

COMITATO NAZIONALE PER L'ENERGIA NUCLEARE
Laboratori Nazionali di Frascati

LNF-71/92
20 Dicembre 1971

R. Baldini-Celio e G. Sciacca : INTERAZIONI DI STATO FINALE
IN FOTOPRODUZIONE SU DEUTERIO.

R. Baldini-Celio e G. Sciacca: INTERAZIONI DI STATO FINALE IN
FOTOPRODUZIONE SU DEUTERIO. -

Diversi e importanti risultati sperimentali sono stati ottenuti recentemente studiando la fotoproduzione su neutrone a bassa energia ($E_\gamma \leq 1$ GeV).

Ad esempio è stata ottenuta una netta evidenza di violazione del bilancio dettagliato nel confronto tra i processi $\gamma n \rightarrow \pi^- p$ e $\pi^- p \rightarrow \gamma n$ nella regione di energie della prima risonanza, $P_{33}(1236)^{(1)}$. Ancora nella stessa regione di energie sono state ottenute, per differenti vie, evidenze per l'esistenza di un termine isotensoriale nella ampiezza di fotoproduzione (sia confrontando i dati ottenuti nel processo $\pi^- p \rightarrow \gamma n$ con le previsioni fatte mediante relazioni di dispersione⁽¹⁾, sia confrontando i processi $\gamma p \rightarrow \pi^+ n$ e $\gamma n \rightarrow \pi^- p$ ⁽²⁾). Infine un altro importante risultato ottenuto è stata l'evidenza di un abbondante decadimento $P_{11}(1470) \rightarrow \gamma n$ ^(3,4,5). Ciò infatti, confrontato con gli insuccessi ottenuti per evidenziare il decadimento $P_{11} \rightarrow \gamma p$, suggerisce, come è noto, che questa risonanza sia esotica, dovendo appartenere ad un antidecupletto di SU_3 .

Tutte queste affermazioni sono strettamente connesse alla validità e alla corretta interpretazione dell'approssimazione impulsiva (A.I.), che viene appunto applicata per estrarre dalla fotoproduzione su deuterio la sezione d'urto di fotoproduzione su neutrone. Diverse interpretazioni di tale approssimazione hanno condotto infatti a risultati chiaramente differenti⁽⁶⁾. Analogamente si hanno risultati contrastanti sui limiti di validità dell'A.I., sia per quanto riguarda misure diverse che previsioni teoriche^(7,8,9).

2.

In questa nota abbiamo quindi cercato di riassumere la teoria, che è alla base dell'A.I., alla luce di risultati teorici più recenti nella impostazione del problema dei tre corpi⁽¹⁰⁾. In questo quadro sono state calcolate le correzioni all'A.I. e in particolare le correzioni dovute alle interazioni di stato finale. Tale calcolo è stato quindi ripetuto con altre procedure e posto a confronto con dati sperimentali.

1. - IMPOSTAZIONE DEL PROBLEMA DEI TRE CORPI NELLA TEORIA DI FADDEEV. -

Nella teoria di Faddeev⁽¹⁰⁾ si perviene, mediante un semplice procedimento algebrico, ad una relazione formale tra l'operatore di fotoproduzione su deuterio e l'operatore di fotoproduzione su nucleone. Solo nel caso non relativistico però tale teoria è del tutto rigorosa ed il problema è risolto non solo formalmente. Tuttavia nel procedimento usato non si fa alcun riferimento esplicito alla struttura delle hamiltoniane implicate e così possiamo ritenere che le relazioni ottenute siano valide in modo più generale. Inoltre per quanto riguarda la descrizione del deuterio una trattazione non relativistica è certamente plausibile.

Supporremo qui che le uniche interazioni presenti siano interazioni a due a due tra i tre corpi presenti (tuttavia la teoria di Faddeev permette, volendo, di tenere conto anche di interazioni a tre corpi).

Ci riferiamo inoltre, per ora, esplicitamente alla fotoproduzione singola di π^0 su deuterio non elastica. Vedremo poi come trattare la fotoproduzione elastica di π^0 e per la fotoproduzione di π^+ le complicazioni derivanti dal principio di Pauli.

Definiamo:

H_0 : hamiltoniana libera totale (relativa cioè a tutte le particelle presenti negli stati iniziale e finale);

$V_p = H_{\gamma p}^{e.m.} + H_{\pi p}^{strong}$: hamiltoniana fenomenologica d'interazione che tiene conto delle interazioni tra γ , π e p;

$V_n = H_{\gamma n}^{e.m.} + H_{\pi n}^{strong}$: hamiltoniana fenomenologica d'interazione che tiene conto delle interazioni tra γ , π e n;

V_{pn} : hamiltoniana fenomenologica d'interazione che tiene conto delle interazioni tra protone e neutrone.

E' conveniente anche introdurre la funzione di Green libera:

$$G_0^+(E) = \{E - H_0 + j\epsilon\}^{-1}$$

essendo E l'energia totale.

Definiamo inoltre gli operatori di transizione T_p , T_n e T_{pn} , soluzioni delle equazioni seguenti:

$$(1) \quad \begin{aligned} T_p &= V_p \{1 + G_o^+ T_p\} \\ T_n &= V_n \{1 + G_o^+ T_n\} \\ T_{pn} &= V_{pn} \{1 + G_o^+ T_{pn}\} \end{aligned}$$

L'operatore T_p è in pratica l'operatore relativo alla fotoproduzione e allo scattering^p su protone differendone solamente per il fatto che qui G_o^+ contiene l'hamiltoniana libera relativa a tutte le particelle, compreso il neutrone (un discorso analogo vale per T_n e T_{pn}).

Per ricavare l'operatore di transizione $T_{\gamma D}$ relativo alla fotoproduzione anelastica su deuterio è conveniente introdurre, nella teoria di Faddeev, gli operatori τ_1 , τ_2 , τ_3

$$\begin{aligned} \tau_1 &= V_{pn} [E - H_o - V_{pn} + j\varepsilon]^{-1} (T_p + T_n) \\ \tau_2 &= V_p \{1 + [E - H_o - V_{pn} + j\varepsilon]^{-1} (T_p + T_n)\} \\ \tau_3 &= V_n \{1 + [E - H_o - V_{pn} + j\varepsilon]^{-1} (T_p + T_n)\} \end{aligned}$$

collegati con l'operatore $T_{\gamma D}$ dalla relazione: (vedi Appendice 1):

$$T_{\gamma D} = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3$$

Si dimostra infine che (vedi appendice 1 per una breve dimostrazione) tra gli operatori τ_i e gli operatori definiti dalla (1) valgono le equazioni, che scriviamo in forma matriciale.

$$(2) \quad \begin{pmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ T_p \\ T_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & T_{pn} & T_{pn} \\ T_p & 0 & T_p \\ T_n & T_n & 0 \end{pmatrix} G_o^+ \begin{pmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{pmatrix}$$

Di queste equazioni si può cercare una soluzione iterativa, per la quale si ha:

4.

$$(3) \quad T_{\gamma D} = T_p + T_n + T_{pn} G_o^+ T_p + T_{pn} G_o^+ T_n + T_p G_o^+ T_n + T_n G_o^+ T_p + \dots$$

Se ci si limita a considerare il contributo dei primi due termini si fa l'approssimazione impulsiva, i termini successivi rappresentano le correzioni dovute ai vari processi di rescattering^(x)

La struttura di questa serie è analoga, come era ovvio, a quella che si trova nella teoria dello scattering su due potenziali. E' interessante rimarcare che per quanto riguarda l'interazione p-n il risultato che si ottiene è il medesimo che si otterrebbe trattandola come interazione di stato finale, come è per l'interazione π -nucleone (contenuta in T_p e T_n).

2. - APPROSSIMAZIONE IMPULSIVA E MODELLO DEL NUCLEONE SPETTATORE. -

In questo paragrafo vedremo come in opportune condizioni cinematiche l'A.I., formalmente definita dai primi due termini della (3) si riduca al cosiddetto modello del nucleone spettatore. In tale modello la sezione d'urto su deuterio è collegata alla sezione d'urto su nucleone non legato e in moto con distribuzione d'impulsi nota.

Poniamoci per semplicità nel sistema di riferimento del laboratorio ($\vec{p}_D = 0$). Trattiamo il deuterio non relativisticamente e sviluppiamo lo stato del deuterio in una sovrapposizione di stati di particelle libere

$$|D\rangle = \int d^3 p_s c(p_s) |\vec{p}_s\rangle |-\vec{p}_s\rangle$$

dove $c(p_s)$ sarà la trasformata di Fourier della funzione d'onda del deuterio^(o) e gli stati $|\vec{p}_s\rangle$ e $|-\vec{p}_s\rangle$ rappresentano rispettivamente un neutrone e un protone con impulsi \vec{p}_s e $-\vec{p}_s$.

(x) - Posteriormente a questo lavoro è stata da noi calcolata⁽²⁸⁾ la soluzione completa delle equazioni di Faddeev. Questo calcolo conferma in generale i risultati ottenuti troncando la soluzione intera al 1° ordine. Questa è quindi valida in tutti gli esempi qui riportati ad eccezione delle correzioni da apportare alla fotoproduzione coerente di π^0 nella regione di energie della risonanza $P_{33}(1236)$ (vedi par. 8).

(o) - Vedi nota pag. 5.

Sarà, relativamente allo stato finale:

$$|f\rangle = |\vec{p}_\pi\rangle |\vec{p}_{p_f}\rangle |\vec{p}_{n_f}\rangle$$

Risulta dunque, in approssimazione impulsiva

$$\begin{aligned} \langle f | T_\gamma D | i \rangle = & \int d^3 p_s \left\{ \langle \vec{p}_\pi, \vec{p}_{p_f}, \vec{p}_{n_f} | T_n | \vec{p}_\gamma, -\vec{p}_s, +\vec{p}_s \rangle c(-p_s) + \right. \\ & \left. + \langle \vec{p}_\pi, \vec{p}_{p_f}, \vec{p}_{n_f} | T_p | \vec{p}_\gamma, -\vec{p}_s, \vec{p}_s \rangle c(p_s) \right\} \end{aligned}$$

(d) - Diverse funzioni sono state proposte per rappresentare la funzione d'onda del deuterio⁽¹¹⁾. Esse differiscono sostanzialmente nel modo di rappresentare il nocciolo repulsivo del potenziale p-n (ovvero, per quanto riguarda $c(p_s)$, per grandi valori di p_s). La più semplice funzione è la funzione di Chew-Goldberger, che considera il potenziale p-n una buca di raggio nullo. In questo caso si ha:

$$c(p_s) = \frac{\sqrt{\alpha}}{\pi} \frac{1}{\alpha^2 + p_s^2}$$

dove $\alpha = \sqrt{M_p \mathcal{E}_{\log}} = 45.7 \text{ MeV}$, in modo da riprodurre la corretta energia di legame del deuterio e la corretta scattering length nello scattering p-n nello stato di tripletto. Una buona approssimazione di $c(p_s)$, considerando una sovrapposizione di potenziali di Yukawa in onda S, si ha con la funzione di Hulthén:

$$c(p_s) = \frac{\sqrt{\alpha\beta} (\alpha + \beta)^3}{\pi} \frac{1}{(\alpha^2 + p_s^2)(\beta^2 + p_s^2)}$$

dove $\mathcal{E}_t = 4/\alpha + \beta - 1/\beta$ in modo da riprodurre il corretto valore \mathcal{E}_t di effettive range nello stato di tripletto. Per gli impulsi di Fermi p_s che in pratica interessano ($p_s \leq 300 \text{ MeV}/c$), e se si trascurano gli effetti della parte in onda D (importanti solo in particolari condizioni cinematiche⁽¹²⁾ e nella fotoproduzione coerente), si ha che la funzione di Hulthén rappresenta una ottima approssimazione alla funzione d'onda del deuterio.

