

LNF-71/55
7 Settembre 1971

A. Renieri: ELEMENTI DI PROGETTO DELLA STRUTTURA
MAGNETICA DI UN DOPPIO ANELLO DI ACCUMULAZIONE
PER ELETTRONI E POSITRONI DA 4 GeV, CON L'INSERZIO
NE DI SEZIONI A BASSO BETA.

A. Renieri: ELEMENTI DI PROGETTO DELLA STRUTTURA MAGNETICA DI UN DOPPIO ANELLO DI ACCUMULAZIONE PER ELETTRONI E POSITRONI DA 4 GeV, CON L'INSERZIONE DI SEZIONI A BASSO BETA.

INTRODUZIONE. -

In questa nota viene riportato lo studio preliminare della struttura magnetica di una macchina a fasci incrociati ad alta luminosità con le seguenti caratteristiche:

- a) basso beta nella zona di incrocio;
- b) due anelli separati per e^+ ed e^- ;
- c) piccolo angolo di incrocio (variabile con continuità da 0 a ~ 7 mrad).

Per ottenere un piccolo angolo di incrocio si è scelto un tipo di deflessione "mista", che utilizza cioè sia elementi magnetici che elettrici. In tal modo si è potuto ridurre il più possibile l'angolo di incrocio senza dover ridurre l'accettazione della macchina. Il campo deflettente è minore dei campi che si dovrebbero poter ottenere con strutture R. F. superconduttrici (nell'ipotesi $H_{RF} < H_{cr}$). Se si dovessero invece usare campi elettrici statici, la realizzazione potrebbe essere assai difficile (occorre infatti realizzare campi elettrici dell'ordine di 40 KV/cm su distanza totale di 6-7 cm).

1. - CARATTERISTICHE GENERALI DELLA MACCHINA. -

Le caratteristiche generali della macchina sono riportate nella Tabella I. La macchina è costituita da due anelli sovrapposti, nei quali circolano le particelle di carica opposta; in Fig. 1a si ha la pianta della macchina, mentre in Fig. 1b è indicato, in modo schematico, il percorso degli e^+ ed e^- .

TABELLA I

Particelle		e^+, e^-	
Energia (per fascio)		4	GeV
Raggio di curvatura dei magneti		30	m
Campo massimo ($E = 4$ GeV)		4.45	KG
Numero di magneti		72	
Raggio medio		71.88	m
Asse minore		~ 60	m
Asse maggiore		~ 75	m
Indice di campo		0	
Energia media irradiata in un giro/particella		$\sim 8 \times 10^5$	eV
Potenza media irradiata/particella		$\sim 8.5 \times 10^{-6}$	W
Lunghezza totale a disposizione della R. F.		20	m
Numero di incroci		2	
Lunghezza tratto libero inserzione basso beta		6	m
Angolo di incrocio		5	mrad
Distanza tra le due ciambelle		80	cm
ν_x		12.08	
ν_z	$\left\{ \begin{array}{l} \text{min} \\ \text{max} \end{array} \right.$	$\left. \begin{array}{l} 11.12 \\ 11.25 \end{array} \right\}$	
Momentum compaction		8×10^{-3}	
β_x	} incrocio	$\left\{ \begin{array}{l} \sim 0.22 \\ > 0.23 \\ < 0.35 \\ \geq 0 \end{array} \right.$	m
β_z			m
ψ_x			m
ψ_z			m
ψ_x maglia standard	$\left\{ \begin{array}{l} \text{min} \\ \text{max} \end{array} \right.$	$\left. \begin{array}{l} 0.46 \\ 0.99 \end{array} \right\}$	m
ψ_z inserzione basso beta	max	0.3	m
σ_x incrocio ($\beta_x \sim 23$ cm)		$\sim 10^{-2}$	cm

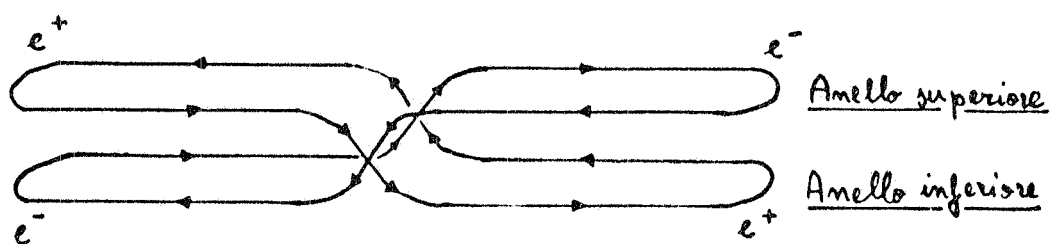
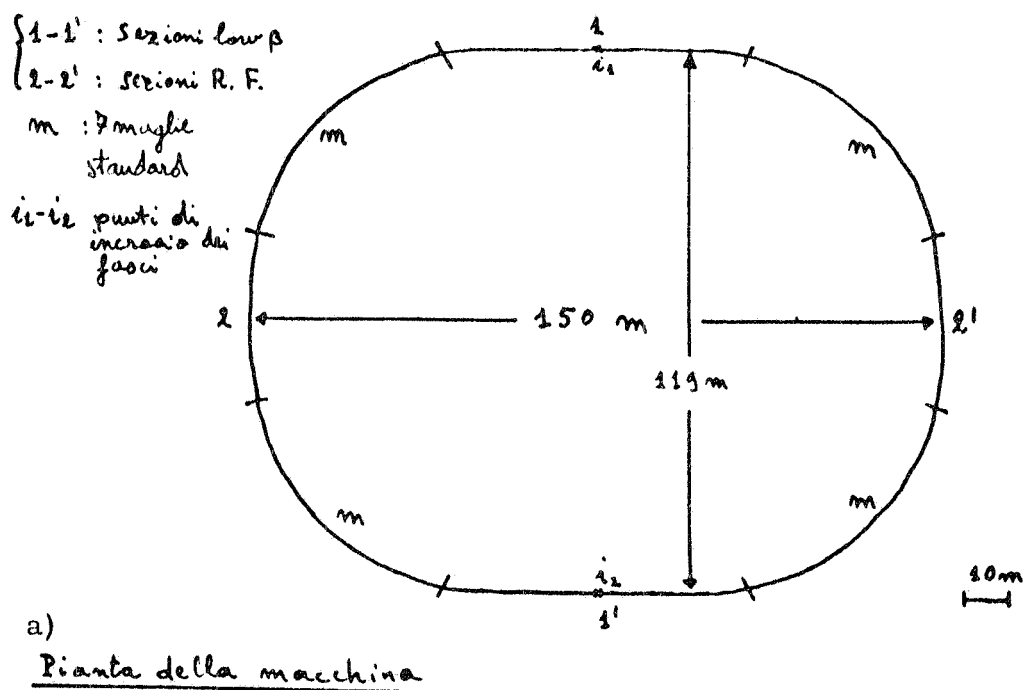


