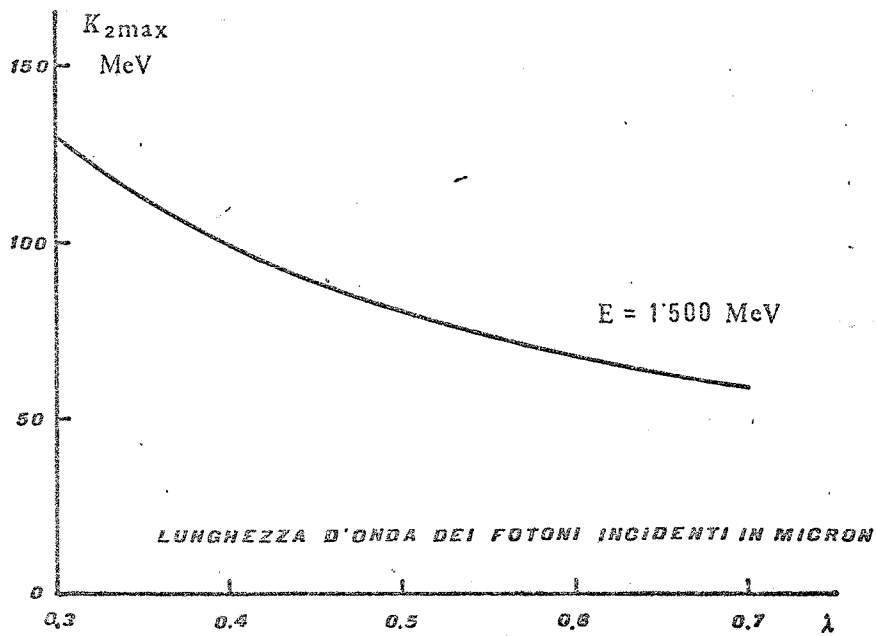


FIG.1

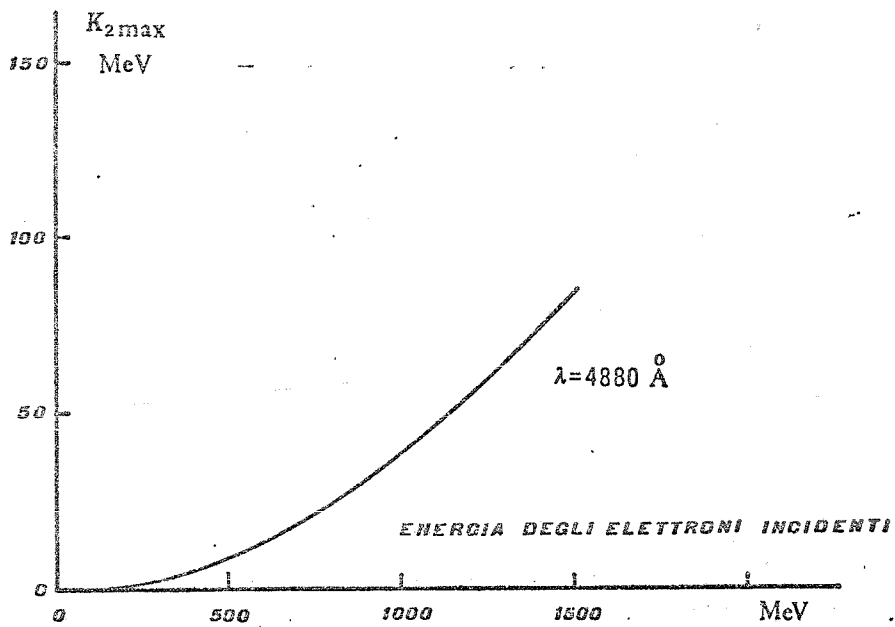


FIG.2

otteniamo:

$$K_{2\max} = 83 \text{ MeV}$$

Si può vedere che per  $\vartheta_1 \sim \pi$ ,  $\vartheta_2 \sim \pi - \vartheta$ ,  $\vartheta < 1/\gamma$   
l'equazione (1) può essere sviluppata come segue:

$$K_2 = 4 K_1 \gamma^2 \left[ 1 + z + (\gamma \vartheta)^2 \right]^{-1}$$

Questa formula fornisce la dispersione in energia dei fotoni diffusi come funzione dell'angolo di scattering  $\vartheta$ .

L'angolo  $\vartheta$ , tra la direzione degli elettroni incidenti e fotoni diffusi, non può essere definito in maniera migliore della dispersione angolare del fascio degli elettroni primari.

Questa dispersione è dell'ordine di  $10^{-4}$  rad. Poichè  $\Delta E/E$  è usualmente minore di  $10^{-3}$  e  $\Delta K_1/K_1$  è completamente trascurabile,  $\Delta \vartheta$  fornisce il principale contributo di  $\Delta K_2$ .

Possiamo, quindi, utilizzare l'espressione qui riportata:

$$3a) \quad \Delta K_2 = \frac{K_{2\max}}{1+z} (\gamma \Delta \vartheta)^2$$

con buona approssimazione:

$$3b) \quad \frac{\Delta K_2}{K_{2\max}} = (\gamma \Delta \vartheta)^2$$

e

$$3c) \quad \Delta K_2 = 0.25 \frac{K_{2\max}^2}{K_1} (\Delta \vartheta)^2$$

Poichè la divergenza quadratica media di un elettrone circolante in un anello di accumulazione è proporzionale all'energia dell'elettrone secondo:<sup>13</sup>

$$\Delta \vartheta = \sigma \gamma$$

possiamo scrivere l'equazione (3) come:

$$4a) \quad \frac{\Delta K_2}{K_{2\max}} = \sigma^2 \gamma^2 \quad \text{o} \quad \Delta K_2 = \sigma^2 \frac{K_{2\max}^3}{16 K_1^2} \quad (4b)$$

dove  $\sigma$  è un parametro determinato dalla struttura magnetica dell'anello di accumulazione. La formula approssimata 4b suggerisce due importanti osservazioni.

1) La dispersione dell'energia del fascio  $\gamma$  aumenta con il cubo dell'energia, di modo che avremo una buona



risoluzione per basse e medie energie dove è centrato l'interesse della Fisica Nucleare.

2) La dispersione dell'energia del fascio gamma diminuisce con il quadrato dell'energia del fotone Laser.

Quindi le qualità di un fascio con un dato anello di accumulazione miglioreranno proporzionalmente con il progresso della tecnologia Laser.

Per esempio usando la riga dell'ultravioletto a 3511 Å di un laser ad Ioni di Argon, al posto della riga blu-verde a 4880 Å ( 2.54 eV ), la risoluzione in energia del fascio gamma migliora di un fattore 2.

Qualche risultato delle equazioni 2 e 4 è riportato nella seguente Tabella: ( per  $K_1 = 2.54$  eV e per due differenti valori di  $\sigma$  )

E	$K_{2max}$	$\sigma$	$\Delta\theta$	$\Delta K_2/K_2$	$\Delta E_2$
MeV	MeV	rad	rad		MeV
1500	83	$5.5 \cdot 10^{-8}$	$16 \cdot 10^{-5}$	0.22	18
1500	83	$1.0 \cdot 10^{-8}$	$3 \cdot 10^{-5}$	0.0074	0.6
750	21	$5.5 \cdot 10^{-8}$	$8 \cdot 10^{-5}$	0.014	0.3
750	21	$1.0 \cdot 10^{-8}$	$1.5 \cdot 10^{-5}$	0.0005	0.01

b) Sezione d'urto

Per la sezione d'urto totale, nel nostro intervallo di energia, si può prendere con buona approssimazione la formula classica di Thompson:

$$\sigma_T = \frac{8}{3} \pi r_0^2$$

$r_0 = 2.81777$  fermi è il raggio classico dell'elettrone.

La sezione d'urto differenziale nel laboratorio per scattering di fotoni su elettroni in movimento, è data da:<sup>12</sup>

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = r_0^2 \frac{2}{m^2 x_1^2} \left[ 4 \left( \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \right)^2 - 4 \left( \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \right) - \left( \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} \right) \right] K_1^2$$

per  $\varphi_1 = \pi$   $x_1$  e  $x_2$  sono forniti da:

$$x_1 = 2K_1 \frac{E+p}{m^2} = \frac{z(1+\beta)}{2}$$

$$x_2 = 2K_2 \frac{E-p \cos \varphi}{m^2}$$

con  $p$  = momento del fotone incidente.

Lo spettro differenziale e lo spettro di energia dei fotoni, sono mostrati nella fig. 3 per i nostri valori dei parametri ( $E = 1.500$  MeV,  $K_1 = 2.54$  eV).

Nell'ascisse dello stesso grafico, sono anche riportati gli angoli ai quali i fotoni di una certa energia, vengono diffusi.

Di conseguenza, dalla stessa figura noi possiamo visualizzare lo spettro di energia del fascio come funzione della sua "angular acceptance". Nel nostro caso il risultante spettro dei fotoni è indicato nella fig. 4.

Poichè la risoluzione angolare del fascio degli elettroni primari è dell'ordine di  $10^{-4}$  rad, di conseguenza possiamo assumere la collimazione del fascio finale dello stesso ordine di grandezza.

Ciò comporta un potere risolutivo del fascio dell'ordine di 6 MeV.

La distribuzione energetica dei fotoni diffusi, differisce dalla corrispondente distribuzione di bremsstrahlung, la quale è della forma  $d\sigma \sim dK/K$ ; infatti, nella regione  $K > 0.6 K_{2max}$ , si ha  $d\sigma \sim dK_2$  e la maggior parte dell'intensità della radiazione, è concentrata vicino a  $K_{2max}$ .

Inoltre, a differenza del caso Bremsstrahlung, l'energia dei  $\gamma$  prodotti nel processo di scattering, è una funzione definita dell'angolo al quale essi emergono rispetto alla direzione del moto degli elettroni.

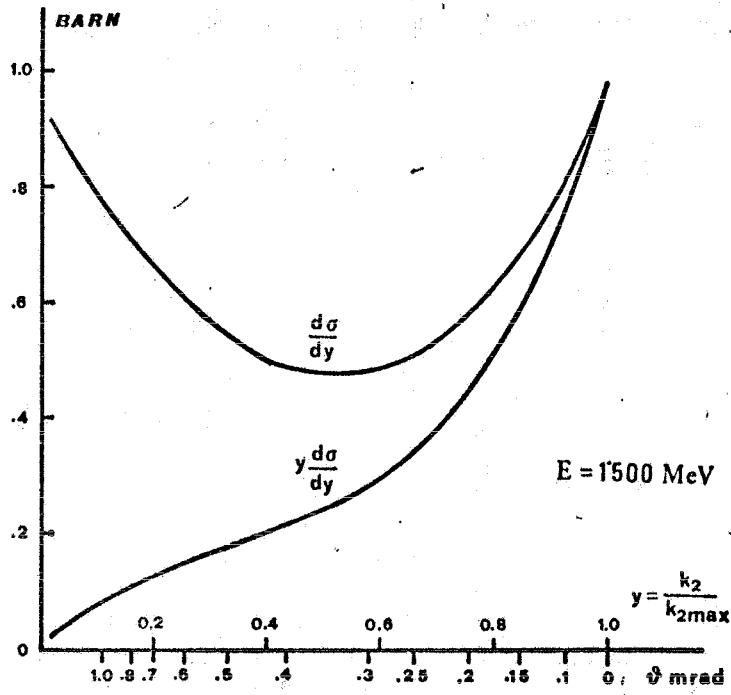
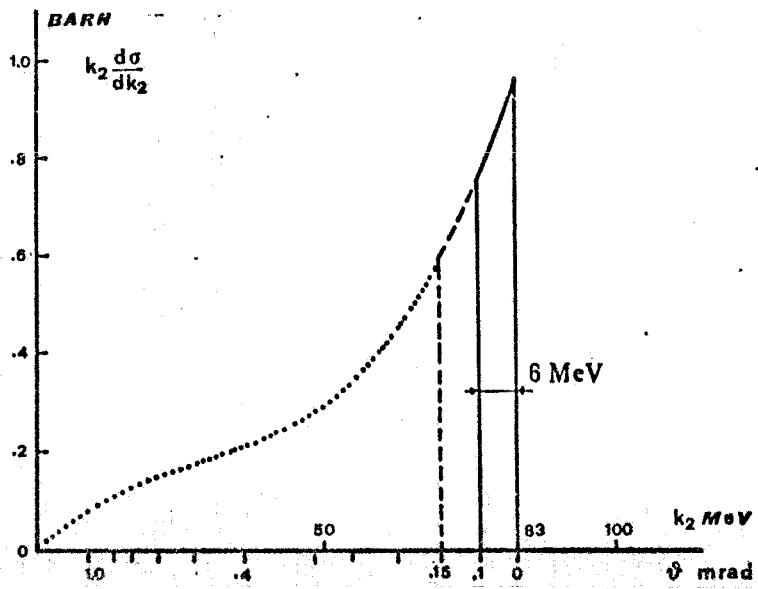


FIG.3



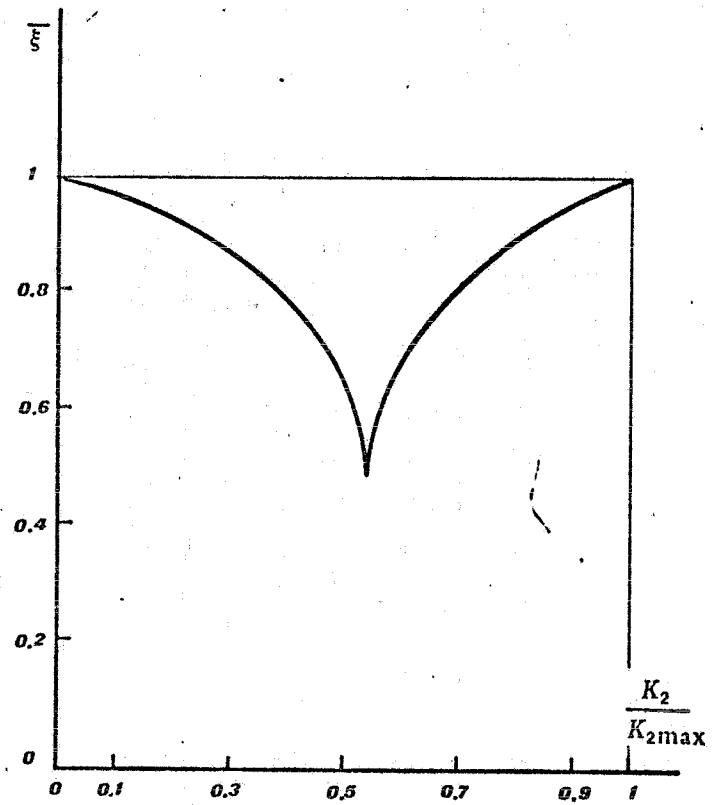
III.2.) Polarizzazione dei fotoni

Una importante proprietà dei raggi gamma prodotti da scattering Compton su elettroni in movimento, è data dall'elevato grado di polarizzazione dei fotoni diffusi, nel caso in cui i fotoni incidenti siano completamente polarizzati.

Si può dimostrare ( Ved. App. D ) che il grado di polarizzazione dei fotoni diffusi, per fotoni incidenti completamente piano polarizzati, è:

$$\bar{\xi} = \frac{0.5 (1 + |\cos \theta'|)^2}{\left( \frac{K_1'}{K_2'} + \frac{K_2'}{K_1'} - \text{sen}^2 \theta' \right)}$$

Tale relazione è stata graficata in fig. 5 come funzione dell'energia del fotone diffuso.



**DIPENDENZA DEL GRADO DI POLARIZZAZIONE  
DEI FOTONI DALLA LORO ENERGIA**

FIG.5.

III.3.) Intensità del fascio  $\gamma$  prodotto.

Il numero di fotoni prodotto è legato al numero di fotoni incidenti al numero di elettroni incidenti ed alla geometria della zona di interazione, secondo la relazione:

$$\frac{d\dot{n}}{dK_2} = (1 - \beta \cos \vartheta_2) \frac{d\sigma}{dK_2} c \int_V n_\gamma n_e dV$$

dove:

- $1 - \beta \cos \vartheta_2$     fattore che tiene conto del fatto che gli elettroni sono in movimento nel sistema del laboratorio. ( Vedere appendice A ).
- $d\dot{n}/dK_2$     numero di fotoni prodotto per sec. e per MeV.
- $d\sigma/dK_2$     sezione d'urto differenziale del laboratorio.
- $n_e$     densità degli elettroni per unità di volume.
- $n_\gamma$     densità dei fotoni per unità di volume.
- $c$     velocità della luce nel vuoto.

L'integrale è esteso all'intera zona di interazione che in questo caso è la sezione dritta di Adone.

Assumeremo inoltre che la densità degli elettroni e dei fotoni segua l'andamento riportato in Fig. 6, dove:

$$n_e = n_{oe} \exp \left[ -\frac{x^2}{\xi^2} - \frac{y^2}{\eta^2} \right] \quad n_\gamma = n_{o\gamma} \exp \left[ -\frac{x^2 + y^2}{w^2} \right]$$

con  $\xi$ ,  $\eta$  e  $w$ , abbiamo indicato i valori di  $x$ ,  $y$  ed  $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$  per i quali le densità risultano ridotte di un fattore  $e$  rispetto al massimo ( $x = 0$ ,  $y = 0$ ).

Avremo come conseguenza:

$$\frac{d\dot{n}}{dK_2} = 2 \frac{d\sigma}{dK_2} c \int_V n_{oe} \exp \left[ -\frac{x^2}{\xi^2} - \frac{y^2}{\eta^2} \right] n_{o\gamma} \exp \left[ -\frac{x^2 + y^2}{w^2} \right] dV$$

essendo:

$$n_{oe} = \frac{N_e}{2 \pi^2 R \xi \eta} \quad n_{o\gamma} = \frac{P}{\pi w^2 K_1 e c}$$

e poichè  $w$  è funzione di  $z$  secondo la relazione: (1. II.3.) e trascurando inoltre la dipendenza da  $z$  di  $\xi$  e  $\eta$ , in quanto, in un tratto di 2.6 m possiamo ritenerli in prima approssimazione costanti,



e se " l " è la lunghezza della sezione dritta di Adone avremo:

$$\frac{d\dot{n}}{dK_2} = 2 \frac{d\sigma}{dK_2} \frac{Ne}{2\pi^2 R \xi \eta} \frac{P}{\pi K_1 e} \int_{-1/2}^{+1/2} \frac{1}{w^2} dz \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-\frac{x^2}{\xi^2} - \frac{x^2}{w^2}\right] dx \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-\frac{y^2}{\eta^2}\right] dy$$

dove:

- Ne numero di elettroni circolanti in Adone
- P potenza del fascio laser in Watt
- R raggio dell'orbita degli elettroni in metri
- e carica dell'elettrone

La relazione precedente deve essere corretta a causa dell'instabilità del fascio di elettroni.