6.

L'operatore T_n (tutto ciò che segue d'ora in poi vale naturalmente anche per T_p , scambiando i ruoli relativi tra n e p) opera sul neutrone solamente tramite G_o^+ , che contiene l'hamiltoniana libera totale di cui $|\vec{p}_s\rangle$ e $|\vec{p}_n\rangle$ sono autostati, per cui:

$$\langle \vec{p}_{p_f} | \frac{1}{E - H_o + j\epsilon} | \vec{p}_s \rangle = \frac{\delta^3(p_{p_f} - p_s)}{E - E_{p_f} - H_o' + j\epsilon}$$

essendo H_o' l'hamiltoniana libera relativa a tutte le particelle eccetto il protone. Ne deriva che l'operatore T_n qui considerato è l'operatore di transizione relativo alla fotoproduzione su neutrone non legato perchè si consideri come energia totale $E - E_{p_f}$ nella relativa equazione di Lippman-Schwinger. Quindi:

$$\begin{aligned} \langle f | T_{\gamma D} | i \rangle &= \int d^3 p_s \left\{ \langle \vec{p}_\pi, \vec{p}_{n_f} | T_{\gamma n}(E - E_{p_f}) | \vec{p}_\gamma, -\vec{p}_s \rangle c(-p_s) \delta^3(\vec{p}_{p_f} - \vec{p}_s) + \dots \right\} \\ &= \langle \vec{p}_\pi, \vec{p}_{n_f} | T_{\gamma n}(E - E_{p_f}) | \vec{p}_\gamma, -\vec{p}_{p_f} \rangle c(-p_{p_f}) + \dots \end{aligned}$$

L'elemento di matrice ottenuto rappresenta una ampiezza di fotoproduzione su neutrone non legato e in moto nello stato iniziale, con impulso opposto e energia uguale al protone finale, calcolata però fra stati di energia totale diversa. Infatti lo stato che compare a sinistra dell'elemento di matrice ha energia totale $E_f = E_\pi + E_{n_f}$, mentre lo stato che compare a destra ha energia totale $E_i = E_\gamma + E_{p_f}$. D'altronde, per la conservazione dell'energia:

$$E_\pi + E_{n_f} = E_\gamma + M_D - E_{p_f}$$

Per ottenere una ampiezza fra stati di uguale energia totale si può procedere ad una estrapolazione alla Chew e Low⁽¹³⁾, considerando cioè l'ampiezza ottenuta, per un dato angolo nel centro di massa, in funzione di E_{p_f} ed estrapolando in qualche modo al valore assunto per $E_{p_f} = +M_D/2$. Per fare ciò sperimentalmente occorre osservare il nucleone spettatore, misurandone l'energia, e raccogliere una buona statistica soprattutto per quanto riguarda gli spettatori con piccolo impulso. Questa misura non è semplice ed il numero degli spettatori lenti è depresso dallo stesso spazio delle fasi.

Non potendo eseguire una estrapolazione alla Chew e Low si può fare l'approssimazione di supporre l'ampiezza sull'"energy shell". E' presumibile che se l'ampiezza di fotoproduzione su neutrone libero non è risonante l'errore che si commette sia piccolo. Se l'ampiezza è risonante il calcolarla alla energia dello stato a sinistra o a destra dell'elemento di matrice può comportare un errore non trascurabile. Ad esempio l'esistenza e l'entità di un termine isotensoriale nell'ampiezza di fotoproduzione (che interferendo con l'ampiezza risonante produrrebbe uno spostamento nella posizione del picco della $P_{33}(1236)$) dipendono abbastanza fortemente da questa scelta⁽⁶⁾. Analogamente vi dipende l'entità del decadimento $P_{11}(1470) \rightarrow \gamma n$ ⁽³⁾.

Si può vedere che per una ampiezza risonante l'approssimazione di riferire l'elemento di matrice alla energia dello stato a sinistra è più ragionevole.

Si ha infatti:

$$\langle f | T_n(E-E_{p_f}) | i \rangle = \langle f | V_n \frac{1}{E_f - H'_0 - V_n + j} V_n | i \rangle + \langle f | V_n | i \rangle$$

Inserendo nel primo addendo due set di stati intermedi $|\lambda\rangle$ e $|\lambda'\rangle$ e isolando il contributo risonante per $|\lambda\rangle = |\lambda'\rangle = |R\rangle$ si ha appunto:

$$\langle f | T_{\gamma n}(E-E_{p_f}) | i \rangle \simeq \frac{\Gamma_f(E_f) \Gamma_i(E_i)}{E_f - E_R + j/2 \Gamma(E_f)}$$

ponendo:

$$\langle f | V_n | R \rangle = \Gamma_f(E_R); \quad \langle R | V_n | i \rangle = \Gamma_i(E_i);$$

$$\langle R | \frac{1}{E_f - H'_0 - V_n + j\xi} | R \rangle = \frac{1}{E_f - E_R + j/2 \Gamma(E_R)}$$

Solamente, quindi, la larghezza parziale di decadimento della risonanza relativa allo stato $|\gamma n\rangle$ andrebbe riferita all'energia E_i .

Ritorniamo ora all'elemento di matrice relativo alla fotoproduzione su deuterio e procediamo nel calcolo della sezione di urto, sempre in A.I.:

$$\langle f | T_{\gamma D} | i \rangle^2 = \left| \langle \vec{p}_\pi, \vec{p}_n | T_{\gamma n}(E-E_p) | \vec{p}_\gamma, -\vec{p}_p \rangle \right|^2 |c(p_p)|^2 +$$

8.

$$\left| \langle \vec{p}_\pi, \vec{p}_p | T_{\gamma p} (E - E_n) | \vec{p}_\gamma, -\vec{p}_n \rangle \right|^2 |c(p_n)|^2 + 2 \operatorname{Re} \{ \dots \dots \dots \}$$

Il contributo del termine d'interferenza (assente nella fotoproduzione di π^\pm) dipende dalle regioni cinematiche che si considerano. In generale tali regioni sono tali che il nucleone supposto bersaglio ha impulso molto più grande di quello del nucleone supposto spettatore, per cui il contributo del termine d'interferenza è piccolo, contenendo il fattore $c(p_{\text{bersaglio}})$. Questa condizione è necessaria per la validità del modello del nucleone spettatore.

Nel caso si voglia ottenere una sezione d'urto totale il termine d'interferenza produce il noto effetto ombra, per cui la sezione d'urto totale non coincide con la somma della sezione d'urto totale su protone e su neutrone^(x).

Infine per giungere alla sezione d'urto occorre dividere per il flusso incidente dei fotoni sul deuterio, che è appunto il flusso misurato dal quantometro e che contiene come fattore la velocità relativa c dei fotoni e del deuterio.

In effetti la sezione d'urto su nucleone non legato e in moto con impulso $-\vec{p}_{sp}$ si otterrebbe dividendo per il flusso dei fotoni relativo a tale nucleone, contenente la loro velocità relativa

$$|\vec{V}_\gamma - (-\vec{V}_{sp})| = c \sqrt{(1 + \beta_{sp} \cos \theta_{sp})^2 + \beta_{sp}^2 \sin^2 \theta_{sp}} \simeq c (1 + \beta_{sp} \cos \theta_{sp})$$

(x) - L'effetto ombra può essere valutato in diversi modi. In approssimazione di chiusura si ha⁽¹⁴⁾:

$$\sigma_D^{\text{Tot}} \simeq \sigma_p^{\text{Tot}} + \sigma_n^{\text{Tot}} + 4\pi F(0^0) \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{3} \langle \vec{K}_n^x \vec{K}_p \rangle_{00} + \langle \vec{L}_n^x \vec{L}_p \rangle_{00} \right\}$$

dove $F(0^0)$ è il fattore di forma del deuterio nel caso di un pione emesso a 0^0 . Secondo la teoria di Glauber⁽¹⁵⁾:

$$\sigma_D^{\text{Tot}} \simeq \sigma_p^{\text{Tot}} + \sigma_n^{\text{Tot}} + \frac{4\pi}{K^2 \langle \chi_D^2 \rangle} \operatorname{Re} \left\{ f_n^x(0^0) f_p(0^0) \right\}$$

dove θ_{sp} è l'angolo nel laboratorio dello spettatore rispetto alla direzione del fascio incidente dei fotoni e $\beta_{sp} = V_{sp}/c$ (sempre molto minore di 1). Ciò comporta che, supposte verificate tutte le condizioni precedenti di validità del modello del nucleone spettatore, si ha:

$$d\sigma_{\gamma D} = (1 + \beta_n \cos \theta_n) |c(p_n)|^2 d\sigma_{\gamma p} + (1 + \beta_p \cos \theta_p) |c(p_p)|^2 d\sigma_{\gamma n}$$

Questa dipendenza della sezione d'urto di fotoproduzione su deuterio dalla direzione dello spettatore è stata verificata sperimentalmente per la fotoproduzione di $\pi^-(3,6)(x)$.

3. - CORREZIONI ALL'A.I. DOVUTE ALLO SCATTERING DELLE PARTICELLE USCENTI SUL NUCLEONE SPETTATORE. -

Consideriamo di nuovo la soluzione iterativa delle equazioni di Faddeev, troncata ora alla prima iterazione.

Questa stessa soluzione si ottiene in l'approssimazione di funzione d'onda distorta nello stato finale. In questa approssimazione infatti si corregge l'A.I. per tenere conto, ad esempio, dell'interazione del nucleone uscente con il nucleone spettatore sostituendo nello elemento di matrice allo stato finale $\langle \phi_f |$, rappresentante onde piane, lo stato $\langle \psi_f^- |$ distorto dall'interazione p-n. Lo stato $\langle \psi_f^- |$ sarà legato a $\langle \phi_f |$ dall'equazione di Lippmann-Schwinger:

$$\langle \psi_f^- | = \langle \phi_f | \{ 1 + T_{pn} G_o^+ \}$$

Da cui appunto

(x) - Nel ricavare le condizioni di validità del modello del nucleone spettatore e nel calcolare le correzioni per interazioni di stato finale, come vedremo, risulta evidente che il numero di approssimazioni da fare per applicare correttamente l'A.I. sarebbe molto minore se fossero già note le ampiezze di fotoproduzione su neutrone libero. Una procedura di feedback sarebbe probabilmente più efficace, calcolando le ampiezze di fotoproduzione su neutrone dopo aver apportato delle correzioni approssimate e ricalcolando poi queste ultime in base alle ampiezze su neutrone già ottenute.

$$\langle \psi_f^- | (T_{\gamma p} + T_{\gamma n}) = \langle \psi_f | \{ T_{\gamma p} + T_{\gamma n} + T_{pn} G_o^+ T_{\gamma p} + T_{pn} G_o^+ T_{\gamma n} \}$$

Le varie correzioni all'A.I. rappresentano dunque rispettivamente:

$T_{pn} G_o^+ T_n + T_{pn} G_o^+ T_p$: correzione per scattering del nucleone uscente con il nucleone spettatore;

$T_n G_o^+ T_p + T_p G_o^+ T_n$: poichè T_n contiene $H_{\pi N}^{strong}$ questo termine rappresenta la correzione per scattering del pione uscente con lo spettatore, più la correzione per fotoproduzione di un pione carico seguita da uno scambio carica con lo spettatore, più la correzione per effetto Compton seguito dalla fotoproduzione sullo spettatore.