FIG. 1

La macchina è a foccheggiamento forte e a funzioni separate. L'indice di campo dei magneti è stato scelto uguale a zero per comodità di costruzione. Il raggio di curvatura dei magneti è stato determinato in base ad una stima di minimo costo dell'impianto di radiofrequenza e dei magneti.

Come si può vedere dalla Fig. 1a, la macchina è costituita da 28 maglie standard, 2 inserzioni di sezione diritte lunghe per la R. F. e 2 inserzioni di sezioni a basso beta.

Le 4 inserzioni hanno agli estremi gli stessi β_x e β_z delle maglie standard, in modo da non perturbare il resto della macchina con la loro presenza.

La struttura della maglia standard, con i valori di β_x , β_z e ψ_x è riportata in Fig. 2.

4.

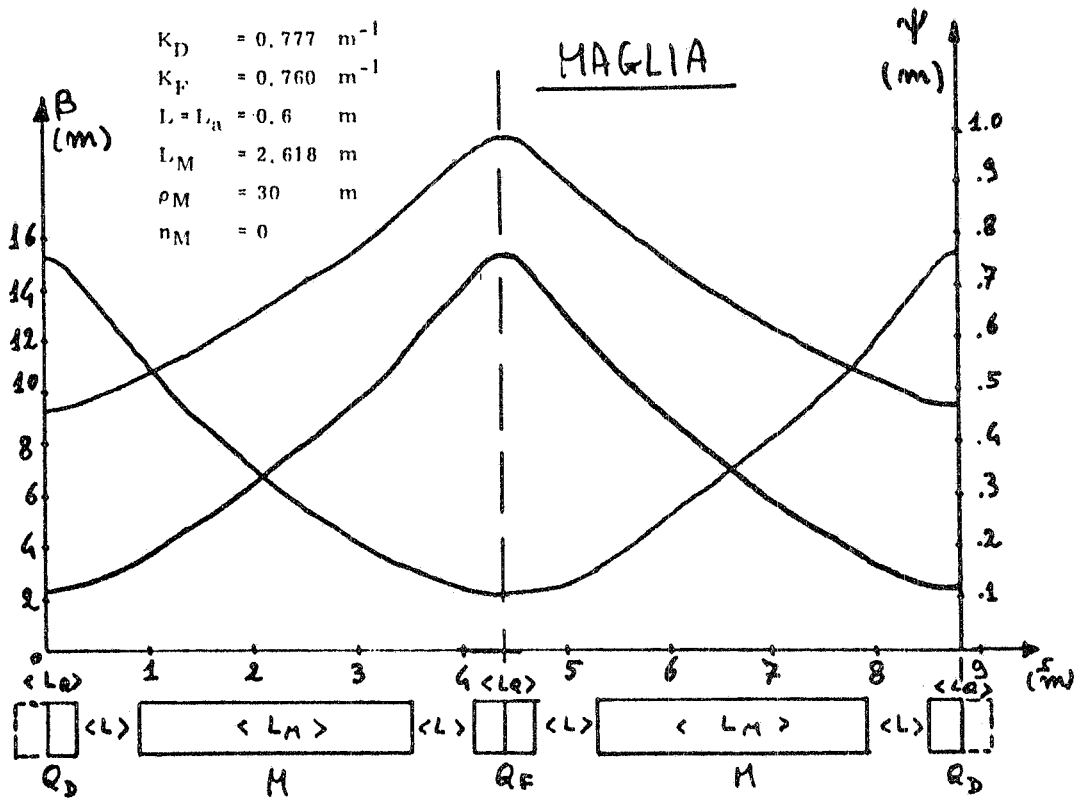


FIG. 2

La struttura delle inserzioni, dei tratti rettilinei lunghi, per la R. F., è data in Fig. 3 insieme a β_x , β_z , ψ_x . Da notare che si è utilizzata la prima parte (A) dell'inserzione per annullare la ψ_x e la ψ'_x , mentre i quadrupoli della parte (B) sono utilizzati per fare il matching di β_x e β_z agli estremi dell'inserzione.

2. - SEZIONE A BASSO BETA. -

La struttura dell'inserzione a basso beta è riportata in Fig. 4. Da notare che la parte (A) è la stessa che è stata utilizzata per l'inserzione dei tratti rettilinei lunghi per la R. F. Si ha così che nella parte (C) sono nulle ψ_x e ψ'_x . E' però possibile, perdendo il matching della ψ_x e ψ'_x agli estremi dell'inserzione, avere ψ_x diversa da zero in (C) e in particolare nel punto di incrocio dei fasci.

La presenza del sistema deflettente verticale fa sì che compaia anche una orbita chiusa verticale. Tale orbita chiusa è però antisimmetrica rispetto al punto di incrocio dei fasci, per cui, in tale punto è automaticamente nulla.

Sempre in Fig. 4 sono riportati β_x , β_z , ψ_x , ψ_z , per un valore dei β all'incrocio dato da:

$$(1) \quad \beta_x \approx 23 \text{ cm} , \quad \beta_z \approx 23 \text{ cm} .$$

INSERZIONE A.E.

