

LNF-70/13
24 Marzo 1970

G. Capon, M. A. Locci, G. P. Murtas e G. Penso: EFFICIENZA
DI UN TELESCOPIO DI CONTATORI PLASTICI E CONVERTITORE
DI PIOMBO, PER LA RIVELAZIONE DI FOTONI.

LNF - 70/13

Nota interna : n. 471
24 Marzo 1970

G. Capon, M. A. Locci, G. P. Murtas e G. Penso^(x): EFFICIENZA
DI UN TELESCOPIO DI CONTATORI PLASTICI E CONVERTITORI
DI PIOMBO, PER LA RIVELAZIONE DI FOTONI. -

I. - INTRODUZIONE. -

Scopo di questo lavoro è lo studio sperimentale e teorico dell'efficienza di rivelazione di fotoni di energia K compresa tra 50 e 1500 MeV da parte di un dispositivo costituito da una serie di scintillatori plastici in coincidenza intercalati con spessori di Piombo (Nel seguito indicheremo tale dispositivo con r. d. f. = rivelatore di fotoni).

Questo lavoro è stato eseguito in connessione allo studio delle reazioni $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$, $\pi^0 + \gamma$, $\eta + \gamma$ da eseguirsi con l'anello di accumulazione Adone. In questo esperimento i fotoni emessi vengono rivelati da un insieme di contatori plastici, convertitori di Pb e camere a scintilla di alluminio disposti lungo la direzione di volo del fotone.

E' quindi necessario scegliere la configurazione del r. d. f., cioè spessore dei convertitori e logica delle coincidenze, in maniera da soddisfare i seguenti requisiti:

- 1) efficienza di rivelazione più alta possibile per fotoni duri ($K \gtrsim \gtrsim 50$ MeV);

(x) - Istituto di Fisica dell'Università di Roma e INFN, Sezione di Roma

2.

- 2) possibilità di tagliare il fondo elettromagnetico di macchina di bassa energia ($K \approx 50$ MeV);
- 3) buona risoluzione angolare sulla misura della direzione del fotone^(x);
- 4) spessore dell'apparato contenuto entro ~ 0.5 m.

A tale scopo è stato quindi approntato all'elettrosincrotrone un dispositivo sperimentale che seleziona fotoni monoenergetici mediante i quali viene poi studiata l'efficienza di rivelazione del r. d. f. per varie configurazioni, e per energie del fotone incidente comprese tra 50 e 500 MeV.

Nello stesso tempo è stato messo a punto un programma di Monte Carlo che simula lo sviluppo degli sciami elettromagnetici, iniziati da fotoni. Questo programma permette di studiare il comportamento del r. d. f. per fotoni di energia anche superiore a 500 MeV, che non sono ottenibili con il nostro apparato sperimentale all'elettrosincrotrone.

Nel seguito il paragrafo II è dedicato alla descrizione dell'apparato sperimentale, il paragrafo III alla descrizione del metodo di Monte Carlo e il paragrafo IV alla presentazione e discussione dei risultati ottenuti sia sperimentali che teorici.

Nella Appendice I vengono riportati per esteso i risultati del calcolo di Monte Carlo. Nella Appendice II vengono riportate con maggiore dettaglio le correzioni apportate alle misure sperimentali.

II. - APPARATO SPERIMENTALE. -

Per ottenere i fotoni monocromatici, necessari alla misura della efficienza di rivelazione, è stato adoperato il dispositivo sperimentale mostrato nella figura 1.

Il fascio di bremsstrahlung del sincrotrone incide sulla targhetta T di 0.001 lunghezze di radiazione (RL), dello spettrometro a coppie P. Si seleziona quindi con la coincidenza tra i contatori S_1 e S_2 ($5 \times 5 \times 1.3$ cm³) (v. figure 1 e 2) un fascio di positroni praticamente monoenergetico. La risoluzione in energia (E^+) dei positroni, dovuta prevalentemente alle dimensioni dei contatori S_1 e S_2 , è $\Delta E^+/E^+ = \pm 2.5\%$. L'apertura angolare del fascio di positroni è circa 1° . Variando il campo magnetico dello spettrometro a coppie è possibile ottenere positroni con energie variabili da 50 a 500 MeV. Vengono usati positroni anzichè elettroni perchè in questo caso i fondi non provenienti da T risultano nettamente minori.

(x) - Delle misure di distribuzione angolare dell'asse dello sciame, eseguite con questo apparato integrato da camere a scintilla, sono già state riportate in bibl. (1).

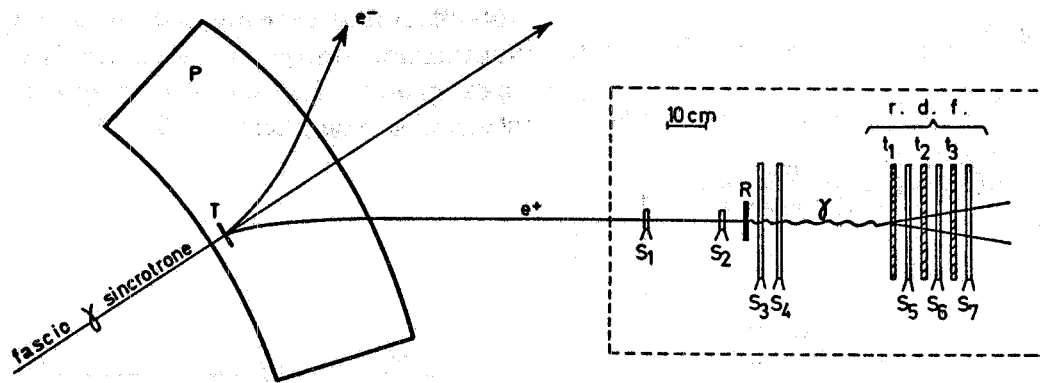


FIG. 1 - Apparato sperimentale. P: spettrometro a coppie; T: convertitore di alluminio (0.001 RL); R: radiatore di Pb (0.13 RL); $S_1 \div S_7$: contatori plastici; $t_1 \div t_3$: convertitori di piombo.

I fotoni vengono quindi ottenuti per annichilazione ed irraggiamento dei positroni nel radiatore R (0.13 RL di Piombo) (v. fig. 1) o anche nei contatori S_1 e S_2 (0.07 RL). I contatori S_3 e S_4 ($30 \times 30 \times 1 \text{ cm}^3$) sono posti immediatamente a ridosso di R. I loro impulsi vengono sommati (v. fig. 2) e quindi posti in anticoincidenza per imporre che, nel caso dell'irraggiamento, il positrone residuo muoia per ionizzazione in R e che pertanto il fotone irraggiato trasporti praticamente tutta l'energia iniziale. Inoltre dato che lo spettro di annichilazione presenta un picco marcato verso l'energia del positrone incidente, la coincidenza $(S_1 \cdot S_2) \cdot (\overline{S_3 + S_4})$ (v. fig. 2) viene così a definire un fascio di fotoni quasi monocromatico, avente energia pari a quella dei

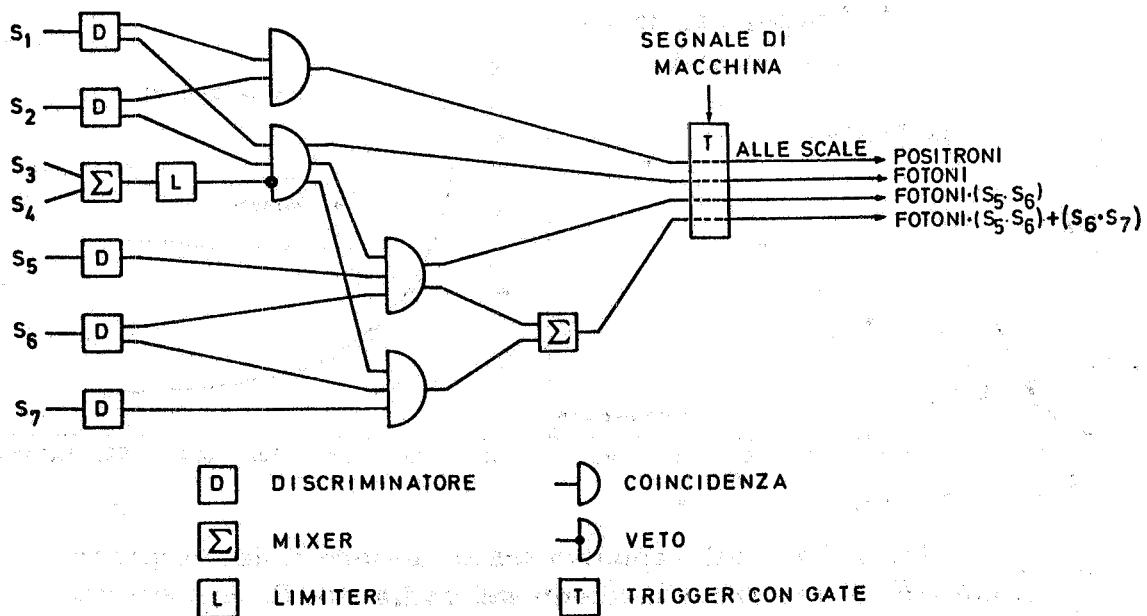
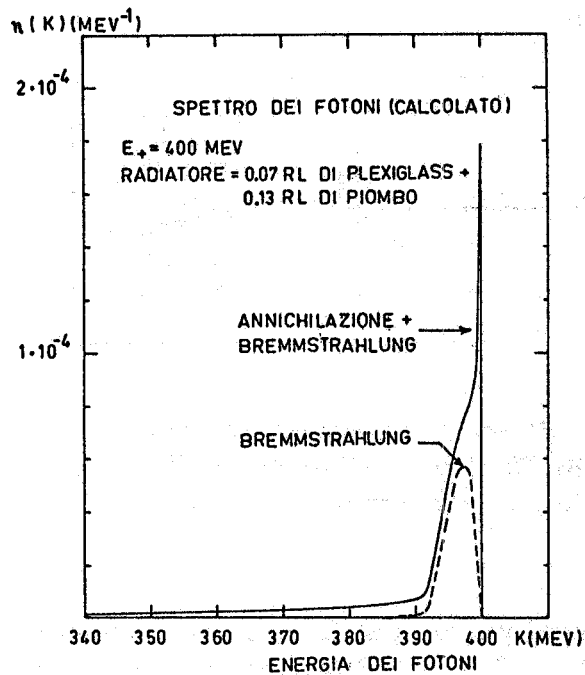


FIG. 2 - Schema a blocchi dell'elettronica.