Questo può essere fatto introducendo un nuovo parametro  $\chi^2$  che rappresenta lo scostamento quadratico medio dall'orbita di equilibrio.

Otteniamo perciò:

$$\frac{d\dot{n}}{dK_2} = 2 \frac{d\sigma}{dK_2} \frac{1}{\sigma_r} \frac{Ne P}{2\pi^2 K_1 e R} \int_{-1/2}^{+1/2} (\xi^2 + \chi^2 + w^2)^{-1/2} (\eta^2 + \chi^2 + w^2)^{-1/2} dz$$

con  $\sigma_T$  sezione d'urto totale di Thompson.

Per la sezione dritta di Adone otteniamo i seguenti valori per i parametri del fascio:<sup>14</sup>

$$\begin{array}{lll} N_e = 2 \cdot 10^{11} & R = 16.7 \text{ m} & l = 2.6 \text{ m} \\ \xi = 1.5 \text{ mm} & \eta = 0.5 \text{ mm} & \chi = 0.5 \text{ mm} \end{array}$$

Mentre per la nostra cavità laser stimiamo: ( Vedere paragrafo III.4. e IV.1. )

$$P = 250 \text{ Watt} \quad K_1 = 2.54 \text{ eV} \quad w_1 = 0.6 \text{ mm}$$

che come risultato forniscono:

$$\frac{d\dot{n}}{dK_2} = 8 \cdot 10^7 \frac{d\sigma}{dK_2} \frac{1}{\sigma_T}$$

Il numero di fotoni prodotti per unità di tempo in un dato intervallo di energia  $\Delta K_2$  è fornito da:

$$\dot{n} = \frac{d\sigma}{dy} y \frac{1}{\sigma_T} \frac{\Delta K_2}{K_2} 8 \cdot 10^7$$

Dalla figura 3 e per un intervallo di energia dello  
8% :

$$\frac{d\sigma}{dy} = 0.84 \text{ barn} \quad \frac{\Delta K_2}{K_2} = 0.08$$

come risultato finale si ottiene :

$$\dot{n} = 8.2 \cdot 10^6 \text{ fotoni/sec.}$$

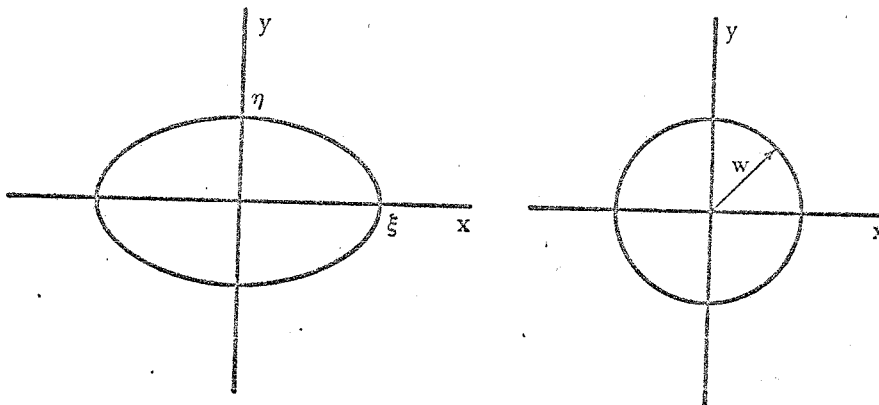


FIG. 6

### III.4.) Dimensionamento ed ottimizzazione della cavità.

Poichè sappiamo che l'intensità del fascio  $\gamma$  prodotto, dipende dalle caratteristiche geometriche del fascio laser nella zona di interazione, dovremo opportunamente dimensionare tutti i componenti ottici della cavità.

Nel dimensionamento di tale cavità vi sono alcune grandezze che ci vengono imposte dalle caratteristiche del laser in nostra dotazione ( $w_1$ ) ed alcune dalla struttura di Adone ( $d_2$ ).

Il nostro laser commerciale, nella sua struttura iniziale, prevedeva un minimo  $w_1$ , sullo specchio piano, del valore di 0.60 mm.

Questo minimo era tale da poter sfruttare per intero tutto il mezzo laser contenuto nel tubo di amplificazione.

Quindi il nostro primo vincolo è quello di dimensionare la cavità in maniera da ottenere un waist  $w_1$  di tale valore.

Il secondo vincolo, è quello relativo alle dimensioni di  $d_2$ , ovvero la distanza lente secondo specchio.

Detta distanza deve essere progettata in maniera tale da contenere nel suo interno oltre alla sezione dritta di Adone (di circa 6.50 metri), il porta-

specchi ed il porta lente, raggiungendo così la distanza di ~11,50 m.

La geometria del fascio laser nella zona di interazione, risulta determinata una volta noti la posizione  $d_3$  del punto di minimo del diametro del fascio ed il valore  $2w_2$  di questo.

Assumendo la propagazione del fascio lungo l'asse  $z$  e l'origine nel punto di minimo, per il raggio del fascio in funzione di  $z$  si ottiene:

$$w^2(z) = w_2^2 \left[ 1 + \left( \frac{\lambda z}{\pi w_2^2} \right)^2 \right]$$

dove  $\lambda$  è la lunghezza d'onda della radiazione in esame.

Per l'intensità, per MeV, del fascio  $\gamma$  prodotto, si ha:

$$\frac{d\dot{n}}{dK_2} = 2 \frac{n_e n_\gamma c}{\pi} \frac{d\sigma}{dK_2} \int_{-b}^{l-b} (\xi^2 + \chi^2 + w^2(z))^{-1/2} (\eta^2 + \chi^2 + w^2(z))^{-1/2} d\xi$$

In fig.7 è mostrato  $dn/dK$  ottenuto in funzione di  $w_2$  per  $b = 0$  e  $b = 1/2$ . Il massimo valore di  $dn/dK$  si ottiene per  $b = 1/2$  e  $w_2 = 0.48$  mm.

Quindi il nostro minimo dovrà cadere al centro della zona di interazione, com'era intuitivamente prevedibile, ed avere un valore di  $w_2 = 0.48$  mm.

La condizione di avere il waist al centro della zona di interazione, impone, come conseguenza, che venga soddisfatta l'uguaglianza  $w_2 = w_1$ .

Per noi, però, un valore di  $w_1 = 0.48$  mm è troppo basso in quanto, comé sappiamo, dobbiamo muoverci nell'intorno del valore di  $w_1 = 0.60$  mm.

Il punto massimo di ottimizzazione possibile sarà quello relativo all'ascissa  $w_2 = 0.60$  mm della curva a) di fig.7. Otteniamo perciò un miglioramento nei confronti di una struttura con il waist all'inizio della zona di interazione pari ad un fattore 1.3.

Con una struttura del tipo :

$$d_1 = 5.75 \text{ m} ; \quad f = 3.30 \text{ m} ; \quad d_2 = 11.50 \text{ m} ; \quad R_2 = 6.60 \text{ m}$$

ed utilizzando specchi e lenti con apertura di 1.5 cm si ottengono perdite per diffrazione trascurabili e condizioni di stabilità pari a :  $G_2 \cdot G_1 = 0.425$ .

Otteniamo inoltre una distribuzione del fascio:

$$w_1 = 0.6 \text{ mm} \quad w_s = 1.5 \text{ mm} \quad w_2 = 0.6 \text{ mm} \quad w_r = 1.5 \text{ mm}$$

che soddisfa in maniera ottima le nostre esigenze.

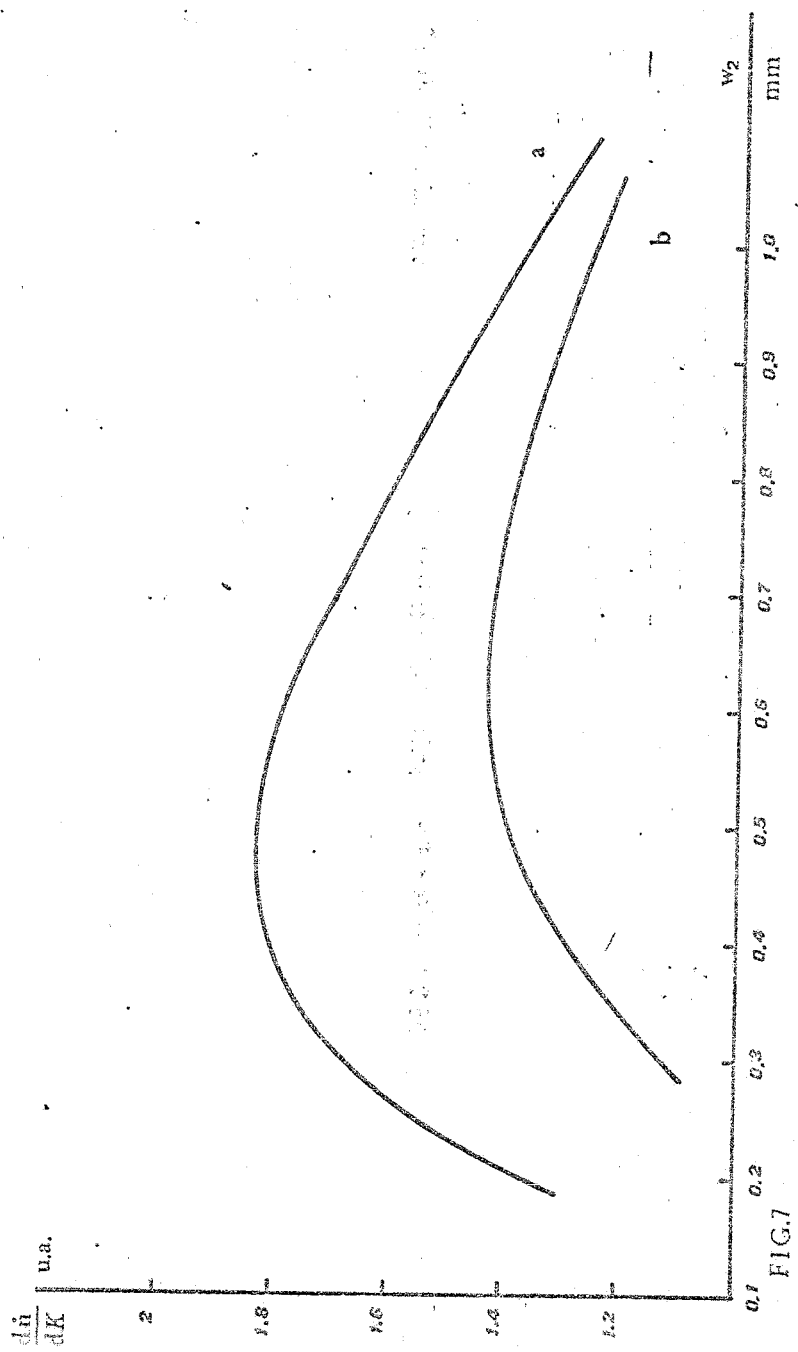


FIG. 7

III.5.) Ulteriori caratteristiche del fascio

Gli elettroni circolanti in un anello di accumulazione sono modulati, dal sistema di radiofrequenza, in piccoli pacchetti.

Nel caso di Adone i pacchetti hanno una larghezza di circa 1.5 nsec. e sono separati, l'uno dallo altro, di circa 117 nsec. .

Questa sarà anche la struttura temporale del fascio gamma diffuso.

Per quanto riguarda il fondo, questo è dovuto essenzialmente alla bremsstrahlung degli elettroni sulle molecole di gas residuo nell'anello di accumulazione.

La potenza totale irradiata da questi fotoni è data da:

$$W_B = t \frac{N_e c}{2\pi R} E a$$

dove:

$W_B$  energia irradiata in MeV/sec

$a$  è la frazione di raggi gamma accettata dal nostro angolo solido

$t$  è la lunghezza di radiazione di un volume di un gas attraversato dagli elettroni in una se-



zione dritta misurata in unità di lunghezza di radiazione.

Nel nostro caso possiamo assumere:

$$\Delta\Omega \approx \pi \theta^2 \approx 3 \cdot 10^{-8} \text{ ster}$$

e dalla ref.15 otteniamo:

$$a = 8.6 / 108.6 = 0.08$$

Mentre essendo:

$$t = l p / X_0 \cdot 765$$

dove:

$l = 6\text{m}$  è la lunghezza della sezione dritta

$p = 10^{-9}$  torr è la pressione del vuoto nella ciam-bella

$X_0 = 3029$  m è la lunghezza di radiazione del gas residuo assunto essere aria

$$t = 2.6 \cdot 10^{-14}$$

Come risultato finale, otteniamo:

$$W_B = 1.8 \cdot 10^6 \text{ MeV/sec}$$

per un'energia degli elettroni di 1500 MeV.

Questo numero può essere confrontato utilmente con l'energia totale del fascio di fotoni, ottenuto per scattering Compton:

$$W_C = \dot{n} K = 6.6 \cdot 10^8 \text{ MeV/sec}$$

Otteniamo, inoltre, che il rapporto tra la potenza di fondo e la potenza del segnale, assume il valore:

$$r_w = \frac{W_B}{W_C} = 0.27 \cdot 10^{-2}$$

Si può calcolare, inoltre, il numero dei fotoni di fondo presenti in un intervallo di energia uguale a quello del segnale. Tale numero è dato da:

$$\dot{n}_B = \frac{\Delta K}{K} \frac{W_B}{E}$$

Per un intervallo di energia dell'8%, il risultato ottenuto è :

$$\dot{n}_B = 96 \text{ sec}^{-1}$$

Il rapporto tra i fotoni di fondo e quelli utilizzabili è:

$$r_B = \dot{n}_B / \dot{n}_C = 1.2 \cdot 10^{-5}$$

Per il confronto con altri fasci gamma si veda la tabella II.

TABLE II

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Technique used	Accelerator considered	Incident particle	Target material and thickness	Incident energy	Angular resolution of primary beam and aperture	Number of incident particles	Photon energy	Line width of monochromator photons	Number of photons produced	$\frac{I_{\text{H}}}{I_{\text{H}}/W}$	$\frac{I_{\text{V}}}{I_{\text{V}}/W}$	Polarization duty cycle	Macroscopic duty cycle	Modulating frequency	Notes
Coherent bremsstrahlung	FRASCAT LINAC	$e^-$	Be Xstal $9.25 \cdot 10^{-3}$	375	0.41	$10^{13}$	75	10	$2.3 \cdot 10^9$	0.12	1.6	0			$\alpha = 0^\circ$
							75	9	$2.3 \cdot 10^8$	0.18	2.8	0.56			$\alpha = 90^\circ$
							75	9	$2.3 \cdot 10^8$	0.26	4.2	0.74	$\frac{41}{60}$		$\alpha = 74.56^\circ$
							75	8	$2.3 \cdot 10^8$	0.17	4.2	0.80			$\alpha = 74.56^\circ$
Coherent bremsstrahlung	FRASCAT ELECTRO SINCRO TRON	$e^-$	C Xstal $7 \cdot 10^{-3}$ (0.02 mm)	1000	0.1	$10^{11}$	75	8	$7.5 \cdot 10^8$	0.01	3.5	0.80	5%	$\sim 40$	$\alpha = 13.26^\circ$
							83	7	$\sim 10^7$	$< 10^{-4}$	$< 10^{-2}$	0.98	1	50	
Laser Compton scattering	FRASCAT STORAGE RING ADONE	$e^-$	Argon Laser 6 Watt Interaction region 6 m	1800	0.1	$10^{18}$	83	7	$\sim 10^7$	$< 10^{-4}$	$< 10^{-2}$	0.98	1	50	
Laser Compton scattering	FRASCAT STORAGE RING ADONE	$e^-$	Argon Laser 6 Watt Interaction region 6 m	750	0.1	$10^{18}$	21	0.5	$\sim 10^7$	$< 10^{-4}$	$< 10^{-2}$	0.98	1	50	

CAPITOLO IV

REALIZZAZIONE DELLA CAVITA' LASER

IV.1.) Introduzione.

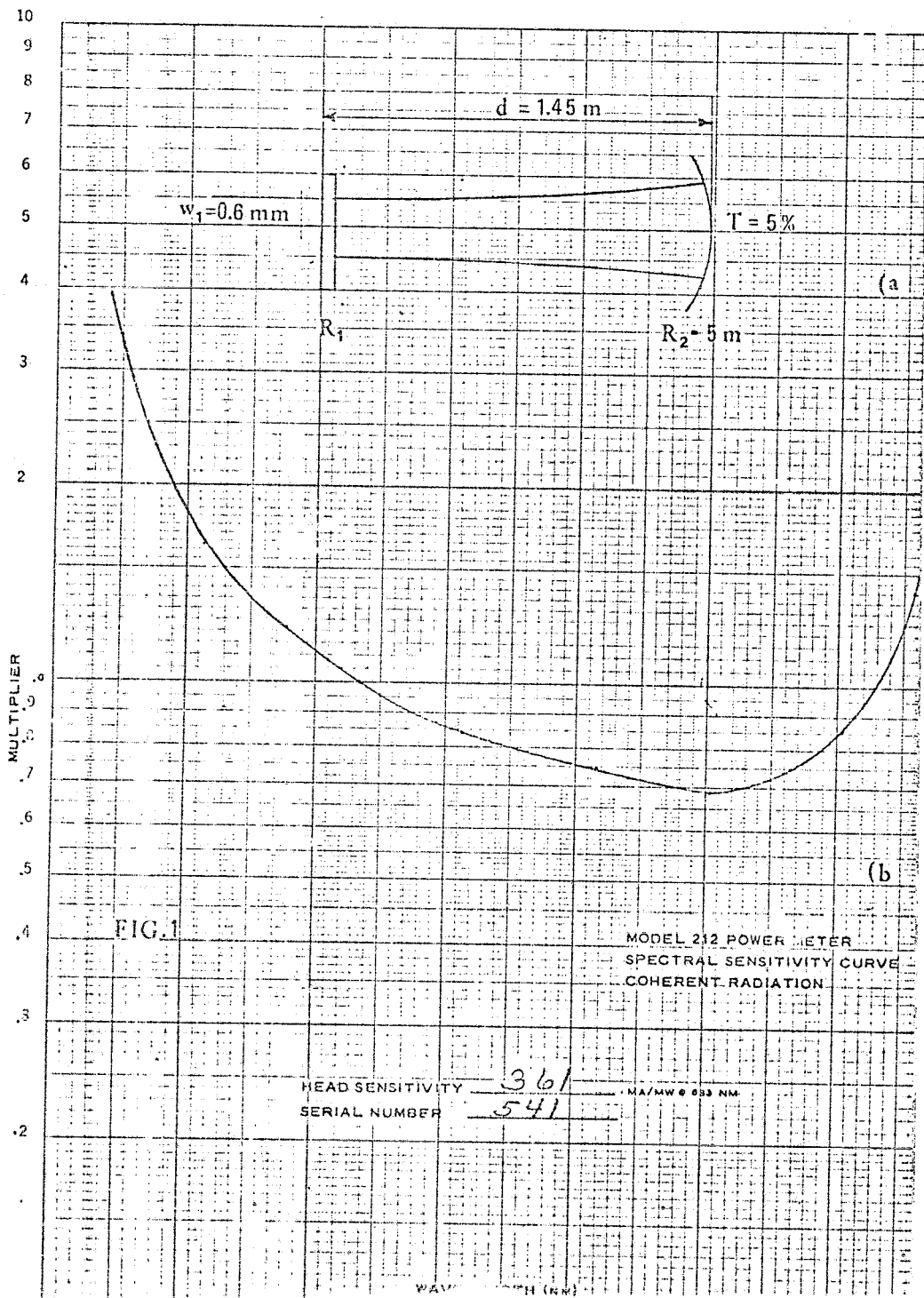
Per la realizzazione della cavità definitiva si è ritenuto opportuna l'acquisto di un laser ad Ioni di Argon della " Coherent Radiation " .