- $K_{QD1} = 0.775 \text{ m}^{-1}$
- $K_{QF1} = 0.791 \text{ m}^{-1}$
- $K_{QD2} = 0.818 \text{ m}^{-1}$
- $K_{QF2} = 0.804 \text{ m}^{-1}$
- $L_a = 0.6 \text{ m}$
- $L_M = 2.618 \text{ m}$
- $L_1 = 2.5 \text{ m}$
- $L_2 = 0.926 \text{ m}$
- $L_3 = L_5 = 0.5 \text{ m}$
- $L_4 = 1 \text{ m}$
- $L_6 = 5 \text{ m}$
- $\rho_M = 30 \text{ m}$
- $n_M = 0$

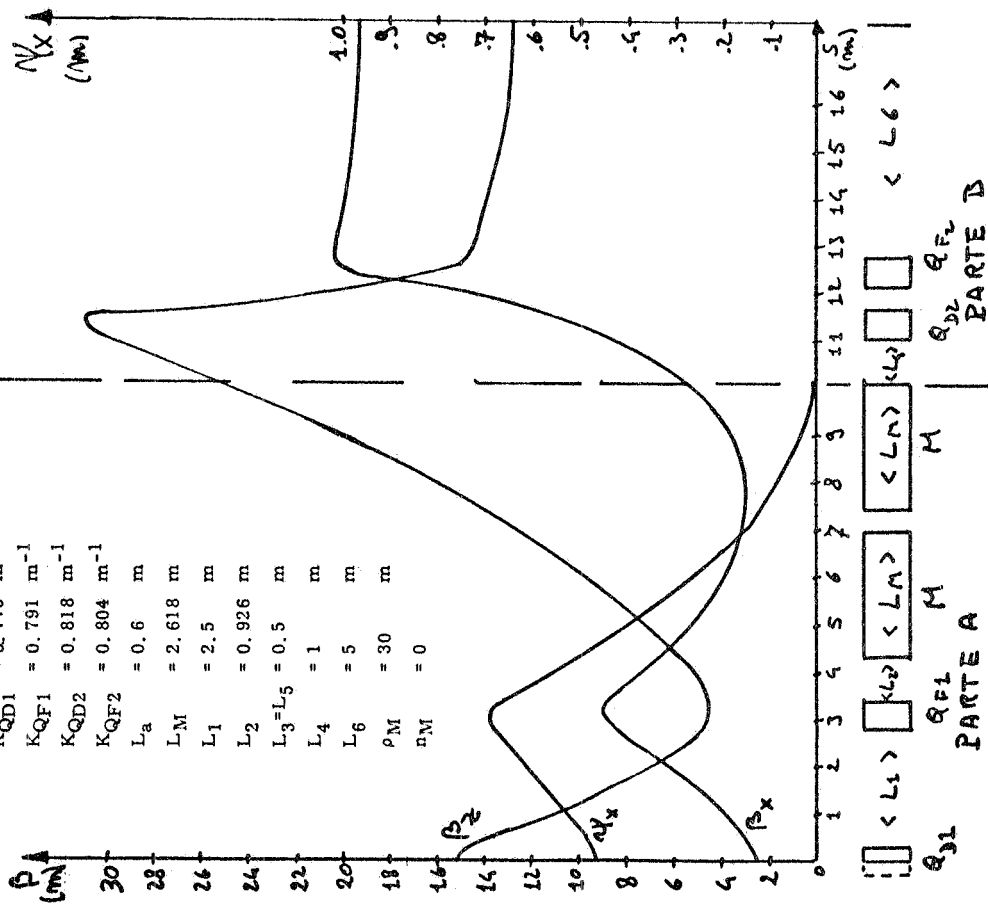


FIG. 3

INSERZIONE BASSO BETA

- $L_{QD1} = L_{QD2} = L_{Q1} = L_{Q2} = 0.6 \text{ m}$
- $L_{Q3} = L_{Q4} = 1 \text{ m}$
- $L_1 = 2.5 \text{ m}$
- $L_2 = 0.926 \text{ m}$
- $L_3 = L_7 = L_8 = L_9 = 0.5 \text{ m}$
- $L_4 = L_6 = 0.7 \text{ m}$
- $L_5 = 0.9 \text{ m}$
- $L_{10} = 0.92 \text{ m}$
- $L_{11} = 0.3 \text{ m}$
- $L_{12} = 3 \text{ m}$
- $\rho_M = 30 \text{ m}, L_M = 2.618 \text{ m}, n_M = 0$
- $\rho_{M1} = 22.0 \text{ m}, L_{M1} = 2.5 \text{ m}$
- $\rho_{M2} = 24.1 \text{ m}, L_{M2} = 2.5 \text{ m}$
- $\rho_{M3} = 403.8 \text{ m}, L_{M3} = 2 \text{ m}$
- $\rho_G = 994.4 \text{ m}, L_G = 5 \text{ m}$

