

LNF-71/36
25 Giugno 1971

L. E. Casano, A. Catitti, F. G. Moscati, G. Sacerdoti e L. L.
Soglia : CALCOLO DELLE FORZE DI SOSTENTAMENTO DI
MAGNETI PERMANENTI A SIMMETRIA PIANA E CILINDRICA

L. E. Casano^(x), A. Catitti, F. G. Moscati^(o), G. Sacerdoti e L. L. Soglia :
CALCOLO DELLE FORZE DI SOSTENTAMENTO DI MAGNETI PERMA
NENTI A SIMMETRIA PIANA E CILINDRICA. -

INTRODUZIONE. -

In un precedente lavoro⁽¹⁾ è stato esposto un metodo di calcolo di campo magnetico per strutture sia a simmetria piana che cilindrica. In particolare sono stati elaborati programmi FORTRAN per calcolare i valori del potenziale magnetico (mappa del campo), punto per punto in un reticolo costruito in un vano in aria il cui contorno è costituito da una parte in ferro (di permeabilità supposta infinita), e da una parte in magnete permanente (v. Figg. 1 e 2).

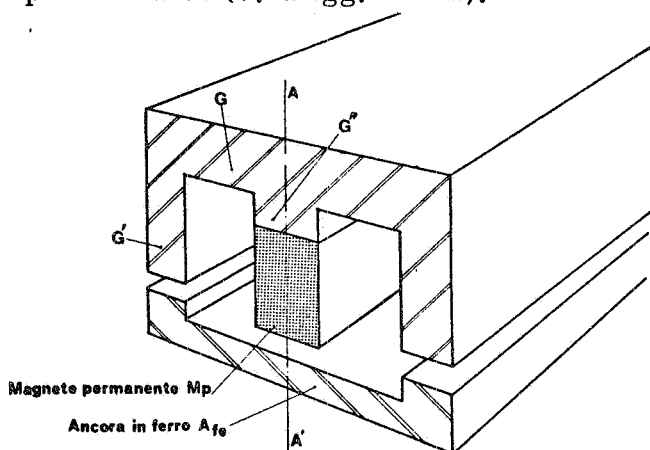


FIG. 1 - Sezione trasversale della struttura a simmetria piana.

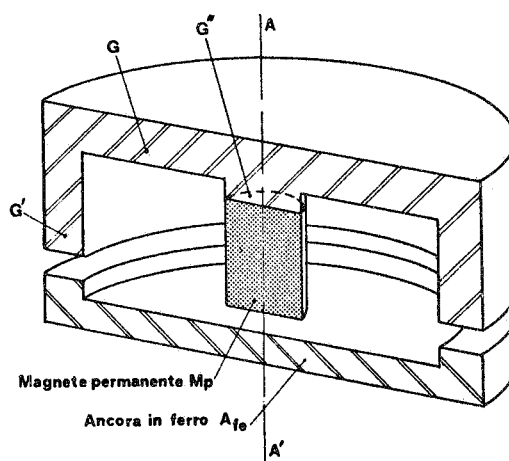


FIG. 2 - Sezione assiale della struttura a simmetria cilindrica.

(x) - Laureando presso i Laboratori Nazionali di Frascati del CNEN.

(o) - Ospite dei Laboratori Nazionali di Frascati del CNEN.

(1) - L. E. Casano, F. G. Moscati e G. Sacerdoti, Calcolo del campo magnetico prodotto da un magnete permanente nel caso di geometrie piana e cilindrica, LNF-71/20 (1971).

2.

Con questi programmi sono stati eseguiti calcoli per diverse soluzioni geometriche, variando di volta in volta l'altezza del magnete permanente h_{M_p} , l'altezza dell'intraferro h_t , e il potenziale V_0 dell'ancora in ferro A_{fe} , come mostrato in Fig. 3. Il potenziale V_0 è in corrispondenza biunivoca con la larghezza del dente dell'ancora t .