4. - CORREZIONE PER INTERAZIONE DEL NUCLEONE USCENTE CON IL NUCLEONE SPETTATORE - FORMULAZIONE NON RELATIVISTICA. -

Calcoleremo queste correzioni dapprima nell'approssimazione che l'interazione p-n possa essere trattata non relativisticamente (approssimazione peraltro valida per $T_N \lesssim 100$ MeV, laddove la correzione è importante) e ignorando, per ora, ogni complicazione derivante dagli spin.

Inserendo un set completo di stati intermedi

$$\frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3 p'_p d^3 p'_n | \vec{p}'_n, \vec{p}'_p \rangle \langle \vec{p}'_p, \vec{p}'_n |$$

si ha:

$$\begin{aligned} \langle f | T_{pn} G_o^+ T_p \} | i \rangle &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3 p'_p d^3 p'_n \langle f | T_{pn} | \vec{p}'_p, \vec{p}'_n \rangle \times \\ &\times \frac{1}{E'_f - E'_p - E'_n + j\epsilon} \langle \vec{p}'_p, \vec{p}'_n | T_{\gamma p} | i \rangle \end{aligned}$$

Introduciamo le variabili del centro di massa p-n, impulso totale \vec{p} e relativo \vec{p}' , ed il momento trasferito \vec{q} :

$$\vec{P}' = \vec{p}'_n + \vec{p}'_p; \quad \vec{p}' = \frac{1}{2}(\vec{p}'_n - \vec{p}'_p); \quad \vec{q} = \frac{1}{2}(\vec{p}_\gamma - \vec{p}_\pi)$$

(e, relativamente allo stato finale $\vec{p} = \frac{1}{2}(\vec{p}_n - \vec{p}_p)$)

L'invarianza per traslazione degli operatori di transizione conduce alla conservazione dell'impulso, per cui si ha $\vec{P}' = 2\vec{q}$. Passando quindi al centro di massa p-n si ha ($M = M_p = M_n$):

$$E_f = \frac{q^2}{M} + \frac{p^2}{M}; \quad E' = \frac{q^2}{M} + \frac{p'^2}{M}$$

$$\langle \vec{p}_p, \vec{p}_n | T_{pn} | \vec{p}'_p, \vec{p}'_n \rangle = -\frac{4\pi}{M} f_{pn}(\vec{p}, \vec{p}')$$

essendo f_{pn} l'ampiezza di scattering p-n. Inoltre

$$\langle \vec{p}_p, \vec{p}'_n | T_{\gamma n} | i \rangle = \langle \vec{p}'_n, \vec{p}_\pi | T_{\gamma n} | \vec{p}_\gamma, -\vec{p}'_p \rangle c(p'_p)$$

Supponendo perciò di conoscere le ampiezze di scattering per tutti i valori di p' , anche fuori energy shell, la correzione al primo ordine per scattering tra i nucleoni può essere calcolata. In generale tali ampiezze non sono note a priori. Considerando però che la funzione di Green G_0^+ esalta fortemente il contributo degli stati intermedi dove $p' \simeq p$ possiamo fare l'approssimazione di estrarre dell'integrale sugli stati intermedi le ampiezze suddette, calcolate per $p'_n = p_n$ e $p'_p = p_p$. Perciò:

$$\langle f | T_{pn} G_0^+ T_{\gamma n} | i \rangle = - \langle \vec{p}_\pi, \vec{p}_n | T_{\gamma n} | \vec{p}_\gamma, -\vec{p}_p \rangle \frac{f_{pn}(0^0)}{2\pi^2} \int \frac{d^3 p' c(p'_p)}{p^2 - p'^2 + j\xi}$$

Il calcolo dell'integrale è riportato in appendice 2 (per $c(p'_p)$ si è scelta la distribuzione di impulsi di Hulthén). L'integrale si può decomporre in due parti, a seconda che lo stato intermedio abbia o no la stessa energia dello stato finale. Per cui si ha:

contributo con stati intermedi sull'energy shell:

12.

$$+ \frac{f_{pn}(0^0)}{q} \sqrt{\frac{\alpha}{\pi^2(1-\alpha f_t)}} \frac{j}{2} \log \frac{[\alpha^2+(p+q)^2] [\beta^2+(p-q)^2]}{[\alpha^2+(p-q)^2] [\beta^2+(p+q)^2]}$$

contributo con stati intermedi fuori dell'energy shell:

$$+ \frac{f_{pn}(0^0)}{q} \left\{ \operatorname{arctg} \frac{2\alpha q}{p^2 - q^2 + \alpha^2} - \operatorname{arctg} \frac{2\beta q}{p^2 - q^2 + \beta^2} + \right. \\ \left. + \pi \int [u(q^2 - p^2 - \alpha^2) - u(q^2 - p^2 - \beta^2)] \right\}$$

dove:

$$u(x) = 1 \text{ per } x \geq 0 \quad \text{e} \quad u(x) = 0 \text{ per } x < 0.$$

Per il contributo sull'energy shell l'approssimazione fatta di estrarre l'ampiezza di scattering p-n dall'integrale è più corretta poichè, laddove la correzione è importante, l'ampiezza essendo in onda S non dipende dalle direzioni relative di \vec{p} e \vec{p}' .

Vediamo rapidamente alcune proprietà della correzione ricavata^(x).

Per un legame del deuterio infinitamente blando ($\alpha \rightarrow 0$, ossia $p_{sp} \rightarrow 0$) la correzione rispetto alla funzione di Hulthén tende a zero,

(x) - I termini che costituiscono la correzione all'approssimazione impulsiva sono suscettibili di una interpretazione fisica (che qualitativamente conferma i segni e le fasi delle correzioni ottenute). Se si considera ad esempio la correzione per scattering πn con stati intermedi sull'energy shell si ha:

$$d\sigma = d\sigma_0 \left\{ 1 + j c f_{\pi n}(0^0) \right\}^2 = d\sigma_0 \left\{ 1 + c^2 \left| f_{\pi n}(0^0) \right|^2 - \frac{2c p^x}{4\pi} \sigma_{\pi n}^{\text{tot}} \right\}$$

dove i termini correttivi rendono conto appunto di quella frazione di riscattering tra il pione uscente e lo spettatore che non va nello stato finale considerato e s'è quindi persa. Se la ampiezza di scattering pione-nucleone a 0^0 è essenzialmente assorbitiva, ovvero positiva e immaginaria per unitarietà, lo effetto delle interazioni di stato finale è di deprimere la sezione d'urto, come appunto ci si aspetta.

come deve:

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\text{correzione}}{\text{Hulthén}} \sim \frac{f(0^0)}{-q} \frac{\left\{ \frac{j}{2} \log \frac{\alpha^2 + 4q^2}{\alpha^2} + \text{aretg} \frac{2q}{\alpha} \right\}}{\frac{1}{\alpha^2}} = 0$$

Per grandi momenti trasferiti q e per piccoli impulsi dello spettatore (cioè $p \approx q$) il contributo sull'energy shell domina sul contributo fuori dell'energy shell. Ciò può condurre a trascurare quest'ultimo^(8, 15, 16). Tuttavia, come vedremo, questa approssimazione non è certamente lecita nella regione di energie che a noi interessa.

Consideriamo la sezione d'urto su deuterio nel caso in cui si osservi il solo pione diffuso in una data direzione e integrando quindi negli impulsi relativi permessi tra i due nucleoni. È usuale introdurre in questo caso l'approssimazione di chiusura estendendo l'integrazione a tutti gli stati possibili dei due nucleoni (anche stati legati), senza tener conto della conservazione dell'energia⁽¹⁴⁾. Questa approssimazione è giustificata dal fatto che l'integrazione sugli stati con grandi impulsi relativi è depressa dalla funzione di Hulthén, che rende improbabili tali stati. Nell'approssimazione di chiusura, l'effetto delle interazioni di stato finale p - n , calcolate in approssimazione di funzione d'onda distorta, è nullo. Infatti:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} \propto \sum_{\substack{\text{stati} \\ p-n}} |\langle \psi_f^- | T_\gamma | i \rangle|^2 &= \langle i | T_\gamma^\dagger | \left\{ \sum_{\substack{\text{stati} \\ p-n}} |\psi_f^- \rangle \langle \psi_f^- | \right\} T_\gamma | i \rangle = \\ &= \sum_{\substack{\text{stati} \\ p-n}} |\langle f | T_\gamma | i \rangle|^2 \end{aligned}$$

essendo $\sum_f |\psi_f^- \rangle \langle \psi_f^-| = 1$ per unitarietà.
(inclusi stati legati)

5. - CORREZIONI PER INTERAZIONE DEL PIONE USCENTE CON IL NUCLEONE SPETTATORE - ESTENSIONE RELATIVISTICA. -

Vediamo quali modifiche occorre apportare al risultato precedentemente ottenuto se trattiamo l'interazione pione-nucleone relativisticamente come si deve, almeno da un punto di vista cinematico. Consideriamo il contributo con stati intermedi k sull'energy shell. Definiamo gli operatori di transizione e le normalizzazioni delle funzioni d'onda nel consueto modo⁽¹⁷⁾, relativisticamente covariante:

$$\langle \psi_f^- | \phi_k \rangle = \delta_{fk} + j\pi \delta(E_f - E_k) (2\pi)^3 \delta^3(\vec{P}_f - \vec{P}_k) \frac{T_{fk}}{\sqrt{2 E_{\pi f} \frac{E_{pf}}{M_p} 2 E_{\pi k} \frac{E_{pk}}{M_p}}}$$

$$T_{fk} = \frac{4\pi}{M_p} E_{\text{Tot}}^x f_{fk}$$

dove E_{Tot}^x è l'energia totale nel centro di massa pione-protone ed f_{kf} è l'ampiezza di scattering dallo stato $|k\rangle$ allo stato $|f\rangle$.

Si fanno le stesse ipotesi della trattazione non-relativistica, estraendo dall'integrazione le ampiezze di fotoproduzione e di scattering calcolate in corrispondenza allo stato finale e ponendo $E_{\pi k} \simeq E_{\pi f}$, $E_{pk} \simeq E_{pf}$. Introdotti l'impulso del pione p nel centro di massa pione-protone e la velocità $\beta_0 c$ di quest'ultimo, si ha (il calcolo è riportato in appendice 2):

correzione sull'energy shell:

$$\frac{j}{2} \sqrt{\frac{\alpha}{\pi 2(1-\alpha g_t)}} f_{\pi p}(0^0) \frac{\sqrt{1-\beta_0^2}}{\beta_0} \left\{ \frac{1}{\sqrt{M_p^2 - \alpha^2}} \log \frac{\frac{\alpha^2}{1-\beta_0^2} + (p + \frac{\beta_0}{\sqrt{1-\beta_0^2}} \sqrt{M_p^2 - \alpha^2})^2}{\frac{\alpha^2}{1-\beta_0^2} + (p + \frac{\beta_0}{\sqrt{1-\beta_0^2}} M_p^2 - \alpha^2)^2} \right.$$

$$\left. - \frac{1}{\sqrt{M_p^2 - \beta^2}} \log \frac{\frac{\beta^2}{1-\beta_0^2} + (p + \frac{\beta_0}{\sqrt{1-\beta_0^2}} \sqrt{M_p^2 - \beta^2})^2}{\frac{\beta^2}{1-\beta_0^2} + (p - \frac{\beta_0}{\sqrt{1-\beta_0^2}} \sqrt{M_p^2 - \beta^2})^2} \right\}$$

Come si vede le modifiche rispetto all'espressione ottenuta nel calcolo non relativistico (introducendo m , massa del pione) consistono nelle sostituzioni:

$$\frac{2M}{m+M} q \rightarrow \frac{\beta_0 \sqrt{M_p^2 - \alpha^2}}{\sqrt{1-\beta_0^2}}, \quad \frac{\beta_0 \sqrt{M_p^2 - \beta^2}}{\sqrt{1-\beta_0^2}},$$

$$\alpha^2, \beta^2 \rightarrow \frac{\alpha^2}{1-\beta_0^2}, \quad \frac{\beta^2}{1-\beta_0^2}$$

Si riottiene l'espressione non relativistica sviluppando al 1° ordine in β_0 , ossia se $M_p \gg T_{fp}$ e $M_p \gg T_{kp} \sim \alpha^2/M_p$.