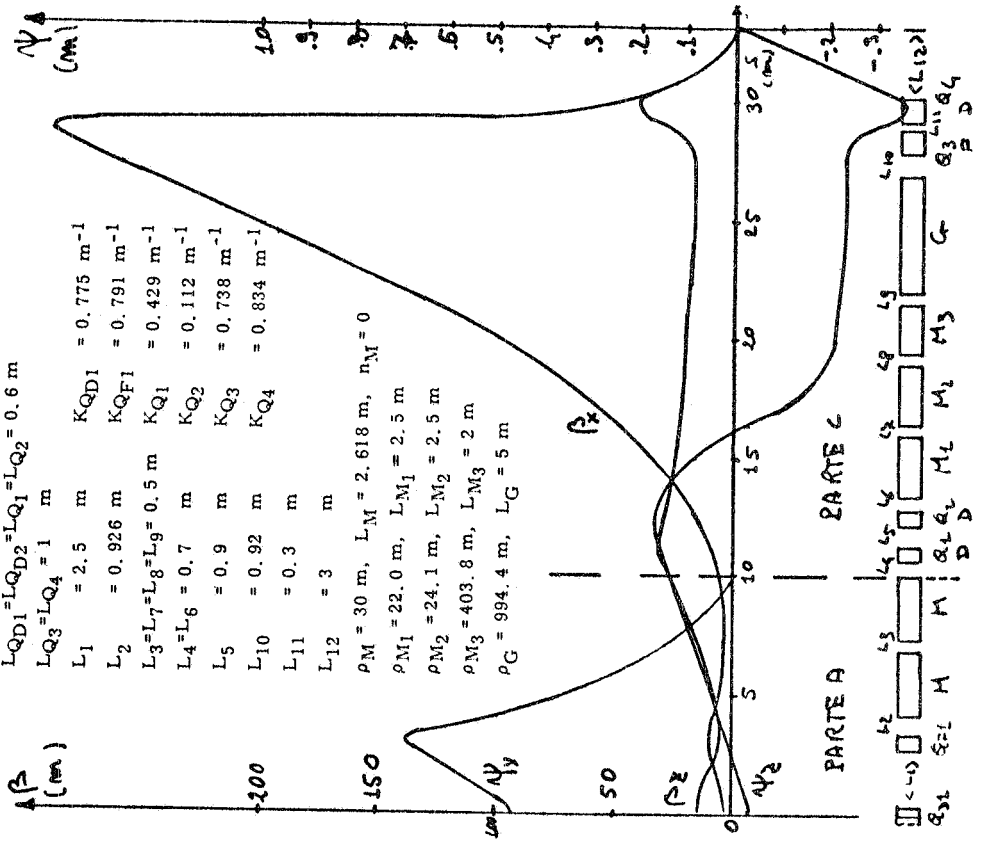


FIG. 4

6.

2.1. - Sistema deflettente verticale. -

Il sistema di deflessione è misto, sfrutta cioè sia elementi elettrici che magnetici.

Una prima parte della deflessione viene effettuata con un magnete seguito da due lamine di corrente. Dopo di che una guida superconduttrice ad onda stazionaria completa la deflessione, facendo sì che la traiettoria diventi parallela all'asse dei quadrupoli Q_3-Q_4 (v. Fig. 5). Il doppietto Q_3-Q_4 è aggiustato all'infinito, per cui, per qualunque distanza dell'orbita dall'asse del doppietto stesso, le particelle vengono foccheggiate nel punto 0, centro della sezione diritta di incrocio. Tale scelta è

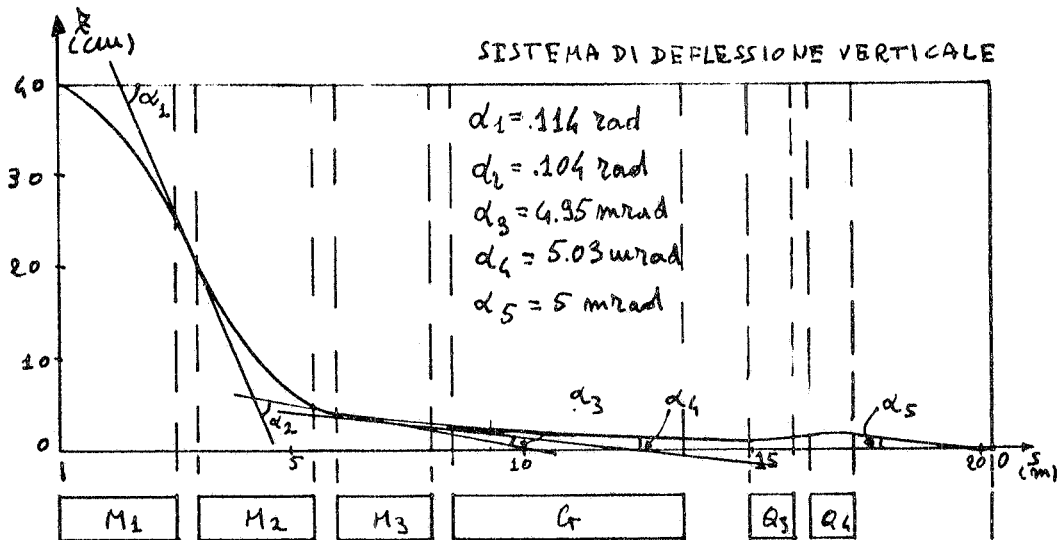


FIG. 5

stata dettata dalla necessità di disaccoppiare il doppietto Q_3-Q_4 dal sistema deflettente; in tal modo si può variare con continuità l'angolo di incrocio, senza dover modificare lo stato del doppietto, la qual cosa avrebbe comportato anche la modifica delle correnti del doppietto Q_1-Q_2 (v. Fig. 4), modifica necessaria al mantenimento del matching dei β agli estremi dell'inserzione.

In Fig. 5 è riportata la traiettoria nel sistema deflettente.

All'energia di 4 GeV e supponendo le lamine M_2 ed M_3 di spessore

$$d_{M_2} = 7 \text{ cm} , \quad d_{M_3} = 3 \text{ cm} ,$$

si hanno rispettivamente le densità di corrente

$$(2) \quad j_{M_1} = 6 \text{ A/mm}^2 , \quad j_{M_2} = 0.9 \text{ A/mm}^2$$

che sono ottenibili facendo uso di strati di corrente raffreddati ad acqua.

In Fig. 6 è riportato l'involuppo verticale attorno alla zona di incrocio con una dispersione di energia ed una emittanza verticale date da

$$(3) \quad \frac{\Delta p}{p} = 0.5 \%, \quad A_v = 1 \text{ cm mrad.}$$

In Fig. 7 sono riportati l'involuppo radiale e verticale nelle stesse condizioni in tutta la parte C. Si è scelto l'angolo di incrocio uguale a 5 mrad, in quanto questo è il minimo valore per cui i fasci di e^+ ed e^- risultano sempre separati, al di fuori del punto di incrocio.

2.2. - Valori ottenibili di β_x e β_z all'incrocio. -

In Fig. 8 sono riportati, in funzione di β_z all'incrocio, le costanti K dei quadrupoli Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 e i relativi ν_x, ν_z e β_x di incrocio.