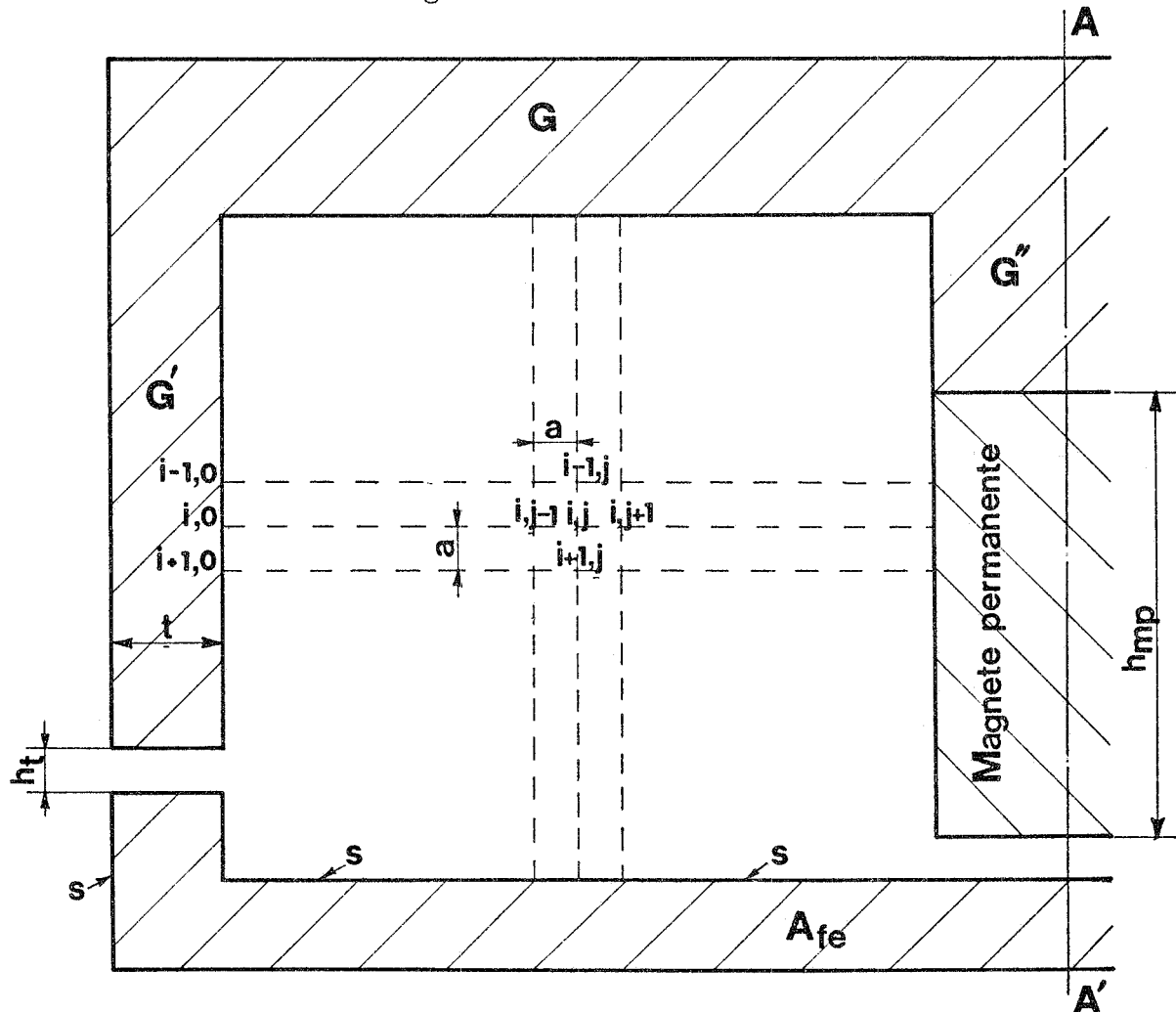


FIG. 3 - Particolare delle sezioni di Figg. 1 e 2.

In totale sono state studiate 24 soluzioni per la struttura a simmetria piana e 12 per quella a simmetria cilindrica. Queste soluzioni sono riportate in Tabella I.

I risultati di questi programmi non sono fini a se stessi, ma si possono utilizzare per la realizzazione di un prototipo di ultracentrifuga, in quanto, opportunamente elaborati, forniranno il valore della forza di sostentamento che si esercita tra il magnete permanente M_p e l'ancora in ferro A_{fe} . A quest'ultima, in sede di effettiva utilizzazione, verrà connesso un carico utile.

Dal confronto dei dati sperimentali ricavati per mezzo del prototipo di ultracentrifuga con i risultati dei calcoli presentati in questo ar-

ticolo, saranno tratte conclusioni circa la validità del metodo di calcolo seguito.

