

COMITATO NAZIONALE PER L'ENERGIA NUCLEARE
Laboratori Nazionali di Frascati

LNF-72/6
27 Gennaio 1972

G. Pasotti e M. Spadoni: STUDIO PRELIMINARE DI UN DIPOLO
SUPERCONDUTTORE IN CORRENTE CONTINUA. -

G. Pasotti e M. Spadoni: STUDIO PRELIMINARE DI UN DIPOLO SUPER
CONDUTTORE IN CORRENTE CONTINUA. -

1. - INTRODUZIONE. -

I magneti quadrupolari e dipolari usati per il trasporto di fasci di particelle sono generalmente costruiti in rame e ferro; ne risultano quindi costruzioni di notevole dimensione e peso che dissipano grandi quantità di energia. I magneti superconduttori permettono una drastica riduzione di peso, dimensione e consumo consentendo inoltre di ottenere campi massimi o gradienti ben più elevati. I materiali superconduttori disponibili commercialmente fino a poco tempo fa producevano distorsioni di campo e forti campi residui, entrambi dovuti a correnti diamagnetiche nel materiale. La disponibilità attuale di superconduttori multifilamentari di Nb-Ti ha permesso sia di superare queste difficoltà che di pensare ad una loro prossima utilizzazione in corrente alternata di bassa frequenza per la costruzione di acceleratori di altissima energia.

I magneti superconduttori richiedono però grossi refrigeratori, per cui il costo di impianto è paragonabile a quelli convenzionali ma le spese di esercizio sono nettamente inferiori.

Per la deflessione del fascio di elettroni dell'Elettrosincrotrone di Frascati si è decisa la costruzione di un dipolo superconduttore con le seguenti prestazioni:

- campo massimo 30 KOe
- lunghezza magnetica 35 cm ($B.l \simeq 1 \text{ T.m}$)
- diametro libero ~ 10 cm

2.

- regione di probabile utilizzazione 7 cm
- uniformità di campo nella sezione traversa ~ 1%.

2. - DIFFERENTI TIPI DI DIPOLI. -

Un campo magnetico dipolare può essere ottenuto nella regione di sovrapposizione di due conduttori di lunghezza infinita, di sezione ellittica, percorsi da correnti opposte, Fig. 1. Beth⁽¹⁾ ha mostrato che in tal caso l'induzione B_y vale

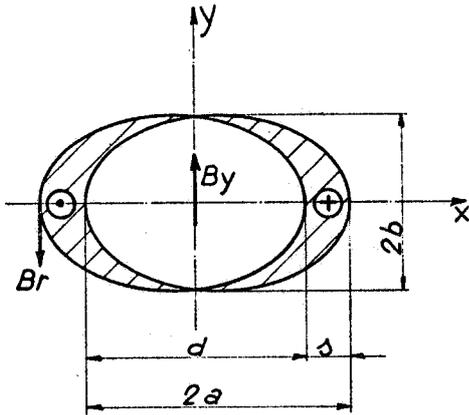


FIG. 1 - Dipolo ad ellissi sovrapposte con $J = \text{cost.}$

$$(1) \quad B_y = \mu_0 J s \frac{b}{b+a} \quad \text{m. k. s.}$$

dove s è la separazione tra gli ellissi, a e b i semiassi maggiore e minore.

In vista dell'applicazione di una tale geometria alla costruzione di dipoli superconduttori, Wilson⁽²⁾ ha affrontato l'importante problema di minimizzare la quantità di conduttore richiesta fa ottenere un campo prefissato ed ha calcolato i campi massimi di ritorno B_r .

Un campo magnetico multipolare può essere anche generato all'interno di un cilindro di lunghezza infinita se la distribuzione di densità di corrente J alla superficie del cilindro varia secondo la seguente legge⁽³⁾

$$(2) \quad J = J_0 \cos n\theta$$

dove θ rappresenta la posizione angolare misurata da un antipolo ed n il numero di coppie polari.

Molti metodi sono stati usati per approssimare questa legge, ad esempio un avvolgimento di spessore variabile a gradini⁽⁴⁾ come in Fig. 2, costituito da conduttori in serie, alimentati con corrente costante.

Un altro metodo, forse più semplice, è di usare avvolgimenti a spessore e densità di corrente costanti, divisi in settori con angoli scelti in modo da minimizzare il contenuto armonico spurio nello spazio utile⁽⁵⁾, (v. Fig. 3).