Esso presenta una cavità, come quella mostrata nella fig. 1a, dove lo specchio  $R_1$  è totalmente riflettente mentre lo specchio  $R_2$  presenta una riflettività del 95% ed una trasmissività del 5% permettendo così la fuoriuscita del fascio.

Tramite l'utilizzazione di un prisma selettore prima dello specchio piano è possibile selezionare diverse righe nel visibile le quali ovviamente presentano delle potenze variabili.

I risultati ottenuti su tutto l'arco di lunghezze d'onda esplorato è stato il seguente:

Lunghezza d'onda ( $\overset{\circ}{\text{A}}$ )	Potenza del fascio in uscita ( Watt )
5145	4.5
5017	0.65
4965	1.4
4880	3.6
4765	1.4
4579	0.7



Per la misura della potenza del fascio si è utilizzato un Power Meter M. 212 sempre della " Coherent Radiation " che presenta un'efficienza in funzione della lunghezza d'onda, della radiazione in esame, mostrata in fig. 1b .

Togliendo il prisma selettore si permette a tutti i fotoni delle varie lunghezze d'onda di oscillare contemporaneamente, ciò comporta un ovvio aumento della potenza che raggiunge il valore di circa 7.5 Watt.

Questo fatto non è però sfruttabile, ai fini della nostra esperienza, in quanto variando la lunghezza d'onda della radiazione incidente verrebbe meno la monocromaticità del fascio.

Facciamo notare che l'utilizzazione della riga a  $4880 \text{ \AA}$ , pur presentando una potenza minore della corrispondente a  $5145 \text{ \AA}$ , permette una energia maggiore del fotone scatterato( vedi fig. 1.III.) oltre naturalmente alla migliore monocromaticità del fascio risultante.

Quando però si effettuano misure nel range di 15-20 MeV, che corrispondono ad un'energia degli elettroni abbastanza bassa ( 750 MeV ), è possibile utilizzare la riga a  $5145 \text{ \AA}$  pur mantenendo la monocromaticità del fascio in valori apprezzabili.

Tra le modifiche da apportare al nostro laser commerciale vi è quella della sostituzione dello specchio con riflettività del 95% con uno totalmente riflettente.

Come conseguenza avremo che la potenza disponibile all'interno della cavità aumenterà per il fatto che non vi saranno perdite dovute all'uscita del fascio.

La potenza all'interno di una cavità è determinata da una relazione del tipo ( ved. App. C ) :

$$P_i = K / \gamma$$

dove  $\gamma$  sono le perdite totali della cavità.

Nella nostra cavità originale le perdite totali coincidono con le perdite di uscita  $\gamma_u$  ( essendo  $\gamma_u \gg \gamma_i$  ) che raggiungono il valore di 5.3% ( in quanto uno specchio presenta una trasparenza del 5% mentre l'altro del 0.3% ); la potenza all'interno sarà:

$$P_i = K / 5.3 \cdot 10^{-2} = 19 K$$

Qualora si sostituisca lo specchio  $R_2$  con uno totalmente riflettente avremo che le perdite  $\gamma_u$  saranno dell'ordine del 0.6%.

La potenza disponibile, in questo caso, all'interno della cavità avrà un valore pari a :

$$P_2 = K / 6 \cdot 10^{-3} = 167 K$$



La realizzazione della nostra cavità richiede inoltre l'introduzione di una lente, la quale, pur avendo entrambi le facce trattate con materiale antiriflettente, introduce delle ulteriori perdite.

Una stima a priori di quanto possa pesare l'introduzione della lente è difficile farla, si può tuttavia ragionevolmente considerare una perdita dell'ordine del percento.

Otterremo quindi una potenza disponibile di:

$$P_3 = \frac{K}{1.6 \cdot 10^{-3}} = 62.5 K$$

Il guadagno tra la potenza interna della nostra cavità definitiva e quella di partenza sarà dato dal rapporto:

$$\eta = \frac{P_3}{P_1} = 3.3$$

Poichè la potenza interna di una cavità è legata alla potenza di uscita dalla relazione:

$$P_u = P_i \gamma_u$$

ricordando che nella cavità originale alla riga a  $4880 \overset{0}{\text{Å}}$  corrispondeva una potenza di uscita di 3.6 Watt ricaviamo per la potenza interna il valore di 68 Watt.

Tale valore moltiplicato per il fattore di guadagno  $\eta$  fornisce la potenza interna disponibile nella nostra cavità definitiva:

$$P_i = 68 \cdot \eta = 225 \text{ Watt}$$

Per la riga a  $5145 \overset{0}{\text{Å}}$  la cui potenza di uscita raggiunge il valore di 4.5 Watt, otteniamo una potenza interna di:

$$P_i = 297 \text{ Watt}$$

Nella realizzazione in laboratorio della cavità, la cui lunghezza è dell'ordine di 15-17 metri, intervengono, a causa della non disponibilità di un banco ottico adeguato, delle perdite dovute al non perfetto allineamento degli specchi.

La potenza ottenibile sotto queste condizioni si pensa possa essere dell'ordine di 150-180 Watt.

Naturalmente queste perdite, saranno eliminate, una volta montata la cavità su Adone e su di un banco ottico adeguato ora in costruzione.

#### IV.2.) Allineamento in laboratorio.

Per realizzare una cavità più lunga di quella fornita dal laser in nostra dotazione ( $d = 1.45 \text{ m}$ ) è stato rimosso lo specchio  $R_2$  e collocato su di un portaspecchi indipendente dal resto del sistema.

In queste condizioni si è resa necessaria la realizzazione di una tecnica di allineamento tra lo specchio piano  $R_1$ , all'interno del laser, e quello  $R_2$  al di fuori di esso.

Si è pensato di far ciò allineando prima uno specchio poi l'altro tramite due diaframmi  $d_1$  e  $d_2$  posti a distanza "  $d$  " tra loro.

Tutto ciò si è ottenuto con l'ausilio di un laserino di allineamento ad He-Ne.

La figura 2a si riferisce all'allineamento dello specchio  $R_2$ .

Dopo aver tolto dal laser anche lo specchio  $R_1$  si è sparato con il laserino attraverso il tubo che contiene il materiale attivo.

Con opportuni spostamenti del laser ad Argon il fascio di luce rossa è fuoriuscito dal tubo, rendendo così possibile collocare due diaframmi sulla sua traiettoria.

Si è fatta poi incidere la luce rossa sul centro dello specchio  $R_2$ .

Variando opportunamente la regolazione dell'inclinazione e rotazione dello specchio  $R_2$  si sono ottenute nel punto A delle frange di interferenza.

A questo punto possiamo realizzare l'...

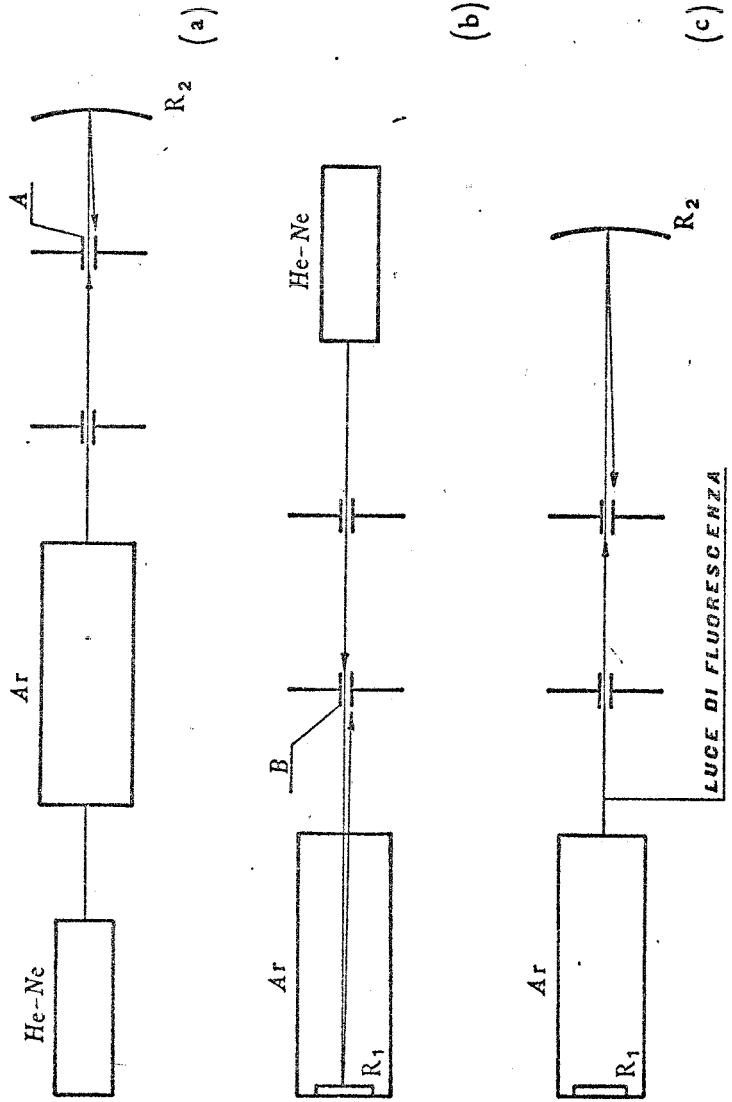


FIG.2

re che lo specchio  $R_2$  è allineato su i due diaframmi  $d_1$  e  $d_2$ .

La realizzazione dell'allineamento dello specchio  $R_1$  è mostrata in fig. 2b.

In questo caso si è regolato il laserino ad He-Ne in maniera che il suo fascio attraversi entrambi i diaframmi  $d_1$  e  $d_2$ , andando così a colpire lo specchio  $R_1$ . Con opportune variazioni delle regolazioni dello specchio  $R_1$  si sono ottenute nel punto B delle frange di interferenza.

Compiute queste operazioni il sistema è praticamente allineato.

Questa sistematica non deve essere ripetuta ogni volta che l'apparato, terminato un ciclo di misure, è rimasto a riposo per un determinato periodo di tempo in quanto esso mantiene in maniera soddisfacente il suo allineamento.

Si è notato, infatti, che bastava, con opportune regolazioni, indirizzare la luce di fluorescenza, riflessa dallo specchio  $R_2$ , all'interno dei due diaframmi per innescare l'azione laser. ( fig. 2c )

IV.3.) Prime misure sulla cavità senza lente.

La struttura iniziale del nostro laser era tale da avere, come sappiamo, un waist  $w_1 = 0.60$  mm.

Se noi variamo la distanza tra gli specchi le dimensioni del waist varieranno come mostra la figura 3. Abbiamo eseguito, poi, delle misure sulla potenza di uscita ( utilizzando  $R = 5$  m con  $T = 5\%$  ) variando la distanza  $d$  tra gli specchi.

I risultati ottenuti sono tabulati in tabella I e graficati in fig. 4.

La distanza massima ottenibile, nei limiti di stabilità, con uno specchio di raggio di curvatura di 5 metri è, ricordando la 1.II.2., minore di 5 metri.

Nel seguito verrà anche utilizzato uno specchio preparato nei laboratori dei Gas Ionizzati (G.I. ) di cui abbiamo misurato Trasmissività e riflettività.

a) Misura della " Trasmissività " dello specchio dei G.I. con  $R = 5$  m . La fig. 5a mostra il nostro schema di misura.

$\lambda$ (Å)	Potenza Incidente	Potenza Trasmessa	Trasmissività
4830	$1.50 \pm 0.05$ W	$1.10 \pm 0.05$ mW	$\tau = 0.73 \pm 0.06 \cdot 10^{-3}$
5145	$0.85 \pm 0.05$ W	$2.40 \pm 0.05$ mW	$\tau = 2.80 \pm 0.21 \cdot 10^{-3}$

b) misura della " Riflettività " dello specchio dei G.I. con  $R = 5$  m. La fig. 5b mostra il nostro procedimento di misura.

$\lambda$ (Å)	P. Incidente	P. Riflessa	Riflettività
4880	21.0 mW	20.1 mW	~ 97%
5145	0.85 mW	0.82 mW	~ 96%

Com'è ovvio la potenza riflessa dipende dall'angolo di incidenza  $\varphi$ .

Poichè a noi interessa l'incidenza ad angolo zero, praticamente impossibile da ottenere, dobbiamo porci in condizioni che approssimino quanto più possibile quelle ideali.

La nostra misura è stata eseguita con un angolo di incidenza pari a  $\varphi = 2/130 = 1.54 \cdot 10^{-2}$  rad.

Per quanto riguarda lo specchio della C.R. totalmente riflettente con  $R = 10$  m otteniamo per entrambe le lunghezze d'onda una trasmissività :

$\lambda$ (Å)	Potenza Incidente	Potenza Trasmessa	Trasmissività
4880	$1.0 \pm 0.1$ W	$4.5 \pm 0.1 \cdot 10^{-5}$ W	$\tau = 4.5 \pm 0.4 \cdot 10^{-5}$
5145			

TAB. I

m d	$\overset{\circ}{\text{Å}}$ $\lambda$	mW		W
		Pot. letta in uscita	Pot. effet. in uscita	Potenza in cavità
1.45	4880	1.70 $\pm$ 0.05	3.4 $\pm$ 0.1	68 $\pm$ 2
	5145	2.50 $\pm$ 0.05	4.5 $\pm$ 0.1	90 $\pm$ 2
2.0	4880	1.60 $\pm$ 0.05	3.2 $\pm$ 0.1	64 $\pm$ 2
	5145	2.45 $\pm$ 0.05	4.4 $\pm$ 0.1	88 $\pm$ 2
2.5	4880	1.65 $\pm$ 0.05	3.3 $\pm$ 0.1	66 $\pm$ 2
	5145	2.45 $\pm$ 0.05	4.4 $\pm$ 0.1	88 $\pm$ 2
3.0	4880	1.65 $\pm$ 0.05	3.3 $\pm$ 0.1	66 $\pm$ 2
	5145	2.40 $\pm$ 0.05	4.3 $\pm$ 0.1	86 $\pm$ 2
3.5	4880	1.55 $\pm$ 0.05	3.1 $\pm$ 0.1	62 $\pm$ 2
	5145	2.30 $\pm$ 0.05	4.1 $\pm$ 0.1	82 $\pm$ 2
4.0	4880	1.45 $\pm$ 0.05	2.9 $\pm$ 0.1	58 $\pm$ 2
	5145	2.25 $\pm$ 0.05	4.0 $\pm$ 0.1	80 $\pm$ 2
4.5	4880	1.40 $\pm$ 0.05	2.8 $\pm$ 0.1	56 $\pm$ 2
	5145	2.10 $\pm$ 0.05	3.8 $\pm$ 0.1	76 $\pm$ 2
5.0	4880	0.60 $\pm$ 0.05	1.2 $\pm$ 0.1	24 $\pm$ 2
	5145	1.05 $\pm$ 0.05	1.9 $\pm$ 0.1	38 $\pm$ 2