TABELLA I

Caso piano			Caso cilindrico			Caso piano			Caso cilindrico		
h_t	h_{M_p}	V_o	h_t	h_{M_p}	V_o	h_t	h_{M_p}	V_o	h_t	h_{M_p}	V_o
1	20	200	1	20	30	2	20	200	2	20	30
1	20	150	1	20	15	2	20	150	2	20	15
1	20	100	1	15	30	2	20	100	2	15	30
1	20	50	1	15	15	2	20	50	2	15	15
1	15	200	1	10	30	2	15	200	2	10	30
1	15	150	1	10	15	2	15	150	2	10	15
1	15	100				2	15	100			
1	15	50				2	15	50			
1	10	200				2	10	200			
1	10	150				2	10	150			
1	10	100				2	10	100			
1	10	50				2	10	50			

1. - CALCOLO DELLA FORZA DI SOSTENTAMENTO PER UNA STRUTTURA A SIMMETRIA PIANA. -

La forza di sostentamento per la struttura di Fig. 1 è calcolata per metro lineare secondo l'asse x.

Considerando la superficie esterna S dell'ancora A_{fe} , coincidente con il profilo dell'ancora, calcoleremo il flusso del settore B attraverso la superficie S, imponendo la condizione che l'induzione magnetica B sia solenoidale nello spazio racchiuso da S, il che in pratica equivale ad imporre che

$$(1) \quad \int_S d\phi(B) = 0$$

Il flusso complessivo di B, che attraversa la superficie S, è uguale alla somma di 4 termini, come in Fig. 4:

- un flusso ϕ_e che si chiude tra il ritorno in ferro G' e la parte esterna del dente dell'ancora A_{fe} ;
- un flusso ϕ_t che interessa unicamente lo spazio delimitato dalla superficie laterale del ritorno in ferro G' e del dente dell'ancora A_{fe} ;
- un flusso ϕ_D che si chiude tra il ritorno in ferro G' e la parte interna

4.

del dente dell'ancora A_{fe} , fino al punto b indicato in Fig. 3, ove con b indichiamo il punto di inversione di senso del flusso sulla superficie S; d) un flusso ϕ_{M_p} che si chiude tra la parte della superficie S compresa tra b e l'asse di simmetria A-A' e il magnete permanente.

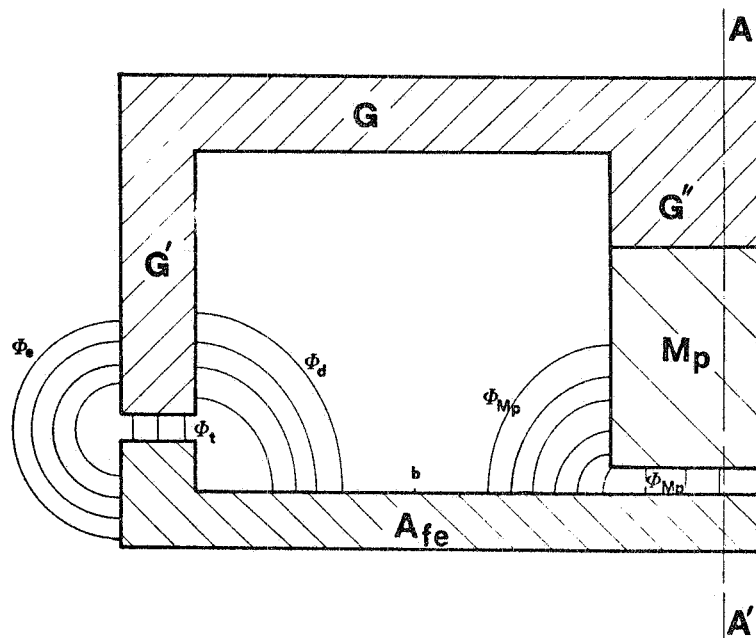


FIG. 4 - Particolare delle sezioni di Figg. 1 e 2.

Per calcolare i flussi ϕ_D e ϕ_{M_p} si devono utilizzare i valori dei potenziali dell'ultima riga del reticolo, P mediante le relazioni:

$$(2) \quad \phi_D = \sum_{i=1}^{n_b} \phi_i$$

$$(3) \quad \phi_{M_p} = \sum_{i=n_b}^n \phi_i$$

ove ϕ_i rappresenta il flusso entrante (o uscente) in corrispondenza della i -esima colonna elementare del reticolo di cui sopra e si ricava dalla

$$(4) \quad \phi_i = \left(\frac{v_{n,i} - V_0}{a} \right) \cdot a \cdot 1 \cdot \mu_0$$

ove: a è il passo del reticolo uguale ad 1 mm,
 μ_0 è la permeabilità magnetica del vuoto,
 $v_{n,i}$ è il potenziale in corrispondenza della n -esima riga e i -esima colonna del reticolo,
 V_0 è il potenziale dell'ancora in ferro A_{fe} .