Per avvolgimenti di sezione cilindrica la densità di corrente J viene in tal caso analizzata nelle sue componenti di Fourier $J_n(r) \cos n\theta$ per poi risolvere l'equazione "Poisson-like" per il vettore potenziale A_z ,

$$(3) \quad \nabla^2 A_z = - \sum \mu_0 J_n(r) \cos n\theta$$

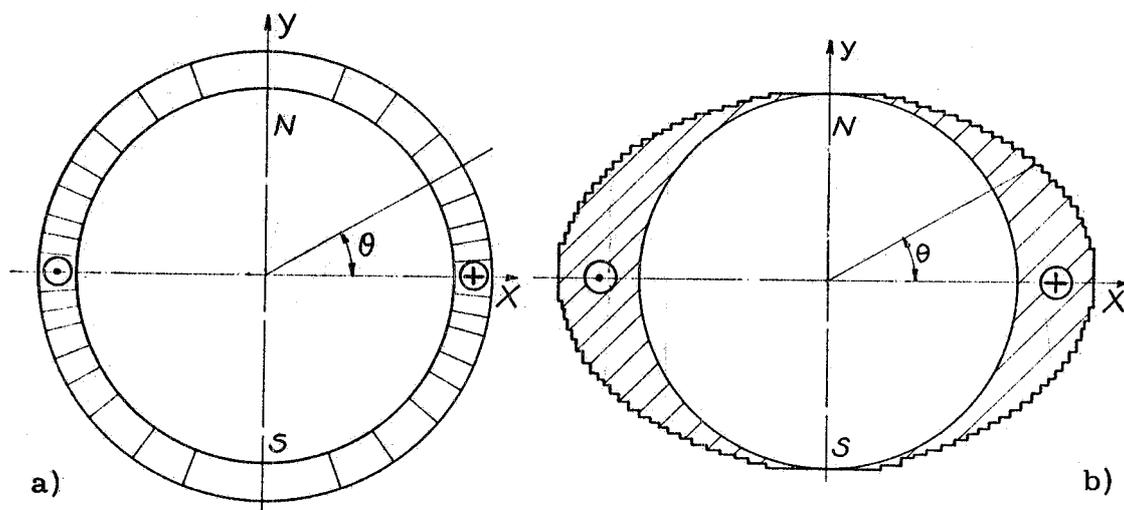


FIG. 2 - a) Dipolo con distribuzione ideale di corrente $J = J_0 \cos \theta$. b) Approssimazione pratica del caso a).

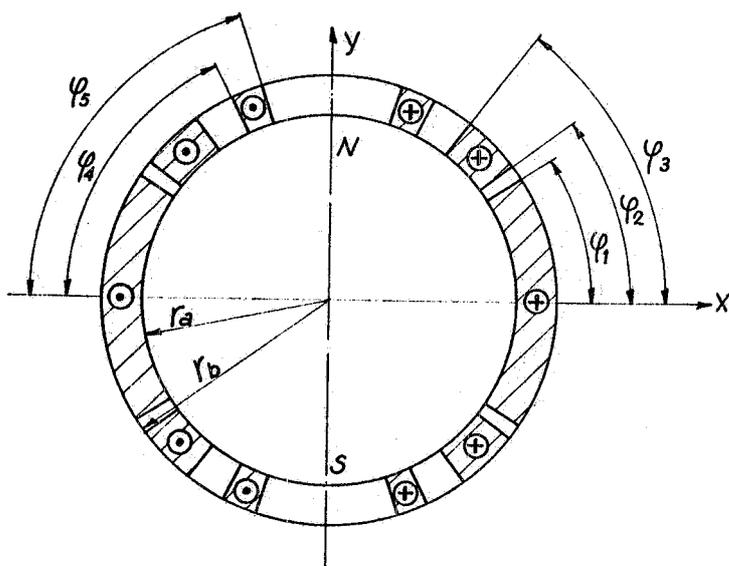


FIG. 3 - Dipolo a settori con $J = \text{cost.}$

ricordando che $A_x = A_y = 0$ se tutte le correnti sono parallele all'asse z .

Risulta allora per $r < r_a$

$$(4) \quad A_n = \frac{\mu_0 J_n}{2n} \frac{r_b^{2-n} - r_a^{2-n}}{(2-n)} r^n \cos n\theta$$

4.

Nei casi pratici in cui possono essere presenti diverse armoniche la configurazione totale di campo è ottenibile per sovrapposizione dei campi di ciascuna componente.

La conoscenza dei potenziali vettori A_n permette di risalire alle componenti: azimutale e radiale, $B_{\theta n}$ e B_{rn} , dell'induzione:

$$(5) \quad B_{\theta n} = - \frac{\partial A_n}{\partial r} = -n \mu_0 C_n r^{n-1} \cos n\theta$$

$$(6) \quad B_{rn} = \frac{1}{r} \frac{\partial A_n}{\partial \theta} = -n \mu_0 C_n r^{n-1} \sin n\theta$$

Esplicitando il contributo dipolare, la componente azimutale B_θ del campo di dipolo impuro risulta:

$$(7) \quad |B_\theta| = \frac{1}{2} \mu_0 J_1 (r_b - r_a) \left[\cos \theta + \sum_{\substack{n \geq 3 \\ \text{dispari}}} C_n \left(\frac{r}{r_a}\right)^{n-1} \cos n\theta \right]$$

Nella (7) la sommatoria è estesa ai soli termini dispari per ragioni di simmetria⁽⁵⁾.