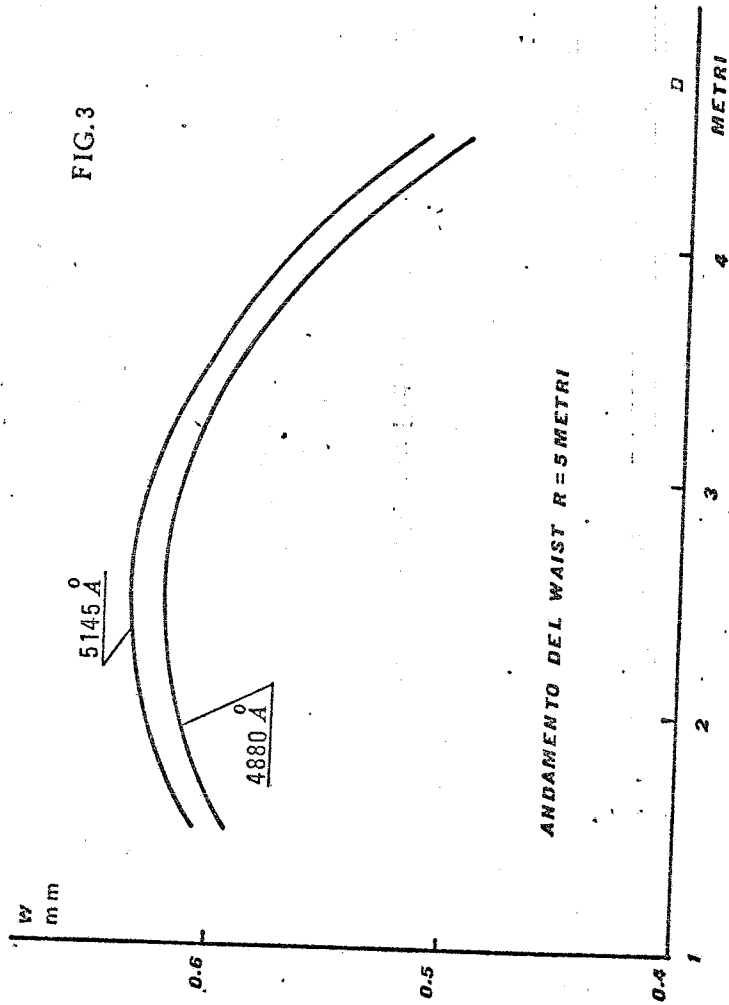


FIG. 3

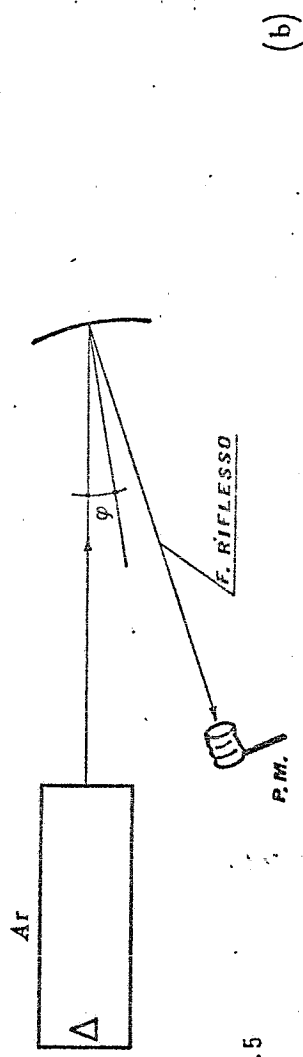
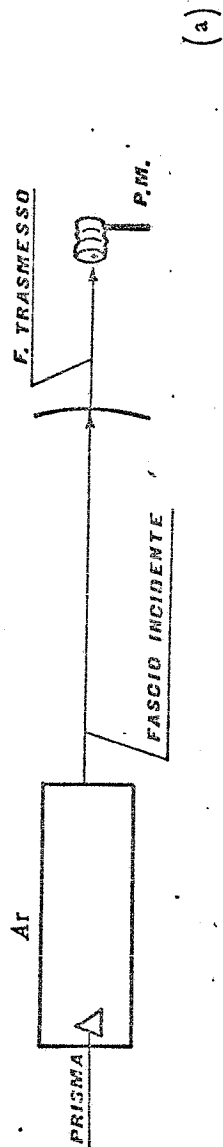
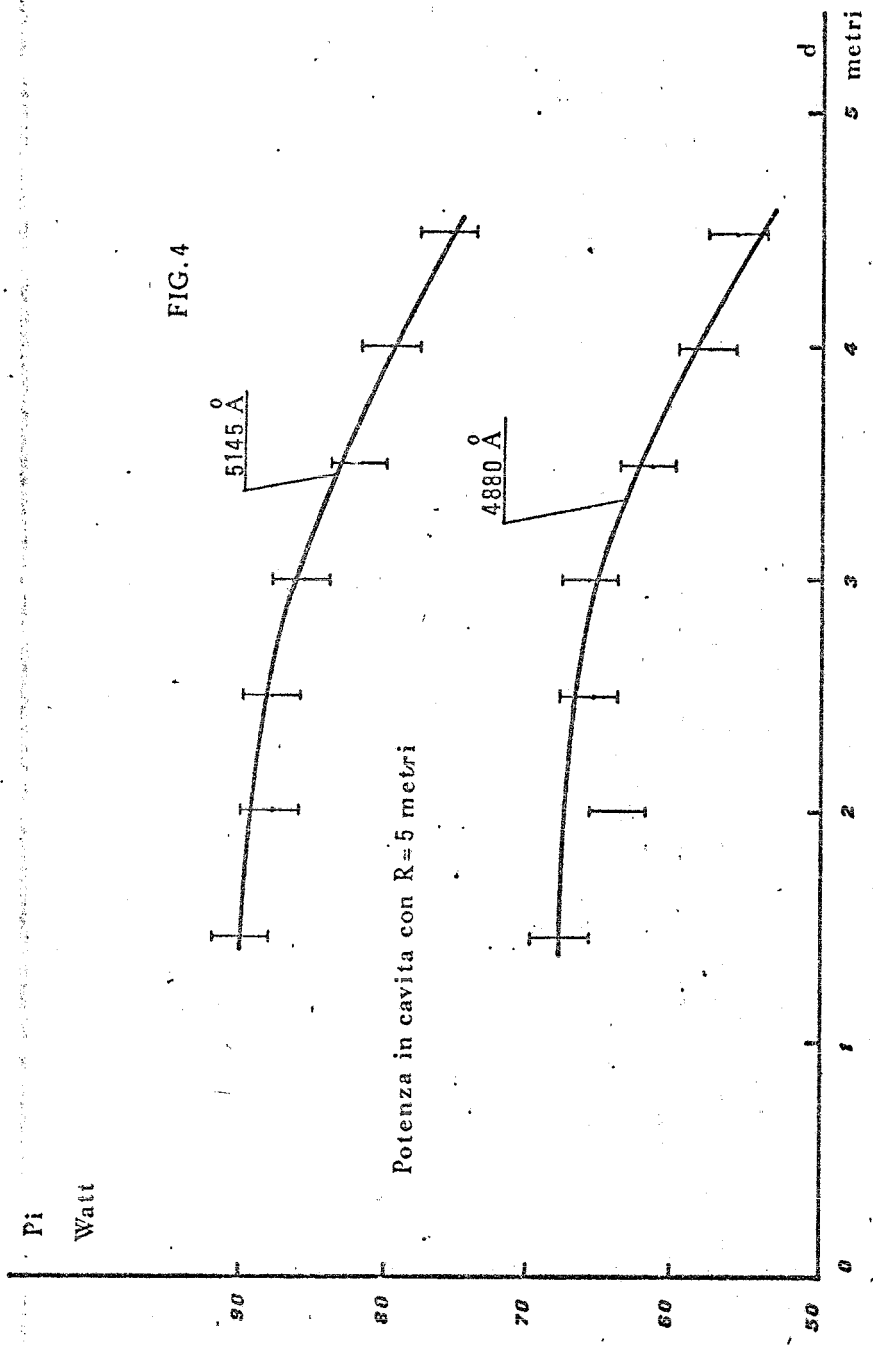


FIG.5



IV.4.) Introduzione della lente e stima delle perdite per riflessione.

Le perdite che può subire un fascio di luce che attraversi uno spessore di quarzo sono dovute principalmente a due cause: a) la riflessione sulle superfici di quarzo b) l'assorbimento all'interno di esso. Di queste due cause naturalmente la prima gioca un ruolo nettamente predominante.

Per ridurre tali perdite per riflessione si è trattato il quarzo, ovvero la lente, con un materiale antiriflettente.

La stima di queste perdite è la meta di questo paragrafo.

Ricordando ( Ved. App. C ) :

$$P_u = K w_1^2 \frac{\gamma_u}{\gamma} \quad \gamma = \gamma_u + \gamma_i$$

è facile vedere che le potenze di uscita di due cavità, che hanno lo stesso " waist "  $w_1$  , sono in rapporto tra loro come l'inverso delle rispettive perdite totali  $\gamma$  .

Se le perdite  $\gamma$  di queste due cavità differiscono soltanto per quelle introdotte dalla lente, sarà possibile separare tale contributo per una stima significativa.

Le cavità mostrate in fig. 6 ( con  $f = 2.5$  m. e  $R_2 = 5$  m ) soddisfano le esigenze richieste per il confronto.

In esse il fattore  $\gamma_i$  è trascurato in quanto  $\gamma_u$  raggiunge il valore del 5.3%.

Ottenuto per la potenza di uscita delle due cavità:

$$P_1 = 2.3 \text{ Watt} \quad P_2 = 2.0 \text{ Watt}$$

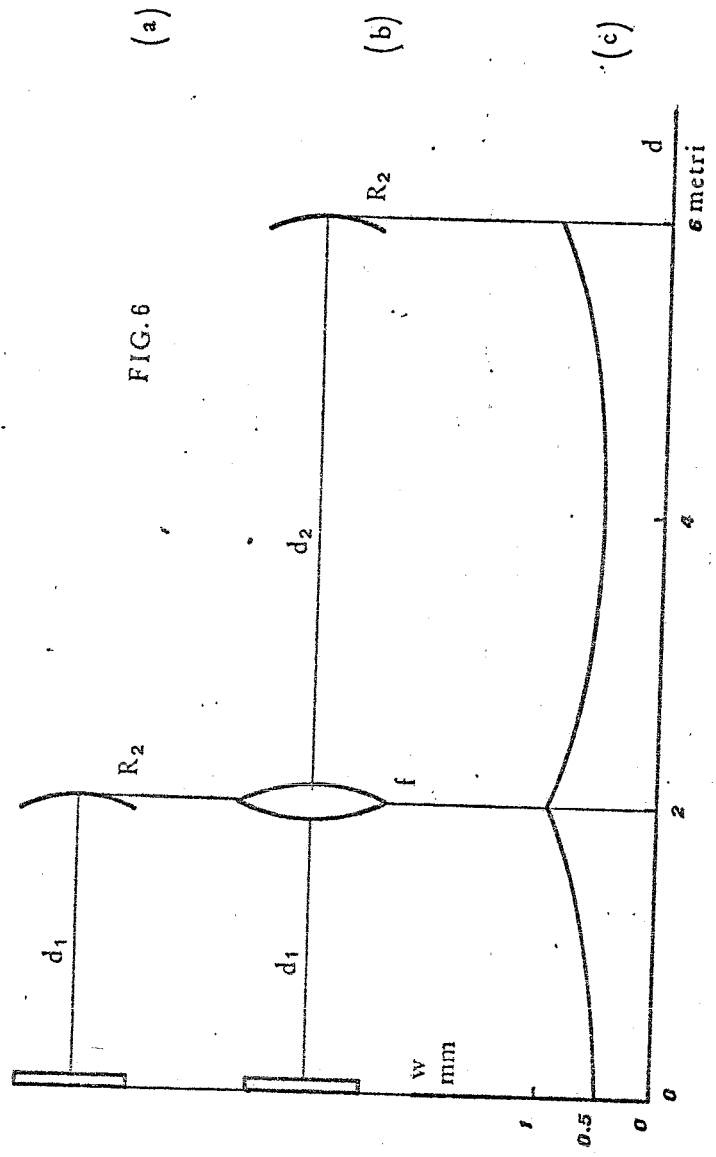
ricaviamo :

$$\frac{P_1}{P_2} = 1 + \frac{\gamma_L}{\gamma_u + \gamma_i} \cong 1 + \frac{\gamma_L}{\gamma_u}$$

da cui :

$$\gamma_L = \gamma_u \left( \frac{P_1}{P_2} - 1 \right)$$

avremo in definitiva  $\gamma_L = 0.75\%$ .



IV.5.) Realizzazione di alcune cavità con la lente

La disponibilità di specchi e lenti di un certo determinato valore di raggio di curvatura e di lunghezza focale, differenti da quelli proposti per la cavità definitiva, hanno permesso la realizzazione di cavità di 13-16 metri di lunghezza.

Le misure su di queste effettuate hanno mostrato la fattibilità di questo tipo di cavità con potenze in gioco che soddisfano le richieste di partenza.

La prima cavità realizzata è stata quella determinata dai seguenti valori dei parametri geometrici:

$$\begin{aligned} f &= 2.50 \text{ m} & d_1 &= 4.45 \text{ m} & d_3 &= 4.45 \text{ m} \\ d_4 &= 4.45 \text{ m} & R_2 &= 5 \text{ m} \end{aligned}$$

di lunghezza totale di 13.35 m con distribuzione del fascio, per quanto riguarda la zona di interazione e la zona di mezzo attivo considerato, identica a quella prevista per la cavità definitiva:

$$w_1 = 0.61 \text{ mm} \quad w_s = 1 \text{ mm} \quad w_2 = 0.61 \text{ mm} \quad w_r = 1 \text{ mm}$$

Essa presenta perdite per diffrazione trascurabili ( 1.II.5. ) e fattore di stabilità pari a ( 2,3.II.5. ) :

$$G_1 \cdot G_2 = 0.87$$

Con questa struttura sono state eseguite due misure , una con lo specchio da 5 metri della C.R. l'altra con lo specchio da 5 metri dei G.I. che hanno fornito i seguenti risultati:

R = 5 m della C.R.

$\lambda(\text{\AA})$	Potenza in uscita	Potenza in cavità	Stima con specchio tot. riflettente
4880	$1.1 \pm 0.1$ W	$22 \pm 2$ W	$\sim 190$ W
5145	$1.6 \pm 0.1$ W	$29 \pm 2$ W	$\sim 250$ W

R = 5 m dei G.I.

$\lambda(\text{\AA})$	Potenza in uscita	Potenza in cavità
4880	$27.0 \pm 0.1$ mW	$36 \pm 2$ W
5145	$75.0 \pm 0.1$ mW	$50 \pm 2$ W

L'unico specchio totalmente riflettente a nostra disposizione ha un raggio di curvatura di 10 metri.

In conseguenza di ciò è stato possibile realizzare una cavità che , pur presentando la stessa quantità di mezzo attivo interessato di quella definitiva ( ovvero stesso valore di  $w_1$  ), non ha



la stessa distribuzione del fascio nella zona di interazione ( ovvero differente valore di  $d_3$  ).

Questo inconveniente non altera in nessun modo la misura della potenza in cavità, la quale, come sappiamo, dipende soltanto dal valore di  $w_1$  .

La seguente struttura :

$$\begin{array}{lll} f = 2.50 \text{ m} & d_1 = 3.0 \text{ m} & d_3 = 3.0 \text{ m} \\ d_4 = 10.1 \text{ m} & R_2 = 10 \text{ m} & \end{array}$$

ha una struttura del fascio :

$$w_1 = 0.60 \text{ mm} \quad w_s = 0.8 \text{ mm} \quad w_2 = 0.6 \text{ mm} \quad w_r = 2.2$$

e presenta perdite per diffrazione trascurabili e fattore di stabilità pari a :

$$G_2 \cdot G_1 = 0.91$$

I risultati ottenuti sono :

$\lambda (\text{\AA})$	Potenza in uscita	Potenza in cavità
4880	$5.8 \pm 0.1 \text{ mW}$	$130 \pm 14 \text{ W}$
5145	$7.9 \pm 0.1 \text{ mW}$	$180 \pm 14 \text{ W}$

La realizzazione di cavità più lunghe non presenta nessuna difficoltà in quanto, per esempio, sostituendo la lente di  $f = 2.5$  metri con una di lunghezza focale  $f = 2.65$  metri ed utilizzando lo stesso specchio di  $R = 10$  metri si può raggiungere una lunghezza totale di circa 18 metri con la seguente struttura:

$$\begin{array}{lll} f = 2.65 \text{ m} & d_1 = 4.0 \text{ metri} & d_3 = 4.0 \text{ m} \\ d_4 = 10 \text{ m} & R_2 = 10 \text{ m} & \end{array}$$

Rimanendo inalterate volume di materiale attivo interessato e perdite totali avremo costante anche la potenza totale all'interno della cavità.

IV.6.) Valutazione del danneggiamento dei componenti ottici da parte della luce di Sincrotrone.

Allo scopo di valutare la possibilità che i componenti ottici montati su Adone, possano venire danneggiati dalla radiazione di Sincrotrone, si è eseguito il calcolo della potenza incidente sui componenti ottici.

Il calcolo è stato condotto in tre diverse ipotesi di andamento del campo magnetico ai bordi dei magneti di Adone.

a) Campo magnetico che passa bruscamente dal valore zero al valore massimo  $H_0$ , alla fine del tratto rettilineo dell'orbita degli elettroni; in tal caso, per la potenza incidente sui componenti ottici, si ha:

$$1) \quad \Delta W_1 = \frac{2}{3} e \frac{I \delta}{R^2} \gamma^4 \frac{RS}{\delta l} = \Delta W_0 \epsilon$$

$$\epsilon = \frac{RS}{l \delta}$$

$$\Delta W_0 = \frac{2}{3} e \frac{I \delta}{R^2} \gamma^4$$

essendo  $I$  la corrente degli elettroni,  $\delta$  gap del magnete,  $S$  la sezione lineare di lente o specchio esposta alla radiazione,  $l$  la distanza del componente ottico dalla fine del tratto rettilineo,  $R = m_0 \gamma c^2 / e H_0$  il raggio di curvatura del tratto circolare dell'orbita degli elettroni.

b) Campo magnetico crescente da zero fino ad  $H_0$ , in un tratto pari al gap del magnete, dalla fine del tratto rettilineo:

$$H = \begin{cases} 0 & \text{per } x < 0 \\ H_0(x/\delta) & 0 \leq x < \delta \\ H_0 & x \geq \delta \end{cases}$$

In tali ipotesi, con le notazioni di cui al punto a) :

$$2) \quad \Delta W_2 = \frac{2\sqrt{2}}{3} \Delta W_0 \epsilon^{2/3}$$

c) Campo magnetico crescente con legge esponenziale da zero ad  $H_0$ , con una costante pari al gap del magnete:

$$H = H_0(1 - \exp(-x/\delta))$$

In tali ipotesi si ha:

$$3) \Delta W_3 = \Delta W_0 \left( \xi_0 + \frac{1}{2}(1 - e^{-2\xi_0}) - 2(1 - e^{-\xi_0}) \right)$$

Essendo  $\xi_0$  dato dalla soluzione dell'equazione:

$$\varepsilon = \xi_0 + e^{-\xi_0} - 1$$

le 1), 2) e 3) sono valide per  $S/l \ll 1$  ; condizione largamente soddisfatta nel nostro caso.

In fig. 7, sono riportate verso S le potenze calcolate secondo le tre ipotesi dette, per un'energia degli elettroni di 1.5 Gev ( $\gamma = 2950$ ), una corrente  $I = 100$  mA,  $l = 3$  m,  $\delta = 0,07$  m  $R = 5$  m.