4.



positroni incidenti, ed avente di vergenza angolare dell'ordine del grado. Lo spettro di questi fotoni è riportato in fig. 3.

FIG. 3 - Spettro calcolato (v. Appendice II) dei fotoni del fascio. La curva tratteggiata rappresenta il contributo dei soli processi di bremsstrahlung, cioè lo spettro che si otterrebbe selezionando con lo spettrometro a coppie elettroni negativi anziché positroni.

L'intensità di questo fascio è, per lo spessore di R usato, qualche ‰ di quella del fascio di positroni. Essa è funzione decrescente della energia del positrone, e crescente dello spessore del radiatore. In fig. 4 riportiamo i valori sperimentali del rapporto tra l'intensità

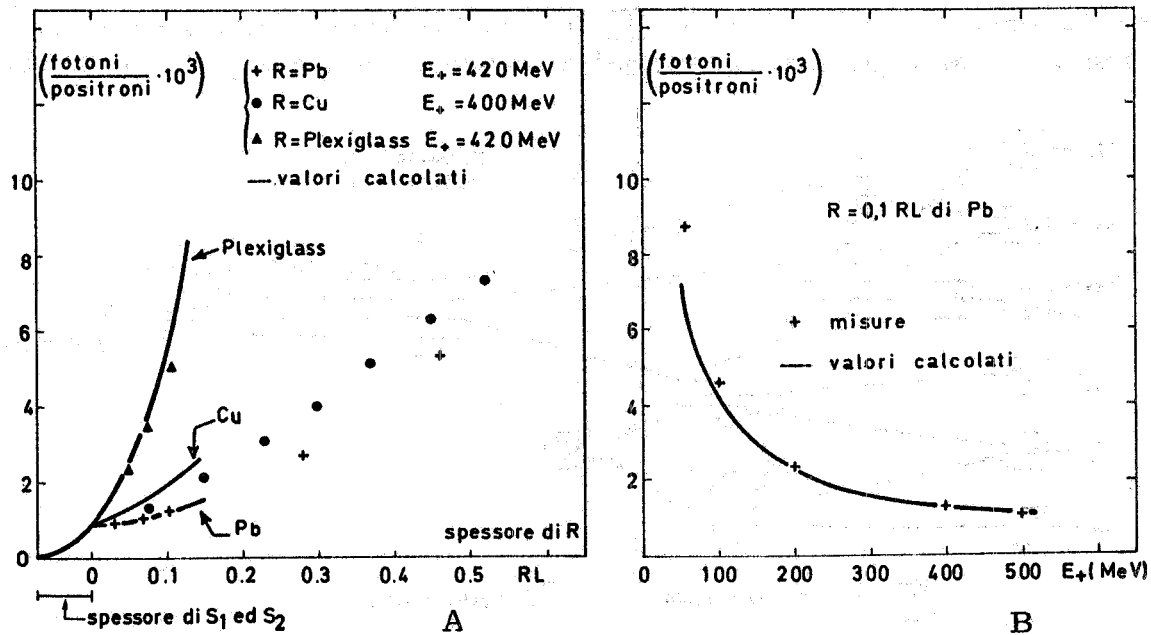


FIG. 4 - Andamento del rapporto tra il numero di fotoni prodotti ed il numero di positroni incidenti sul radiatore R. E_+ : energia del positrone. Le curve rappresentano i risultati dei calcoli riportati in Appendice II.

dei fotoni prodotti e dei positroni incidenti su R, in funzione, rispettivamente, dello spessore di radiatore R e dell'energia dei positroni.

Le curve continue riportate su tali grafici sono state calcolate teoricamente tenendo conto delle sezioni d'urto di bremsstrahlung e di annichilazione. Nel caso di fig. 4 A le curve non passano per l'origine dato che anche in assenza di convertitore, i contatori S_1 e S_2 costituiscono un certo spessore di materiale nel quale può avvenire la conversione.

Va sottolineato che le curve continue riportate in figg. 4 A e B sono state calcolate in valore assoluto e non normalizzate ai punti sperimentali. L'accordo ottenuto costituisce perciò una garanzia che gli eventi definiti della coincidenza $(S_1 \cdot S_2) \cdot (\overline{S_3 + S_4})$ sono dovuti realmente a fotoni. In Appendice II sono riportati i dettagli di questi calcoli.

Un altro effetto di cui occorre tener conto è la possibilità di emissione da parte di un singolo positrone di due fotoni rispettivamente di energia k_1 e k_2 confrontabili tra di loro e tali che $k_1 + k_2$ sia pari all'energia del positrone incidente. Questo fenomeno può essere dovuto ai seguenti processi:

- 1) due successive bremsstrahlung nel radiatore R;
- 2) una bremsstrahlung seguita da annichilazione (in generale l'annichilazione dà luogo a due fotoni di cui uno solo energetico);
- 3) un evento di annichilazione con suddivisione dell'energia in parti quasi uguali fra i due γ risultanti.

Poichè l'efficienza \mathcal{E} del r. d. f. è definita come rapporto tra il numero di eventi da esso registrati e il numero di fotoni incidenti sul r. d. f., la presenza di questi fotoni "doppi" rende necessaria una correzione ai valori misurati dell'efficienza.

Tale correzione, che si aggira intorno al 5-10 % del valore misurato, è stata calcolata teoricamente e apportata a tutti i risultati sperimentali (per maggiori dettagli vedi Appendice II). Come controllo della validità di questo calcolo, tale correzione è stata, in un caso, valutata sperimentalmente, misurando la dipendenza dell'efficienza del r. d. f., dallo spessore di R (v. fig. 5). Il valore di \mathcal{E} ottenuto estrapolando a spessore nullo tale curva è proprio il valore corretto, poichè i processi 1) e 2) danno un contributo proporzionale al quadrato dello spessore di R (il contributo del processo 3) è trascurabile), mentre quello da fotoni "singoli" è direttamente proporzionale a tale spessore. La curva continua di fig. 5 è quella prevista col calcolo teorico della correzione. Essa è in discreto accordo con le misure sperimentali per spessori di $R \lesssim 0.2 RL$ e si discosta da essi per spessori maggiori, in corrispondenza ai quali non sono più valide le approssimazioni introdotte nel calcolo; in particolare non è più lecito trascurare l'attenuazione subita dai fotoni dovuta alla creazione di coppie.

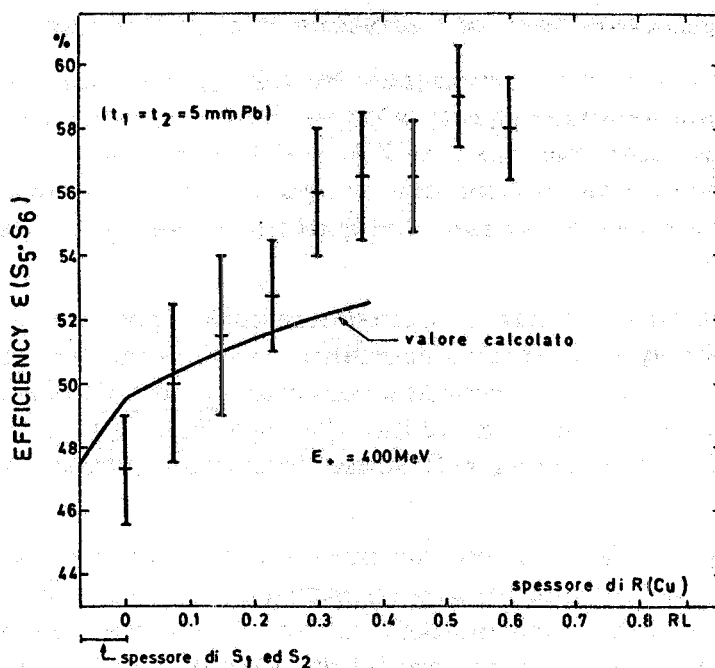


FIG. 5 - Andamento dell'efficienza dell'r. d. f. in funzione dello spessore di R. Questa misura è stata eseguita con un radiatore R di rame. La discontinuità all'origine delle ascisse nella pendenza della curva calcolata (vedi Appendice II) è dovuta al passaggio dai contatori plastici S₁ e S₂ al rame.

Dato che tutte le nostre misure sperimentali sono state eseguite con $(S_1 + S_2 + R) = 0.2$ RL abbiamo considerato come valido il nostro metodo di correzione dell'efficienza del r. d. f. per effetto dei fotoni "doppi".

Il fascio di fotoni precedentemente descritto va ad incidere sul rivelatore di fotoni (v. fig. 1). Quest'ultimo è composto dagli scintillatori S₅S₆S₇ (30 x 30 x 1 cm³) preceduti rispettivamente dai convertitori t₁, t₂, t₃. In essi si origina uno sciame elettromagnetico che viene rivelato dai contatori attraverso una coincidenza (S₅, S₆, S₇) che può essere realizzata nei seguenti modi:

$$(S_5, S_6, S_7) = \left\{ \begin{array}{ll} S_5 \text{ oppure } (S_5 + S_6) & : \text{ singole senza } \bullet \\ & \text{ con OR} \\ S_5 \cdot S_6 \text{ oppure} & : \text{ doppie senza } \bullet \\ (S_5 \cdot S_6) + (S_6 \cdot S_7) & : \text{ con OR} \\ S_5 \cdot S_6 \cdot S_7 & : \text{ triple} \end{array} \right.$$

(• = AND ; + = OR).

L'efficienza misurata di rivelazione per fotoni di energia K è allora data da :

$$(1) \quad \mathcal{E}_{K,E}(S_5, S_6, S_7) = \frac{\text{n. coincid. } (S_1 \cdot S_2) \cdot (S_3 + S_4) \cdot (S_5, S_6, S_7)}{\text{n. coincid. } (S_1 \cdot S_2) \cdot (S_3 + S_4)}$$

dove (S_5, S_6, S_7) è una delle possibili coincidenze sopra elencate.