I coefficienti C_n nella (7) valgono:

$$(8) \quad C_n = \frac{J_n}{J_1} \left[\frac{1 - (r_a/r_b)^{n-2}}{(n-2)(r_b/r_a - 1)} \right]$$

Poichè la densità di corrente J è stata sviluppata in serie di Fourier, risulterà

$$(9) \quad J_n = \frac{2}{T} \int_0^T J \cos n\theta d\theta = \frac{4J}{\pi n} f_n(\varphi)$$

La funzione $f_n(\varphi)$ dipende dalla suddivisione in settori dell'avvolgimento di un semipolo.

3. - PROBLEMI CONNESSI ALLA LUNGHEZZA FINITA. -

Tutte le considerazioni precedenti si riferiscono a multipoli di lunghezza infinita. Nei casi pratici il rapporto diametro/lunghezza del magnete è spesso tale da non rendere accettabile questa approssimazione. Da ciò nasce una deformazione del profilo di campo dovuta:

- alla lunghezza finita (troncatura)
- alla necessità di permettere il ritorno dei conduttori (testate); questo problema può essere meglio compreso dopo aver esposto il teorema sugli integrali di campo.

3.1. - Effetti di troncatura. -

Per avere una stima dell'ordine di grandezza di questo effetto, consideriamo uno strato di conduttori di spessore infinitesimo tale da provocare all'interno di un cilindro infinito un campo dipolare $(B_y)_0$. Per un analogo magnete di lunghezza finita $2l$, ponendo l'origine del sistema di assi nel centro del magnete, possiamo sviluppare in serie il campo intorno a tale centro. L'uso dell'equazione di Laplace permette di ottenere i valori dei coefficienti di un tale sviluppo. In definitiva possiamo scrivere⁽⁶⁾

$$(10) \quad (B_y) = (B_y)_0 (1 + C_{200}x^2 + C_{020}y^2 + C_{002}z^2 + C_{400}x^4 + C_{040}y^4 + C_{004}z^4 + \\ + C_{220}x^2y^2 + C_{022}y^2z^2 + C_{202}x^2z^2)$$

Posto

$$(11) \quad f\left(\frac{r_a}{l}\right) = \left(\frac{r_a}{l}\right)^4 \left[1 - 2\left(\frac{r_a}{l}\right)^2 \right] \frac{1}{r_a^2} ; \quad g\left(\frac{r_a}{l}\right) = \left(\frac{r_a}{l}\right)^6 \frac{1}{r_a^4}$$

si può dimostrare che:

$$(12) \quad C_{200} = \frac{9}{8} f\left(\frac{r_a}{l}\right); \quad C_{020} = \frac{3}{8} f\left(\frac{r_a}{l}\right); \quad C_{002} = -\frac{3}{2} f\left(\frac{r_a}{l}\right) \\ C_{400} = -\frac{25}{16} g\left(\frac{r_a}{l}\right); \quad C_{040} = -\frac{5}{16} g\left(\frac{r_a}{l}\right); \quad C_{004} = -\frac{5}{2} g\left(\frac{r_a}{l}\right) \\ C_{202} = \frac{45}{4} g\left(\frac{r_a}{l}\right); \quad C_{022} = \frac{15}{4} g\left(\frac{r_a}{l}\right); \quad C_{220} = -\frac{15}{8} g\left(\frac{r_a}{l}\right)$$

6.

Queste espressioni sono valide per (x/r_a) , (y/r_a) e (z/l) sufficientemente < 1 .

3.2. - Integrali di campo. -

Per un magnete dipolare di lunghezza finita, gli integrali di campo

$$(13) \quad \int_{-\infty}^{+\infty} B_y dz$$

sono correlati agli integrali di corrente

$$(14) \quad \int_{-\infty}^{+\infty} I_z dz$$

nello stesso modo in cui le componenti B_x e B_y sono correlate alla corrente I_z in un dipolo di lunghezza infinita^(6, 7).

Infatti il campo nel punto P, (vedi Fig. 4), dovuto ad un elemento

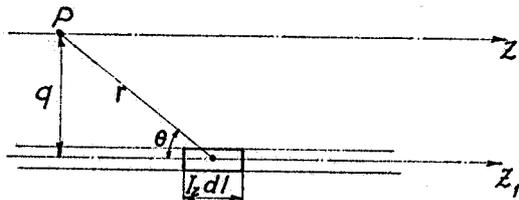


FIG. 4 - Nomenclatura per il teorema degli integrali di campo.

di corrente $I_z(l) dl$, ricavabile dalla legge di Biot-Savart, vale

$$(15) \quad B_p = \frac{\mu_0 I_z(l) dl \sin \theta}{4 \pi r^2}$$

e quindi lungo un percorso parallelo alla direzione della corrente

$$(16) \quad \int_{-\infty}^{+\infty} B_p dz = \frac{\mu_0 I_z(l) dl}{2 \pi q}$$

Ne segue per un elemento di corrente di lunghezza finita l_1 :

$$(17) \quad \int_{-\infty}^{+\infty} B_y dz = \frac{\mu_0}{2 \pi q} \int_{-\infty}^{+\infty} I_z(l) dl = \frac{\mu_0}{2 \pi q} \int_0^{l_1} I_z(l) dl$$