Come si vede dalla figura, la situazione più favorevole, è quella per cui il campo varia secondo la

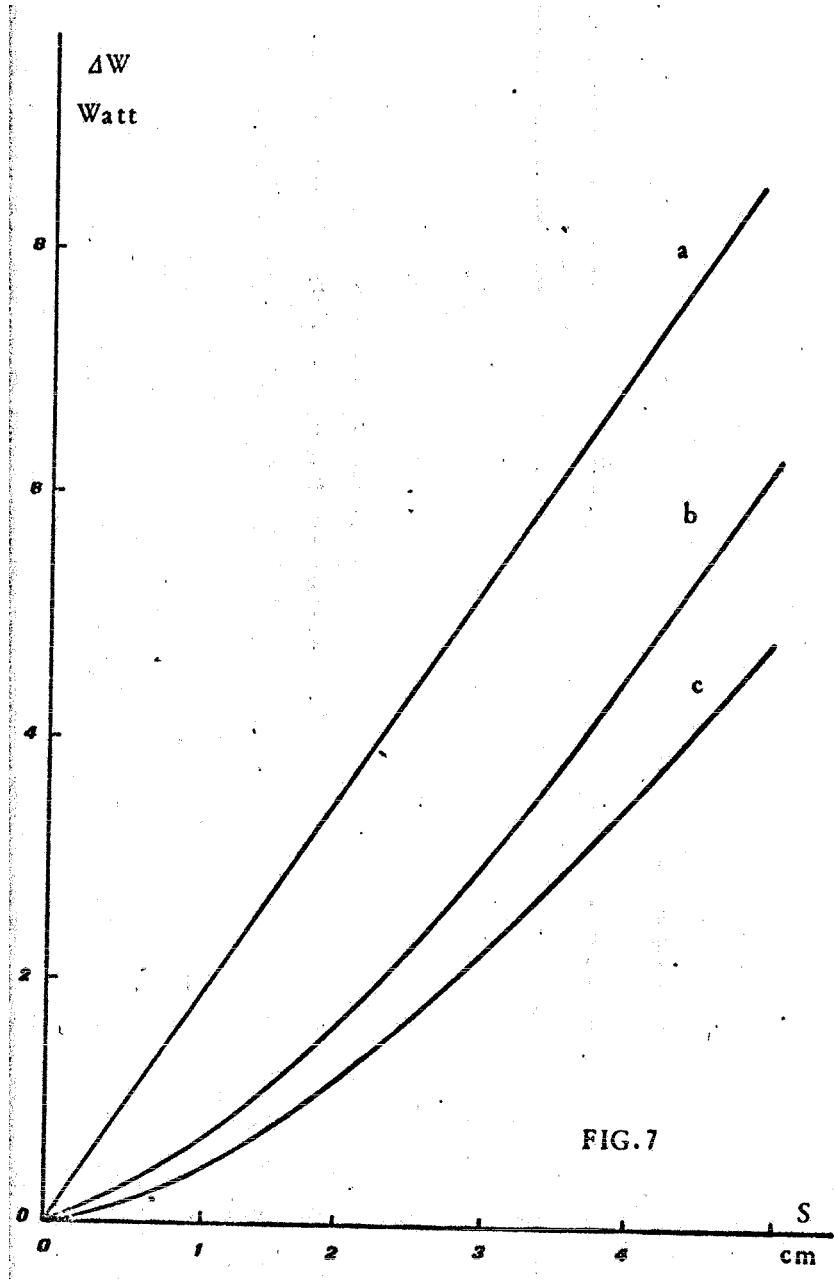


FIG. 7

legge 3) che è anche la più realistica.

In tale ipotesi  $W$  risulta una funzione rapidamente crescente del tratto  $S$  esposto.

Per ridurre più possibile il valore di  $S$ , il progetto del porta specchi prevede la possibilità di introdurre una bandierina di protezione regolabile micrometricamente.

Si deve assumere, pertanto, che il tratto dello specchio o della lente esposto, sarà, in condizioni di lavoro normali, pari a 0,5 cm. o meno.

In tal caso le potenze massime a cui potranno essere esposti i componenti ottici, saranno comprese tra 0,5 e 1,5 W, a seconda dell'andamento del campo ai bordi.

Sulle base delle valutazioni numeriche sopra esposte, sono state eseguite alcune prove di laboratorio su alcuni dischi di quarzo delle dimensioni delle lenti e degli specchi che dovranno essere montati su Adone.

Tali prove sono state effettuate simulando la radiazione di Sincrotrone con il fascio Laser.

Questo è fatto assorbire da una pasticca di metallo del diametro di circa 2 mm., posta in buon contatto termico con il centro del disco di quarzo, che si trova, in condizioni di dissipazione del calore, simili a quelle di Adone.

Per valutare correttamente la potenza assorbita dal quarzo, la pasticca di metallo di qualche deci

mo di millimetro di spessore, è schiacciata al centro di due dischi uguali di quarzo.

In tali condizioni di simmetria, si può ragionevolmente assumere che su ogni disco venga dissipata la metà della potenza assorbita dal metallo.

Scopo delle misure è stato, sia di verificare che la temperatura dei componenti ottici non possa superare in Adone quella massima garantita dalla Casa (300 °C), sia di controllare di poter utilizzare l'indio (la cui temperatura di fusione è di 160 °C), come guarnizione da vuoto per le finestre di quarzo da montare sulla ciambella.

La realizzazione pratica di tale prova, ha reso necessario la costruzione di un piccolo apparato mostrato in fig. 8 .

Quando noi inviamo una certa potenza laser sulla pasticca di indio, una parte di questa potenza viene riflessa, una parte trasmessa ed una parte assorbita.

A causa della potenza assorbita , l'indio si riscalda ed il calore diffonde attraverso il quarzo fino a raggiungere l'oring (di indio) della flangia.

Abbiamo cercato di eliminare altri modi possibili di dispersione del calore, in modo da riprodurre abbastanza fedelmente le condizioni che avremo su Adone.

Per questo motivo nella scatola è stato fatto il vuoto.



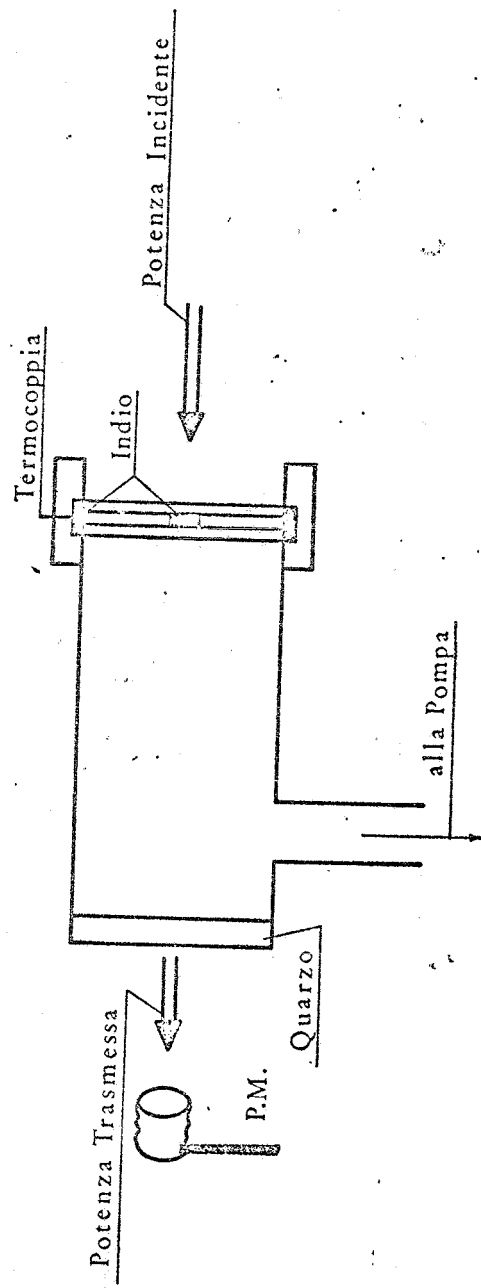


FIG.8

La misura della temperatura, è stata eseguita, tramite una termocoppia in contatto con l'indio, come mostra la figura 8 .

Sono state eseguite varie misure con potenze sempre crescenti a partire da 700 mW, fino a raggiungere circa 5 Watt; i risultati sono stati tabulati e graficati.

La misura della potenza riflessa, ha fornito sempre valori trascurabili, in quanto la pasticca di Indio, è stata opportunamente trattata.

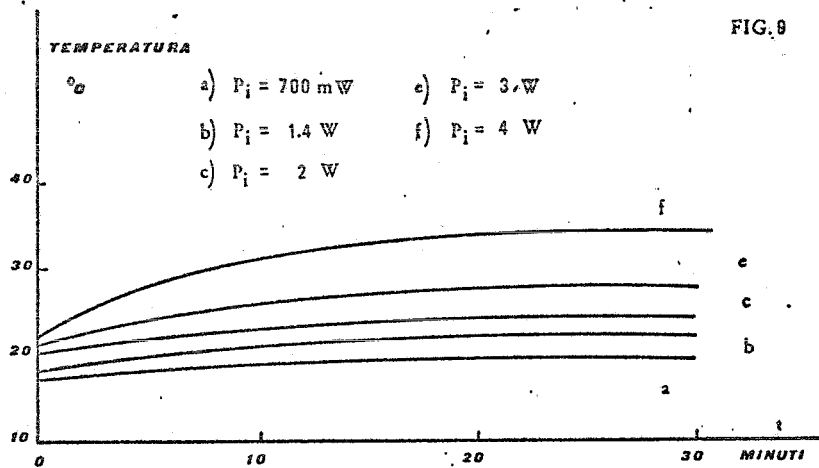
Quindi, possiamo ragionevolmente ritenere che la potenza incidente meno la potenza trasmessa, forniscano la potenza assorbita dalla pasticca.

La pasticca di Indio ha iniziato a fondere per una potenza incidente di circa 5 Watt, dopo un irraggiamento di 10 minuti, mentre l'indio della guarnizione si trovava ad una temperatura di 34°C. La potenza trasmessa era, in questo caso, di 200 mW.

Data la particolare costruzione del sistema, possiamo considerare una simmetrica dissipazione dei 4.8 Watt assorbiti dalla pasticca, sui due dischi di quarzo che la incastrano; la potenza as sorbita da uno dei due dischi, sarà perciò di circa 2.4 Watt.

Considerando che le potenze in gioco valutate, raggiungono un valore pessimistico di 1.5 Watt, siamo nella condizione di poter affermare che l'in dio può essere utilizzato quale guarnizione da vu

to in quanto la temperatura dell'oring, sarà sempre minore di 35 °C. Inoltre, la temperatura dei componenti ottici si terrà sempre al di sotto dei 160 °C, che rappresenta una temperatura molto inferiore al limite fornito dalla Casa (300 °C).



IV.7.) Struttura ruotante per la protezione delle parti ottiche dalla radiazione di Sincrotrone.

Sempre per analizzare la possibilità che la radiazione di Sincrotrone possa danneggiare i componenti ottici della cavità sono state eseguite presso il Centro Nucleare della Casaccia delle misure atte ad individuare questi danneggiamenti.

Sono stati irraggiati, con una macchina a raggi X con catodo di rame avente un picco a circa 8 KeV con fondo di bremsstrahlung fino a 20 KeV, alcuni componenti ottici per un periodo di 35 ore con una potenza di  $1 \text{ W/cm}^2$ .

I componenti realizzati con vetro mostravano chiari segni di annerimento, mentre quelli realizzati con quarzo suprasil non presentavano nessun danneggiamento.

I componenti di quarzo suprasil sono stati oggetto di una seconda misura anch'essa con esito positivo, infatti non erano presenti danneggiamenti di alcun genere.

Di questi componenti sono state poi misurate le caratteristiche ottiche ( riflettività e trasmittività ) che hanno fornito i risultati originali.

Può accadere lo stesso che questo fenomeno di annerimento, provocato dalla radiazione di Sincro

trone, possa presentarsi dopo un certo periodo di tempo.

Per ovviare a questo inconveniente è stata studiata una particolare struttura che aumenti notevolmente la vita media della macchina.

L'introduzione all'interno della cavità di una ruota di quarzo suprasil a facce piane e parallele, trattata con materiale antiriflettente, lentamente girevole.

Questo diluirebbe la radiazione di Sincrotrone su una superficie molto più vasta permettendo così l'aumento della vita media dell'impianto.

Con una ruota di 10 cm di diametro, supponendo l'asse maggiore del fascio della radiazione di Sincrotrone di circa 1 cm si otterrebbe un aumento della vita media di un fattore 180.

L'introduzione della ruota aumenterà ovviamente le perdite riducendo quindi la potenza in cavità.

Per la  $4880 \text{ \AA}^0$  otterremo una potenza di 200 W mentre per la  $5145 \text{ \AA}^0$  circa 250 W.

Tutto questo porterebbe il numero di fotoni prodotti a:

$$\dot{n} = 6.5 \cdot 10^6 \text{ fotoni/sec}$$

CAPITOLO V

ALCUNE ESPERIENZE REALIZZABILI CON UN FASCIO GAMMA POLARIZZATO E QUASI MONOCROMATICO.

V.1.) Introduzione

La realizzazione di un fascio gamma quasi monocromatico e polarizzato introduce delle notevoli semplificazioni nelle esperienze di fisica nucleare.

Noi ci occuperemo, in generale, della diffusione dei fotoni cercando di mettere in evidenza i vantaggi di questo fascio.

Alla diffusione dei raggi gamma contribuiscono oltre ai nuclei anche gli elettroni.

La diffusione dei raggi gamma da parte degli elettroni deriva da due contributi, uno corrispondente alla diffusione elastica o diffusione Rayleigh l'altro alla diffusione inelastica Compton.

La diffusione Rayleigh, che è l'interazione con l'elettrone legato, ha una sezione d'urto:<sup>16</sup>

$$\sigma_R = \frac{867 \cdot 10^{-33}}{\text{sen}^3 \frac{1}{3} \theta} \left( \frac{Z m}{E_\gamma} \right)^3 \frac{1 + \cos^2 \theta}{2} \text{ cm}^2/\text{str}$$

dove:

Z      numero atomico  
m      massa dell'elettrone ( 511 KeV )  
E<sub>γ</sub>    energia del fascio gamma  
θ      angolo di diffusione

Oltre i 3/4 della diffusione Rayleigh ha luogo  
ad angoli inferiori a<sup>17</sup>:

$$\theta_0 = \arcsen \left( 2,6 \cdot 10^{-2} Z^{1/3} \frac{m c^2}{\hbar \omega} \right)$$

Per esempio nel piombo  $\theta_0 = 16^\circ$  per  $E_\gamma = 0.41$  MeV

Per quanto riguarda l'interazione dei gamma con  
il nucleo si hanno principalmente tre fenomeni in  
concorrenza :

a) La diffusione Thomson, la cui sezione d'urto dif-  
ferenziale è<sup>18</sup>:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = D^2 \frac{1 + \cos^2\theta}{2}$$

dove l'ampiezza di diffusione  $D = -Z^2 e^2 / A M c^2$ ,  
risulta indipendente dall'energia del fascio gamma.

b) La diffusione nucleare ed in particolare la regione di risonanza gigante di dipolo e quadrupolo elettrico.

c) La diffusione Delbruck ovvero l'interazione dei fotoni con il campo columbiano del nucleo.

Una discussione generale di questi processi può essere trovata nelle referenze 18 e 19.

Noi ora ci occuperemo in particolare dello studio della regione di risonanza gigante e della diffusione Delbruck.



V.2.) Studio della regione di risonanza gigante di dipolo ( GDR ) e di quadrupolo elettrico.

Il problema del meccanismo dell'assorbimento da parte dei nuclei della radiazione di dipolo elettrico, responsabile dell'ampia risonanza nota come "Risonanza Gigante " è stato discusso da molti autori.

Nel 1945 Midgal<sup>20</sup> attribuì l'assorbimento all'eccitazione di oscillazioni del baricentro dei protoni rispetto al baricentro dei neutroni.

Nel lavoro di Goldhaber e Teller<sup>21</sup> vennero esaminate tre diverse approssimazioni per descrivere le oscillazioni armoniche classiche dei neutroni rispetto ai protoni.

a) I singoli protoni e neutroni compiono delle oscillazioni armoniche intorno alla loro posizione di equilibrio, analogamente agli ioni in un reticolo cristallino.

b) Protoni e neutroni oscillano gli uni rispetto agli altri come due fluidi incomprimibili.

c) Protoni e neutroni oscillano come due fluidi comprimibili.

Risultò che il massimo della sezione d'urto  $E_m$  non dipende da  $A$  nel caso a),  $E_m \cong A^{-1/6}$  nel caso b) ed infine  $E_m \cong A^{-1/3}$  nel caso c).

Steinwedel e Jensen<sup>22</sup> considerarono i neutroni ed i protoni come due fluidi idrodinamici ed ottennero per la frequenza di risonanza  $\hbar\omega = 60 \bar{A}^{-1/3}$ .

Nel lavoro di Frerenz, Gell-Mann e Pines<sup>23</sup> furono studiate oscillazioni di risonanza dei neutroni e dei protoni come oscillazioni di un plasma; si ottenne in questo modo  $E_m = 80 \text{ \AA}^{-1/3}$ .

Una ulteriore ed interessante esperienza può riguardare lo studio di risonanze giganti diverse da quelle di tipo E1.

La teoria predice una presenza di una risonanza isoscalare ad un'energia minore della GDR data dall'espressione  $E_m = 50 \text{ \AA}^{-1/3}$ ; in aggiunta è stata anche predetta una risonanza isovettoriale E2 ad una energia superiore alla GDR  $E_m = 120 \text{ \AA}^{-1/3}$ .

Prove sperimentali dell'esistenza di tali risonanze sono state recentemente ottenute con tecniche di diffusione elastica di elettroni senza ottenere tuttavia apprezzabili risoluzioni.

E' da sottolineare il fatto che lo studio della struttura fine della risonanza E2 e della misura della sua " strength " costituiscono importanti problemi tutt'oggi aperti.

Nel nostro caso tale studio verrà effettuato misurando le sezioni d'urto differenziali relative alla diffusione elastica ed anelastica.

Attualmente la diffusione e l'assorbimento dei fotoni su nuclei vengono descritte mediante il cosiddetto modello collettivo idrodinamico ( H.C.M. ).<sup>27,28</sup>

Secondo tale modello la struttura fine della GDR è essenzialmente determinata dalla simmetria del nucleo nel suo stato fondamentale e dall'accoppiamen-

to delle oscillazioni dipolari di tipo classico con le oscillazioni quadrupolari della superficie nucleare.

Un'espressione generale per  $d\sigma/d\Omega$ , nel caso di transizioni di tipo E1, in cui non si riveli la polarizzazione del fotone uscente, mentre quella del fotone entrante è pari al 100% è data da:<sup>29,30</sup>

$$1) \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = \sum_0^2 \nu \frac{|A_\nu|^2}{(2\nu+1)} g_\nu(\theta, \phi)$$

dove  $A_\nu$  sono ampiezze di diffusione associate a processi in cui vengono trasferite al nucleo  $\nu = 0, 1, 2$  unità di momento angolare; tali contributi vengono detti rispettivamente scalare, vettoriale e tensoriale.

Il contributo  $\nu = 0$  è dovuto essenzialmente ad uno scattering elastico coerente, i contributi con  $\nu = 1, 2$  da uno scattering anelastico.