Per il contributo fuori dell'energy shell supporremo quindi che valga l'espressione non relativistica ottenuta, fatte le sostituzioni suddette. Le correzioni per fotoproduzione di un pione carico seguita da uno scambio carica con lo spettatore e per effetto Compton seguito dalla fotoproduzione sullo spettatore si calcolano come la correzione per scattering del pione uscente sullo spettatore, sostituendo ovviamente alle ampiezze di fotoproduzione e di scattering le opportune ampiezze.

6. - MODIFICHE DOVUTE AGLI SPIN NELLE CORREZIONI PER INTERAZIONI DI STATO FINALE. -

Le espressioni precedentemente ottenute vanno modificate se si vuole tenere conto delle correlazioni dovute agli spin. In effetti non è del tutto lecita l'approssimazione fatta di estrarre dall'integrale sugli stati intermedi le ampiezze di fotoproduzione e scattering delle particelle uscenti. Poichè il deuterio ha uno spin definito vi è una correlazione tra lo spin del nucleone uscente dopo la fotoproduzione e lo spin del nucleone spettatore. Essendo le forze p-n fortemente dipendenti dagli spin ciò comporta una differente correzione per interazione di stato finale a seconda del multipolo eccitato.

Per l'interazione del pione uscente il problema non si pone essendo nullo lo spin del pione.

In generale, se scriviamo la dipendenza dello spin $\vec{\sigma}_n$ del nucleone dell'ampiezza di fotoproduzione $T_{\gamma n}$ nella forma

$$T_{\gamma n} = L_n + j \vec{k}_n \cdot \vec{\sigma}_n$$

16.

si avrà, definendo con $|T_+\rangle, |T_-\rangle$ e $|T_0\rangle$ gli stati di tripletto del sistema p-n e con $|S\rangle$ lo stato di singoletto:

$$\left\{L+jk_z\right\}_n T_+ = \left\{L+jk_z\right\}_n T_+ + j\left\{k_x+jk_y\right\}_n \frac{T_0-S}{\sqrt{2}}$$

$$\left\{L+jk_z\right\}_n T_+ = \left\{L-jk_z\right\}_n T_- + j\left\{k_x-jk_y\right\}_n \frac{T_0+S}{\sqrt{2}}$$

$$\left\{L+jk_z\right\}_n T_0 = L_n T_0 + jk_z S + j\left\{k_x+jk_y\right\}_n T_- + j\left\{k_x-jk_y\right\}_n T_+$$

Sommando i moduli quadri e pesando $1/3$ ciascuno stato iniziale del deuterio si ha:

$$|\langle f|T_{\gamma n}|i\rangle|^2 = (|L|^2 + \frac{2}{3}|\vec{k}|^2)_n \left\{ \text{correz. tripletto} \right\} + \frac{1}{3}|\vec{k}|_n^2 \left\{ \text{correz. singoletto} \right\}$$

Quindi, ad esempio, per il multipolo M_{1+} , che eccita la $P_{33}(1236)$, si ha^(*):

$$|L| = A_0 \sin\theta; \quad |k_x| = |k_y| = A_0 \cos\theta; \quad |k_z| = A_0 \sin\theta$$

(*) - Considerando i vari stati di elicità:

$$|i\rangle = |1, 1\rangle \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle = \left| \frac{3}{2}, \frac{3}{2} \right\rangle$$

$$\hookrightarrow Y_1^1(\cos\theta) \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle$$

$$|i\rangle = |1, 1\rangle \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} \left| \frac{3}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}} \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle$$

$$\hookrightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} Y_1^0(\cos\theta) \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle + \frac{1}{\sqrt{3}} Y_1^1(\cos\theta) \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle$$

da cui (gli altri stati si ottengono da questi per parità):

$$\begin{cases} L+jk_z \propto Y_1^1(\cos\theta) \\ k_x+jk_y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} L-jk_z \propto \frac{1}{3} Y_1^1(\cos\theta) \\ j(k_x-jk_y) \propto \frac{\sqrt{2}}{3} Y_1^0(\cos\theta) \end{cases}$$

da cui (a parte le interferenze con gli altri multipoli):

$$|\langle f | T_{\gamma n} | i \rangle|^2 \propto \frac{2}{3} (7 - 5 \cos^2 \theta) \{ \text{correz. tripletto} \} + \frac{1}{3} (1 + \cos^2 \theta) \{ \text{correz. singoletto} \}$$

Per il multipolo M_{1-} , che eccita la $P_{11}(1470)$, si ha:

$$|L| = |k_z| = 0; \quad |k_x| = |k_y| = A_0$$

da cui

$$|\langle f | T_{\gamma n} | i \rangle|^2 \propto \frac{2}{3} \{ \text{correz. tripletto} \} + \frac{1}{3} \{ \text{correz. singoletto} \}$$

7. - MODIFICHE ALL'A.I. DOVUTE AL PRINCIPIO DI PAULI NELLA FOTOPRODUZIONE DI PIONI CARICHI. -

Nella fotoproduzione su deuterio di pioni carichi tutte le considerazioni precedenti vanno modificate per tenere conto del principio di esclusione, essendo presenti due nucleoni identici nello stato finale.

Non introduciamo lo spin isotopico allo scopo di rendere più trasparenti le modifiche apportate rispetto alla fotoproduzione di π^0 . Trascuriamo anche per semplicità la dipendenza dell'elemento di matrice di fotoproduzione dell'impulso del nucleone. Rendendo l'ampiezza antisimmetrica nello scambio tra gli impulsi dei nucleoni per stati finali di tripletto e simmetrica per stati di singoletto, si avrà:

$$\begin{aligned} |\langle f | T_{\gamma D} | i \rangle|^2 &= \left\{ |L|^2 + \frac{2}{3} |\vec{k}|^2 \right\} |c(p_1) - c(p_2)|^2 + \frac{1}{3} |\vec{k}|^2 |c(p_1) + c(p_2)|^2 \\ &= \left\{ |L|^2 + |\vec{k}|^2 \right\} (|c(p_1)|^2 + |c(p_2)|^2) - 2 \left\{ |L|^2 + \frac{1}{3} |\vec{k}|^2 \right\} \text{Re} [c^*(p_1) c(p_2)] \end{aligned}$$

dove conveniamo come nucleone 1 il nucleone più veloce.

Se le situazioni cinematiche in studio sono tali che un nucleone nello stato finale è molto più energetico dell'altro, sarà $c(p_1) \gg c(p_2)$ e perciò

$$|\langle f | T_{\gamma D} | i \rangle|^2 = \left\{ |L|^2 + |\vec{k}|^2 \right\} |c(p_1)|^2$$

come si era ottenuto non introducendo il principio di esclusione.

Diverso è il caso nelle situazioni cinematiche in cui le energie dei nucleoni nello stato finale sono comparabili, come avviene quando è piccolo il trasferimento d'impulso ai nucleoni.

In questi casi, se si osserva il solo pione prodotto, può essere lecito applicare l'approssimazione di chiusura. Per un fissato impulso trasferito D ai due nucleoni:

$$\begin{aligned} & \int d^3 p_1 d^3 p_2 c(p_1) c(p_2) \delta(p_1 + p_2 - D) = \\ & = \int d^3 p_1 d^3 p_2 \int \frac{d^3 r}{(2\pi)^3} u(r) e^{-j\vec{p}_1 \cdot \vec{r}} \int \frac{d^3 r'}{(2\pi)^3} u(r') e^{-j\vec{p}_2 \cdot \vec{r}'} \delta(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{D}) \end{aligned}$$

deve $u(r)$ è la funzione d'onda del deuterio. Ponendo $\vec{p} = 1/2(\vec{p}_1 - \vec{p}_2)$ integriamo con la convenzione adottata di chiamare nucleone 1 il più veloce:

$$\begin{aligned} & \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^6} d^3 r d^3 r' u(r) u(r') e^{-j\frac{\vec{D}}{2} \cdot (\vec{r} + \vec{r}')} e^{-j\vec{p} \cdot (\vec{r} - \vec{r}')} = \\ & = \frac{1}{2(2\pi)^3} \int d^3 R u^2(R) e^{-j\vec{D} \cdot \vec{R}} = \frac{1}{2} F(\vec{D}) \end{aligned}$$

essendo $F(\vec{D})$ il fattore di forma del deuterio.

Si ottiene perciò, in approssimazione di chiusura, la nota formula⁽¹⁴⁾

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_\pi} = \left[1 - \frac{1}{3} F(\vec{D}) \right] \frac{d\sigma_k}{d\Omega_\pi} + \left[1 - F(\vec{D}) \right] \frac{d\sigma_L}{d\Omega_\pi}$$

Per la fotoproduzione a 0° la conservazione del momento angolare lungo la direzione del fotone incidente comporta, come è noto, che l'ampiezza di non-spin flip si deve annullare. Si ha quindi la semplice relazione per la fotoproduzione di un pione carico a 0° , sperimentalmente verificata^(18, 27).

$$d\sigma_D(0^\circ) = \left\{ 1 - \frac{1}{3} F(0^\circ) \right\} d\sigma_k(0^\circ) \simeq \frac{2}{3} d\sigma_k(0^\circ)$$

Il principio di esclusione modifica anche gli effetti delle interazioni di stato finale tra i nucleoni, a causa delle correlazioni degli spin. In particolare, poichè la parte rilevante dell'interazione tra i nucleoni è in onda S, va considerata per il principio di esclusione la sola correzione nello stato di singoletto.

8. - FOTOPRODUZIONE COERENTE DI π^0 . -

Nella teoria di Faddeev l'operatore di transizione $T_{\gamma D}^c$ relativo alla fotoproduzione coerente di π^0 è dato da (vedi appendice 1)

$$T_{\gamma D}^c = \mathcal{Z}_2 + \mathcal{Z}_3$$

Volendo sempre risolvere in maniera iterativa il sistema di equazioni che definiscono \mathcal{Z}_2 e \mathcal{Z}_3 si ha:

$$T_{\gamma D} = T_{\gamma p} + T_{\gamma n} + T_{\gamma n} G_o^+ T_{\gamma p} + T_{\gamma p} G_o^+ T_{\gamma n} + \dots$$

Si ha ancora cioè che arrestandosi all'ordine più basso si fa l'approssimazione impulsiva. Rispetto alla fotoproduzione incoerente mancano ora nelle correzioni al 1° ordine per rescattering i termini relativi alla interazione tra i nucleoni.