I valori di \mathcal{E} così misurati sono stati quindi corretti (vedi Appendice II) per l'effetto dei fotoni doppi precedentemente descritto.

Lo schema a blocchi dell'elettronica è mostrato in fig. 2 (è riportato il caso in cui gli sciami sono rivelati da una coincidenza doppia oppure da un "OR" tra due coincidenze doppie).

III. - IL MONTE CARLO. -

In parallelo alle misure sperimentali è stata anche valutata teoricamente con l'aiuto di un calcolatore IBM 7040 l'efficienza del r. d. f. Tale calcolo permette sia un confronto con i risultati sperimentali sia una previsione dell'efficienza del r. d. f. per fotoni di energia maggiore di quelle sperimentalmente accessibili.

Il calcolo eseguito col metodo di Monte Carlo, consiste nel simulare lo sviluppo in Pb di uno sciame generato da un fotone di energia K. Tutte le particelle dello sciame (elettroni e fotoni) vengono seguite lungo la loro traiettoria fintantochè la loro energia non sia inferiore ad un dato valore di taglio E. I processi presi in considerazione nel simulare lo sviluppo dello sciame sono :

- | | |
|-------------------|---------------------------------------|
| per fotoni | - creazione di coppie |
| | - effetto Compton |
| per gli elettroni | - bremsstrahlung |
| | - perdite di energia per ionizzazione |
| | - scattering coulombiano. |

Dato che non abbiamo preso in considerazione valori di E minori di 5 MeV abbiamo trascurato i processi di annichilazione dei positroni e di effetto fotoelettrico. In Appendice I vengono riportate con maggiori dettagli le formule utilizzate per calcolare le sezioni d'urto dei vari processi.

Per simulare il dispositivo sperimentale, lo sviluppo dello sciame è stato seguito attraverso tre successivi spessori di Pb, rispettivamente di t_1, t_2, t_3 lunghezze di radiazione, ciascuno seguito da un "contatore ideale". Per ideali si intendono dei contatori di spessore trascurabile che forniscono un'informazione del tipo SI-NO se attraversati o meno da almeno un elettrone avente energia maggiore

8.

di un prefissato valore di taglio E.

Il Monte Carlo fornisce l'efficienza di rivelazione di un fotone da parte:

- di un contatore singolo preceduto da uno spessore t_1 ;
- di due contatori in coincidenza preceduti rispettivamente da due spessori t_1 e t_2 ;
- di tre contatori in coincidenza preceduti rispettivamente da tre spessori t_1 , t_2 , t_3 uguali fra di loro.

Gli spessori t_1 , t_2 , t_3 sono stati fatti variare fra 0 e 19 RL.

Va notato che la probabilità di rivelazione di uno sciame mediante una coincidenza doppia non è uguale al prodotto delle probabilità di rivelazione mediante i due contatori considerati singolarmente: queste probabilità infatti non sono indipendenti.

Oltre all'efficienza di rivelazione, il Monte Carlo fornisce anche:

- il numero medio di elettroni dello sciame in funzione dello spessore di materiale attraversato;
- la probabilità di avere n elettroni ad un dato spessore di materiale.

Tutti questi risultati vengono riportati in Appendice I.

I calcoli sono stati eseguiti per i seguenti valori di K e E:

K (MeV)	E (MeV)	N. eventi Monte Carlo
200	5	3000
	10	2000
	15	3000
	20	3000
500	5	2000
	10	2000
1000	5	2000
	10	1800
1500	5	2000
	10	2000

Per assicurarsi del corretto funzionamento del programma, la curva di molteplicità degli elettroni da noi ottenuta è stata confrontata con quella ottenuta da Crawford e Messel⁽²⁾ (v. fig. 6). Inoltre dato che il programma può anche simulare sciame iniziati da un elettrone, è stato fatto un confronto per questo caso (v. fig. 7), con i dati ottenuti da Nagel⁽³⁾. L'accordo con i vari autori risulta ottimo.

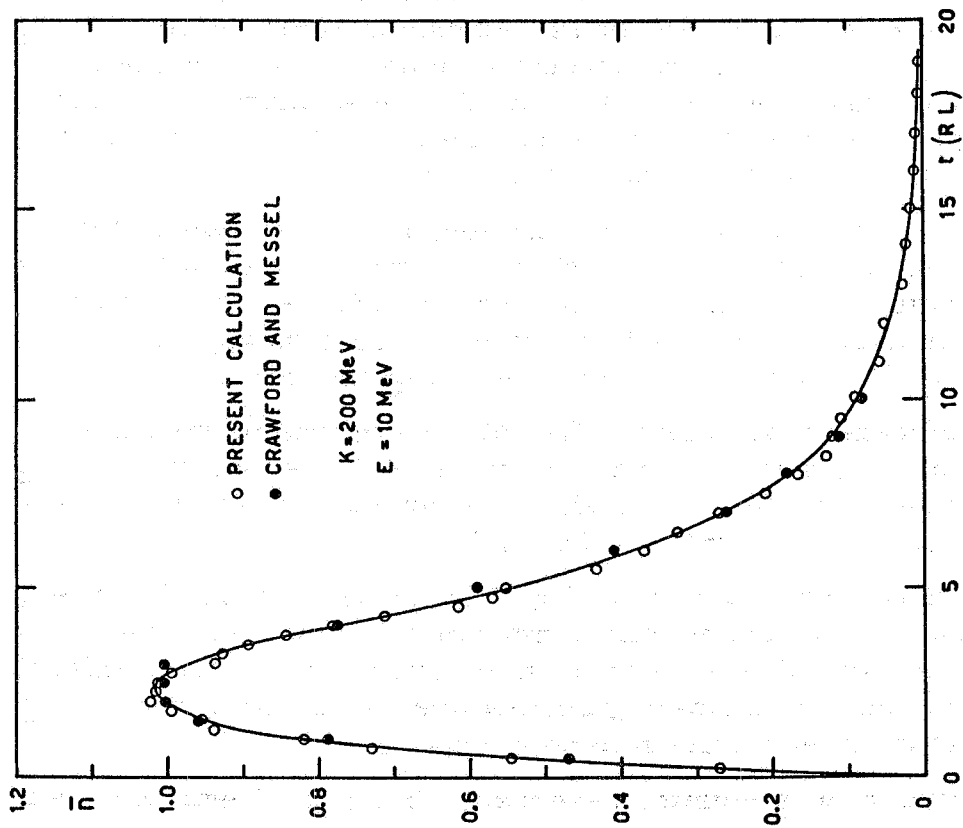


FIG. 6 - Molteplicità media degli elettroni di energia $\geq E$ in uno sciame iniziato da fotoni di energia K , in piombo, in funzione della profondità: confronto con i risultati di Crawford e Messel(2).

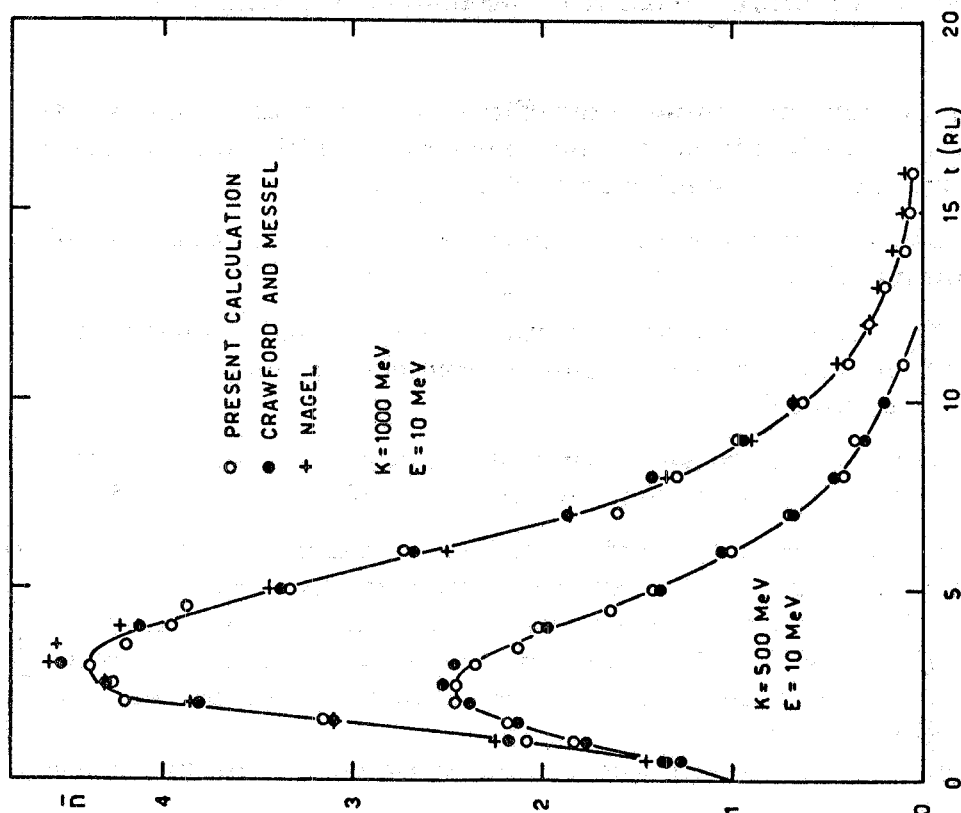


FIG. 7 - Molteplicità media degli elettroni di energia $\geq E$ iniziati da elettroni di energia K , in piombo, in funzione della profondità: confronto con i risultati di Crawford e Messel(2) e di Nagel(3).

IV. - RISULTATI SPERIMENTALI E CONFRONTO CON IL MONTE CARLO. -

Sono state eseguite misure di efficienza al variare degli spessori t_1 , t_2 , t_3 per un fissato valore dell'energia K del fotone incidente e al variare di K per dei fissati valori di t_1 , t_2 , t_3 .