Le  $g_\nu(\theta, \phi)$  sono fattori di distribuzione angolare; essi dipendono dall'angolo di diffusione  $\theta$ , nonché dall'angolo  $\phi$  tra il vettore di polarizzazione  $\vec{P}$  del fotone entrante ed il piano di diffusione. Si ha :

$$g_0 = \frac{1}{3} (\cos^2 \theta \cos^2 \phi + \sin^2 \phi)$$

$$g_1 = 1 - \frac{1}{2} (\cos^2 \theta \cos^2 \phi + \sin^2 \phi)$$

$$g_2 = 1 + \frac{1}{6} (\cos^2 \theta \cos^2 \phi + \sin^2 \phi)$$

E' stato mostrato<sup>30</sup> che le componenti anelastiche con  $\nu = 1$  sono fortemente soppresse per cui possiamo scrivere l'equazione 1 nella forma:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |A_0|^2 g_0 + \frac{1}{5} |A_2|^2 g_2$$

Quando  $\vec{P}$  è parallelo o perpendicolare ( $\phi = 0$ ,  $\phi = \pi/2$ ) al piano di diffusione si ha:

$$\frac{d\sigma^{\parallel}}{d\Omega} = \frac{1}{3} |A_0|^2 \cos^2 \theta + \frac{1}{5} |A_2|^2 \left(1 + \frac{1}{6} \cos^2 \theta\right)$$

$$\frac{d\sigma^\perp}{d\Omega} = \frac{1}{3} |A_0|^2 + \frac{7}{30} |A_2|^2$$

Si noti che per  $\theta = \pi/2$ ,  $d\sigma^\parallel/d\Omega$  non dipende da  $|A_0|^2$  per cui :

$$|A_0|^2 = 3 \left( \frac{d\sigma^\perp}{d\Omega} - \frac{7}{6} \frac{d\sigma^\parallel}{d\Omega} \right)$$

2)

$$|A_2|^2 = 5 \frac{d\sigma^\parallel}{d\Omega}$$

In un recente lavoro, unico tutt'oggi esistente, Hayward, Barber e Sazama<sup>31</sup> hanno effettuato misure preliminari di  $d\sigma^{\parallel,\perp}/d\Omega$  in svariati nuclei ottenendo valori del rapporto  $|A_2(E1)|^2/|A_0(E1)|^2 \leq 0.4$ .

Per visualizzare in maniera evidente i vantaggi che comporta l'utilizzazione del nostro fascio eseguiamo il confronto con quello di Hayward:

TAB. I

	LADON	Hayward
Polarizzazione	> 98%	95%
Energia	qualsiasi	15.1 MeV
Sezione	1 cm	20 cm
Intensità	$10^6 - 10^7$	$10^4$

Nelle regioni energetiche dove la risonanza di dipolo compete con quella di quadrupolo la situazione è più complessa.

Generalizzando l'espressione 1 otteniamo:<sup>32</sup>

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sum_{\nu} \sum_{L, L'} \frac{A_{\nu}^*(EL) A_{\nu}(EL') g_{\nu}(LL', \theta, \phi)}{2\nu + 1}$$

La tabella II riporta i valori di  $g(L, L'; \theta, \phi)$  per  $L = 1, 2$  e  $L' = 1, 2$ . ( $g(1, 1; \theta, 0) = g(\theta, \phi)$ )

Per  $\theta = \pi/2$  svaniscono tutti i termini di interferenza; trattenendo solo i termini anelastici con  $\nu = 2$  si ha:

$$\frac{d\sigma^{\parallel}}{d\Omega} = \frac{1}{5} |A_0(E2)|^2 + \frac{1}{5} \left[ |A_2(E1)|^2 + \frac{1}{2} |A_2(E2)|^2 \right]$$

$$\frac{d\sigma^{\perp}}{d\Omega} = \frac{1}{3} |A_0(E1)|^2 + \frac{1}{5} \left[ \frac{7}{6} |A_2(E1)|^2 + \frac{3}{7} |A_2(E2)|^2 \right]$$

Nel caso sia possibile separare chiaramente lo scattering elastico da quello anelastico si ha direttamente:

$$B = \frac{|A_0(E2)|^2}{|A_0(E1)|^2} = \frac{5}{3} \left[ \frac{d\sigma^{\parallel}}{d\Omega} / \frac{d\sigma^{\perp}}{d\Omega} \right]_{\theta = \pi/2}$$

TAB II

$g_0^I(11\theta) = 1/3$	$g_0^I(11\pi/2) = 1/3$
$g_0^{II}(11\theta) = 1/3 \cos^2\theta;$	$g_0^{II}(11\pi/2) = 0$
$g_1^I(11\theta) = 1/2$	$g_1^I(11\pi/2) = 1/2$
$g_1^{II}(11\theta) = 1/2(2 - \cos^2\theta)$	$g_1^{II}(11\pi/2) = 1$
$g_2^I(11\theta) = 7/6$	$g_2^I(11\pi/2) = 7/6$
$g_2^{II}(11\theta) = 1 + 1/6 \cos^2\theta$	$g_2^{II}(11\pi/2) = 1$
$g_0^I(22\theta) = \cos^2\theta/5$	$g_0^I(22\pi/2) = 0$
$g_0^{II}(22\theta) = 1/5(1 - 4\cos^2\theta \sin^2\theta)$	$g_0^{II}(22\pi/2) = 1/5$
$g_1^I(22\theta) = 4/9(2 - \cos^2\theta)$	$g_1^I(22\pi/2) = 8/9$
$g_1^{II}(22\theta) = 4/9(1 + 16\cos^2\theta \sin^2\theta)$	$g_1^{II}(22\pi/2) = 4/9$
$g_2^I(22\theta) = 1/14(6 + \cos^2\theta)$	$g_2^I(22\pi/2) = 3/7$
$g_2^{II}(22\theta) = 1/14(7 - 16\cos^2\theta \sin^2\theta)$	$g_2^{II}(22\pi/2) = 1/2$
$g_3^I(22\theta) = 1/5(3 - \cos^4\theta + \sin^4\theta)$	$g_3^I(22\pi/2) = 4/5$
$g_3^{II}(22\theta) = 1/5(3 - \cos^4\theta - \sin^4\theta)$	$g_3^{II}(22\pi/2) = 2/5$
$g_4^I(22\theta) = 2/35(10 + 4\cos^2\theta)$	$g_4^I(22\pi/2) = 4/7$
$g_4^{II}(22\theta) = 2/35(14 - \cos^2\theta + \cos^4\theta)$	$g_4^{II}(22\pi/2) = 4/5$
$g_0^I(12\theta) = [\cos\theta(\sin^2\theta - \cos^2\theta)]/\sqrt{15}$	$g_0^I(12\pi/2) = 0$
$g_0^{II}(12\theta) = -\cos\theta/\sqrt{15}$	$g_0^{II}(12\pi/2) = 0$
$g_1^I(12\theta) = -\cos\theta(1 + 4\sin^2\theta)/2\sqrt{5}$	$g_1^I(12\pi/2) = 0$
$g_1^{II}(12\theta) = -\cos\theta/2\sqrt{5}$	$g_1^{II}(12\pi/2) = 0$
$g_2^I(12\theta) = -\cos\theta(1 + 4\cos^2\theta)/2\sqrt{21}$	$g_2^I(12\pi/2) = 0$
$g_2^{II}(12\theta) = -5\cos\theta/2\sqrt{21}$	$g_2^{II}(12\pi/2) = 0$

Ad angoli diversi da  $\theta = \pi/2$  intervengono invece anche i termini di interferenza che dipendono da  $\text{Re} \left[ A_{\nu}^*(E1)A_{\nu}(E2) \right]$  con  $\nu = 0, 2$ .

Concludendo possiamo suddividere le esperienze possibili in due categorie:

A) Misura di  $|A_0(E1)|^2$  ed  $|A_2(E1)|^2$  nella zona del massimo della GDR (  $E_m = 80 A^{-1/3}$  MeV )

In tal caso i contributi di E2 possono essere senz'altro trascurati.

Sfruttando le relazioni date da eq. 2 si effettueranno due misure a  $\theta = \pi/2$  per  $\phi = 0, \pi/2$ .

Due misure supplementari a  $\theta = \pi/4$  potranno consentire un ragionevole controllo dell'ipotizzata assenza di contributi di E2 e di contributi anelastici di E1 con  $\nu = 1$ .

Grazie alle possibilità offerte dalla polarizzazione del fascio sarà possibile utilizzare rivelatori gamma di media risoluzione, ad esempio un NaI da 4" x 6" .

Per lo studio delle modalità con cui la " strength " di E1 si distribuisce tra i vari livelli eccitati sarà però necessario sostituire il contatore posto a  $\theta = \pi/2$  e  $\phi = 0$  con un rivelatore di più alta risoluzione, ad esempio un rivelatore al Ge(Li) di grande volume = 100 cc .

Per ogni nuclide sarà necessario effettuare almeno 10 misure con rivelatori ad NaI a diverse distanziate energie . ( La differenza di energia tra



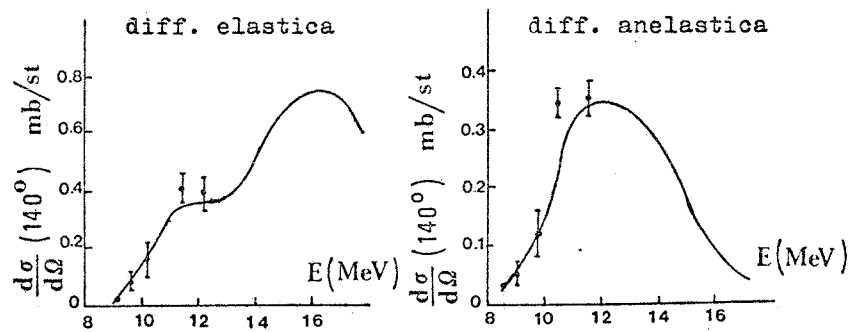
due misure vicine dovrà essere dell'ordine di 1 MeV ).

Le misure con rivelatori al Ge(Li) potranno essere limitate ad alcune energie opportunamente scelte.

In particolare ci si propone di studiare i nuclei del  $\text{Th}^{232}$ ,  $\text{U}^{238}$ ,  $\text{Pr}^{141}$ ,  $\text{Tb}^{159}$ ,  $\text{Ho}^{165}$ ,  $\text{Tm}^{169}$ ,  $\text{Lu}^{175}$ ,  $\text{Ta}^{181}$ ,  $\text{Cd}^{112}$ ,  $\text{Au}^{197}$ .

Per quanto riguarda l' $\text{U}^{238}$  riportiamo dal lavoro (33) le sezioni d'urto per fotoni non polarizzati per diffusione elastica ed anelastica.

Le curve teoriche sono previsioni dell'H.C.M. .



B) Misure di  $|A_0(E1)|^2$  ed  $|A_0(E2)|^2$  in nuclei rigidi.

Ci si propone di studiare i nuclei  $\text{Ca}^{40}$  e  $\text{Pb}^{208}$  (piombo radiogenico) nei quali il primo livello eccitato si trova ad un'energia di circa 3 MeV.

Il  $\text{Bi}^{209}$  offrirà la possibilità di una misura praticamente equivalente a quella del  $\text{Pb}^{208}$  in quanto

sembra, anche in esso, accertata l'assenza di diffusione anelastica.

Per tali nuclidi non appare necessario lo impiego di rivelatori al Ge(Li).

Sulle risonanze di quadrupolo in tali nuclei mancano attualmente informazioni sia teoriche che sperimentali.

Stima della velocità di conteggio.

I conteggi su di un singolo contatore dei fotoni diffusi sono dati dalla seguente espressione:

$$C_{\gamma} = \frac{d\sigma}{d\Omega} \Delta\Omega_{\gamma} \varepsilon f_a f_b \Phi_{\gamma} S T \rho A^{-1} N$$

dove:

$\Delta\Omega_{\gamma}$  angolo di accettazione del rivelatore

$\varepsilon$  efficienza del rivelatore

$f_b, f_a$  trasmissione del bersaglio e di eventuali assorbitori posti davanti al rivelatore

$\Phi_{\gamma}$  flusso dei gamma in fotoni/cm<sup>2</sup>sec

$S, \rho$  superficie, spessore e densità del bersaglio

$A$  numero di massa del nucleo in studio

$N$  numero di Avogadro

Per effettuare una stima preliminare di  $C_{\gamma}$

ci riferiremo ad una energia standard di 15 MeV.

Faremo riferimento inoltre ad un rivelatore di NaI(Tl) di 4" x 6" posto a 60 cm dal bersaglio, geometria corrispondente ad un angolo solido  $\Delta\Omega_\gamma$  uguale ad  $9.1 \cdot 10^{-2}$  ster. e ad un angolo di apertura di  $\varphi = 4.9^\circ$ .

Per  $\epsilon$  assumeremo un valore tipico di  $\epsilon = 0.2$ .

Le condizioni sperimentali richiedono inoltre un filtraggio dei gamma diffusi per l'eliminazione dei fotoni molli e dei fotoneutroni prodotti dal bersaglio.

Una ragionevole disposizione sperimentale potrà essere realizzata introducendo uno spessore di circa 20 cm di alluminio ed uno di circa 10 cm di paraffina borata.

Utilizzeremo bersagli il cui assorbimento non supererà il 40%; in tali condizioni potremo assumere  $f_b f_a = 0.4$ .

Con un'intensità  $S \Phi_\gamma = 5 \cdot 10^6$  fotoni/sec e supponendo inoltre  $T_\rho = 10$  gr/cm<sup>2</sup> otteniamo:

$$C_\gamma \cong 10^3 (A/100)^2 (\cos^2 \theta \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi) \text{ cont/h}$$

Si può ragionevolmente pensare che si possa assumere come conteggio medio  $\langle C_\gamma \rangle$  al variare dell'energia un valore pari al 50% della stima precedente.

Per  $\theta = \pi/2$  e  $\phi = 0$  si ottengono così i conteggi medi riportati nella terza colonna della seguente tabella:

Nuclide	Esp.	$\langle C^I \rangle$ cont/h	$\langle C^{II} \rangle$ cont/h
Ca	B	80	20
Cd	A	600	80
Ho	A	1400	340
Au	A	1900	250
Pb	B	2200	20
Th	A	2700	700

TAB. III .

In questo conto abbiamo utilizzato la stima di  $|A_0(E1)|^2 = 0.35(A/100)^3$  mb/ster. valida per A maggiore di 100 ricavata dai dati ottenuti dal gruppo di Saclay.

Per quanto riguarda i conteggi a  $\phi = 0$  relativi alla misura di  $\left[ \frac{d\sigma''}{d\Omega} \right]_{\theta=\pi/2}$  il parametro determinante è  $|A_2(E1)|^2$ .

Il rapporto  $|A_2(E1)|^2 / |A_0(E1)|^2$  può essere preso variabile tra 0.22 e 0.44 a seconda del tipo di nuclide analizzato ; per cui possiamo stimare:

$$C_{\gamma}^{II} = \frac{3}{5} \frac{|A_2(E1)|^2}{|A_0(E1)|^2} C_{\gamma}^I \quad \text{varia tra } 130-260 (A/100)^2 \text{ cont/h}$$

Stime dei conteggi medi aspettati ,relativi a  $\langle C^{II} \rangle$  sono riportati nella quarta colonna della tab.III.

v.3.) Diffusione Delbruck

La diffusione Delbruck è la diffusione elastica dei fotoni con il campo coulombiano del nucleo.

Il suo processo base è la creazione virtuale e conseguente annichilazione di una coppia elettrone positrone.

Il suo diagramma di Feynman è mostrato in fig. 1.

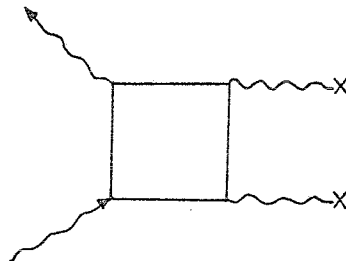


FIG.1

In questi ultimi anni due misure a bassa energia<sup>34,35</sup> hanno messo in evidenza questo processo.

I risultati ottenuti sono in buon accordo con il calcolo di Ehlitzky e Sheppey<sup>36</sup>, il quale fornisce l'ampiezza della diffusione Delbruck soltanto per piccoli angoli ed a bassa energia.

Un più recente esperimento<sup>37</sup> ad energie comprese tra 1 e 7.3 GeV, usando fasci gamma di bremsstrahlung prodotti dall'elettrosincrotrone di DESY, ha fornito risultati in buon accordo con il calcolo di Cheng e Wu<sup>38</sup>.