Trattiamo ancora il deuterio in modo non relativistico e sviluppiamo in stati di particelle libere gli stati finale e iniziale del deuterio:

$$\langle f | = \int d^3 p_r c(p_r) \langle \frac{1}{2} \vec{p}_D - \vec{p}_r | \langle \frac{1}{2} \vec{p}_D + \vec{p}_r | t_f$$

$$| i \rangle = \int d^3 p_F c(p_F) | \vec{p}_F \rangle | -\vec{p}_F \rangle t_i$$

essendo \vec{p}_D l'impulso del deuterio nello stato finale ed indicando esplicitamente con t lo stato di tripletto del deuterio. Da cui:

$$\langle f | T_{\gamma D} | i \rangle = \int d^3 p_r c(p_r) \left\{ \langle \vec{p}_\pi, \vec{p}_p; t_f | T_{\gamma p} (E - E_n) | t_i; \vec{p}_\gamma, -\vec{p}_n \rangle c(p_n) + \langle \vec{p}_\pi, \vec{p}_n; t_f | T_{\gamma n} (E - E_p) | t_i; \vec{p}_\gamma, -\vec{p}_p \rangle c(p_p) \right\}$$

ponendo:

$$\vec{p}_p = \frac{1}{2} \vec{p}_D - \vec{p}_r, \quad \vec{p}_n = \frac{1}{2} \vec{p}_D + \vec{p}_r$$

Considerando tutte le possibili combinazioni di stati di tripletto iniziali e finali e decomponendó $T_{\gamma p}$ e $T_{\gamma n}$ in parti di spin flip K e non spin flip L si ha:

$$|\langle f | T_{\gamma D} | i \rangle|^2 = \left| \int d^3 p_r c(p_r) \left\{ \langle L_p \rangle c\left(\frac{1}{2} \vec{p}_D + \vec{p}_r\right) + \langle L_n \rangle c\left(\frac{1}{2} \vec{p}_D - \vec{p}_r\right) \right\} \right|^2 + \\ + \frac{2}{3} \left| \int d^3 p_r c(p_r) \left\{ \langle \vec{k}_p \rangle c\left(\frac{1}{2} \vec{p}_D + \vec{p}_r\right) + \langle \vec{k}_n \rangle c\left(\frac{1}{2} \vec{p}_D - \vec{p}_r\right) \right\} \right|^2$$

Nel caso sia lecito portare fuori dell'integrale gli elementi di matrice si ottiene il noto risultato⁽¹⁴⁾:

$$|\langle f | T_{\gamma D} | i \rangle|^2 = \left\{ |\langle L_p \rangle + \langle L_n \rangle|^2 + \frac{2}{3} |\langle \vec{k}_p \rangle + \langle \vec{k}_n \rangle|^2 \right\} \left| \int d^3 p_r c(p_r) c\left(\frac{1}{2} \vec{p}_D + \vec{p}_r\right) \right|^2 \\ = \left\{ |\langle f | T_{\gamma D} | i \rangle|^2 \right\} \left| \int d^3 p_r \frac{d^3 r' d^3 r'}{(2\pi)^6} u(r) u(r') e^{-j \vec{p}_r \cdot \vec{r} - j \left(\frac{1}{2} \vec{p}_D + \vec{p}_r\right) \cdot \vec{r}'} \right|^2 = \\ = |\langle f | T_{\gamma D} | i \rangle|^2 F^2\left(\frac{1}{2} \vec{p}_D\right)$$

dove $u(r)$ è la funzione d'onda del deuterio ed $F\left(\frac{1}{2} \vec{p}_D\right)$ il fattore di forma.

Per quanto riguarda le correzioni per interazioni di stato finale possono essere applicate le stesse formule ricavate per la fotoproduzione incoerente, una volta sviluppato lo stato finale in autostati di particelle libere.

Risulta chiaro che l'effetto delle interazioni di stato finale deve essere particolarmente grande nel caso della fotoproduzione coerente con grandi momenti trasferiti al deuterio. Infatti in questo caso, poichè in approssimazione impulsiva nella fotoproduzione si fa la fotoproduzione su nucleoni con impulsi di Fermi dell'ordine di $1/2 \vec{p}_{D_f}$, si selezionano nucleoni con grandi momenti, ovvero particolarmente vicini allo spettatore.

Per rendere più quantitative queste considerazioni va però ricordato che, proprio perchè nella fotoproduzione coerente si selezionano impulsi dello spettatore particolarmente alti, la scelta della distribuzione di Hulthén non è adeguata in questo caso. In particolare la parte in onda D della funzione d'onda del deuterio diviene ora importante. Inoltre, data l'entità della correzione, non sarà più lecito arrestarsi al primo ordine nello sviluppo in scattering multipli.

9. - CALCOLO DELLE CORREZIONI PER INTERAZIONE DI STATO FINALE NEL MODELLO DI GLAUBER E NEL MODELLO OTTICO. -

Il modello di Glauber ha ottenuto diversi e notevoli successi nello studio delle interazioni tra particelle di alta energia e nuclei⁽¹⁵⁾. Tuttavia tale modello è applicabile solo per energie delle particelle incidenti molto alte e in condizioni in cui i momenti trasferiti nello urto siano molto piccoli (quindi, tramite il teorema ottico, descrive bene una sezione d'urto totale sommata su tutti i canali). Inoltre esso è adatto solamente a descrivere l'interazione del prodotto di reazione con il nucleone spettatore e non l'interazione di questo con il nucleone urtato. Nella regione di energie qui considerate il modello di Glauber, applicato alla sezione d'urto totale pione = deuterio, è in accordo non completo con i dati sperimentali⁽¹⁹⁾. L'accordo diviene ottimo per $T_\pi \approx 1$ GeV.

Secondo questo modello la correzione all'ampiezza di fotoproduzione su neutrone per scattering del pione uscente sul protone è⁽²⁰⁾:

$$f_{x.m.} = \frac{-j p_\pi}{2\pi} \int d^2b e^{-j\vec{p}_\pi \cdot \vec{b}} \langle f | \Gamma_{\gamma n}(\vec{b} - \vec{s}_n) \Gamma_{\pi p}(b - s_p) e^{j(p_\gamma - p_{\pi z})z_n} \theta(z_p - z_n) | i \rangle$$

dove:

z è la direzione del fotone incidente e b ed s giacciono nel piano x, y dei parametri di impatto

$$\Gamma_{\gamma n}(b) = \frac{1}{2\pi j p_\pi} \int d^2q_1 f_{\gamma n}(\vec{q}_1) e^{+j\vec{q}_1 \cdot \vec{b}}$$

essendo $f_{\gamma n}(\vec{q}_1)$ l'ampiezza di fotoproduzione relativa al momento trasferito \vec{q}_1 .

$$\Gamma_{\pi p}(b) = \frac{1}{2\pi j p_\pi} \int d^2q_2 f_{\pi p}(\vec{q}_2) e^{+j\vec{q}_2 \cdot \vec{b}}$$

essendo $f_{\pi p}(\vec{q}_2)$ l'ampiezza di scattering π - p relativa al momento trasferito \vec{q}_2 .

(Queste ampiezze sono legate alle rispettive ampiezze nel c.m. dalla relazione

$$f(\vec{q}) = f(\cos\theta^x) \frac{p_{lab.}}{p_{e.m.}}$$

$$\theta(z_p - z_n) \begin{cases} = 1 & \text{se } z_p \geq z_n \\ = 0 & \text{se } z_p < z_n \end{cases}$$

tiene conto del fatto che, nella schematizzazione di Glauber in cui l'interazione procede solo lungo z ed è essenzialmente in avanti, la fotoproduzione avviene prima dello scattering.

Sostituendo ad $|f\rangle$ uno stato di particelle libere e ad $|i\rangle$ lo sviluppo in stati di particelle libere del deuterio si ha:

$$\begin{aligned} f_{x.m.} &= \frac{-jp_\pi}{2\pi} \int d^2 b e^{-j\vec{p}_\pi \cdot \vec{b}} \frac{1}{2\pi j p_\pi} \\ &\int d^2 q_1 e^{+j\vec{q}_1 \cdot (\vec{b} - \vec{s}_n) + j(p_\gamma - p_\pi z) z_n} f_{\gamma n}(\vec{q}_1) \frac{1}{2\pi j p_\pi} \int d^2 q_2 \\ &e^{+j\vec{q}_2 \cdot (\vec{b} - \vec{s}_p)} f_{\pi p}(\vec{q}_2) \theta(z_p - z_n) \int \frac{d^3 r_p d^3 r_n}{(2\pi)^6} e^{-j\vec{p}_p \cdot \vec{r}_p - j\vec{p}_n \cdot \vec{r}_n} \\ &\int d^3 p_F c(p_F) e^{j\vec{p}_F \cdot (\vec{r}_n - \vec{r}_p)} \end{aligned}$$

Sostituendo a $c(p_F)$ la distribuzione di Hulthén degli impulsi si può ancora fare l'approssimazione di estrarre dall'integrale le ampiezze mediate di fotoproduzione e di scattering, supposte lentamente variabili nel momento trasferito rispetto alla distribuzione di Hulthén. Integrando si ha:

$$\begin{aligned} f_{x.m.} &= \frac{j}{2\pi p_\pi} \sqrt{\frac{\alpha}{\pi^2(1-\alpha\mathcal{S}_t)}} f_{\gamma n}(\vec{q}_\pi) f_{\pi p}(0^0) \times \\ &\times \int d^2 p_{Ft} \left\{ \frac{1}{\alpha^2 + p_{pz}^2 + p_{Ft}^2} - \frac{1}{\beta^2 + p_{pz}^2 + p_{Ft}^2} \right\} \end{aligned}$$

Estendendo a $p_{Ft} \rightarrow \infty$ l'integrazione, senza tener conto della limitazione su p_F dovuta alla conservazione dell'energia (come è usuale nel modello di Glauber), si ha:

$$f_{x.m.} = \frac{j}{2 p_\pi^x} \sqrt{\frac{\alpha}{\pi^2(1-\alpha\mathcal{S}_t)}} f_{\gamma n}(\cos\theta_\pi^x) f_{\pi p}(0^0) \log \frac{\beta^2 + p_{pz}^2}{\alpha^2 + p_{pz}^2}$$

Questa espressione va confrontata con quella ottenuta secondo la teoria di Faddeev per un momento trasferito molto piccolo. Nel caso non relativistico:

$$f_{x.m.} \approx \sqrt{\frac{\alpha}{\pi^2(1-\alpha\beta_t)}} f_{\gamma n}(\vec{q}) f_{np}(0^0) \left\{ \frac{2jq_\pi + \alpha}{\alpha^2 + q_\pi^2} - \frac{2jq_\pi + \beta}{\beta^2 + q_\pi^2} \right\}$$

Vediamo infine come si possono calcolare le correzioni per rescattering secondo un altro modello, il modello ottico. Questo consiste nel fare delle approssimazioni intuitive nel calcolo della funzione di onda distorta nello stato finale, se rappresentata nello spazio delle coordinate.

Ad esempio nel caso di particelle incidenti di alta energia, con piccoli momenti trasferiti ai nucleoni, la funzione d'onda del pione uscente può essere calcolata nella approssimazione eikonale (21), ottenendo un risultato molto simile a quello ottenuto con il modello di Glauber.

Nel caso di interazioni di stato finale con energie in giuoco non particolarmente elevate e momenti trasferiti non particolarmente piccoli, come nelle interazioni tra il nucleone urtato e lo spettatore, la funzione d'onda distorta può essere approssimata con la sovrapposizione di un'onda piana e di un'onda sferica⁽⁹⁾. Il risultato che così si ottiene è simile a quello che si ottiene nella teoria di Faddeev con le approssimazioni qui fatte.

Una applicazione classica del modello ottico è il calcolo della correzione dovuta alle interazioni coulombiane tra i protoni nello stato finale in fotoproduzione di π^- in deuterio. Tenendo conto che le forze nucleari, responsabili della fotoproduzione, sono a corto "range" si approssima

$$\psi_f^-(r)_{\text{coulomb}} \text{ con } \psi_f^-(0) \text{ in } \left| \langle \psi_f^- | T_{\gamma D} | i \rangle \right|^2$$

ottenendo il fattore di correzione classico⁽²²⁾:

$$|C|^2 = \frac{2\pi e^2/\hbar v}{1 - e^{-2\pi e^2/\hbar v}}$$

dove v è la velocità relativa dei due protoni.