Se $I_z(l) = \text{cost}$ si ha

$$(18) \quad \int_{-\infty}^{+\infty} B_y dz = \frac{\mu_0}{2\pi q} I_z l_1$$

Una componente di corrente I_y non produce nessuna componente B_y e quindi non contribuisce all'integrale di campo. Un contributo a B_y può invece nascere da una componente I_x che però, a causa della simmetria non produce alcun effetto ai fini dell'integrale di campo. Le equazioni precedenti rimangono quindi valide anche in presenza di componenti di corrente I_x e I_y , come si verifica alle testate.

Gli assi possono essere traslati e ruotati per includere l'effetto di tutti i conduttori su tutti i cammini di integrazione, in modo che per sovrapposizione il teorema può essere applicato all'intero magnete.

Questo teorema è di grande utilità pratica poichè permette di calcolare gli integrali di campo per magneti di lunghezza finita senza necessità di calcolare il profilo reale di campo.

3.3. - Testate. -

Il teorema integrale ha una sua importante applicazione alla progettazione delle testate. Da quanto detto sopra risulta infatti chiaro che esse contribuiranno, tramite I_z , al campo B_y , influenzando l'integrale di campo e quindi la lunghezza magnetica del dipolo. Inoltre I_x e I_y , pur non contribuendo all'integrale di campo, possono generare un campo B_z , causa di indesiderabile accoppiamento tra i moti oscillatori x e y del fascio. Per uno strato elementare di spessore dr

$$(19) \quad \int_0^{l_1} I_z(l) dl = r dr \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{l_1} J_z(l, \theta) dl$$

Una buona testata per un dipolo è quella per cui

$$(20) \quad \int_0^{l_1} J_z(l, \theta) dl \propto \cos \theta$$

perchè ciò significa che anche nella zona terminale del magnete il campo approssimerà quello di un dipolo puro.

In analogia con il metodo di suddivisione in settori, usato nel tratto rettilineo del dipolo, si può ottenere una parziale eliminazione delle armoniche spurie anche alle testate mediante una traslazione longitudinale di alcuni dei settori che costituiscono l'avvolgimento⁽⁷⁾, (vedi Fig. 5a). Questa disposizione richiede un aumento delle dimensioni longitudinali del magnete, e quindi del dewar, di circa 10÷15 cm.

Un'altra possibile geometria è quella di sistemare i conduttori alle testate in piani perpendicolari all'asse (v. Fig. 5b), rendendo quindi nullo il loro contributo all'integrale di campo^(6, 7). Questa soluzione porta ad un diametro d'ingombro delle testate notevolmente superiore a quello del magnete, con conseguente aumento delle dimensioni trasversali del dewar.

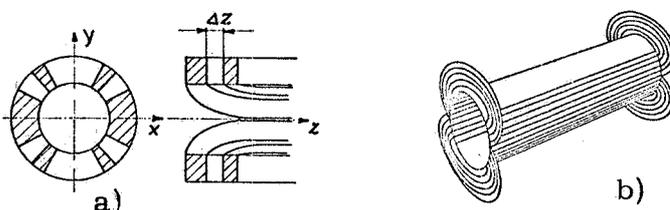


FIG. 5 - Due possibili disposizioni dei conduttori alle testate. a) a sviluppo longitudinale; b) a sviluppo trasversale.

4. - ALTRI PROBLEMI REALIZZATIVI. -

4.1. - Errori di campo dovuti ad irregolarità casuali di avvolgimento. -

Randle ha mostrato⁽⁸⁾ che l'errore relativo dovuto ad irregolarità di avvolgimento è:

$$(21) \quad \frac{\Delta B}{B} = \frac{0.2 K W \sigma_t}{D^2}$$

dove

$$K = \frac{1}{\pi} \frac{J}{J_1} \frac{\sqrt{S}}{(r_b - r_a)}$$

W = larghezza dei conduttori (cm)

S = sezione totale avvolgimento (cm²)

σ_t = errore medio di posizionamento dei conduttori (cm)
 D = distanza media di un generico punto P della zona utile dal punto in cui esiste un'irregolarità.

4.2. - Schermatura campo esterno. -

Poichè un dipolo produce un forte campo esterno, può rendersi necessario l'uso di uno schermo anulare in ferro. Ciò comporta anche un aumento del campo interno, valutabile intorno al 15÷30% a seconda della posizione e dello spessore dello schermo stesso. La schermatura fa però nascere problemi pratici di sistemazione di altri elementi costituenti lo impianto (per es. dewar, tubo di evaporazione elio, etc.).