La sezione d'urto calcolata da Cheng e Wu è riportata in fig. 2. come funzione dell'angolo di

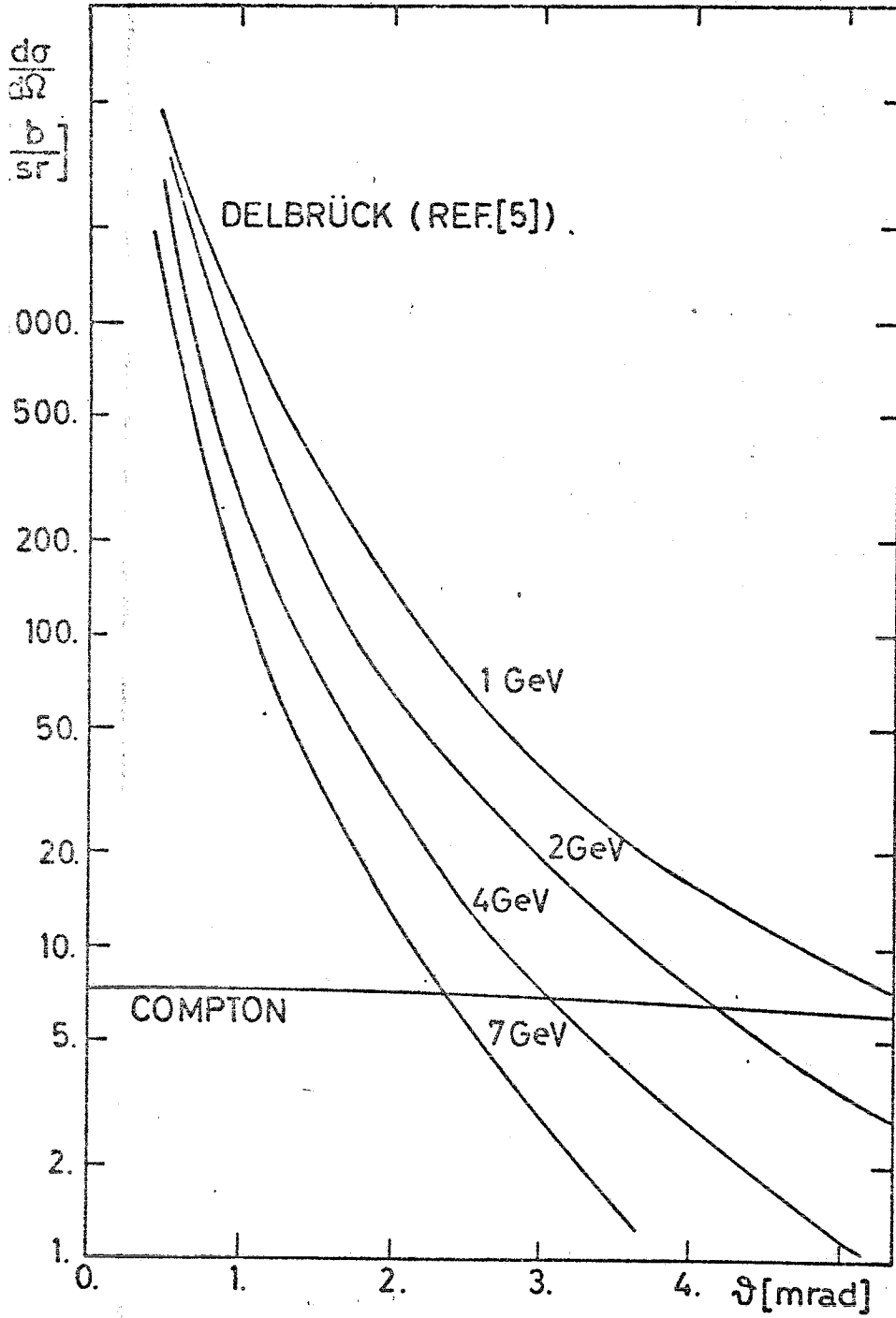


Fig. 2

diffusione.

Essa mostra un evidente massimo per la diffusione in avanti.

Nella stessa figura è riportata, inoltre, la sezione d'urto per effetto Compton su elettroni; questo perchè nel laboratorio di DESY lo spettro risultante dei fotoni diffusi è formato dalla sovrapposizione di questi due processi.

La sezione d'urto per diffusione Delbruck è proporzionale a  $Z^4$  quindi è conveniente utilizzare bersagli di alto peso atomico.

I risultati ottenuti con bersagli d'oro e di uranio sono riportati in fig. 3 e 4 ( La linea tratteggiata è stata ottenuta da Cheng e Wu in un primo calcolo (38) , quella continua sempre dagli stessi autori in un ulteriore perfezionamento (39) ).

E' interessante, in questo caso, l'utilizzazione dei fotoni polarizzati.

Ad un angolo di  $10^\circ$  la sezione d'urto è veramente grande confrontata con gli altri processi concorrenti. Anche se i fotoni diffusi per effetto Compton sono ancora abbastanza intensi, la loro energia è ridotta, nei confronti di quelli diffusi elasticamente, in maniera tale da poter essere separati tramite l'utilizzazione di cristalli di NaI(Tl).

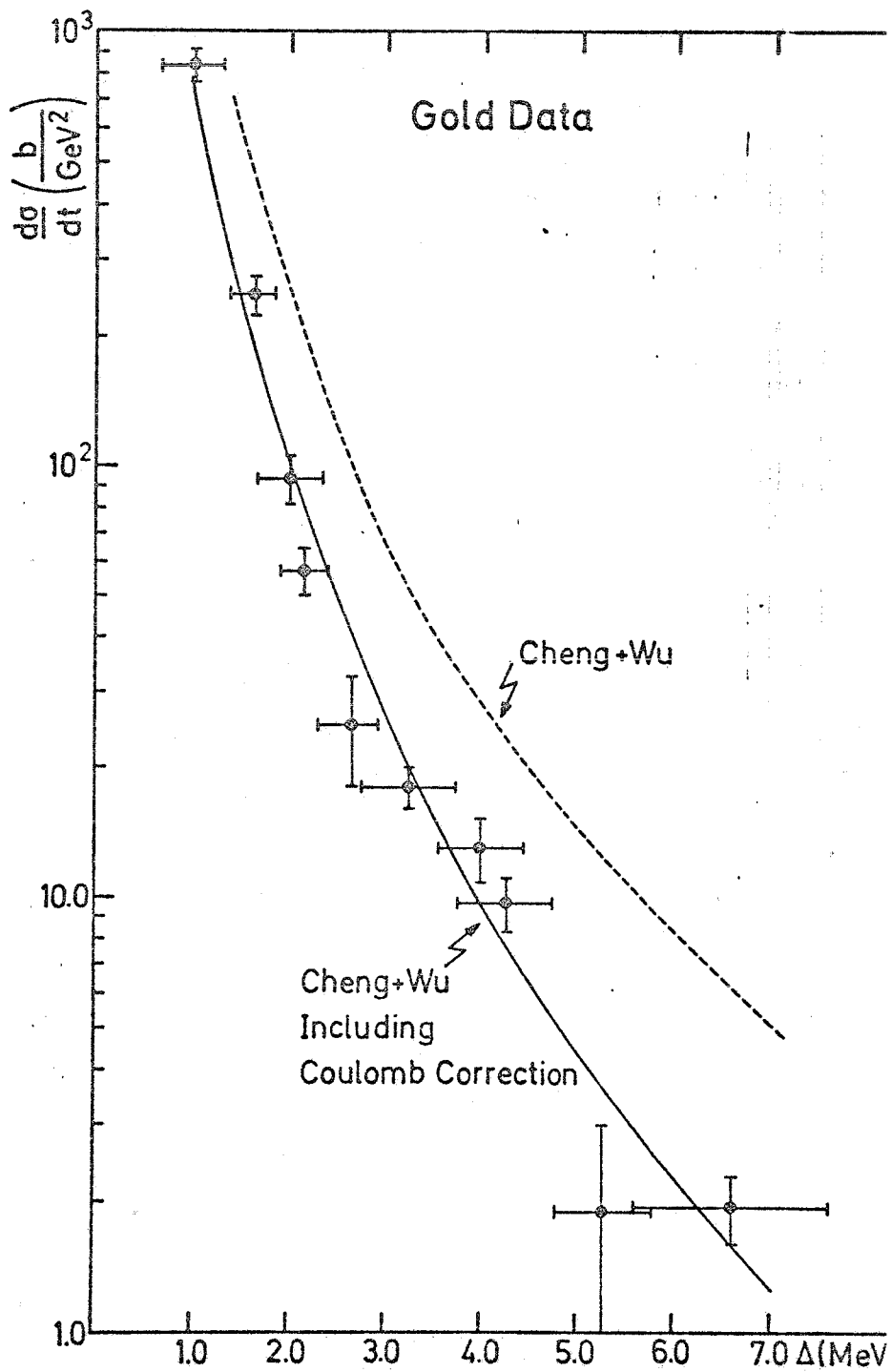
Tramite il calcolo di Cheng e Wu a 90 MeV si può stimare la sezione d'urto per fotoni incidenti polarizzati parallelamente o perpendicolarmente al

piano di diffusione.

Usando bersagli di uranio e scegliendo un angolo di diffusione di  $10^\circ$  si ottiene<sup>40</sup>:

$$\frac{d\sigma^{\parallel}}{d\Omega} = 4.54 \text{ mb/st} \quad \frac{d\sigma^{\perp}}{d\Omega} = 0.96 \text{ mb/st}$$





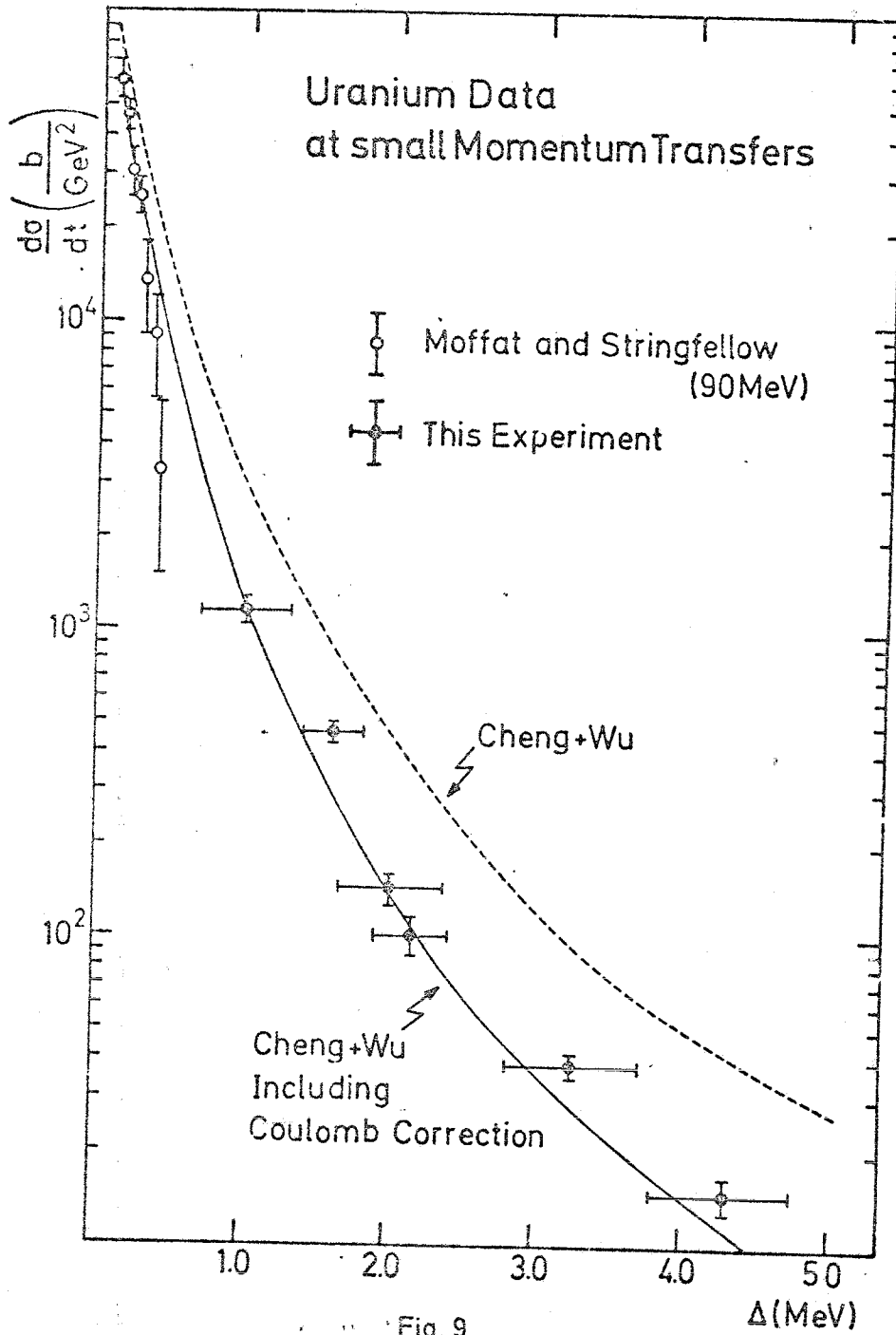


Fig. 9

Appendice A

L'effettiva sezione d'urto differenziale di un processo è definita da:

$$d\sigma = \frac{dw}{I}$$

dove "dw" è la probabilità differenziale, I è la intensità di flusso delle particelle incidenti.

La densità I può essere definita nel sistema del laboratorio, nel quale una delle particelle è ferma, da:

$$I' = n_1' v_1'$$

dove  $n_1'$  è la densità,  $v_1'$  è la velocità della particella ( il suffisso indica che le quantità si riferiscono al sistema del laboratorio ), ovviamente la velocità  $v_2' = 0$  .

In casi generali di scattering le definizioni di densità di flusso non sono uniche ( basti pensare al caso di scattering tra due fotoni per cui nessuna delle due particelle è ferma ); tuttavia possiamo ragionevolmente definire tale densità in maniera che il  $d\sigma$  risulti invariante.

In accordo con ciò noi utilizziamo il fatto che il numero di eventi avvenuti in un volume  $\Omega$  in un

tempo  $T$  è invariante.

Tale quantità nel sistema del laboratorio è data da:

$$d\sigma' n_1' v_1' n_2' \Omega' T'$$

la stessa quantità in un sistema di riferimento arbitrario è data da:

$$d\sigma n_1 v_1 n_2 \Omega T$$

dove  $d\sigma$  è la sezione d'urto differenziale in quel sistema di riferimento,  $I = n_1 v_1$  è la densità di flusso con  $v_1$  quantità che deve essere definita in maniera opportuna.

Poichè  $\Omega T$  è invariante, si ottiene:

$$d\sigma' n_1' n_2' v_1' = d\sigma n_1 n_2 v_1$$

Si può vedere che le quantità:<sup>41</sup>

$$(n_1 \vec{v}_1, i n_1) \quad (n_2 \vec{v}_2, i n_2)$$

formano dei quadrivettori.

Come conseguenza di ciò otteniamo:

$$n_1 n_2 (1 - \vec{v}_1 \vec{v}_2) = n_1' n_2'$$

Affinchè la sezione d'urto differenziale rimanga invariata nel passare da un sistema di riferimento ad un altro ( $d\sigma' = d\sigma$ ), la quantità  $v_1$  deve essere definita dalla seguente relazione:

$$v_s = v_1 (1 - \vec{v}_1 \vec{v}_2)$$

Nel caso di collisioni in cui intervengano i fotoni ( $v_1 = 1$ ) l'espressione di  $v_s$  assume la forma:

$$v_s = 1 - v_2 \cos \vartheta$$

con  $\vartheta$  l'angolo tra  $\vec{v}_1$  e  $\vec{v}_2$ .

Nella nostra esperienza questo fattore diventa:

$$v_s = 1 - \beta \cos \vartheta / \gamma$$

Appendice B

L'andamento del fascio laser all'interno di un risonatore formato da due specchi è mostrato in fig. 1.B. .

Tale andamento è funzione dei raggi di curvatura dei due specchi e della distanza a cui sono posti, oltre naturalmente alla lunghezza d'onda della radiazione in esame.

Se il risonatore rispetta la condizione di stabilità le espressioni che determinano i valori di  $w_1$ ,  $w_2$ ,  $w_0$  sono rispettivamente fornite da:<sup>5</sup>

$$1) \quad w_1^4 = \left( \frac{\lambda R}{\pi} \right)^2 \frac{R_2 - d}{R_1 - d} \frac{d}{R_1 + R_2 - d}$$

$$2) \quad w_2^4 = \left( \frac{\lambda R}{\pi} \right)^2 \frac{R_1 - d}{R_2 - d} \frac{d}{R_1 + R_2 - d}$$

$$3) \quad w_0^4 = \left( \frac{\lambda}{\pi} \right)^2 \frac{d (R_1 - d) (R_2 - d) (R_1 + R_2 - d)}{(R_1 + R_2 - 2d)}$$

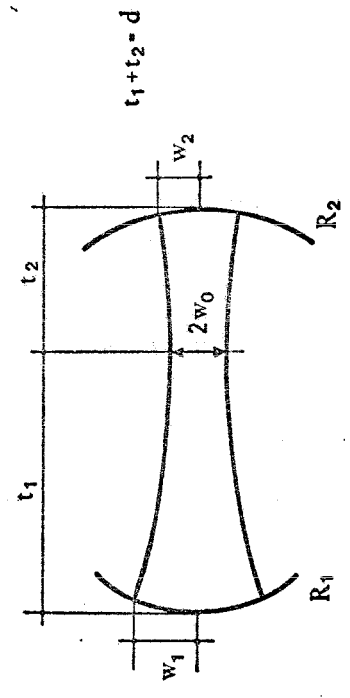


FIG. 1.B.

dove:

$w_1$  = raggio del fascio sullo specchio  $R_1$   
 $w_2$  = raggio del fascio sullo specchio  $R_2$   
 $w_0$  = raggio del fascio nel punto di minimo  
o " waist "

Le distanze  $t_1$  e  $t_2$  del punto di minimo dai due specchi sono date rispettivamente da:

$$t_1 = \frac{d ( R_2 - d )}{R_1 + R_2 - 2d} \quad t_2 = \frac{d ( R_1 - d )}{R_1 + R_2 - 2d}$$

E' facile vedere che, qualora un risonatore utilizzi uno specchio piano ( $R_1 = \infty$ ), la distanza  $t_1$  diventa uguale a zero; come conseguenza di ciò il minimo si avrà sullo specchio piano.

Sempre in questo caso l'espressione di  $w_0$  diventa:

$$w_0^4 = \frac{\lambda^2}{\pi^2} d ( R_2 - d )$$



APPENDICE C

In condizioni di regime, la potenza interna di una cavità, per un mezzo laser a quattro livelli, è definita da una relazione:<sup>4</sup>

$$P_i = \frac{\pi w_0^2 \hbar \omega}{4 \sigma \tau} \left( \frac{\beta}{\beta_c} - 1 \right)$$

dove:

- $\tau$  vita media del livello superiore
- $\sigma$  sezione di assorbimento del materiale attivo
- $2w_0$  è il valore minimo del diametro del fascio nell'interno del materiale attivo
- $\beta_c$  è il pompaggio critico; esso può essere preso proporzionale al valore minimo di corrente di scarica che permette l'innesco della azione laser
- $\beta$  è il pompaggio di funzionamento; può essere messo in relazione alla corrente massima di scarica ottenibile dal nostro apparato ( 35 Ampere )

Essendo  $\beta_c$  legato alle perdite totali della cavità  $\gamma$  dalla relazione:

$$\beta_c = k, \gamma$$

nell'ipotesi che sia  $\beta/\beta_c \gg 1$ , condizione generalmente soddisfatta, possiamo scrivere:

$$P_i = k \frac{w_0^2}{\gamma}$$

Queste perdite  $\gamma$  saranno la somma di tutte le perdite che intervengono, ovvero: quelle dovute alla non perfetta riflessione degli specchi  $\gamma_u$  ( perdite di uscita ), quelle dovute allo scattering sul materiale attivo  $\gamma_i$  ( perdite interne ).

La relazione tra la potenza interna e quella che fuoriesce dalla cavità a causa della trasparenza di uno o di entrambi gli specchi è :

$$P_u = P_i \gamma_u = k w_0^2 \frac{\gamma_u}{\gamma}$$

Appendice D

Nell'ottica ordinaria il formalismo di Stokes descrive completamente la polarizzazione della luce; per descrivere completamente la polarizzazione di un fascio gamma, in analogia al metodo usato per le particelle, dobbiamo mettere in relazione gli usuali parametri di Stokes con la matrice densità della meccanica quantistica.