APPENDICE 1. - Trattazione elementare delle equazioni di Faddeev. -

Ricaviamo le equazioni di Faddeev usando il formalismo della teoria dello scattering come in ref. (23). Consideriamo in generale il processo di interazione di una particella 1 con un sistema legato, costituito dalle particelle 2 e 3. Indichiamo con V_{kh} l'hamiltoniana d'interazione tra le particelle k e h, con H l'hamiltoniana totale e con G^+ la funzione di Green relativa.

Limitandosi per ora a non considerare la creazione di nuove particelle, vi saranno quattro stati finali possibili, caratterizzati da un operatore di transizione T_f (indicando con f la particella non legata nello stato finale, oppure con o uno stato senza sistemi legati). Per i diversi processi saranno valide le equazioni di Lippmann-Schwinger:

$$\begin{aligned} T_1 &= (V_{12} + V_{13}) \{1 + G^+(V_{12} + V_{13})\} \\ T_2 &= (V_{21} + V_{23}) \{1 + G^+(V_{12} + V_{13})\} \\ T_3 &= (V_{31} + V_{32}) \{1 + G^+(V_{12} + V_{13})\} \\ T_o &= (V_{12} + V_{13} + V_{23}) \{1 + G^+(V_{12} + V_{13})\} \end{aligned}$$

D'altronde, ponendo $G_1^+ = \{E - H_o - V_{23} + j\varepsilon\}^{-1}$, sar  anche:

$$T_1 = (V_{12} + V_{13}) \{1 + G_1^+ T_1\}$$

da cui:

$$G^+(V_{12} + V_{13}) = G_1^+ T_1$$

Definiamo gli operatori τ_1, τ_2, τ_3 :

$$\tau_1 = V_{23} G_1^+ T_1; \quad \tau_2 = V_{13} \{1 + G_1^+ T_1\}; \quad \tau_3 = V_{12} \{1 + G_1^+ T_1\}$$

Si ricavano le relazioni inverse:

$$\begin{aligned} T_1 &= \tau_2 + \tau_3; & T_2 &= V_{23} + \tau_1 + \tau_3; \\ T_3 &= V_{23} + \tau_1 + \tau_3; & T_o &= V_{23} + \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 \end{aligned}$$

Definiamo infine gli operatori $T^{(ik)}$ soluzioni delle equazioni:

$$\begin{aligned} T^{(23)} &= V_{23} \left\{ 1 + [E - H_0 - V_{23} + j\varepsilon]^{-1} V_{23} \right\} \\ T^{(12)} &= V_{12} \left\{ 1 + [E - H_0 - V_{12} + j\varepsilon]^{-1} V_{12} \right\} \\ T^{(13)} &= V_{13} \left\{ 1 + [E - H_0 - V_{13} + j\varepsilon]^{-1} V_{13} \right\} \end{aligned}$$

Al solito gli operatori $T^{(ik)}$ differiscono dagli operatori analoghi a due particelle perchè contengono l'hamiltoniana libera H_0 relativa a tutte le particelle.

Possiamo a questo punto dimostrare le equazioni di Faddeev. Consideriamo l'identità:

$$\frac{1}{E - H_0 - V_{23} + j\varepsilon} = \left\{ 1 + \frac{1}{E - H_0 - V_{23} + j\varepsilon} V_{23} \right\} \frac{1}{E - H_0 + j\varepsilon}$$

ovvero:

$$G_1^+ = \left\{ 1 + G_1^+ V_{23} \right\} G_0^+$$

da cui:

$$\begin{aligned} V_{23} G_1^+ T_1 &= V_{23} \left\{ 1 + G_1^+ V_{23} \right\} G_0^+ T_1 ; \\ \tau_1 &= T^{(23)} G_0^+ T_1 ; \quad \tau_1 = T^{(23)} G_0^+ (\tau_2 + \tau_3) \end{aligned}$$

In modo analogo si procede per le altre equazioni di Faddeev, ottenendo infine:

$$\begin{pmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ T^{(13)} \\ T^{(12)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & T^{(23)} & T^{(23)} \\ T^{(12)} & 0 & T^{(23)} \\ T^{(13)} & T^{(13)} & 0 \end{pmatrix} G_0^+ \begin{pmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{pmatrix}$$

Le equazioni ricavate valgono anche nel caso di creazione di nuove particelle considerando sempre H_0 come hamiltoniana libera relativa a tutte le particelle presenti e sommando alle hamiltoniane di interazione le hamiltoniane di interazione con le particelle create.

APPENDICE 2. - Integrazioni nel calcolo delle correzioni per integrazioni di stato finale. -

Nel calcolo non relativistico della correzione occorre calcolare l'integrale I:

$$I = \int d^3 p' \frac{c(\vec{q} - \vec{p}')}{p^2 - p'^2 + j\varepsilon}$$

Dove $\vec{p} = \frac{1}{2}(\vec{p}_n - \vec{p}_p)$ e $\vec{q} = \frac{1}{2}(\vec{p}_\gamma - \vec{p}_\kappa)$ e per $c(p_F)$ assumiamo la distribuzione di impulsi di Hulthén:

$$c(p_F) = \sqrt{\frac{\alpha}{\pi^2(1-\alpha s_t)}} \frac{\beta^2 - \alpha^2}{(\alpha^2 + p_F^2)(\beta^2 + p_F^2)} \propto \frac{1}{\alpha^2 + p_F^2} - \frac{1}{\beta^2 + p_F^2}$$

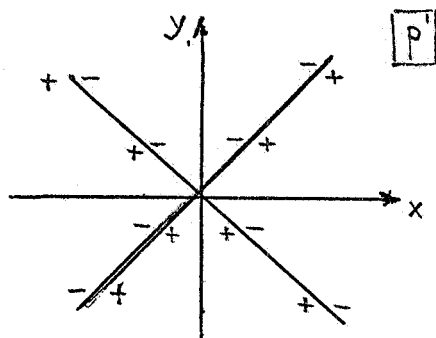
Possiamo spezzare l'integrale considerando le due parti formalmente uguali, di cui si compone la distribuzione di Hulthén.

$$I = \sqrt{\frac{\alpha}{\pi^2(1-\alpha s_t)}} \int d^3 p' \frac{1}{\alpha^2 + |\vec{q} - \vec{p}'|^2} \frac{1}{p^2 - p'^2 + j\varepsilon}$$

$$I = \sqrt{\frac{\alpha}{\pi^2(1-\alpha s_t)}} \int p'^2 dp' d\cos\theta \frac{1}{\alpha^2 + q^2 + p'^2 - 2qp'\cos\theta} \frac{1}{p^2 - p'^2 + j\varepsilon}$$

$$I = \sqrt{\frac{\alpha}{\pi^2(1-\alpha s_t)}} \left(\frac{-\pi}{q}\right) \int_0^\infty \frac{p' dp'}{p^2 - p'^2 + j\varepsilon} \left\{ \log \frac{p' - q - j\alpha}{p' + q + j\alpha} + \log \frac{p' - q + j\alpha}{p' + q - j\alpha} \right\}$$

ponendo $p' = x + jy$ si ha che la determinazione dei logaritmi comporta due tagli sul piano complesso p' , in corrispondenza alle rette $y - \alpha = \mp \frac{\alpha}{q}(x \pm q)$, con gli argomenti come in figura:



L'integrale può essere spezzato in due parti, ciascuna simmetrica rispetto all'asse reale in modo quindi da raddoppiare l'estendendo l'integrazione da $-\infty$ a $+\infty$. Chiudendo quindi il cammino di integrazione lungo un semicerchio nella parte superiore del piano complesso p' (il cui contributo è nullo perchè per $p' \rightarrow \infty$ l'integrando va come $p'^2/p'^2 \log p'/p' \rightarrow 0$) i contributi all'integrale sono dati dal residuo R al polo $p+j\alpha$:

$$R = \pi j \log \frac{\alpha^2 + (p-q)^2}{\alpha^2 + (p+q)^2}$$

e dal contributo lungo i tagli introdotti dai logaritmi:

$$\int_{\text{taglio}} \frac{p' dp'}{p'^2 - p'^2} \log \frac{p'-q-j\alpha}{p'+q+j\alpha} = \pi \arg \left\{ p^2 - q^2 + \alpha^2 + 2j\alpha q \right\} + \pi j \log |$$

$$\int_{\text{taglio}} \frac{p' dp'}{p'^2 - p'^2} \log \frac{p'-q+j\alpha}{p'+q-j\alpha} = \pi \arg \left\{ p^2 - q^2 + \alpha^2 + 2j\alpha q \right\} - \pi j \log |$$

L'integrale può anche essere valutato tenendo conto dell'identità

$$\frac{1}{p^2 - p'^2 + j\varepsilon} = -j \pi \delta(p^2 - p'^2) - P \left\{ \frac{1}{p^2 - p'^2} \right\}.$$

Nel calcolo relativistico il contributo del polo (parte dell'integrale con stati intermedi sull'energy shell) è dato da:

$$I = \int \frac{d^3 p'_p}{E'_\pi E'_p} \frac{d^3 p'_\pi}{E'_\pi} E_{\text{Tot}}^x \delta^4(P_f - P'_p - P'_\pi) \frac{1}{\alpha^2 + p'^2_p}$$

Passando al centro di massa π - p ed integrando in $d^3 p^x_p$ si ha:

$$I = \int \frac{d^3 p^x}{E_\pi^x E_n^x} E_{\text{Tot}}^x \delta \left[E_f^x - \sqrt{M_p^2 + p^x2} - \sqrt{m_\pi^2 + p^x2} \right] x$$

$$x \frac{1}{\alpha^2 + p^x2_\pi \sin^2 \theta_\pi + \frac{1}{1-\beta_0^2} (p^x_\pi \cos \theta_\pi + \beta_0 E^x_\pi)^2}$$

$$\begin{aligned}
 I &= 2\pi p_{\pi}^x \int \frac{d\cos\theta_{\pi}^x}{\alpha^2 + p_{\pi}^x{}^2 \sin^2\theta_{\pi}^x + \frac{1}{1-\beta_0^2} (p_{\pi}^x \cos\theta_{\pi}^x + \beta_0 E_{\pi}^x)^2} \\
 &= \pi \frac{\sqrt{1-\beta_0^2}}{\beta_0 \sqrt{M_p^2 - \alpha^2}} \log \frac{\frac{\alpha^2}{1-\beta_0^2} + (p_{\pi}^x + \frac{\beta_0}{\sqrt{1-\beta_0^2}} \sqrt{M_p^2 - \alpha^2})^2}{\frac{\alpha^2}{1-\beta_0^2} + (p_{\pi}^x - \frac{\beta_0}{\sqrt{1-\beta_0^2}} \sqrt{M_p^2 - \alpha^2})^2}
 \end{aligned}$$

APPENDICE 3. - Stima numerica e confronto con dati sperimentali delle correzioni per interazioni di stato finale. -

E' stato fatto un calcolo esplicito delle varie correzioni per interazioni di stato finale. I risultati qui riportati nelle figure sono però solo indicativi dell'ordine di grandezza delle correzioni, poichè delle approssimazioni molto grossolane sono state fatte nella scelta delle varie ampiezze di scattering nucleone-nucleone e pione-nucleone.