5. - ESEMPI DI PROGETTO. -

5.1. - Dipolo ad ellissi sovrapposte. -

Con riferimento alla Fig. 1 imponiamo $d = 12$ cm; $B_y = 30$ KG;
 $J = 3 \times 10^4$ A/cm² (densità di corrente costante su tutto l'avvolgimento; questo valore è stato stimato sulla base delle prestazioni di conduttori multifilamentari disponibili in commercio, considerando un coefficiente di stipamento di 0.6); $L = 50$ cm (lunghezza del tratto rettilineo del dipolo). La scelta di questa lunghezza permette di avere un B.l maggiore di quasi il 50% di quello richiesto. Se ne ottiene un magnete di maggiori prestazioni, ma soprattutto una lente più "pulita" per il miglior rapporto lunghezza/diametro. L'aumento di materiale superconduttore richiesto in tal caso è solo del 15÷20%, poichè le testate, che restano invariate, rappresentano una parte considerevole della quantità totale di filo.

Dalle formule di ref. (2) risulta impossibile nel nostro caso adottare valori dei parametri che minimizzino la quantità di superconduttore necessaria, perchè allora $2b = 5$ cm, ovviamente insufficiente. Un dipolo delle dimensioni richieste necessita di circa il 30% in più di superconduttore rispetto al volume minimo ed ha le seguenti caratteristiche:

$$s = 2 \text{ cm}; \quad 2a = 14 \text{ cm}; \quad 2b = 9.4 \text{ cm}$$

Area totale avvolgimento (andata e ritorno conduttori $S = 41$ cm²).

Per questo dipolo, utilizzando un conduttore da $\phi = 0.6$ mm, ne occorrono circa 7 Km.

Un dipolo siffatto presenta però problemi costruttivi per la difficoltà di seguire accuratamente il profilo dell'intersezione delle 2 ellissi. Notiamo per inciso che tale difficoltà si esalterebbe enormemente nella

10.

costruzione di dipoli superconduttori pulsati dove è necessario usare con duttori composti di sezione notevole per evitare un'induttanza troppo ele vata.

Gli inevitabili errori di posizionamento dei conduttori sono poi difficilmente valutabili in termini di contributi armonici spuri.

Anche la valutazione degli effetti di troncatura e dell'integrale di campo è resa più difficile dalla particolare geometria di questo dipolo.

5.2.- Dipoli a simmetria cilindrica.-

Vengono qui riportati i calcoli relativi a quattro diversi dipoli, con l'intento di visualizzare il metodo seguito per l'eliminazione dei contributi armonici non desiderati. In tutti i casi la densità di corrente è supposta costante ($J = 3 \times 10^4 \text{ A/cm}^2$), e il raggio interno dell'avvolgimento è $r_a = 6 \text{ cm}$.

5.2.1.- Avvolgimento a corona uniforme.-

Dalla formula (7) si ha che lo spessore $r_b - r_a$ (v. Fig. 6) vale

$$(22) \quad r_b - r_a = \frac{2|B_{\theta \max}|}{\mu_o J_1} = \frac{2|B_y|}{\mu_o J_1}$$

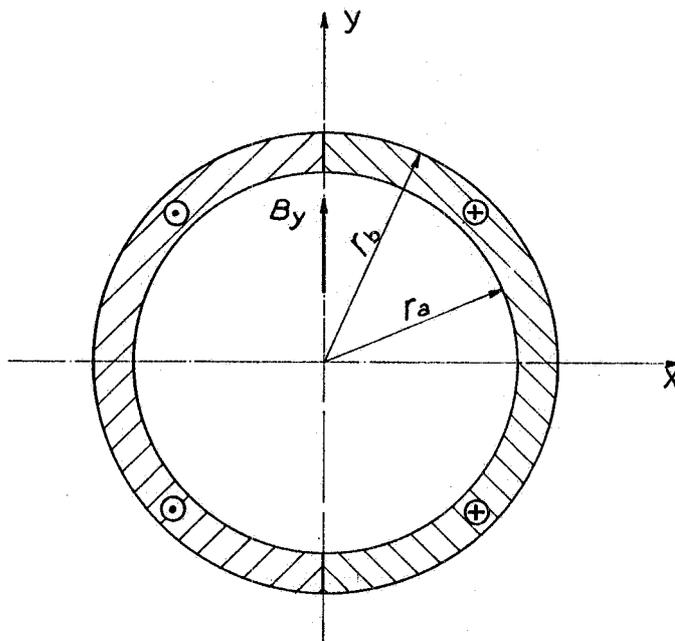


FIG. 6 - Dipolo con avvolgimento a corona uniforme.

Per $J = 3 \times 10^4 \text{ A/cm}^2$ si ha $J_1 = 3.81 \times 10^4 \text{ A/cm}^2$ e quindi $r_b - r_a = 1.25 \text{ cm}$; area totale avvolgimento $S = 52 \text{ cm}^2$.

In Tabella I sono riportati i valori relativi delle armoniche generate da questa geometria calcolati per $r = r_a$ e per $r = 3.5 \text{ cm}$, cioè nella zona di utilizzazione prevista. I valori di B_n/B_y inferiori a 10^{-4} sono stati posti ~ 0 .