Da notare che, nell'intervallo considerato, ν_x, K_{Q_3} e K_{Q_4} sono circa costanti.

Come è stato già accennato nel paragrafo 2 è possibile (perdendo il matching agli estremi dell'inserzione) ottenere valori di ψ_x diversi da zero all'incrocio.

In particolare si può agire sul quadrupolo Q_{F1} della parte A (v. Fig. 4). In Fig. 9 sono riportati ψ_x, β_x, β_z all'incrocio e ν_x, ν_z in funzione di $K_{Q_{F1}}$.

Se si vuol agire su ν_x e ν_z lasciando fissa l'inserzione, si può modificare la maglia standard. In tal modo, si può verificare, i β allo incrocio rimangono fissi, mentre la ψ_x non supera i 2 cm per un $\Delta v \approx 0.5$.

3. - TOLLERANZE SUL POSIZIONAMENTO DEI QUADRUPOLI Q_3 - Q_4 .

E' estremamente delicato il problema del posizionamento del doppietto Q_3 - Q_4 dell'inserzione a basso beta, in quanto in esso il fascio passa fuori asse, per cui ad una rotazione degli assi magnetici dei quadrupoli corrisponde una distorsione dell'orbita chiusa radiale, distorsione di segno opposto per i due fasci. Ciò comporta una separazione radiale degli stessi nella zona di interazione, cioè una perdita di luminosità.

Se indichiamo con ϵ lo spostamento radiale dovuto ad una rotazione θ degli assi magnetici di uno dei due quadrupoli del doppietto Q_3 - Q_4 , si ha,

$$(4) \quad \epsilon = \theta \sqrt{\beta_x^i \overline{W}},$$

8.