Nella fig. 8 sono riportate in funzione di t_1 delle misure di efficienza doppia per $K=200$ e 500 MeV e $t_2=0, 8, 16$ mm Pb.

Nella fig. 9 sono riportate, in funzione di K , delle misure di efficienza fatte con coincidenze singole - doppie - triple, ponendo $t_1 = t_2 = t_3 = 2, 4, 8, 16$ mm Pb.

In tutte queste figure sono riportate a curva continua le previsioni di Monte Carlo, valutate per l'energia di taglio $E = 5, 10$ MeV.

Nel confronto tra dati sperimentali e previsioni del Monte Carlo occorre tener conto che in quest'ultimo i contatori sono stati considerati come ideali. Tali contatori ideali differiscono dagli scintillatori plastici S_5, S_6, S_7 (v. fig. 1) effettivamente adoperati, perchè questi ultimi hanno spessore non trascurabile (1 cm di plastico scintillante); occorre perciò tenere conto:

- a) delle coppie create negli scintillatori stessi dai fotoni di alta energia;
- b) dei fotoni di bassa energia che possono dare, con probabilità tutt'altro che trascurabile, degli elettroni Compton in essi;
- c) inoltre essi sono sensibili all'energia totale persa dagli elettroni che li attraversano; perciò contrariamente ai contatori ideali, essi daranno un impulso anche quando sono attraversati da più elettroni di bassissima energia ($< E$) purchè questi siano in numero sufficientemente elevato da dare nel contatore stesso una perdita totale di energia maggiore del valore di taglio E .

In fig. 9 sono riportate (curve tratteggiate) le previsioni teoriche calcolate con un taglio $E = 1.5$ MeV e corrette per gli effetti a) e b); le curve tratteggiate non sono state calcolate mediante il Monte Carlo ma valutando in maniera approssimata la correzione da apportare alla curva con taglio $E = 5$ MeV per tenere conto di questi effetti.

Per gli spessori più elevati (fig. 9D) la correzione risulta percentualmente molto grande e quindi i valori corretti devono essere considerati solo indicativi. In tutti gli altri casi questa correzione tende a migliorare l'accordo con i dati sperimentali.

Come si può osservare dalla fig. 9 questa correzione è percentualmente tanto più importante quanto maggiore è lo spessore totale di convertitore e quanto minore è l'energia del fotone da rivelare. Infatti in queste condizioni, lo sciame è già notevolmente riassorbito e l'energia media delle particelle dello sciame è bassa.

A riprova di quanto detto, osservando la fig. 8 si nota che, per il caso $t_2 = 0$, le misure sperimentali sono in buon accordo con le pre-

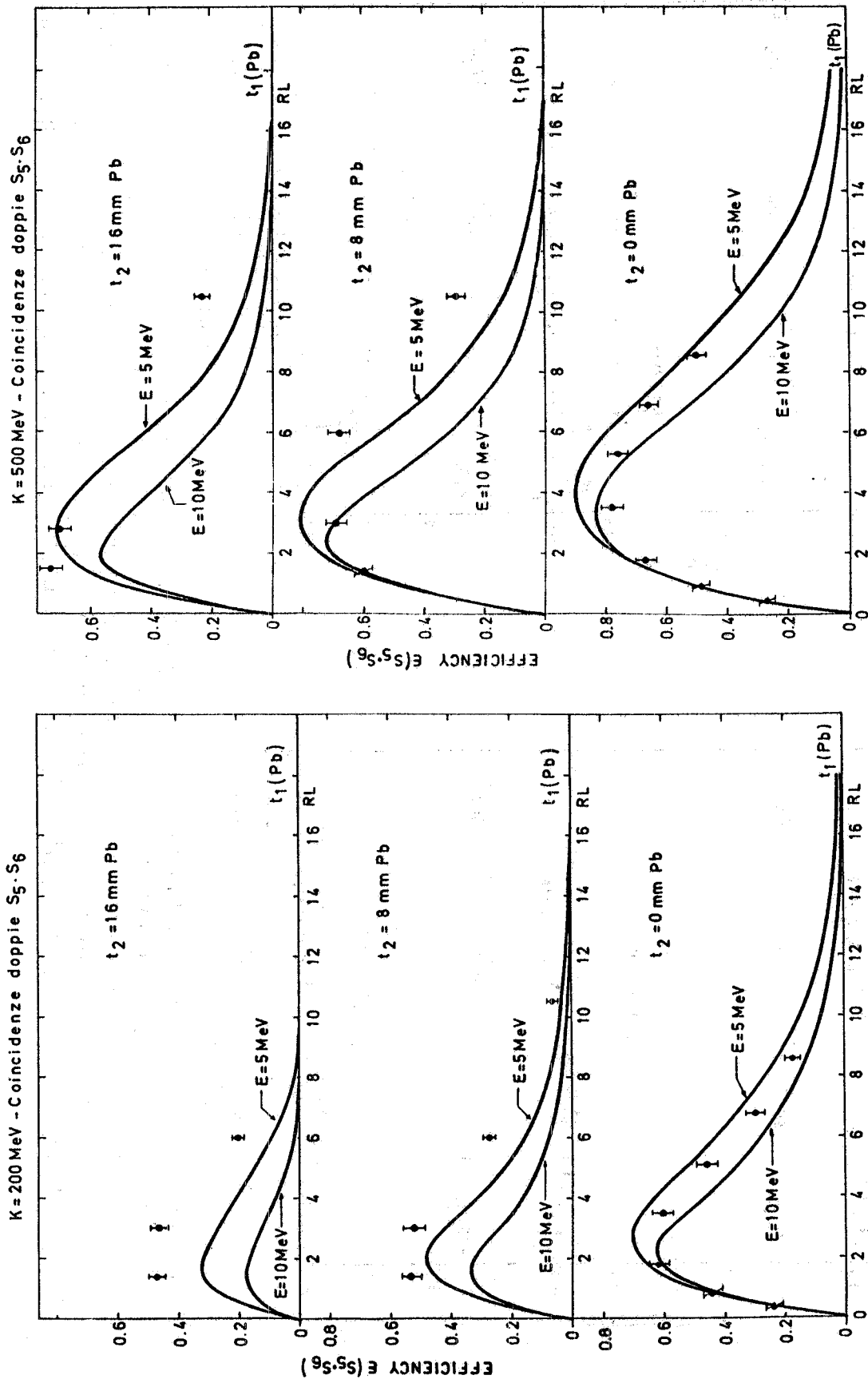


FIG. 8 - Efficienza dell'r. d. f. con coincidenze doppie al variare di t_1 , per un dato t_2 . Confronto tra misure sperimentali e previsioni del Monte Carlo (curve continue). K: energia del fotone incidente; E: energia di taglio del Monte Carlo. L'errore riportato sui punti sperimentali è puramente statistico.