Dalla tabella si vede che una tale realizzazione è inadeguata per gli scopi proposti, poichè è presente una componente di esapolo dell'ordine del 10% del campo fondamentale nella zona attraversata dal fascio.

5.2.2. - Avvolgimento con 1 settore per semipolo. -

Questa geometria è illustrata in Fig. 7. Dalle formule (7), (8) e (9) risulta chiaro che per eliminare la componente di esapolo bisogna scegliere l'angolo φ in maniera tale da rendere $C_3 = 0$, cioè $f_3(\varphi) = 0$.

Poichè in questo caso

$$(23) \quad f_n(\varphi) = \sin n\varphi$$

si avrà $f_3(\varphi) = 0$ per $\varphi = 60^\circ$.

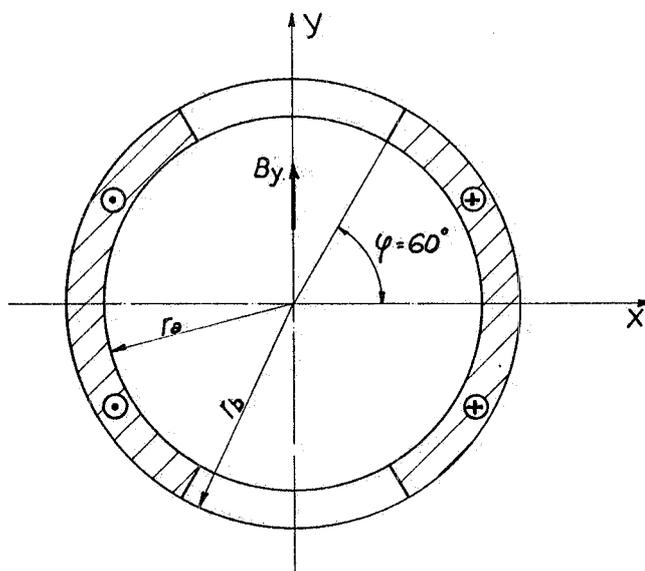


FIG. 7 - Dipolo ad 1 settore.

Per questo avvolgimento si ha allora

$$r_b - r_a = 1.45 \text{ cm}, \quad S = 41 \text{ cm}^2$$

Notiamo per inciso che questa soluzione richiede una quantità di superconduttore identica a quella del dipolo ad ellissi intersecanti.

TABELLA I - Contenuto armonico in un dipolo con avvolgimenti a corona uniforme.

n = ordine di armonica	3 (esapolo)	5	7	9	11	13	15
$C_n = \frac{B_n}{B_y}$ per $r=r_a=6$ cm	-276×10^{-3}	$+139 \times 10^{-3}$	-84×10^{-3}	$+56 \times 10^{-3}$	-40×10^{-3}	$+29.4 \times 10^{-3}$	-22.5×10^{-3}
$\frac{B_n}{B_y}$ per $r=3.5$ cm (zona di utilizzazione)	-94×10^{-3}	$+16 \times 10^{-3}$	-3.3×10^{-3}	$+0.75 \times 10^{-3}$	-0.18×10^{-3}	~ 0	~ 0

TABELLA II - Contenuto armonico in un dipolo con avvolgimenti con 1 settore per semipolo.

n = ordine di armonica	3	5	7	9	11	13	15
$C_n = \frac{B_n}{B_y}$ per $r=r_a=6$ cm	0	-130×10^{-3}	$+40 \times 10^{-3}$	0	-36×10^{-3}	$+26 \times 10^{-3}$	0
$\frac{B_n}{B_y}$ per $r=3.5$ cm	0	-15×10^{-3}	$+1.6 \times 10^{-3}$	0	-0.16×10^{-3}	~ 0	0

In Tabella II sono riportati i valori relativi delle armoniche. Come si vede, già con questa geometria, costruttivamente molto più semplice delle ellissi sovrapposte, si ottiene un contenuto armonico massimo molto vicino a quello richiesto.

5.2.3. - Avvolgimento con 2 settori per semipolo. -

La Fig. 8 illustra tale dipolo. Con questa geometria si può ottenere o una totale eliminazione di 3^a e 5^a armonia, o, meglio ancora, minimizzare il contenuto totale di armoniche.