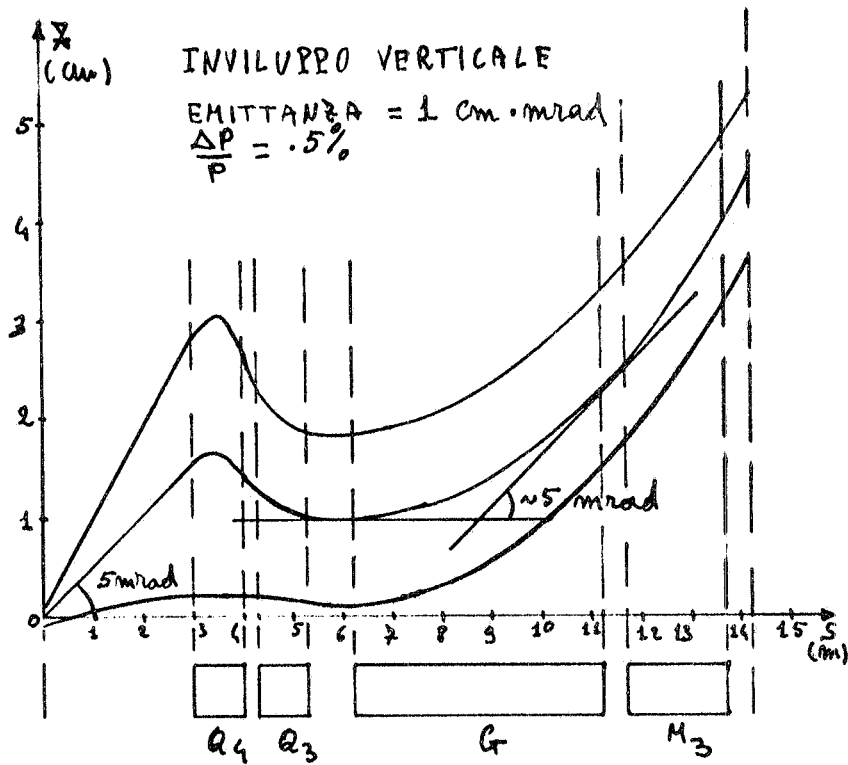


FIG. 6

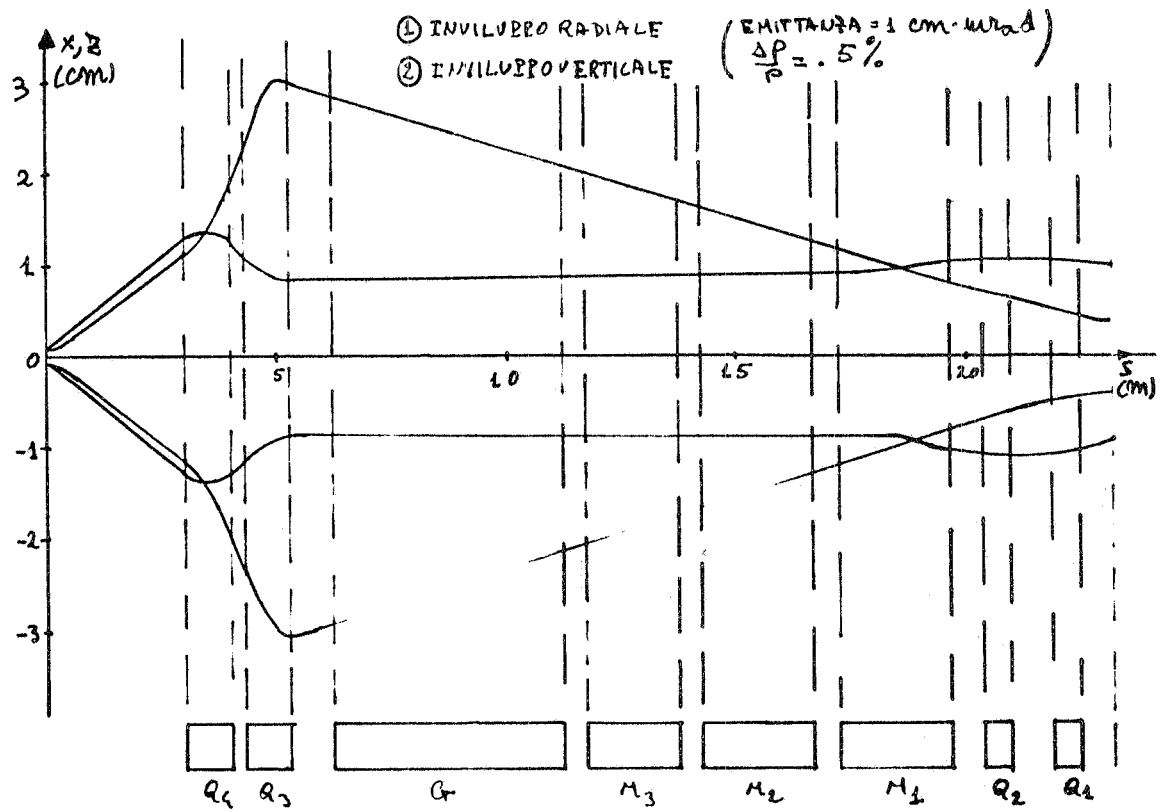


FIG. 7

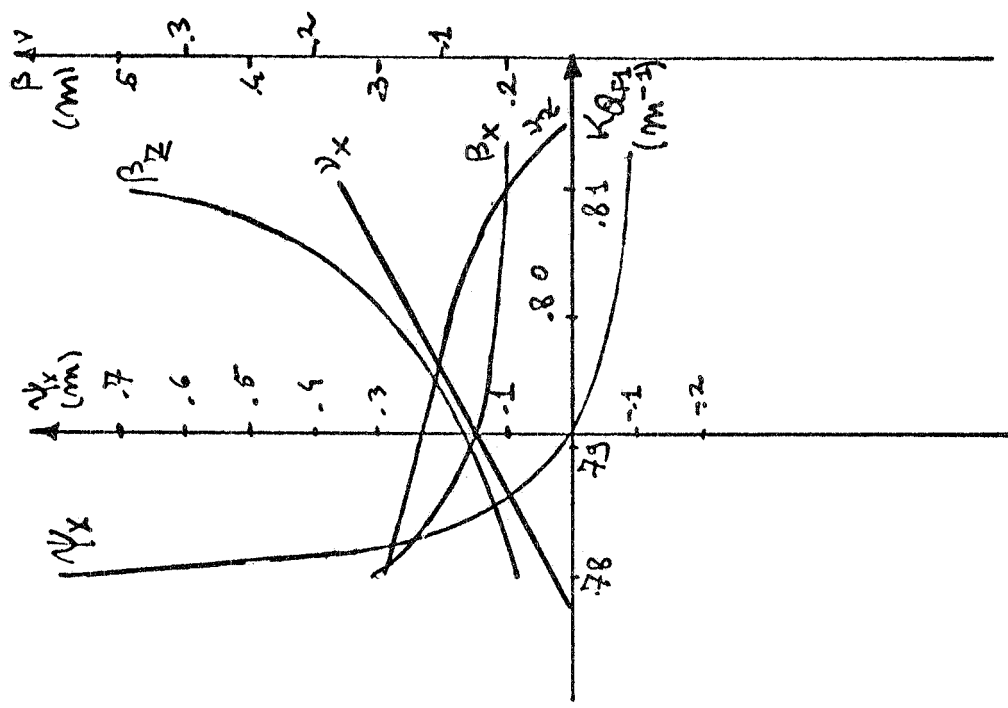


FIG. 9

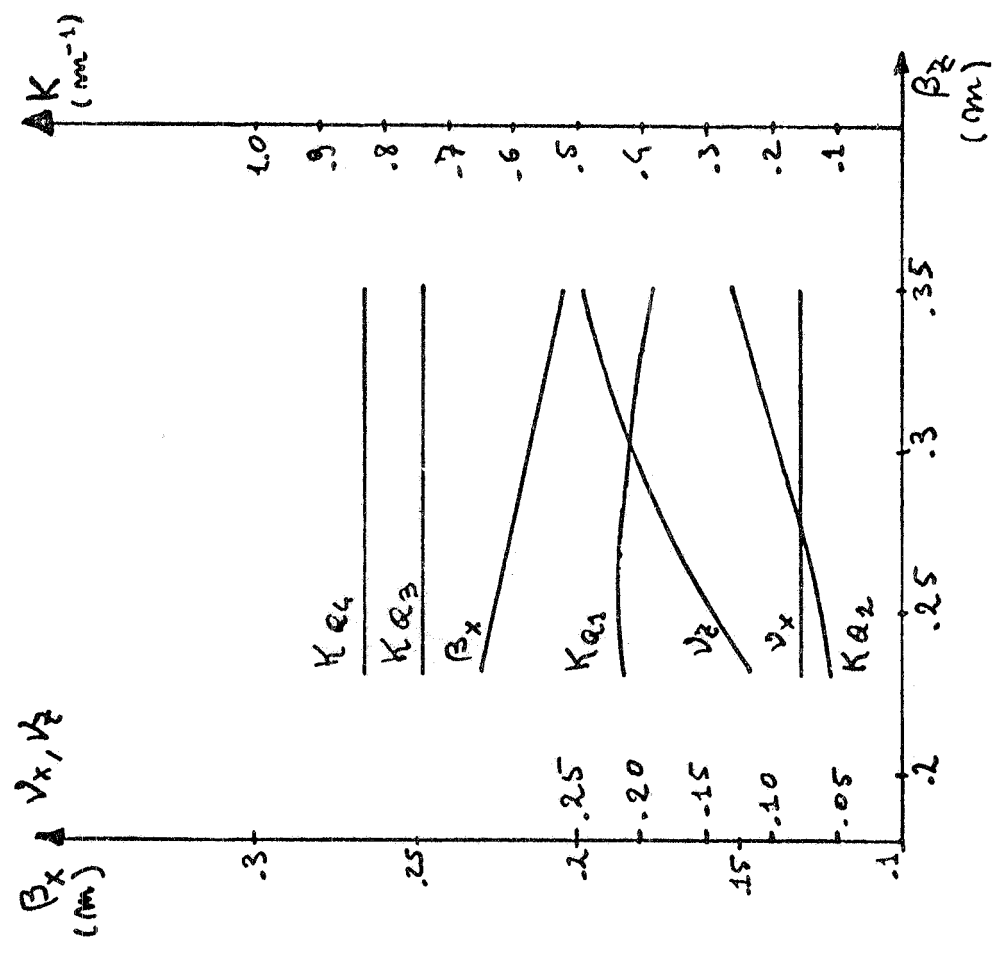


FIG. 8

10.