Il flusso ϕ_e di Fig. 4 si chiude tra le due superfici S_1 e S_2 separate da un traferro t in aria. Per calcolare il suddetto flusso possiamo,

con buona approssimazione, supporre che le linee di flusso più interne abbiano un andamento rettilineo, mentre quelle più esterne un andamento circolare con centro sulla mezzeria del traferro, nel punto di incontro del prolungamento ideale delle superfici S_1 e S_2 .

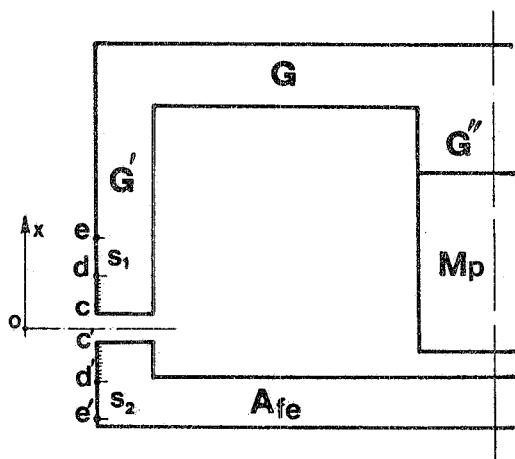


FIG. 4a - Particolare della sezione della Fig. 4.

Facendo riferimento alla Fig. 4a i punti c-c', d-d', e-e' indicano la variazione di forma delle linee di flusso.

Nell'intervallo c-d, c'-d' possiamo supporre che le linee di flusso abbiano un andamento rettilineo e parallelo ad x, mentre nell'intervallo d-e, d'-e' abbiano un andamento circolare, per cui:

$$(5) \quad \phi_e = \mu_o V_o \left[\int_c^d \frac{dx}{2x} + \int_d^e \frac{dx}{\pi x} \right]$$

ove x è l'ascissa verticale indicata in Fig. 4a.

Il flusso ϕ_t deriva direttamente dalla (1) secondo la relazione:

$$(6) \quad \phi_t = \phi_{Mp} - \phi_D - \phi_E.$$

Dal valore di ϕ_t si risale al valore t della larghezza del dente di A_{fe} , che dipende biunivocamente dal valore di V_o .

$$(7) \quad t = \frac{\phi_t \cdot h_t}{\mu_o \cdot V_o \cdot 1}$$

ove h_t è l'altezza del traferro.

Per calcolare la forza di sostentamento F useremo la relazione:

$$(8) \quad F = \sum_{i=1}^n \frac{\phi_i^2}{2 \cdot \mu_o \cdot 1 \cdot a} + \frac{\phi_e^2}{2 \cdot \mu_o \cdot 1 \cdot t}$$

6.

ove ϕ_i rappresenta il flusso entrante (o uscente) in corrispondenza della i-esima colonna elementare del reticolo.

2. - CALCOLO DELLA FORZA DI SOSTENTAMENTO PER UNA STRUTTURA A SIMMETRIA CILINDRICA. -

Per calcolare la forza di sostentamento di una struttura a simmetria cilindrica, seguiremo un metodo di calcolo che deriva direttamente, con opportune modifiche, da quello seguito per il caso piano.

Rimanendo invariate le definizioni dei flussi ϕ_e , ϕ_t , ϕ_D , ϕ_{M_p} modificheremo la (4) in:

$$(9) \quad \phi_i = \left(\frac{v_{n,i} - V_0}{a} \right) 2\pi r_i \cdot a \cdot \mu_0$$

ove r_i è il raggio all'i-esima colonna del reticolo di Fig. 3, ed è ricavato da:

$$(10) \quad r'_i = r_i + \frac{a}{2} = r_i \cdot$$

Rimanendo valide le relazioni (2) e (3) per calcolare i valori di ϕ_e e ϕ_{M_p} , purchè in esse ϕ_i venga espresso secondo la (9), calcoleremo il flusso ϕ_e con lo stesso procedimento del caso piano per mezzo della relazione:

$$(11) \quad \phi_e = 2\pi R_M \mu_0 V_0 \left[\int_c^d \frac{dx}{2x} + \int_d^e \frac{dx}{\pi x} \right],$$

ove R_M rappresenta il raggio medio del dente dell'ancora A_{fe} . Poichè tale raggio medio è una delle incognite da determinare, lo approssimeremo per comodità di calcolo con il raggio minimo r_m del dente (questa ipotesi è resa valida dai risultati raggiunti).