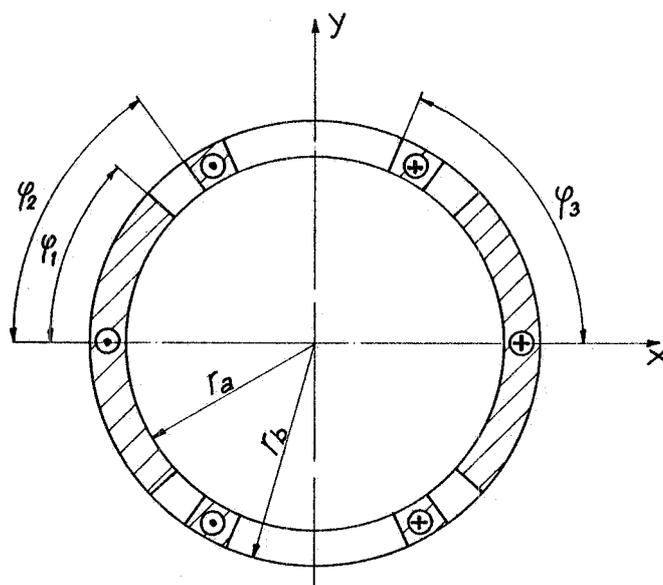


FIG. 8 - Dipolo a 2 settori.

Una delle possibili scelte di angoli è:

$$\varphi_1 = 43,5^\circ; \quad \varphi_2 = 52,6^\circ; \quad \varphi_3 = 67,4^\circ$$

Per questo avvolgimento si ha allora

$$r_b - r_a = 1.53 \text{ cm}, \quad S = 42 \text{ cm}^2.$$

In Tabella III sono riportati i valori relativi delle armoniche. Un tale dipolo soddisfa, per quanto riguarda il contenuto armonico, alle richieste iniziali. Notiamo che per questo avvolgimento è richiesta una precisione angolare migliore di $0,1^\circ$ per evitare un'apprezzabile distorsione di campo dovuta alle imprecisioni meccaniche.

In linea di principio si potrebbero ottenere campi ancora più uniformi suddividendo l'avvolgimento in un numero maggiore di settori, ma in tal caso la precisione angolare richiesta, dell'ordine di qualche

centesimo di grado, è di difficile realizzazione pratica.

Ad ogni modo riportiamo i calcoli relativi ad un dipolo con 3 settori, che dimostrano come sia possibile, almeno in teoria, ottenere la quasi totale eliminazione delle armoniche.

5.2.4. - Avvolgimento con 3 settori per semipolo. -

Ragionando anche qui in termini di minimizzazione di contenuto armonico, si ottiene, (v. Fig. 3):

$$\varphi_1 = 33,33^\circ; \quad \varphi_2 = 37,12^\circ; \quad \varphi_3 = 53,14^\circ; \quad \varphi_4 = 63,38^\circ; \quad \varphi_5 = 71,84^\circ$$

$$r_b - r_a = 1,56 \text{ cm}, \quad S = 42,6 \text{ cm}^2$$

I contenuti armonici sono riportati in Tabella IV.

5.3. - Effetto di troncatura. -

Con le considerazioni e le formule di § 3 e ponendo $r_a = 6 \text{ cm}$, $2l = 50 \text{ cm}$, abbiamo calcolato le variazioni relative di campo $\Delta B/B_0$, riferite al campo B_0 al centro del cilindro, su tre piani ($z=0$; $z=5 \text{ cm}$; $z=10 \text{ cm}$). In Fig. 9 riportiamo i valori di $\Delta B/B_0$ nei punti considerati. Come si vede, la variazione di campo lungo l'asse z è apprezzabile già per bassi valori di z , (1,6% per $z=10 \text{ cm}$) ma in ciascuno dei piani considerati $\Delta B/B$, riferita al campo nel punto centrale del piano stesso, è assai inferiore ($\sim 0,5\%$ sul piano $z=10 \text{ cm}$).

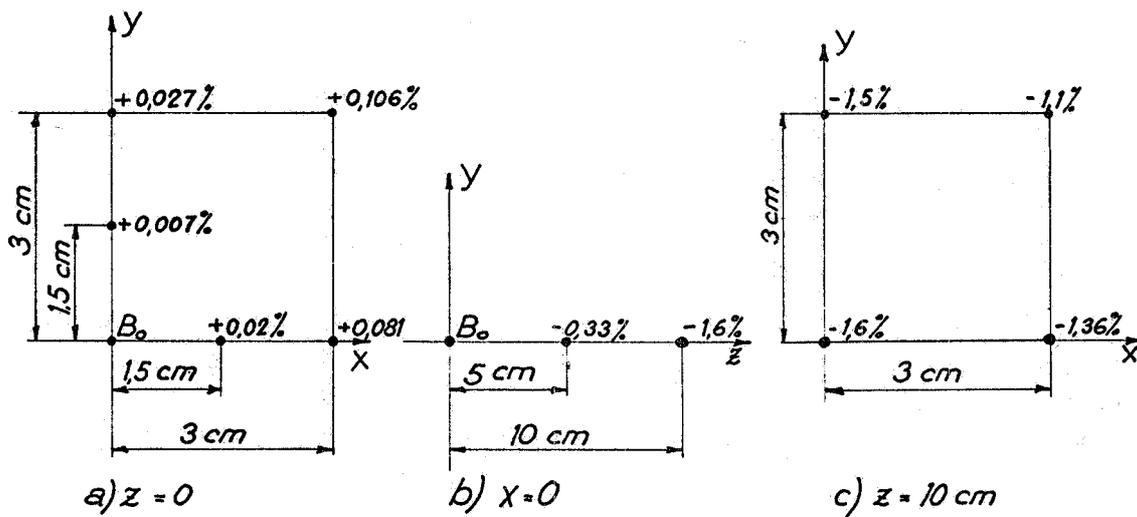


FIG. 9 - Variazioni percentuali di campo ($\Delta B/B_0$) per dipolo con $r_a = 6 \text{ cm}$.