dove β_x^i è il β radiale nel punto di incrocio e

$$(5) \quad \overline{W} = \frac{1}{4 \operatorname{sen}^2(\pi \nu_x)} (\gamma_x z_o^2 + 2 \alpha_x z_o z_o' + \beta_x z_o'^2)$$

dove z_o e z_o' sono le coordinate di ingresso verticali nel quadrupolo, e $\alpha_x, \beta_x, \gamma_x$ sono calcolati all'ingresso dello stesso quadrupolo.

Sostituendo i valori numerici, si ottiene, supponendo uno solo dei quadrupoli del doppietto ruotato,

$$(6) \quad \varepsilon \approx 2 \times 10^{-2} \theta \text{ m},$$

sia per Q_3 che per Q_4 . Se richiediamo

$$(7) \quad \varepsilon < \varepsilon_x / 10,$$

dove ε_x è la larghezza quadratica media radiale all'incrocio, si ottiene (v. Tabella I),

$$(8) \quad \theta \leq 0.5 \text{ mrad},$$

che è un valore ottenibile senza troppa difficoltà.

La variazione di ν in accoppiamento, dovuta ad una rotazione di un quadrupolo di un angolo θ , si può mettere nella forma,

$$(9) \quad \Delta \nu = \frac{1}{2\pi} \text{ m} \sqrt{\overline{\beta}_x \overline{\beta}_z},$$

dove si è posto,

$$(10) \quad \text{m} = K^2 L \theta,$$

con: K^2 = costante di forza del quadrupolo,

L = lunghezza del quadrupolo,

$\overline{\beta}_x, \overline{\beta}_z$ = valori medi di β_x e β_z nel quadrupolo.

Nel nostro caso si ha (indipendentemente per Q_3 o Q_4),

$$(11) \quad \Delta \nu \approx 7 \theta$$

prendendo per θ il valore dato dalla (8), si ottiene,

$$(12) \quad \Delta \nu \approx 0.0035$$

che è un valore abbastanza basso.

4. - CROMATISMO E NON LINEARITA' DELLA MACCHINA.

Per il calcolo dell'effetto delle non linearità della macchina abbiamo usato il procedimento sviluppato in ref. (1). Consideriamo inoltre il campo magnetico sviluppato fino ai termini ottupolari :

$$(13) \quad \begin{aligned} B_x &= B_{x0} + az + 2cxz + b(z^2 - x^2) + A(z^3 - 3x^2z) + B(x^3 - 3z^2x) \\ B_z &= B_{z0} + ax + c(x^2 - z^2) + 2bxz - A(x^3 - 3xz^2) + B(z^3 - 3x^2z) \end{aligned}$$

Si ottiene in tal modo nel nostro caso :

$$(14) \quad \begin{aligned} \frac{E}{v_x} \frac{\Delta v_x}{\Delta E} &= - (3.5 - 10.7 \bar{c}_M + 8.1 \bar{b}_q) \\ \frac{E}{v_z} \frac{\Delta v_z}{\Delta E} &= - (1.7 + 8.8 \bar{c}_M - 1.8 \bar{b}_q) \\ \frac{\Delta v_x}{\Delta W_x} &= - (1.4 \bar{A}_M + 0.9 \bar{A}_q + 39.2 \bar{A}) \times 10^2 \text{ m}^{-1} \\ \frac{\Delta v_z}{\Delta W_z} &= - (2.5 \bar{A}_M + 1.7 \bar{A}_q + 1.4 \bar{A}) \times 10^2 \text{ m}^{-1} \\ \frac{\Delta v_x}{\Delta W_x} = \frac{\Delta v_z}{\Delta W_z} &= - (2.5 \bar{A}_M + 1.7 \bar{A}_q + 9.3 \bar{A}) \times 10^2 \text{ m}^{-1} \end{aligned}$$

Dove con W_x e W_z si è indicato l'invariante di betatrone radiale e verticale,

$$(15) \quad \begin{aligned} W_x &= \gamma_x X^2 + 2 \alpha_x X X' + \beta_x X'^2 \\ W_z &= \gamma_z Z^2 + 2 \alpha_z Z Z' + \beta_z Z'^2, \end{aligned}$$

e si è posto :

$$(16) \quad \begin{aligned} \bar{c}_M &= \frac{c_M}{B_{z0} \rho} = \text{termine sestupolare dei magneti,} \\ \bar{A}_M &= \frac{A_M}{B_{z0} \rho} = \text{termine ottupolare dei magneti,} \\ \bar{b}_q &= \frac{b_q}{B_{z0} \rho} = \text{termine sestupolare di } Q_3 \text{ e } Q_4 \text{ calcolato attorno all'orbita,} \end{aligned}$$

12.

$$(16) \quad \bar{A}_q = \frac{A_q}{B_{z_0 \rho}} = \text{termine ottupolare dei quadrupoli standard,}$$

$$\bar{A} = \frac{A}{B_{z_0 \rho}} = \text{termine ottupolare di } Q_3 \text{ e } Q_4 .$$