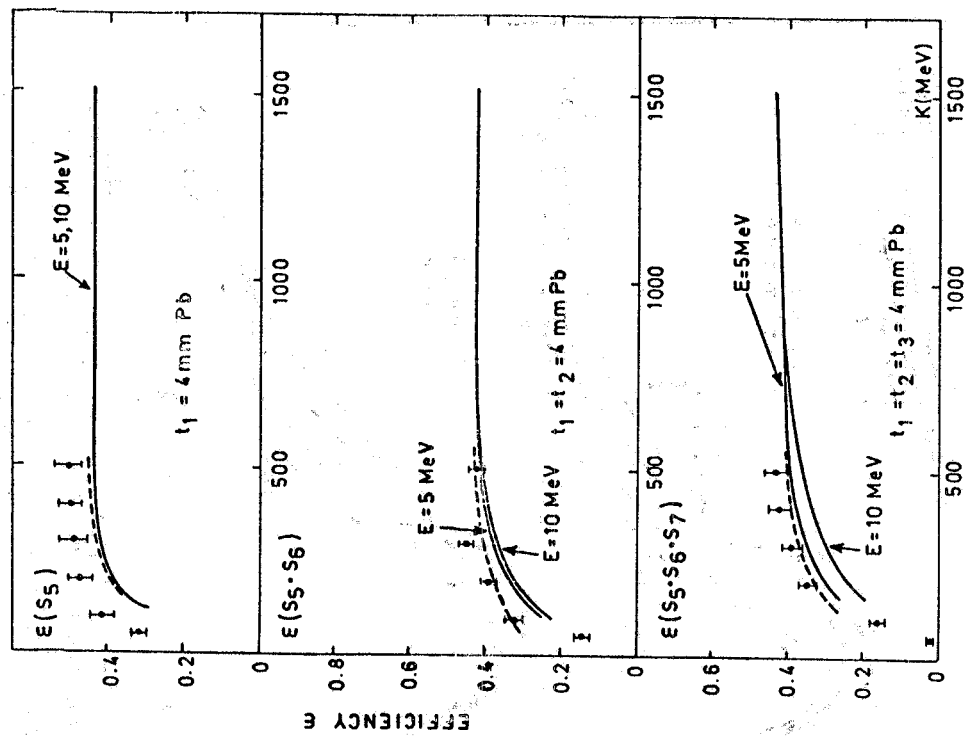


FIG. 9B

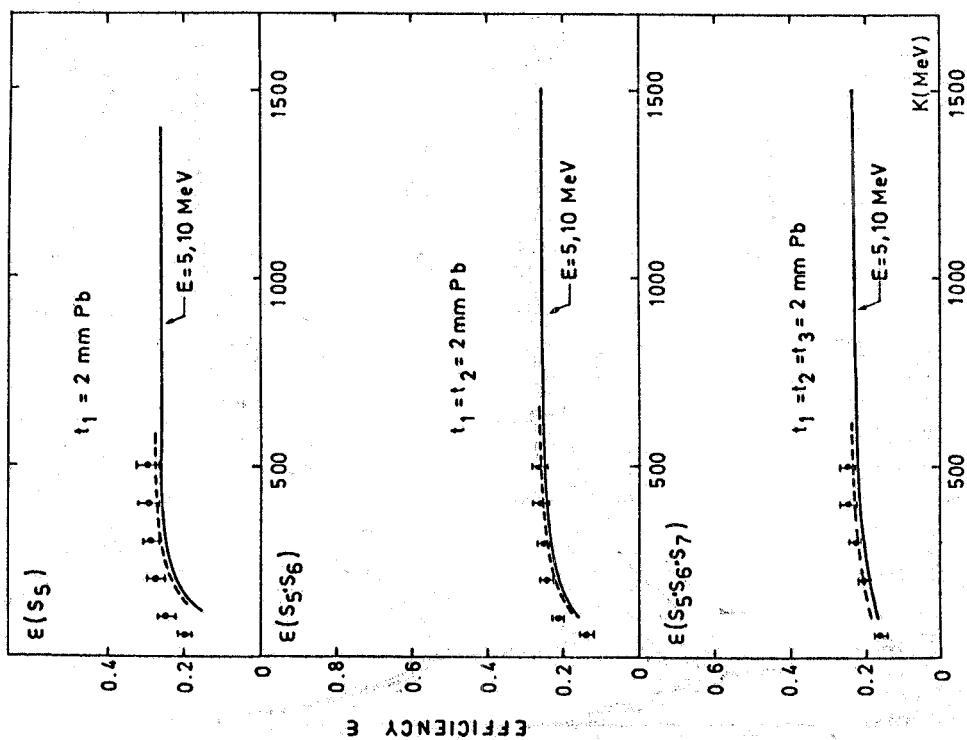


FIG. 9A

FIG. 9 - Efficienza dell'r. d. f. in funzione dell'energia K del fotone incidente, con coincidenze singole, doppie e triple, con $t_1 = t_2 = t_3$. Confronto tra misure sperimentali e previsioni del Monte Carlo (curve continue). E: energia di taglio del Monte Carlo. Le curve tratteggiate sono state calcolate stimando approssimativamente la correzione, da apportare alle curve calcolate con $E = 5$ MeV, dovuta al contributo di fotoni ed elettroni a venti energia tra 5 ed 1.5 MeV (v. § III e IV). L'errore riportato sui punti sperimentali è puramente statistico.

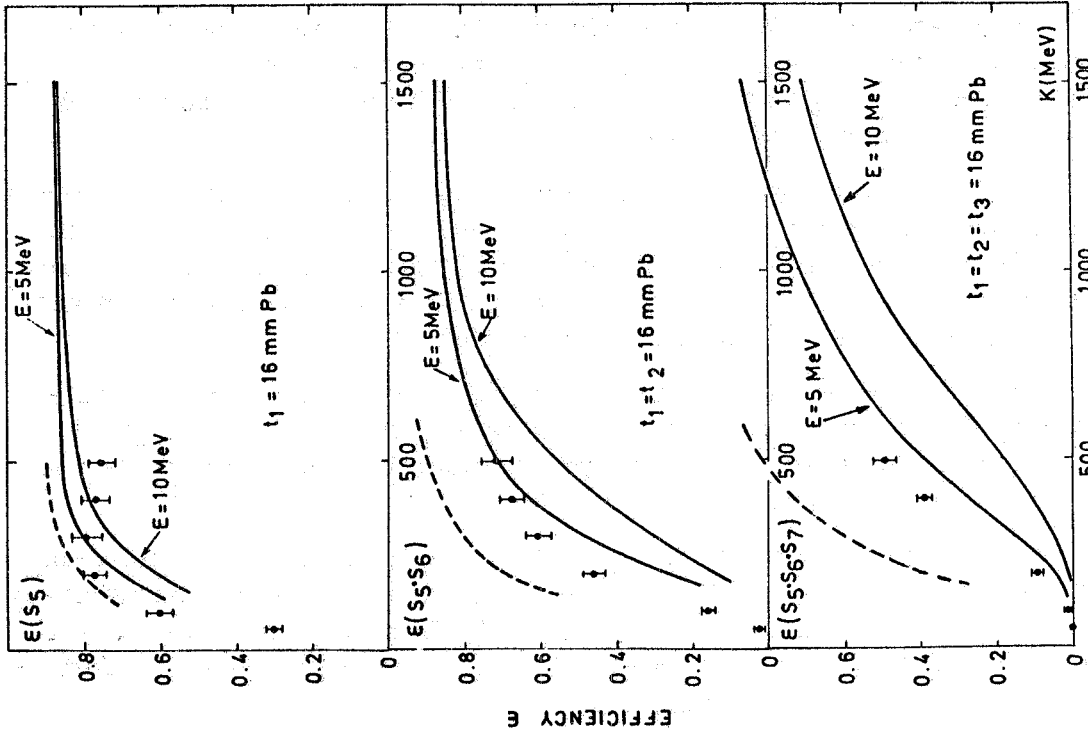


FIG. 9 D

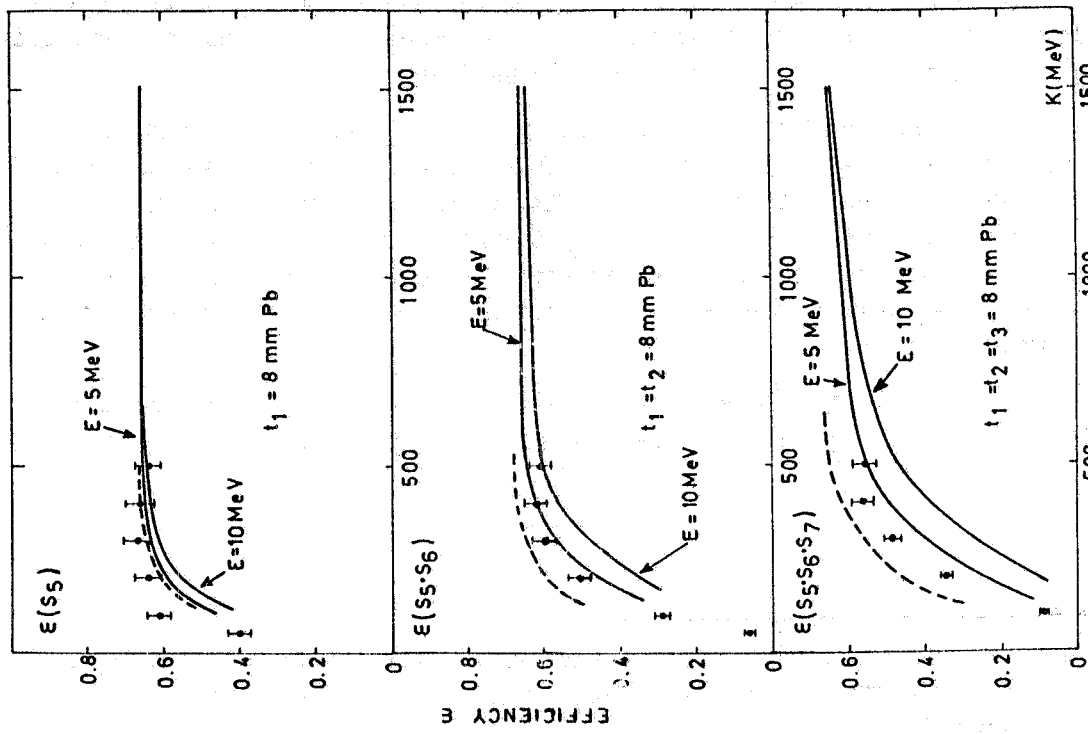


FIG. 9 C

visioni teoriche relative ad un taglio $E \simeq 7 \text{ MeV}^{(x)}$.

In questa configurazione infatti, l'r. d. f. risulta molto meno sensibile ai fotoni di bassa energia e pertanto risulta molto meglio definito un valore di taglio E da introdurre nel Monte Carlo per simulare il comportamento dei contatori.

Si tenga presente che l'efficienza calcolata dal Monte Carlo per una coincidenza doppia con $t_1 \neq 0$, $t_2 = 0$ è identica a quella di un contatore singolo preceduto dallo spessore t_1 ; sperimentalmente invece l'efficienza di un contatore singolo è diversa da quella di due contatori in coincidenza senza materiale interposto.

Analogamente nella fig. 9 si osserva che l'efficienza calcolata dal Monte Carlo crolla alle basse energie più rapidamente di quella sperimentale, mentre i valori di plateau sono in buon accordo con le corrispondenti previsioni del Monte Carlo.

In conclusione per tutte le configurazioni dell'r. d. f. nelle quali esso è sensibile alla presenza della componente di bassissima energia dello sciame occorre, per calcolare l'efficienza, perfezionare il programma di Monte Carlo tenendo conto in particolare degli effetti b) e c) precedentemente descritti.

Altri risultati sperimentali. -

Nella fig. 10 è mostrato il confronto senza o con OR (curve a) e b)) della efficienza in funzione dell'energia per $t_1 = t_2 = t_3 = 2, 4, 8, 16$ mm Pb ottenuto con una coincidenza singola e doppia.

Nella fig. 11 sono riportati gli stessi punti sperimentali di cui alle figure 9 e 10 in una presentazione alternativa, cioè mostrando gli andamenti rispetto $t_1 = t_2 = t_3$ tenendo fissa l'energia K del fotone.