TABELLA III - Contenuto armonico in un dipolo con avvolgimenti con 2 settori per semipolo.

n = ordine di armonica	3	5	7	9	11	13	15
$C_n = \frac{B_n}{B_y}$ per $r=r_a=6\text{ cm}$	$+12.7 \times 10^{-3}$	-9.5×10^{-3}	-3.7×10^{-3}	-80×10^{-3}	$+79 \times 10^{-3}$	$+1.6 \times 10^{-3}$	-63×10^{-3}
$\frac{B_n}{B_y}$ per $r=3.5\text{ cm}$	$+4.3 \times 10^{-3}$	-1.1×10^{-3}	-0.15×10^{-3}	-1.1×10^{-3}	$+0.36 \times 10^{-3}$	~ 0	~ 0

TABELLA IV - Contenuto armonico in un dipolo con avvolgimenti con 3 settori per semipolo.

n = ordine di armonica	3	5	7	9	11	13	15
$C_n = \frac{B_n}{B_y}$ per $r=r_a=6\text{ cm}$	~ 0	$+0.1 \times 10^{-3}$	~ 0	~ 0	-0.16×10^{-3}	-58×10^{-3}	$+62 \times 10^{-3}$
$\frac{B_n}{B_y}$ per $r=3.5\text{ cm}$	~ 0	~ 0	~ 0	~ 0	~ 0	-0.1×10^{-3}	~ 0

16.

5.4. - Errori di campo dovuti ad irregolarità casuali di avvolgimento. -

Dalla (21), ponendo

$$W = 10^{-1} \text{ cm}, \quad S = 42 \text{ cm}^2, \quad \sigma_t = 2 \times 10^{-2} \text{ cm},$$
$$D_{\text{MIN}} = 2 \text{ cm}, \quad \frac{J_1}{J} = 1.04, \quad r_b - r_a = 1.53 \text{ cm}$$

si ha

$$\left(\frac{\Delta B}{B_0} \right)_{\text{MAX}} = 1.3 \times 10^{-4}$$

Questi valori dei parametri sono relativi al dipolo a 2 settori ma l'ordine di grandezza dell'errore resta invariato anche negli altri casi trattati.

6. - CONCLUSIONI. -

Questa analisi permette di trarre alcune indicazioni sul progetto di questo dipolo. La realizzazione di un dipolo a due settori risulta costruttivamente più semplice rispetto ad uno ad ellissi sovrapposte, richiedendo all'incirca la stessa quantità di materiale. Un altro vantaggio di questa geometria, che è stata teoricamente investigata in maggior dettaglio, è il più agevole calcolo delle componenti armoniche spurie e delle distorsioni di campo dovute alla lunghezza finita e agli errori di posizionamento dei conduttori nell'avvolgimento.

La stima di quest'ultimo effetto ha permesso di concludere che è sufficiente eseguire gli avvolgimenti con una distribuzione a "random" dei conduttori anzichè ordinata, il che facilita ulteriormente la realizzazione del magnete.

Con il prescelto rapporto r_a/l gli effetti di troncatura introducono errori di campo accettabili, almeno per la regione intorno al centro, in cui è valida la trattazione di § 5. L'analogo calcolo per la parte terminale del magnete non è stato eseguito, perchè in questa zona si sovrappongono gli effetti di distorsione di campo generati dal ritorno dei conduttori (testate), presumibilmente preponderanti.

Per questo problema riteniamo che due soluzioni possibili siano: la sistemazione dei conduttori alle testate su piani perpendicolari all'asse, oppure una traslazione longitudinale dei conduttori (v. Fig. 5). L'ottimizzazione di entrambe queste soluzioni richiede uno studio approfondito

e laborioso che è stato appena iniziato ed i cui risultati saranno resi noti in una prossima relazione.

BIBLIOGRAFIA. -

- (1) - R. A. Beth, J. Appl. Phys. 38, 4689 (1967)
- (2) - M. M. Wilson, J. Scient. Instr. 1, 575 (1968).
- (3) - R. A. Beth, B. N. L. Report AADD-102 (1966).
- (4) - W. B. Sampson et al., Particle Accelerators 1, 173 (1970).
- (5) - J. H. Coupland, Nuclear Instr. and Meth. 78, 181 (1970).
- (6) - J. H. Coupland, Report RHEL/R 103 (1970).
- (7) - R. B. Menser, Report UCRL-20184 (1971).
- (8) - T. C. Randle, Report RHEL/R 197 (1970).