Si è supposto che i termini ottupolari dei quadrupoli focheggianti fossero gli stessi di quelli defocheggianti; si è inoltre trascurato, a causa della simmetria, il termine sestupolare dei quadrupoli standard. Il termine \bar{b}_q è legato a \bar{A} dalla relazione

$$(17) \quad \bar{b}_q = 3 \bar{A} z_0 ,$$

dove z_0 è lo spostamento verticale del fascio rispetto all'asse del doppietto Q_3 - Q_4 . Un calcolo conservativo del cromatismo si può fare sostituendo nelle prime due espressioni delle (14) i valori di \bar{c}_M e \bar{A} che si hanno in Adone⁽²⁾; cioè,

$$(18) \quad \bar{c}_M \approx - 3 \times 10^{-2} \text{ m}^{-3}$$

$$\bar{A} \approx - 2 \text{ m}^{-4} ,$$

avendosi nel nostro caso,

$$(19) \quad z_0 \approx 1.5 \times 10^{-2} \text{ m} ,$$

si ottiene :

$$(20) \quad \frac{E}{v_x} \frac{\Delta v_x}{\Delta E} = - 3.1 , \quad \frac{E}{v_z} \frac{\Delta v_z}{\Delta E} = - 1.6 .$$

Come si vede dalle (20), il cromatismo non è vicino al valore -1, come nelle macchine a focheggiamento forte normali. Ciò è dovuto alla presenza delle inserzioni a basso beta.

Sarà dunque necessario compensare il cromatismo, anche in vista di una cura dell'effetto testa-coda⁽³⁾.

Per portare il cromatismo al valore -1 è sufficiente porre in ogni magnete delle maglie standard un doppietto di sestupoli, con costanti sestupolare,

$$(21) \quad \bar{c}_F \approx - \bar{c}_D \approx 0.5 \text{ m}^{-3}$$

che, all'energia di 4 GeV, corrisponde ad un termine sestupolare dato da

$$(22) \quad |c_F| \approx |c_D| \approx 6 \text{ Gauss/cm}^2 .$$

In Fig. 10 è riportato in pianta ed in sezione il doppietto da inserire nei magneti. La disposizione dei fili è stata scelta in modo tale da massimizzare la costante sestupolare. Con tale configurazione dei fili si ha,

$$(23) \quad |c| = 0.6 \frac{\mu_r i_0}{d^3} \text{ Gauss/cm}^2$$

$$([i_0] = [A] ; [d] = [\text{cm}]).$$

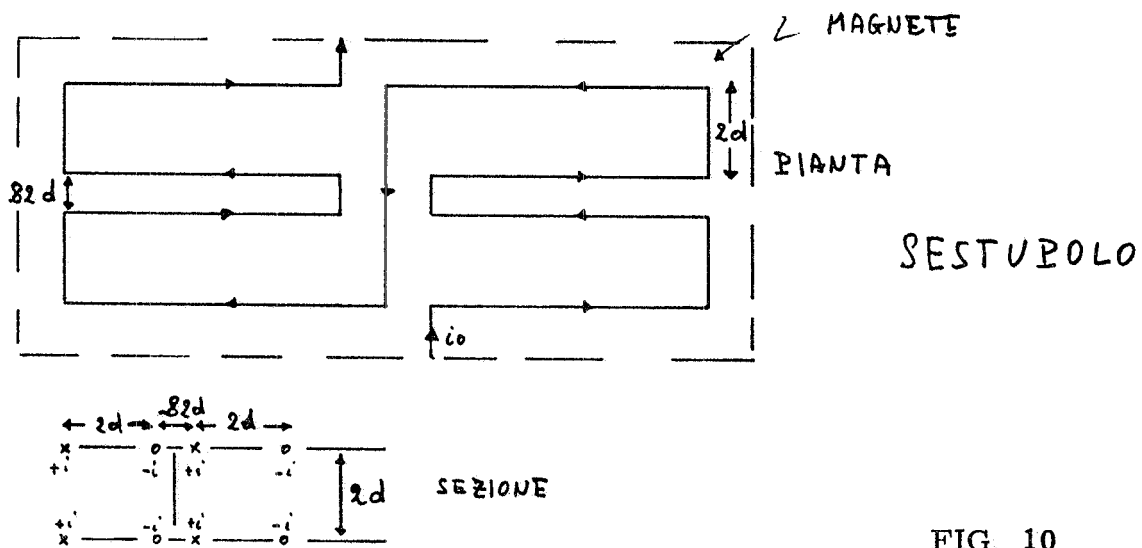


FIG. 10

Supponendo di avere,

$$(24) \quad \mu_r \approx 500 \quad (\text{in quanto i magneti sono a basso campo, per cui sono lontani dalla saturazione}),$$

$$d \approx 8 \text{ cm}$$

per ottenere il valore (22) si deve avere,

$$(25) \quad i_0 \approx 10 \text{ A}.$$

Le ultime tre equazioni delle (14) danno la variazione del numero d'onda per invariante. Per confronto forniamo i valori che si hanno in Adone⁽²⁾

$$(26) \quad \frac{\Delta \nu_x}{\Delta W_x} \approx 10^2 \text{ m}^{-1}; \quad \frac{\Delta \nu_z}{\Delta W_z} \approx -10^2 \text{ m}^{-1};$$

$$\frac{\Delta \nu_x}{\Delta W_z} = \frac{\Delta \nu_z}{\Delta W_x} \approx 2 \times 10^2 \text{ m}^{-1}.$$

14.

Per avere una macchina lineare almeno come Adone, è necessario rendere \bar{A} molto piccolo. La condizione più stringente si ha per $\Delta v_x / \Delta W_x$. Dobbiamo cioè imporre:

$$(27) \quad 3.9 \times 10^3 |\bar{A}| \lesssim 10^2,$$

e cioè,

$$|\bar{A}| \leq 0.03 \text{ m}^{-4}.$$

Sarà dunque necessario compensare i termini ottupolari di Q_3 e Q_4 con molta cura, facendo uso di distribuzioni di correnti ausiliarie nei quadrupoli stessi.

BIBLIOGRAFIA. -

- (1) - A. Kolomenski and P. Lebedev, Theory of cyclic accelerators (North Holland, Amsterdam, 1966), Cap. III.
- (2) - C. Pellegrini, Stima dei termini di sestupolo ed ottupolo, Mem. Int. Adone - 26 Marzo 1968.
- (3) - C. Pellegrini, Nuovo Cimento 64A, 447 (1969).