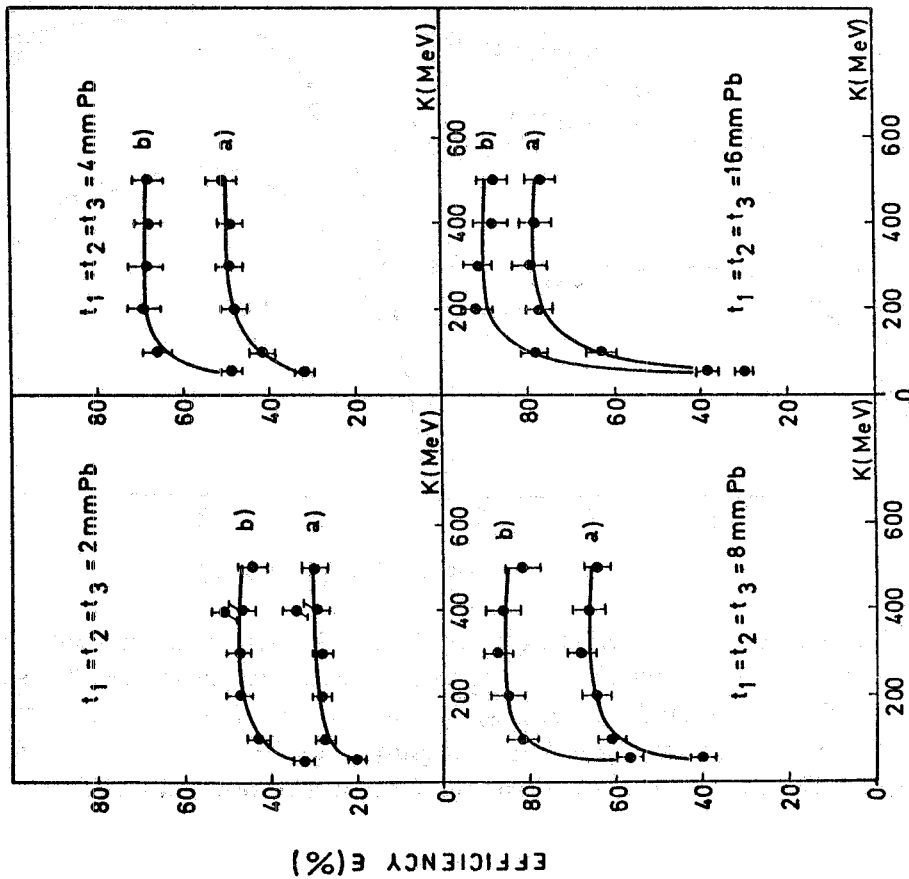
Per studiare l'effetto dello spessore di alluminio dovuto alla presenza delle camere a scintilla nell'apparato sperimentale progettato per Adone, sono state eseguite delle misure di efficienza dell'r. d. f. adoperando dei convertitori t_1, t_2, t_3 costituiti da un sandwich di alluminio e piombo. In fig. 12 sono riportate le corrispondenti misure di efficienza, eseguite con e senza alluminio, a parità di lunghezza totale di radiazione.

Si osservi che l'inserzione dell'alluminio diminuisce sensibilmente l'efficienza alle basse energie mentre la lascia praticamente inalterata alle alte.

(x) - Questo valore di E è ragionevole se si tiene conto che i due contatori in coincidenza hanno complessivamente uno spessore di 2 cm di plastico scintillante.

a) $\epsilon(S_5)$

b) $\epsilon(S_5 + S_6)$



a) $\epsilon(S_5 \cdot S_6)$

b) $\epsilon[(S_5 \cdot S_6) + (S_6 \cdot S_7)]$

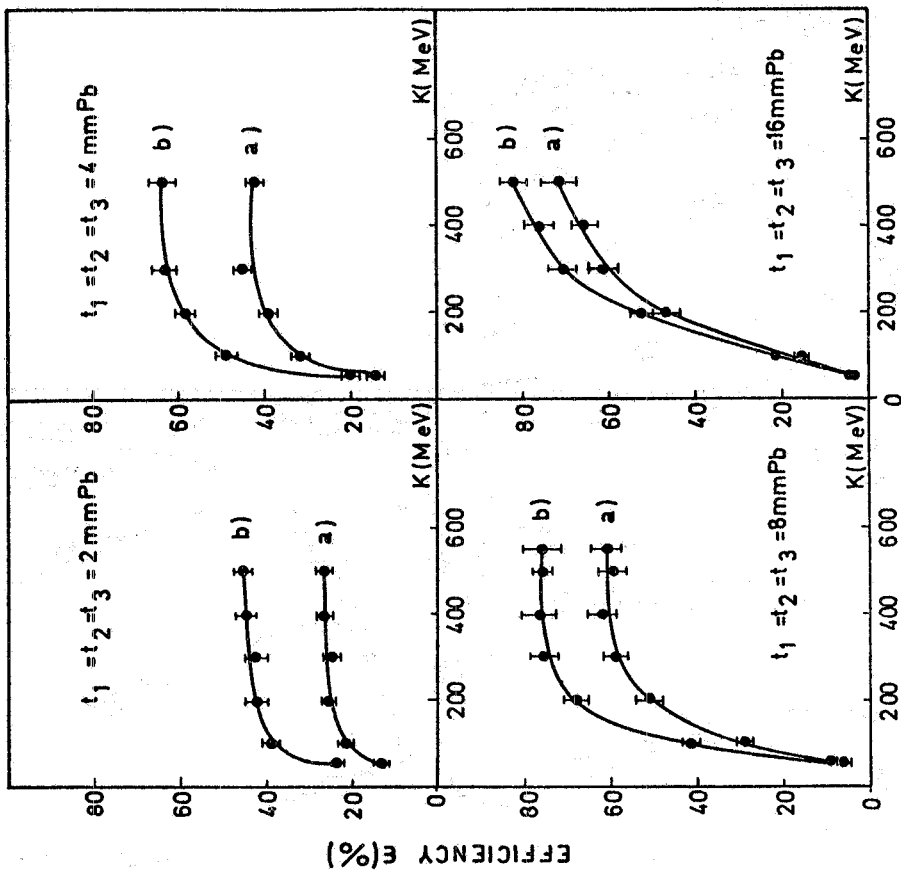


FIG. 10 - Efficienza misurata dall'r. d. f. per coincidenze singole e doppie, con o senza OR. Le curve sono un fit a occhio dei punti sperimentali. L'errore riportato sui punti sperimentali è puramente statistico.

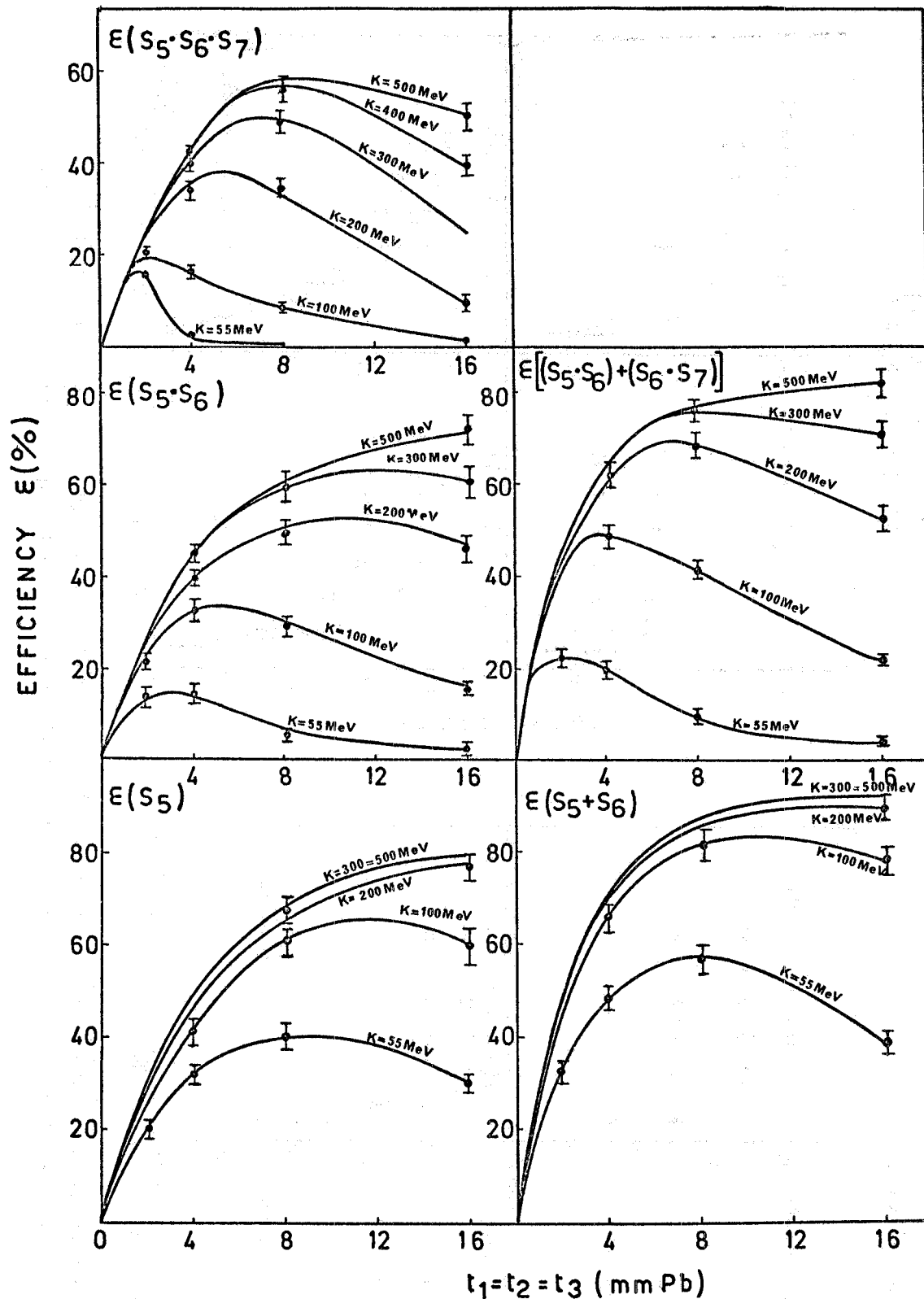


FIG. 11 - Efficienza misurata dell'r. d. f. con coincidenze di vario tipo in funzione di $t=t_1=t_2=t_3$. Sono graficate le stesse misure riportate in funzione di K nelle fig. 8 e 9. Le curve rappresentano un fit a occhio dei punti sperimentali. L'errore riportato sui punti sperimentali è puramente statistico.