Per la fotoproduzione incoerente di π^0 su deuterio si è tenuto conto di:

- 1) - Correzione per interazione p-n, formulata relativisticamente. Sono state introdotte le correzioni per interazione sia in stato di tripletto che di singoletto; il peso relativo delle due interazioni è stato fissato a quello che si ha sulla prima risonanza (laddove questa correzione è importante). Le ampiezze di scattering p-n sono state calcolate in approssimazione di effective range (introducendo quindi un errore grave solo per energie cinetiche relative ≥ 100 MeV, laddove questa correzione è piccola).
- 2) - Correzione per interazione π -nucleone, formulata relativisticamente. - Si è tenuto conto della sola ampiezza risonante relativa alla $P_{33}(1236)$ e della sola parte di non spin-flip nell'ampiezza di scattering π -nucleone, poichè la parte di spin-flip va a zero a 0^0 (sempre nello spirito di minimizzare l'errore laddove la correzione è più importante). Per quanto riguarda la correzione per fotoproduzione di π^+ seguita da scambio carica sullo spettatore^(x) si è fatta l'approssimazione

(x) - Vedi nota a pag. 29.

$$A(\gamma p \rightarrow \pi^+ n) \approx A(\gamma n \rightarrow \pi^0 n) \times$$

$$\times \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\sigma_{\pi^0 p}(E_R)} |BW(E^x, E_R)| - \sqrt{2} \sqrt{\sigma_{\pi^0 p}(E'_R)} |BW(E^x, E'_R)|}{\sqrt{\sigma_{\pi^0 p}(E_R)} |BW(E^x, E_R)| + \sqrt{\sigma_{\pi^0 p}(E'_R)} |BW(E^x, E'_R)|}$$

dove $E_R = 1236$ MeV, $E'_R = 1500$ MeV e $|BW(E^x, E_R)|$ stà per modulo della Breit e Wigner relativa alla energia totale E^x e alle risonanze E_R (per tener conto in qualche modo del diverso rapporto delle sezioni d'urto nelle regioni della prima risonanza, dove domina la parte isovettoriale $3/2$, e della seconda risonanza, dove sembra dominare la parte isovettoriale $1/2$).

Per la fotoproduzione di π^\pm in deuterio sono state fatte le stesse approssimazioni fatte per il π^0 , le sole differenze nel calcolo essendo: solo correzione per interazione p-n nello stato di singoletto, coefficiente di Clebsh-Gordon dimezzato per quanto riguarda la parte relativa alla eccitazione della prima risonanza nello scattering π -nucleone. Da queste differenze si comprende come gli effetti delle interazioni di stato finale siano molto minori nel caso della fotoproduzione di π^\pm . (Per un confronto significativo con i dati occorrerebbe però in questo caso includere del tutto il principio di Pauli).

Il calcolo è stato infine esteso alla fotoproduzione coerente di π^0 con le approssimazioni suddette e nell'ipotesi di uguale ampiezza di fotoproduzione su protone e neutrone. Come è stato già detto quest'ultimo calcolo ha valore puramente qualitativo essendo la correzione calcolata al 1° ordine sicuramente sovrastimata. I risultati ottenuti, ed illustrati nelle figure, sono stati posti a confronto con i seguenti dati sperimentali:

(x) - Va notato come, contrariamente a quanto ci si può attendere a prima vista, la presenza di un altro canale di produzione (come la produzione di π^- seguita da scambio carica) può avere l'effetto di deprimere anzichè incrementare la sezione d'urto. Ciò può accadere, per gli stessi argomenti riportati in nota al par. 4, se le ampiezze di fotoproduzione di π^0 e π^- sono proporzionali e l'ampiezza di scambio carica a 0^0 è immaginaria. In effetti va tenuto presente che quelle che si sommano sono le ampiezze e l'interferenza tra le due domina la correzione, se questa è piccola.

In Fig. 1 è riportato il rapporto $d\sigma(\gamma D \rightarrow \pi^0 p n_{sp})/d\sigma(\gamma p \rightarrow \pi^0 p)$ (24, 25) per diversi angoli nel centro di massa $\theta^* = 60^\circ, 90^\circ$ e 135° . Come si vede l'accordo con i dati sperimentali è più che qualitativo sia per quanto riguarda il valore assoluto del rapporto che per quanto riguarda il suo andamento con l'energia e l'angolo.

In Fig. 2 sono riportati i contributi delle diverse interazioni al rapporto $\sigma_{TOT}(\gamma D \rightarrow \pi^0 n_{sp})/\sigma_{TOT}(\gamma p \rightarrow \pi^0 p)$.

In Fig. 3 è riportato il rapporto $d\sigma(\gamma D \rightarrow \pi^+ n n_{sp})/d\sigma(\gamma p \rightarrow \pi^+ n)$ (26). La scarsità di dati sperimentali non permette di concludere se vi sia o no accordo con le previsioni. Perché questo confronto sia completo occorre, come già è stato detto, includere sui calcoli il principio di esclusione (il cui effetto è stato qui ritenuto trascurabile nella sezione d'urto totale). È singolare il cambiamento di segno delle correzioni per interazioni di stato finale proprio in prossimità del picco della $P_{33}(1236)^{(x)}$.

In Fig. 4 è riportata la distribuzione degli impulsi degli spettatori nella reazione $\gamma D \rightarrow \pi^- p p_{sp}$ (3) (normalizzata al totale degli eventi sperimentali (4)). Anche per questo confronto vale l'argomento suddetto circa l'introduzione del principio di esclusione (in questo caso vanno anche incluse le interazioni coulombiane tra i protoni uscenti). Dal confronto delle distribuzioni per E_γ compreso tra 450 e 550 MeV (laddove l'effetto delle interazioni di stato finale dovrebbe essere massimo) si vede comunque che le distorsioni nella distribuzione in impulso degli spettatori sono piccole e non rappresentano quindi un buon test nella presenza o meno di interazioni di stato finale (La parte della distribuzione che è più sensibile, quella relativa ad alti impulsi, è inaccessibile cinematicamente essendo in pratica improbabile generare un evento di fotoproduzione con impulso dello spettatore > 350 MeV/c con $E_{\gamma max} = 1000$ MeV).

Desideriamo ringraziare A. Reale, G. Susinno, A. Tenore, F. L. Fabbri e G. Ciofi degli Atti per i diversi suggerimenti ricevuti e la lettura critica di questo manoscritto. Ringraziamo inoltre tutti i membri del gruppo (24), senza la cui collaborazione questo lavoro non sarebbe stato possibile.

(x) - Per energie del fotone incidente $E_\gamma \approx 3.4$ GeV e momenti trasferiti piccoli ($-t \approx 0.5$ GeV²) è stato confrontato il rapporto suddetto (in cui si osserva il solo π^+) con quanto prevede la teoria di Glauber con approssimazione di chiusura sui nucleoni non osservati (27). Senza correzioni per rescattering del π^+ , tra la teoria e i dati vi sono discrepanze $\sim 10\%$, nettamente al di fuori degli errori riportati.