Si può quindi determinare ϕ_t in base alla relazione (6). La determinazione dello spessore t del dente porta alla risoluzione di un'equazione di 2° grado, di cui una radice è priva di significato fisico, e l'altra è data da:

$$(12) \quad t = -r_m + \sqrt{r_m^2 + \frac{a \phi_t}{\mu_0 V_0 \pi}}$$

La forza di sostentamento è data dalla relazione:

$$(13) \quad F = \sum_{i=1}^n \frac{\phi_i^2}{2 \cdot \mu_0 \cdot 2\pi a \cdot r_i} + \frac{\phi_e^2}{2 \cdot \mu_0 \cdot 2\pi (r_m + \frac{t}{2}) t}$$

TABELLA II

h_t	h_{M_p}	Caso piano						Caso cilindrico							
		V_o	ϕ_{M_p}	ϕ_D	ϕ_E	ϕt	t	F	V_o	ϕ_{M_p}	ϕ_D	ϕ_E	ϕt	t	F
1	20	200	961	-304	180	477	2,38	168	30	15,6	-5,5	5	5	0,98	1,3
1	20	150	989	-233	135	621	4,14	170	15	16,4	-2,5	2,5	11,4	4,17	1,34
1	20	100	1017	-137	90	790	7,9	162	30	15,6	-5,5	5	5	0,98	1,3
1	20	50	1050	-59	45	946	18,9	145	15	16,3	-2,5	2,5	11,3	4,17	1,34
1	15	200	895	-347	180	368	1,84	156	30	15,6	-5,5	5	5	0,98	1,3
1	15	150	922	-251	135	536	3,57	160	15	16,3	-2,5	2,5	11,3	4,17	1,34
1	15	100	998	-153	90	755	7,55	157,5	30	15,2	-6	5	4,2	0,83	1,3
1	15	50	1021	-68	45	908	18,16	142	15	15,8	-2,7	2,5	10,4	3,82	1,31
1	10	200	875	-369	180	326	1,63	116,2	30	15,2	-6	5	4,2	0,83	1,3
1	10	150	931	-266	135	530	3,53	154	15	15,8	-2,7	2,5	10,4	3,82	1,31
1	10	100	951	-164	90	697	6,97	147	30	15,7	-4,3	3,6	7,84	1,5	1,17
1	10	50	992	-73	45	874	17,5	135	15	16,6	-1,78	1,8	13	4,7	1,16
2	20	200	782	-256	142	384	1,92	103	30	15,7	-4,3	3,6	7,84	1,5	1,17
2	20	150	832	-202	106,5	524	3,5	116	15	16,6	-1,78	1,8	13	4,7	1,16
2	20	100	715	-109	71	535	5,35	91,3	30	16,7	-4,75	3,6	8,35	1,6	1,19
2	20	50	908	-46	35,5	827	16,54	96,1	15	16,56	-1,78	1,8	13	4,7	1,14
2	15	200	748	-268	142	338	1,7	103	30	16,7	-4,75	3,6	8,35	1,6	1,19
2	15	150	947	-190	106,5	651	4,34	148,1	15	16,56	-1,78	1,8	13	4,7	1,14
2	15	100	828	-112	71	645	6,45	103,2	30	16,7	-4,75	3,6	8,35	1,6	1,19
2	15	50	832	-50	35,5	747	14,9	88	15	16,56	-1,78	1,8	13	4,7	1,14
2	10	200	673	-294	142	237	1,18	83,1	30	15,7	-4,6	3,6	7,5	1,4	1,17
2	10	150	714	-226	106,5	382	2,55	91	15	16,4	-2,1	1,8	12,5	2,4	1,23
2	10	100	762	-134	71	557	5,57	92	30	15,7	-4,6	3,6	7,5	1,4	1,17
2	10	50	818	-54	35,5	728	14,56	84	15	16,4	-2,1	1,8	12,5	2,4	1,23

8.

3. - RISULTATI E CONCLUSIONI. -

Nella Tabella II riportiamo rispettivamente i risultati di cui ai pa ragrafi 1 e 2 in corrispondenza dei casi elencati in Tabella I.

In particolare in Tabella III sono elencati i valori, in mm, di x che si sono assegnati ai punti c, d, e e c', d', e' per i due casi $h_t = 1$ mm e $h_t = 2$ mm.

TABELLA III

h_t (mm)	c	d	e	c'	d'	e'
1	0,5	2,5	4,5	-0,5	-2,5	-4,5
2	1	3	5	-1	-3	-5

Sono in corso prove sperimentali per confermare la validità del metodo di calcolo proposta nel presente lavoro.