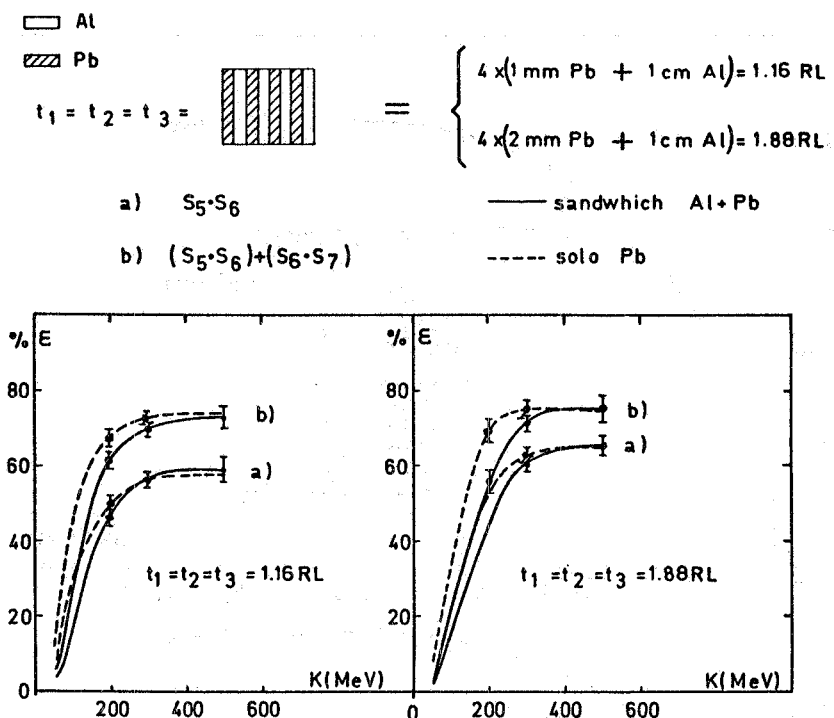


FIG. 12 - Confronto tra i valori misurati dell'efficienza dell'r. d. f. con convertitori di Pb e convertitori di Pb+Al. Il confronto è fatto a parità di lunghezze totali di radiazione. Le curve sono un fit a occhio dei punti sperimentali. L'errore riportato sui punti sperimentali è puramente statistico.

Altre misure eseguite con sandwiches Pb-Al sono mostrate in fig. 13.

Le precedenti misure si riferivano a una situazione in cui la direzione del fotone da rivelare, e quindi l'asse dello sciame elettromagnetico da esso originato, passavano per il centro dei contatori $S_5S_6S_7$.

In realtà, nell'esperimento ad Adone, può accadere che l'asse dello sciame passi vicino al bordo dei contatori; in questo caso c'è da aspettarsi una diminuzione dell'efficienza di rivelazione.

Allo scopo di studiare questo effetto sono state eseguite, a 200 MeV e a 420 MeV, delle misure di efficienza variando la quota h del centro del contatore S_7 misurata a partire dall'asse del fascio di positroni. I corrispondenti risultati sono mostrati nella fig. 14 (curve γ) dove è riportato in funzione di h il conteggio dei fotoni rivelati normalizzato a quello ottenuto ad $h=0$ cioè il rapporto:

$$\frac{\text{n. coincidenze } S_1 \cdot S_2 \cdot (\overline{S_3 + S_4}) \cdot S_5 \cdot S_6 \cdot S_7(h)}{\text{n. coincidenze } S_1 \cdot S_2 \cdot (\overline{S_3 + S_4}) \cdot S_5 \cdot S_6 \cdot S_7(h=0)}$$

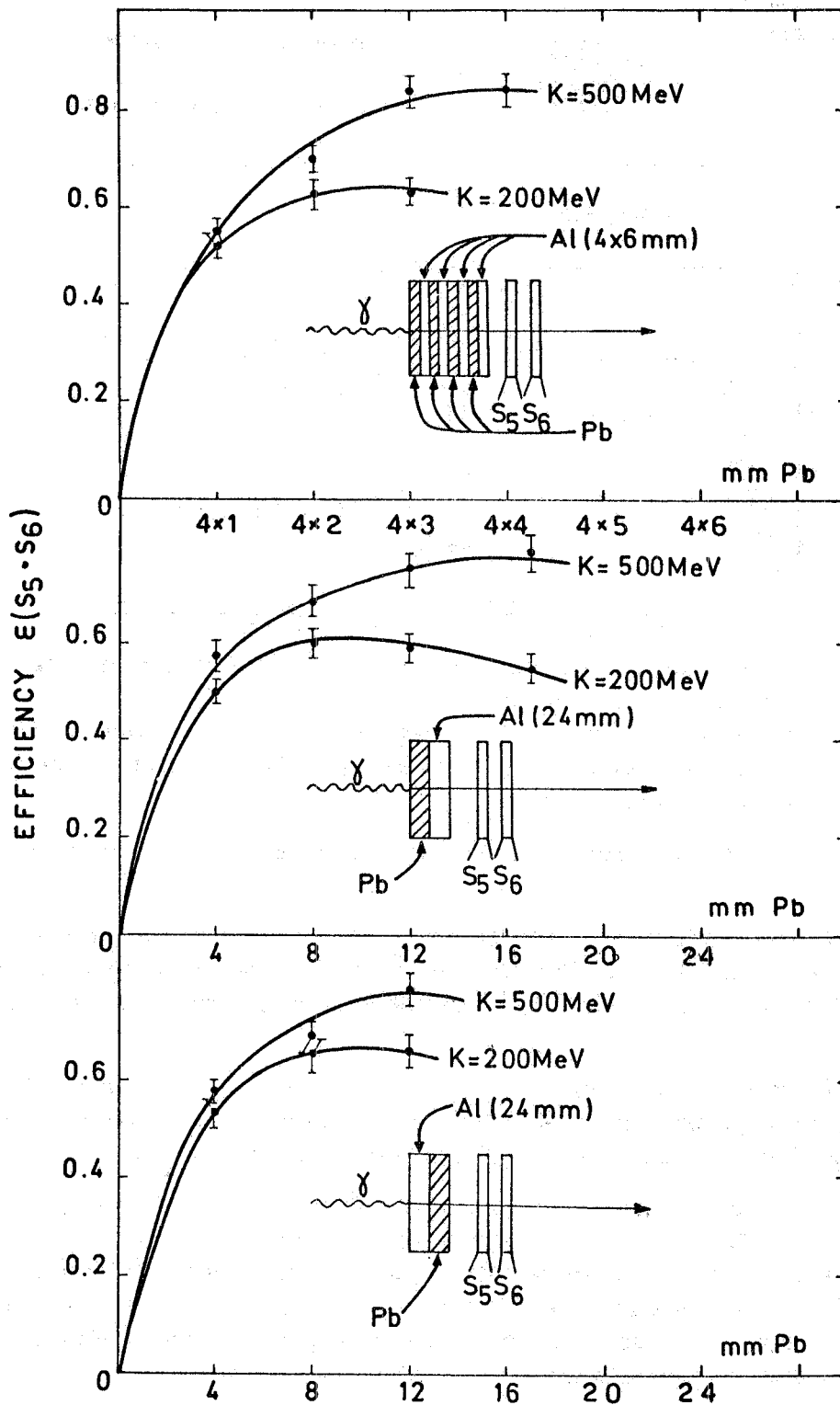


FIG. 13 - Efficienza dell'r. d. f. per varie configurazioni dei convertitori di Pb+Al. Le curve sono un fit a occhio dei punti sperimentali. L'errore riportato sui punti sperimentali è puramente statistico.

Nella fig. 14 (curve e^+) è riportata per confronto la distribuzione in verticale dei positroni incidenti alla energia corrispondente misurata in maniera analoga con lo stesso contatore S_7 , togliendo il radiatore R ed i contatori S_3 e S_4 (v. fig. 1). La differente pendenza delle curve (γ) ed (e^+) mostra l'effetto di allargamento laterale dello sciame.

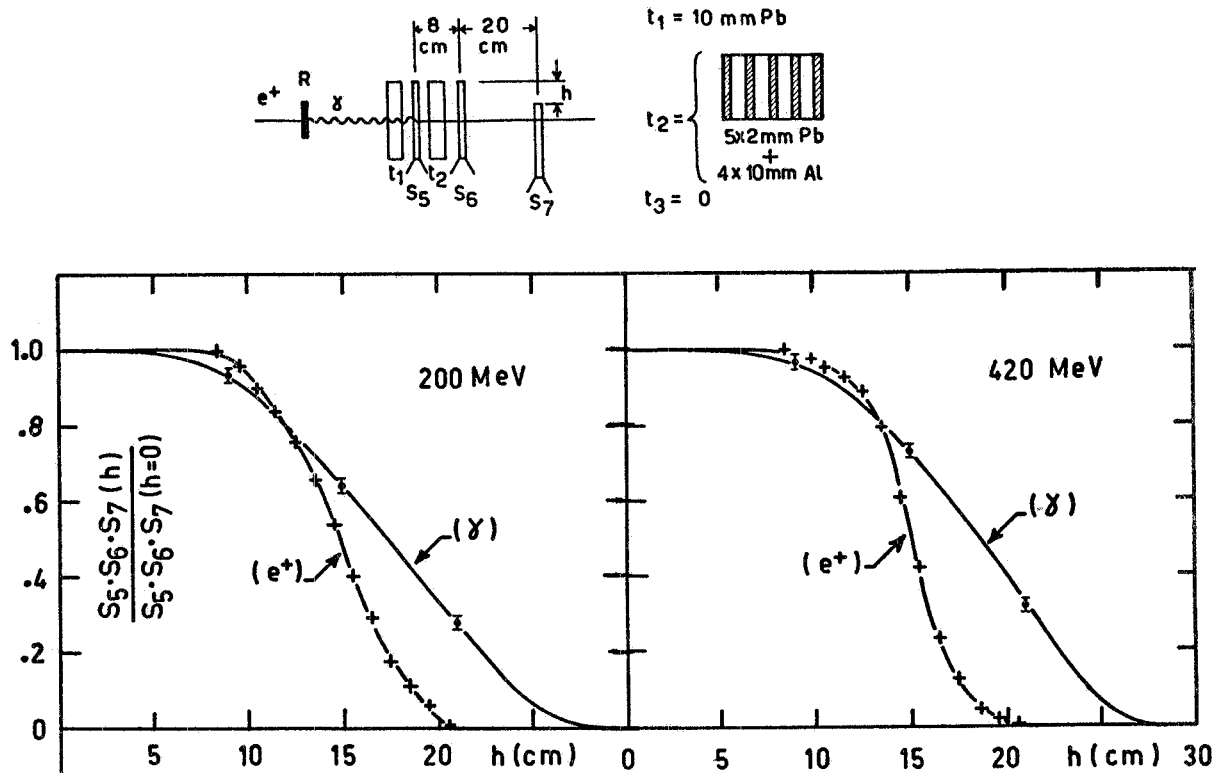


FIG. 14 - Misura dell'allargamento laterale dello sciame: La misura è stata eseguita, per due valori dell'energia, variando la quota h del contatore S_7 . Le curve (e^+), eseguite togliendo il radiatore R e le anticoincidenze S_3 , S_4 (v. fig. 1), danno la larghezza del fascio di positroni. Le curve (γ) danno la distribuzione laterale degli sciame combinata con la larghezza del fascio di positroni. Tutte le curve, normalizzate a 1 per $h=0$, sono un fit dei punti sperimentali. Le dimensioni dei contatori S_5 , S_6 , S_7 sono $(30 \times 30 \times 1) \text{ cm}^3$. L'errore riportato sui punti sperimentali è puramente statistico.