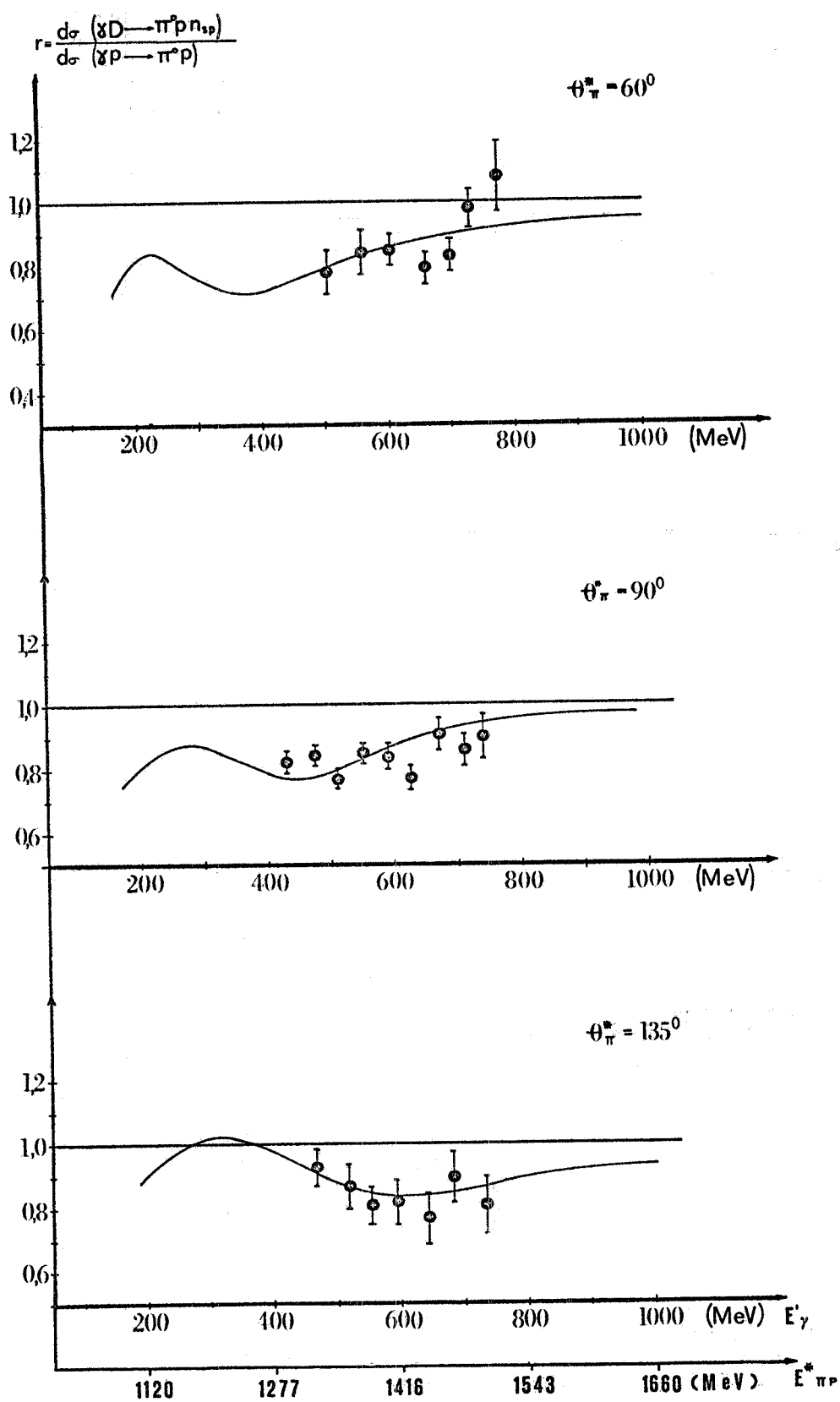


FIG. 1

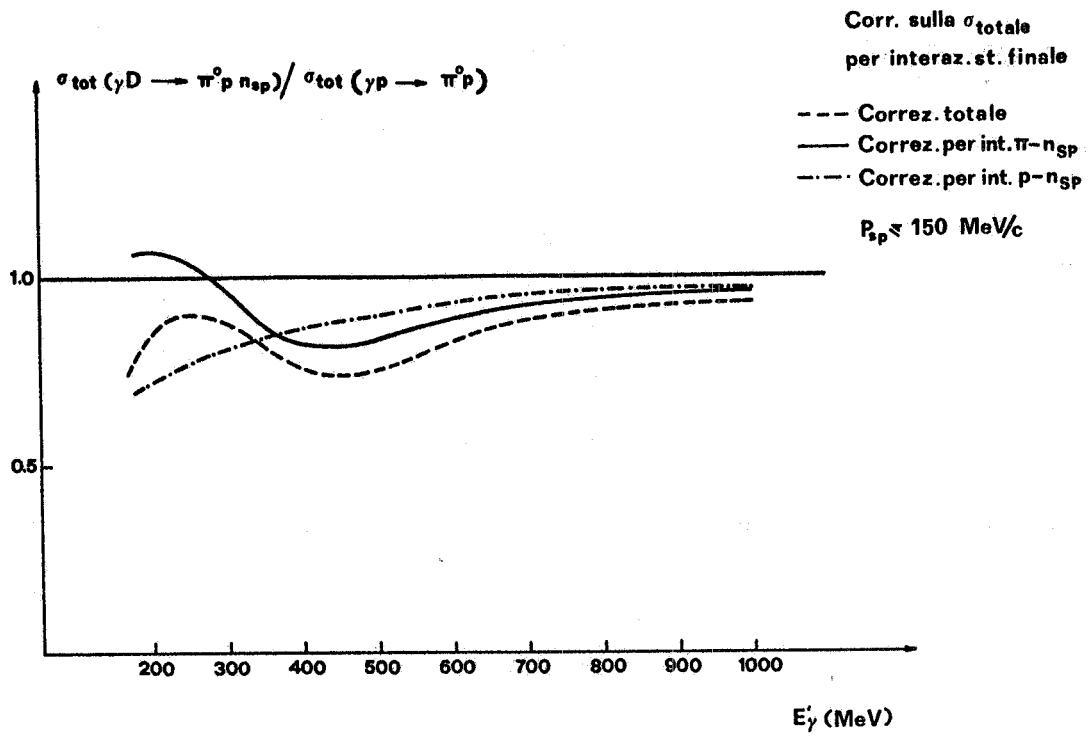


FIG. 2

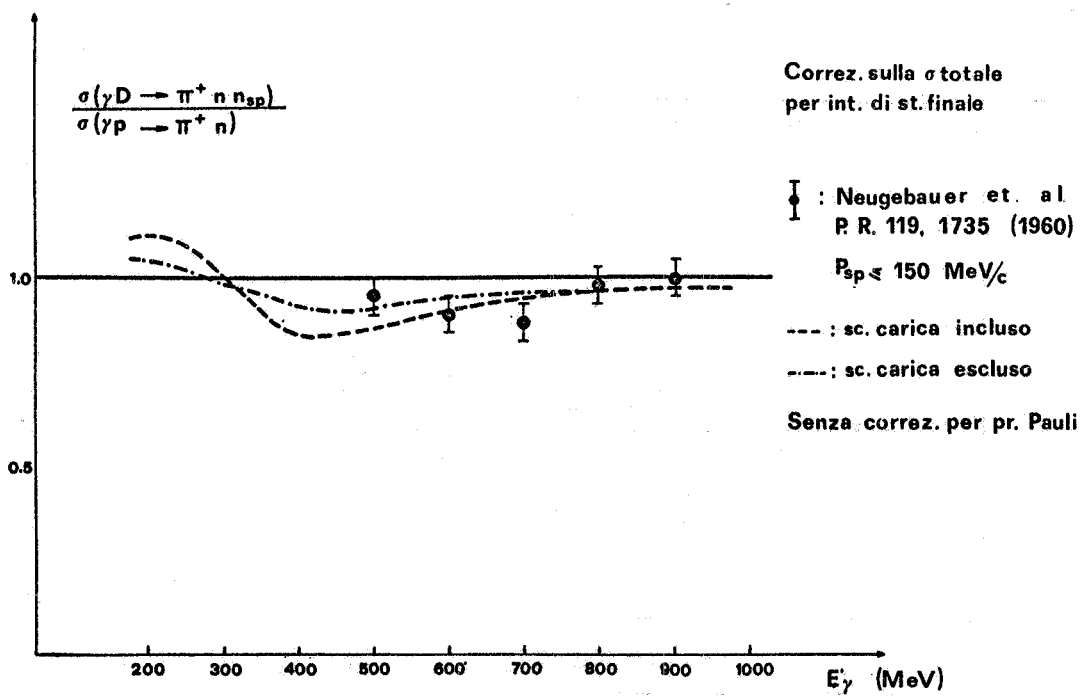


FIG. 3

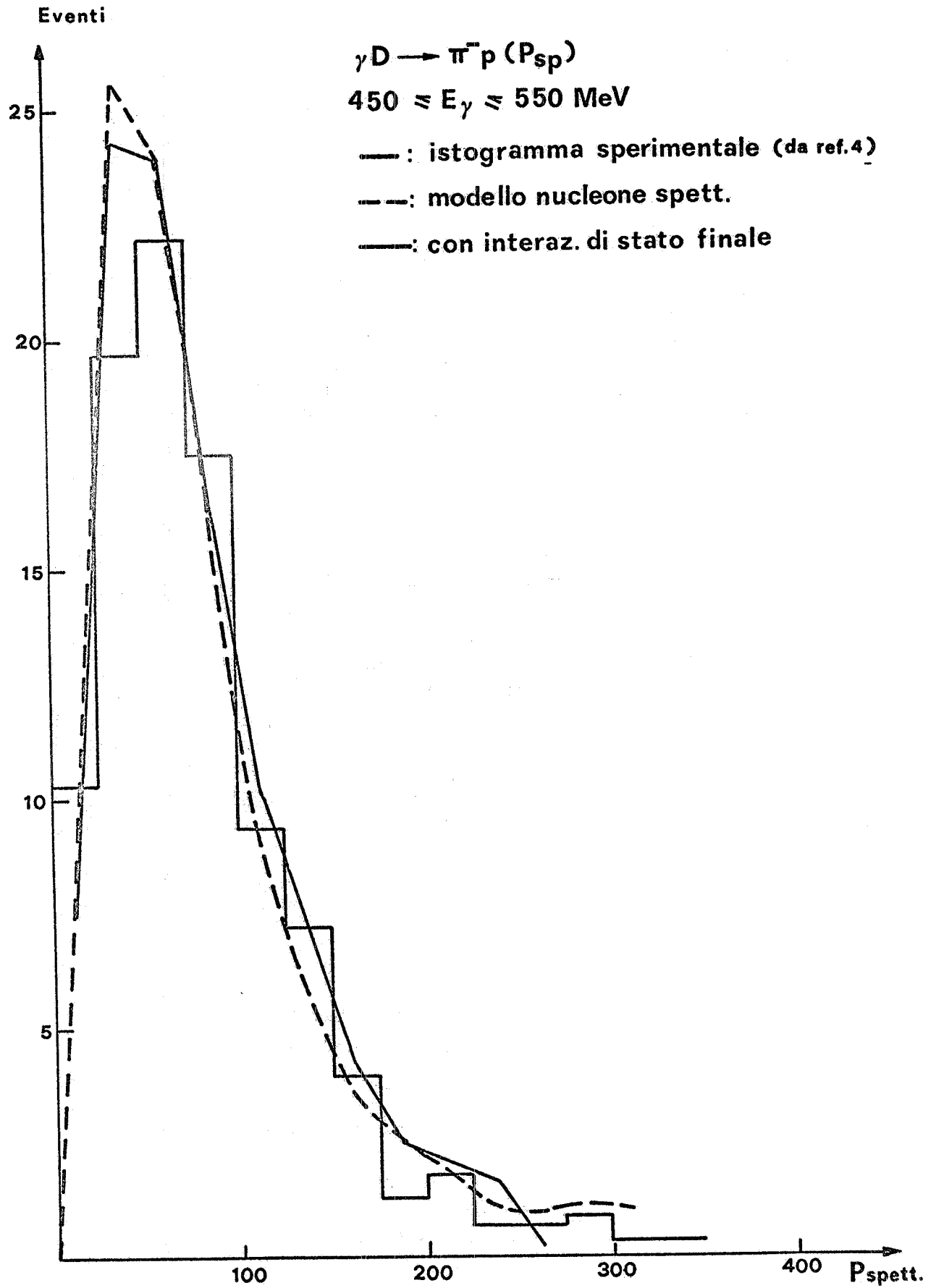


FIG. 4

BIBLIOGRAFIA. -

- (1) - P. A. Berardo, R. P. Haddock, J. Helland, B. M. Nefkens, L. J. Verhey, M. E. Zeller, A. S. L. Parsons and P. Trouel, Phys. Rev. Letters 26, 205 (1971).
- (2) - A. I. Sanda and G. Shaw, Phys. Rev. Letters 24, 1310 (1970); Phys. Rev. D3, 243 (1971).
- (3) - F. Carbonara, L. Fiore, G. Gialanella, E. Lodi-Rizzini, G. Mantovani, A. Piazza, A. Piazzoli, R. Rinzivillo, V. Rossi and G. Susinno, Lett. Nuovo Cimento 3, 697 (1970).
- (4) - F. Carbonara et al., LNF-71/44 (1971).
- (5) - A. Proia and F. Schastiani, Lett. Nuovo Cimento 8, 560 (1971).
- (6) - I risultati ottenuti in ref. (2) sono chiaramente diversi a seconda che si usino per la reazione $\gamma n \rightarrow \pi^- p$ i dati di ref. (3) o i dati di: Aachen-Berlin-Bonn-Hamburg-Heidelberg-Munich coll., Nuclear Phys. B8, 535 (1968). I dati differiscono solamente per la maniera in cui è definita l'energia del fotone incidente.
- (7) - Basta confrontare tra loro i vari esperimenti di fotoproduzione coerente di 0 su deuterio, diversi per fattori 2÷3: J. I. Friedman and H. W. Kendall, Phys. Rev. 129, 2802 (1962); L. Hicher, G. von Holtey, G. Knop, H. Stein, J. Strumfig and H. Wahlen, Simposio sulle interazioni ad alta energia di fotoni ed elettroni, Ithaca (1971); Dando credito alle più recenti misure non vi è accordo con le previsioni teoriche.
- (8) - J. Chappelaar, Phys. Rev. 99, 255 (1955); Analoghe discrepanze vi sono nella fotoproduzione (coerente e non) di 0 su deuterio.
- (9) - A. S. Belousov, A. I. Lebedev, S. V. Rusakov, E. I. Tamm and A. S. Tatainskaya, Nuclear Phys. 67, 679 (1965).
- (10) - L. D. Faddeev, Soviet Phys. -JETP 12, 1014 (1961); C. Lovelace, Phys. Rev. 135, B1225 (1964).
- (11) - L. Bertocchi, Ecole Int. de la Phys. des particules elementaires, Herceg Novi; G. Farchi and A. Reale, Rapporto Istituto Superiore di Sanità ISS-64/24 (1964).
- (12) - L. Bertocchi, Herug-Novi, cap. 8
- (13) - G. F. Chew and F. E. Low, Phys. Rev. 113, 1640 (1959).
- (14) - G. F. Chew and H. Lewis, Phys. Rev. 84, 779 (1951).
- (15) - R. J. Glauber, Proc. II Intern. Conf. on High Energy Physics e Nucl. Str., Rehovot (1967).
- (16) - C. Carlson, SLAC-PUB 706 (1970).
- (17) - H. Muirhead, The physics of elementary particles (Pergamon Press, 1965) Cap. 7.
- (18) - A. Ito, R. Loc, E. C. Loh, A. Ramanauss, D. Ritchie and W. Schmidt, Phys. Rev. Letters 24, 687 (1970).
- (19) - G. Faldt and T. E. O. Ericson, Nuclear Phys. B8, 1 (1968).

- (20) - D.R. Yennie, Hadronic interactions of electrons and photons, (Academic Press, 1969), Cap. 9.
- (21) - F. Knoke, LNF-65/6 (1965).
- (22) - R.E. Marshak, Meson Physics (Mac Graw Hill, 1952).
- (23) - R.G. Newton, Scattering Theory of waves and particles, (Mac Graw Hill, 1966), Cap. 17.
- (24) - C. Bacci, R. Baldini-Celio, B. Esposito, C. Mencuccini, A. Reale, G. Sciacca, M. Spinetti and A. Zallo, in corso di pubblicazione.
- (25) - R. Smythe, R.M. Worlock and A.V. Tollestrup, Phys. Rev. 109, 518 (1958).
- (26) - G. Neugebauer, W. Wales and R.L. Walker, Phys. Rev. 119, 1726 (1960).
- (27) - K. Schilling, Nuclear Phys. B7, 498 (1968).
- (28) - R. Baldini-Celio e G. Sciacca, in corso di pubblicazione.