In meccanica quantistica un'arbitraria funzione d'onda può essere sviluppata come serie di un sistema completo di autofunzioni secondo:

$$\Psi = \sum_i a_i \psi_i$$

Introduciamo una matrice  $\rho$  definita da:

$$\rho_{ij} = a_i a_j^*$$

Questa matrice è chiamata matrice densità.

Notiamo che  $\rho_{ii} = a_i a_i^*$  fornisce la probabilità di trovare il sistema in uno stato caratterizzato da un'autofunzione  $\psi_i$ .

La polarizzazione di una radiazione elettromagnetica è usualmente descritta tramite la vibrazione del vettore campo elettrico.

Può essere dimostrato che il vettore campo elettrico è descritto da una relazione del tipo:<sup>42</sup>

$$1) \quad \vec{E} = a_1 \vec{E}_1 + a_2 \vec{E}_2$$

dove  $\vec{E}_1$  ed  $\vec{E}_2$  sono due vettori unitari perpendicolari tra di loro ed alla direzione di propagazione del campo elettrico, ed  $a_i$ , generalmente complessi, descrivono ampiezza e fase delle due vibrazioni.

La polarizzazione delle particelle viene descritta dallo orientamento del vettore di spin; e nel caso di spin = 1/2 abbiamo due ortonormali funzioni d'onda:

$$2) \quad \Psi = a_1 \Phi_1 + a_2 \Phi_2$$

dove  $\Phi_1$  è relativa al valore di spin = 1/2 mentre  $\Phi_2$  allo spin = -1/2.

L'analogia tra le relazioni 1 e 2 suggerisce di utilizzare un'identica trattazione per la descrizione della polarizzazione nei due casi tramite una relazione del tipo:

$$3) \quad \Psi = a_1 \psi_1 + a_2 \psi_2$$

ricordando che:

a) Per i fotoni  $\psi_1$  e  $\psi_2$  rappresentano due stati ortogonali di polarizzazione piana o due stati di polarizzazione circolare.

b) Per le particelle di spin 1/2  $\psi_1$  e  $\psi_2$  rap-

presentano due orientamenti dello spin.

In entrambi i casi la matrice densità

$$\rho = \begin{vmatrix} a_1 a_1^* & a_1 a_2^* \\ a_2 a_1^* & a_2 a_2^* \end{vmatrix}$$

caratterizza completamente il fascio, perchè noi possiamo ottenere le intensità di due stati di polarizzazione tramite gli elementi diagonali.

Per determinare sperimentalmente lo stato di polarizzazione di un fascio di fotoni sono necessarie quattro misure le quali forniscono le seguenti informazioni:

- 1) Intensità del fascio
- 2) Il grado di polarizzazione piana rispetto a due arbitrari assi ortogonali.
- 3) Il grado di polarizzazione piana rispetto a due arbitrari assi ortogonali ruotati di  $45^\circ$  rispetto ai precedenti.
- 4) Il grado di polarizzazione circolare.

In ottica la seconda e la terza di queste misure viene effettuata tramite il prisma di Nicol mentre la quarta utilizza anche una lamina a quarto d'onda.

La generale espressione della polarizzazione in termini di  $\vec{E}$  può essere scritta:

$$\vec{E} = b_1 \exp [i (\omega t + \delta_1)] \vec{E}_1 + b_2 \exp [i (\omega t + \delta_2)] \vec{E}_2$$

dove  $b_i$  sono reali e per  $\vec{E}_i$  vale la solita notazione. Vediamo che:

- a) Se la differenza di fase è zero ( $\varphi = \delta_2 - \delta_1 = 0$ ) abbiamo una radiazione elettromagnetica piano polarizzata.
- b) Se  $b_2 = b_1$  e  $\varphi = \pm \pi/2$  abbiamo polarizzazione circolare destra ( - ) o sinistra ( + ).
- c) Se  $b_2 \neq b_1$  e  $\varphi \neq 0$  abbiamo una polarizzazione ellittica.

La prima misura relativa alla polarizzazione può essere effettuata con il prisma di Nicol orientato nelle due direzioni  $\vec{E}_1$  ed  $\vec{E}_2$ , quindi con riferimento alla 3 abbiamo posto:

$$\psi_1 = \vec{E}_1 \quad \psi_2 = \vec{E}_2$$

Definiamo ora coefficiente di orientamento la differenza delle intensità misurate in due stati  $\psi_1$  e  $\psi_2$  :

$$P(\psi_1, \psi_2) = \xi_1 = a_1 a_1^* - a_2 a_2^* = \rho_{11} - \rho_{22}$$

La seconda misura si effettua in maniera analoga alla prima ruotando di  $45^\circ$  le facce del prisma .

In questo caso il nostro stato sarà descritto da una relazione del tipo:

$$\Psi = a_1' \psi_1' + a_2' \psi_2'$$

dove:

$$\psi_1' = \vec{E}_1 \cos 45^\circ + \vec{E}_2 \sin 45^\circ$$

$$\psi_2' = -\vec{E}_1 \sin 45^\circ + \vec{E}_2 \cos 45^\circ$$

Sviluppando si ottiene:

$$P(\psi_1', \psi_2') = \xi_2 = \varrho_{12} + \varrho_{21}$$

Per la terza misura si può dimostrare<sup>43</sup> che indicando con  $\psi_R$  la funzione d'onda che descrive lo stato di polarizzazione circolare destra e con  $\psi_L$  quella relativa alla polarizzazione circolare sinistra:

$$P(\psi_R, \psi_L) = \xi_3 = i(\varrho_{21} - \varrho_{12})$$

Otteniamo quindi tramite queste misure:

$$\begin{aligned}
 I &= \varrho_{11} + \varrho_{22} & \xi_1 &= \varrho_{11} - \varrho_{22} \\
 \xi_2 &= \varrho_{12} + \varrho_{21} & \xi_3 &= i(\varrho_{21} - \varrho_{12})
 \end{aligned}$$

dove  $\xi_i$  rappresentano i parametri di Stokes e ca ratterizzano completamente la radiazione elettromagnetica.

Quindi si ottiene da questi parametri di Stokes la matrice densità:

$$\varrho = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 + \xi_1 & \xi_2 + \xi_3 \\ \xi_2 - \xi_3 & 1 - \xi_1 \end{vmatrix}$$

Per la descrizione di fasci conviene usare i parametri di Stokes nella forma di quadrivettori:

$$\begin{vmatrix} I \\ P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} I \\ \vec{P} \end{vmatrix} ; \quad P_i = I \xi_i$$

dove con riferimento a fasci di intensità unitaria avremo che un fascio descritto da  $(1, \pm 1, 0, 0)$  denota un fascio completamente polarizzato lungo una delle due direzioni ortogonali tra loro ed alla direzione di propagazione ( fig. 1a )



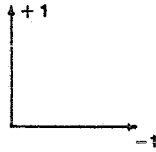


fig. 1a .

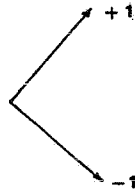


fig. 1b

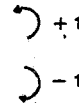


fig. 1c

( 1, 0, ±1, 0 ) descrive un fascio totalmente polarizzato lungo una delle due direzioni a 45° rispetto le precedenti ( fig. 1b ), ( 1, 0, 0, ±1 ) totalmente polarizzato circolarmente destra o sinistra. ( fig. 1c ).

La grandezza :

$$\xi = \frac{|\vec{P}|}{I} = |\vec{\xi}|$$

misura quindi il grado di polarizzazione del fascio.

Dovendo essere la probabilità una quantità positiva e minore od uguale ad 1, i parametri di Stokes dovranno soddisfare la relazione:

$$\xi^2 = \xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2 \leq 1$$

Considerando ora il nostro caso se indichiamo con  $\vec{K}_1$  e  $\vec{K}_2$  il momento del fotone incidente e di quello scatterato possiamo prendere come piani di riferimento per i vettori di Stokes dei due fotoni:

$$\vec{\chi}_1^{(1)} = \frac{\vec{K}_1 \wedge \vec{K}_2}{|\vec{K}_1 \wedge \vec{K}_2|} \quad \vec{\chi}_2^{(1)} = \frac{\vec{K}_1 \wedge \vec{\chi}_1^{(1)}}{|\vec{K}_1|}$$

4)

$$\vec{\chi}_1^{(2)} \equiv \vec{\chi}_1^{(1)} \quad \vec{\chi}_2^{(2)} = \frac{\vec{K}_2 \wedge \vec{\chi}_1^{(2)}}{|\vec{K}_2|}$$

Poichè nel nostro caso sono in gioco solo polarizzazioni lineari ci occuperemo solo dei termini  $\xi_1$  e  $\xi_2$ .

Si può dimostrare<sup>44</sup> che i parametri di Stokes dei fotoni scatterati sono legati ai parametri di Stokes dei fotoni incidenti tramite la relazione:

$$5) \quad \left| \begin{array}{c} 1 \\ \vec{\xi}^{(2)} \end{array} \right| = T \left| \begin{array}{c} 1 \\ \vec{\xi}^{(1)} \end{array} \right|$$

dove T è la matrice 3x3 definita da:

$$6) \quad T = \frac{1}{2} r_0^2 \left( \frac{K_2'}{K_1'} \right)^2 \left| \begin{array}{ccc} \frac{K_2'}{K_1'} + \frac{K_1'}{K_2'} - \text{sen}^2 \theta' & \text{sen}^2 \theta' & 0 \\ \text{sen}^2 \theta' & 1 + \cos \theta' & 0 \\ 0 & 0 & 2 \cos \theta' \end{array} \right|$$

Questi due vettori  $\vec{\xi}^{(2)}$  e  $\vec{\xi}^{(1)}$  sono riferiti ai due differenti piani di riferimento sopra definiti(4).

Le grandezze  $K'$ ,  $K''$ ,  $\theta'$  sono rispettivamente l'energia dei fotoni incidenti e scatterati, lo angolo di scattering in un riferimento dove l'elettrone è fermo.

Queste grandezze sono legate con le equivalenti nel sistema del laboratorio tramite le relazioni:

$$\cos \theta' = \frac{K_1 \left(1 - \frac{K_2}{E}\right) - \frac{1}{1+\beta} \frac{K_1}{E} K_2}{K_1 \left(\beta - \frac{K_2}{E}\right)}$$

$$K_1' = K_1 \frac{1 + \beta}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad K_2' = \frac{K_1'}{1 + \frac{K_1'}{m} (1 - \cos \theta')}$$

Si può dimostrare<sup>12</sup> che se il fotone e l'elettrone incidente prima della collisione si muovono ad un angolo  $\vartheta_1 = 0$  o  $\vartheta_1 = \pi$  le equazioni 5 e 6 restano valide anche nel caso in cui l'elettrone è in moto. Se noi ora vogliamo conoscere i parametri di Stokes per i fotoni incidenti e per quelli scatterati rispetto ad un riferimento fisso dobbiamo, in generale, far compiere ai due sistemi 4 una rotazione.

Questa rotazione risulta essere uguale nell'ipotesi della condizione di angoli di scattering

$\theta = 0$  e  $\theta = \pi$  la quale impone, al limite, la coincidenza dei due riferimenti 4.

Otterremo in generale:

$$7) \quad \left| \begin{array}{c} 1 \\ \xi^{(2)} \end{array} \right| = S_{+(-)} \left| \begin{array}{c} 1 \\ \xi^{(1)} \end{array} \right|$$

dove:

$$S_{+(-)} = M_{\varphi} T_{+(-)} M_{-\varphi}$$

8)

$$T_{+}(\theta) = T_{-}(\theta + \pi)$$

Il segno + o - distingue i casi di scattering in avanti ed indietro, mentre:

$$9) \quad M_{\varphi} = \left| \begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\varphi & \sin 2\varphi \\ 0 & -\sin 2\varphi & \cos 2\varphi \end{array} \right|$$

è la matrice che opera sui vettori di Stokes quando il sistema di riferimento ruota di un angolo  $\varphi$  attorno alla direzione dell'asse z.

Ovviamente la polarizzazione dei fotoni dipende dall'angolo azimutale  $\varphi$  con il quale vengono emessi nella direzione dell'asse z ( -z ).

Nei nostri limiti di scattering di elettroni relativistici e di fotoni con un angolo di incidenza di  $180^{\circ}$  l'angolo  $\varphi$  non può essere sperimentalmente distinto.

Può essere interessante conoscere quindi una polarizzazione media.

Sostituendo le equazioni 8 e 9 nella 7 e mediando sull'angolo  $\varphi$  pesato con la sezione d'urto otteniamo:

$$\langle \xi_1^{(2)} \rangle = \frac{(1 + |\cos \theta'|)^2}{2 \left( \frac{K_1'}{K_2} + \frac{K_2'}{K_1} - \text{sen}^2 \theta' \right)} \xi_1^{(1)} \quad \langle \xi_2^{(2)} \rangle = \frac{(1 + |\cos \theta'|)^2}{2 \left( \frac{K_1'}{K_2} + \frac{K_2'}{K_1} - \text{sen}^2 \theta' \right)} \xi_2^{(1)}$$

Per la polarizzazione del fascio otteniamo :

$$|\xi|^2 = \frac{0.25 (1 + |\cos \theta'|)^4 \left( \xi_2^{(1)2} + \xi_1^{(1)2} \right)}{\left( \frac{K_1'}{K_2} + \frac{K_2'}{K_1} - \text{sen}^2 \theta' \right)^2}$$

Per fotoni totalmente piano polarizzati:

$$\langle \xi \rangle = \frac{0.5 (1 + |\cos \theta'|)^2}{\left( \frac{K_1'}{K_2} + \frac{K_2'}{K_1} - \text{sen}^2 \theta' \right)}$$

BIBLIOGRAFIA

- 1- G. Fox and T. Li " Resonant modes in a maser interferometer " Bell. Sys. Tech. J. 40, 489, (1961)
- 2- Boyd and Kogelnick " Generalized confocal Resonator theory " Bell. Sys. Thec. J. 41,1347,(1962)
- 3- G. Fox and T. Li " Resonant modes in an optical maser " Proc. IRE, 40, 453, (1961)
- 4- A. Yariv , Quantum Electronics, Wiley, New York (1967)
- 5- Kogelnick and Li " Laser Beams and Resonators" invited paper
- 6- Gaubau and Schwering " On the guided propagation of electromagnetic wave beams " IRE trans. on Antennas and Propagation, AP-9, 248,(1961)
- 7- T.S.Chu " Geometrical representation of gaussian beams propagation " Bell. Sys.Tech.J.45,287,(1966)
- 8- T.Li " Diffraction loss and selection of modes in maser resonators " Bell Sys.Tech.J.44,917,(1965)
- 9- Boyd and Gordon " Confocal multimode resonator " Bell Sys. Tech. J; 40, 489, (1962)
- 10- Kogelnick " Imaging of optical mode " Bell Sys. Tech. J. 44, 455, (1965)
- 11- G. Gaubau " Optical relations for coherent wave beams " Electromagnetic Theory and Antennas , New York, Macmillan (1963)
- 12- Arutynyan and tumanyan , Phy. Letters 4, 177, (1963)

- 13- M.Basseti, Alcuni punti di funzionamento di Adone per l'esperienza LADON, Frascati LNF/ Adone E-12, (1974)
- 14- C. Pellegrini, Parametri di Adone, struttura dei fasci e luminosità, Frascati Report LNF 67/46 (1967)
- 15- J. Hubbel, J. Appl. Phys. 30, 981, (1959)
- 16- Kay Siegbahn, Beta and gamma-ray Spectroscopy North-Holland, Amsterdam (1955)
- 17- W. Franz, Zs. Phys. 98, 314, (1935)
- 18- Evans Hayward , Photonuclear Reaction, Invited paper
- 19- Arenhovel and Greiner, Prog. in Nucl. Phys. 10, 167, (1968)
- 20- A.B. Migdal, JETP, 15, 81, (1945)
- 21- Goldhaber and Teller, Phys. Rev. 74, 1046, (1948)
- 22- Steindwellel and Jensen, Zs. f. Naturforsh, 5a 413, (1950)
- 23- Ferentz, Gell-Tann and Pines, Phys. Rev. 92, 836, (1953)
- 24- W.Fagg, Proceeding of the Inter. Conf. on Photonuclear Reactions, Asilomar, I, 663, (1973)
- 25- Y. Torizuka ed altri, idem , pag. 675
- 26- M.B.Lewis, idem, pag. 685
- 27- Danos and Greiner, Phys. Rev. 134B, 284, (1964)
- 28- K. Kerman and K; Quang, Phys. Rev. 135B, 883, (1964)
- 29- G. Fuller and E. Hayward, Nuclear Reaction, M.Endt-Smith, North-Holland Amsterdam, (1962)

- 30- E. Hayward, Nuclear Structure and Electromagnetic Interaction, MC Donald, Scotland, (1965)
- 31- Hayward, Barber and Sazama, Phys. Rev. 8L, 1065, (1973)
- 32- M. Hass and R. Moreh, Phys. Lett. 36B, 68, (1971)
- 33- T. Bor-Noy and R. Moreh, Proceeding of the Int. Conf. on Photonuclear Reaction, Asilomar, I, 26, (1973)
- 34- E. Jackson and J. Wetzel, Phys. Rev. Lett. 22, 1008, (1969)
- 35- R. Moreh, Solzmann and Bon-David, Phys. Lett. 34B, 494, (1971)
- 36- F. Ehlotzky and C. Sheppy, Nuovo Cimento 33, 1185, (1964)
- 37- Jarlskoy ed altri, Measurement of Delbruck Scattering and Observation of Photon Splitting at High Energies. DESY 73/4 (1973)
- 38- H. Cheng and T. Wu, Phys. Rev. 182, 1873, (1969)
- 39- H. Cheng and T. Wu, DESY 71/69
- 40- Proceeding of the Working Group on the Study of Photonuclear Reactions with Monochromatic and Polarized Gamma Ray. Frascati 73/62 (1973)
- 41- A. I. Akhiezer and B. Berensteskii, Quantum Electrodynamics, Interscienze, (1965)
- 42- Landau and Lifshitz, The classical theory of fields, Cambridge, (1951)



- 43- Mc Master " Polarization and Stokes Paramiters  
Rev. of Modern Phys., 33, 8, (1961)
- 44- Mc Master, Matrix Representation of Polariza-  
tion, American J. of Phys., 22, 351, (1954)