^^^^^^^^^^

Ringraziamo il Prof. G. T. Zorn per le utili discussioni.

APPENDICE I. -

Riportiamo in questa Appendice maggiori dettagli relativi al calcolo di Monte Carlo, nonché l'insieme completo dei risultati da esso ottenuti.

I processi elementari considerati nello sviluppo dello sciame sono:

- per i fotoni: creazione di coppie ed effetto Compton;
- per gli elettroni: bremsstrahlung, perdite di energia per ionizzazione e scattering coulombiano.

La probabilità che una particella dello sciame subisca uno di questi processi è stata presa proporzionale alla sezione d'urto corrispondente. Queste sono state valutate partendo dalle formule seguenti; detta ϕ la probabilità per unità di spessore che avvenga un dato processo si ha:

Creazione di coppie.

$$\phi(E, E') dE' = 4\alpha N \frac{Z^2}{A} r_e^2 \frac{dE'}{E} G(E, \nu)$$

E ed E' essendo le energie del fotone primario e del positrone rispettivamente. Per il significato degli altri simboli vedi Rossi⁽⁴⁾, pag. 80.

Effetto Compton.

Vale la formula di Klein-Nishina (v. Rossi⁽⁴⁾, pag. 78):

$$\phi(E, E') dE' = C \frac{m}{E} \frac{dE'}{E'} \left[1 + \left(\frac{E'}{E}\right)^2 - \frac{E'}{E} \sin^2 \theta \right]$$

dove E è l'energia del fotone primario. E' è l'energia del fotone scatterato e θ il suo angolo di scattering.

Bremsstrahlung.

Si ha (v. Rossi⁽⁴⁾, pag. 48):

$$\phi(E, E') dE' = 4\alpha \frac{N}{A} Z^2 r_e^2 \frac{dE'}{E'} F(U, \nu)$$

dove E è l'energia dell'elettrone primario e E' è l'energia del fotone emesso. Per il significato dei simboli vedi Rossi⁽⁴⁾.

Perdite di energia per ionizzazione.

Secondo i calcoli di Bethe, abbiamo assunto per gli elettroni ultra relativistici la seguente espressione (v. Segrè⁽⁵⁾, pag. 254):

$$- \frac{dE}{dx} = 2\pi \frac{N e^4 Z}{m_e} \left(\log \frac{E^3}{2m_e I^2} + \frac{1}{8} \right)$$

essendo I il potenziale medio di eccitazione degli atomi del materiale assorbente. Abbiamo assunto (v. Rossi⁽⁴⁾, pag. 23) $I = 13.5 \times Z = 1107$ eV per il Pb.

Scattering coulombiano.

Per questo processo è stata assunta una distribuzione gaussiana dell'angolo di scattering. Inoltre non è stato seguito lo sviluppo in 3 dimensioni dello sciame bensì solo la sua proiezione su di un piano passante per il suo asse dato che non siamo interessati nello sviluppo laterale dello sciame. Perciò è stato assunto come valore quadratico medio della proiezione su tale piano dell'angolo di scattering l'espressione:

$$\langle \theta \rangle = \frac{15}{p\beta} \sqrt{t}$$

dove p e β sono l'impulso e la velocità dell'elettrone considerato e t lo spessore espresso in RL di materiale attraversato.

Lo schema a blocchi logici del Monte Carlo è riportato in fig. 15. I dati di ingresso letti dal programma sono:

- energia del fotone primario (K);
- energia di taglio (E);
- dati caratteristici del materiale nel quale si sviluppa lo sciame: lunghezza di radiazione (X_0), densità (ρ), peso atomico (A) e numero atomico (Z). Per il Pb si ha: $X_0 = 0.56$ cm⁽⁶⁾, $\rho = 11.35$ g/cm³, A = 207, Z = 82;
- sezioni d'urto per i vari processi, tabulate ad intervalli sufficientemente piccoli (passo variabile da 5 a 200 MeV, a seconda dei casi) da permettere una interpolazione lineare per energie intermedie; questo metodo evita di calcolare ripetutamente le sezioni di urto dei vari processi durante la simulazione dello sciame, abbreviando così notevolmente il tempo di calcolo.

L'insieme dei risultati del Monte Carlo è riportato nelle figure 16, 17, 18 e 19. In particolare:

- In fig. 16 è riportata l'efficienza di un singolo contatore preceduto da uno spessore t_1 di Pb per vari valori dell'energia (K) del fotone incidente, e dell'energia di taglio (E);
- In fig. 17 sono riportate le curve di uguale efficienza per un r. d. f. costituito da due contatori in coincidenza preceduti rispettivamente da t_1 e t_2 RL di Pb. Le varie figure si riferiscono a diversi valori di K ed E;
- In fig. 18 sono riportate per i diversi valori di K ed E l'efficienze di tre contatori in coincidenza preceduti rispettivamente da $t_1 = t_2 = t_3$ RL di Pb.

- In fig. 19 sono riportate per i vari valori di K ed E , il numero medio (\bar{n}) di elettroni presenti allo spessore t di Pb, e la probabilità che, a tale spessore, siano presenti n elettroni. Su alcune curve sono riportati i punti ottenuti col Monte Carlo.

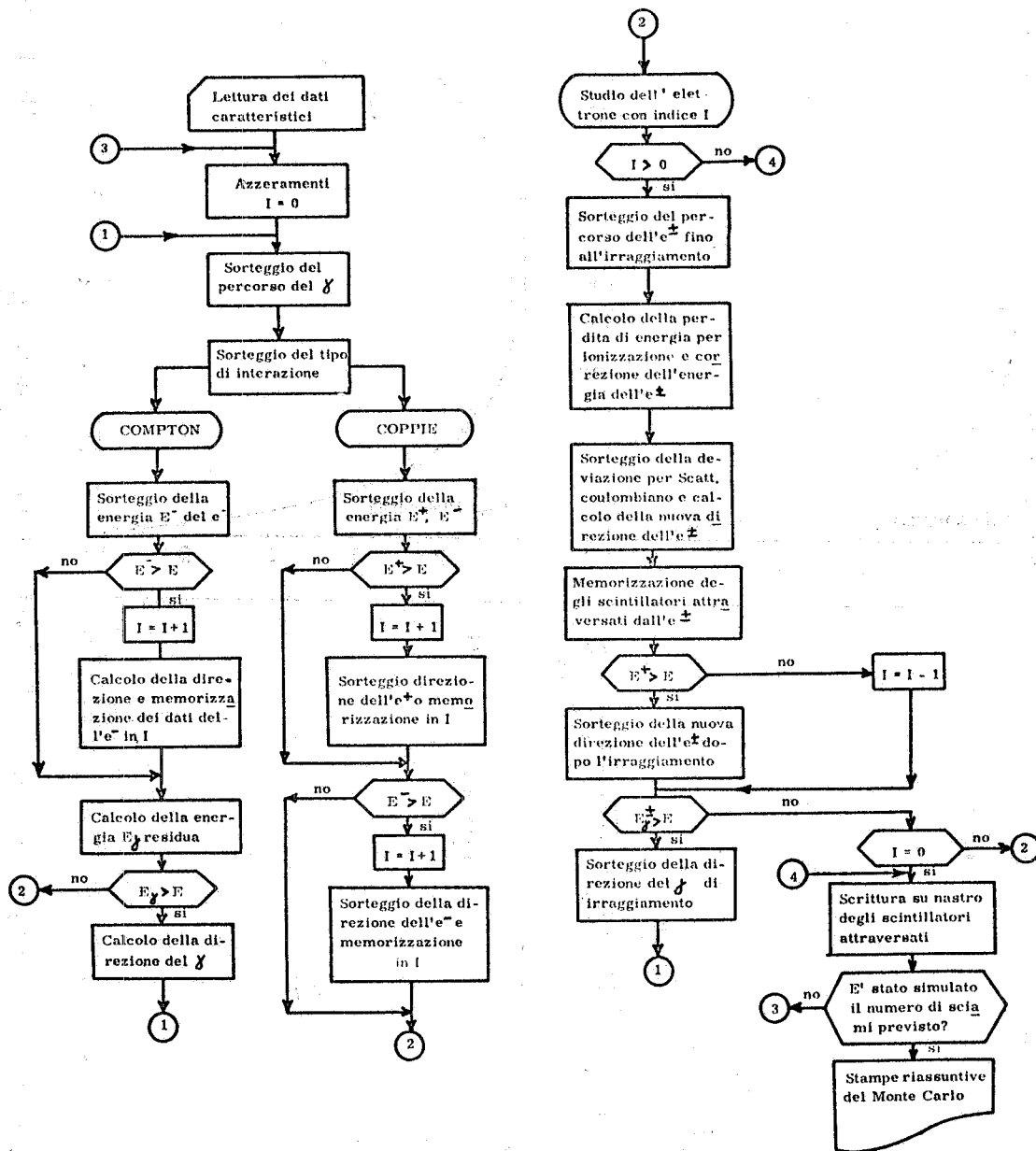


FIG. 15 - Diagramma a blocchi del Monte Carlo.

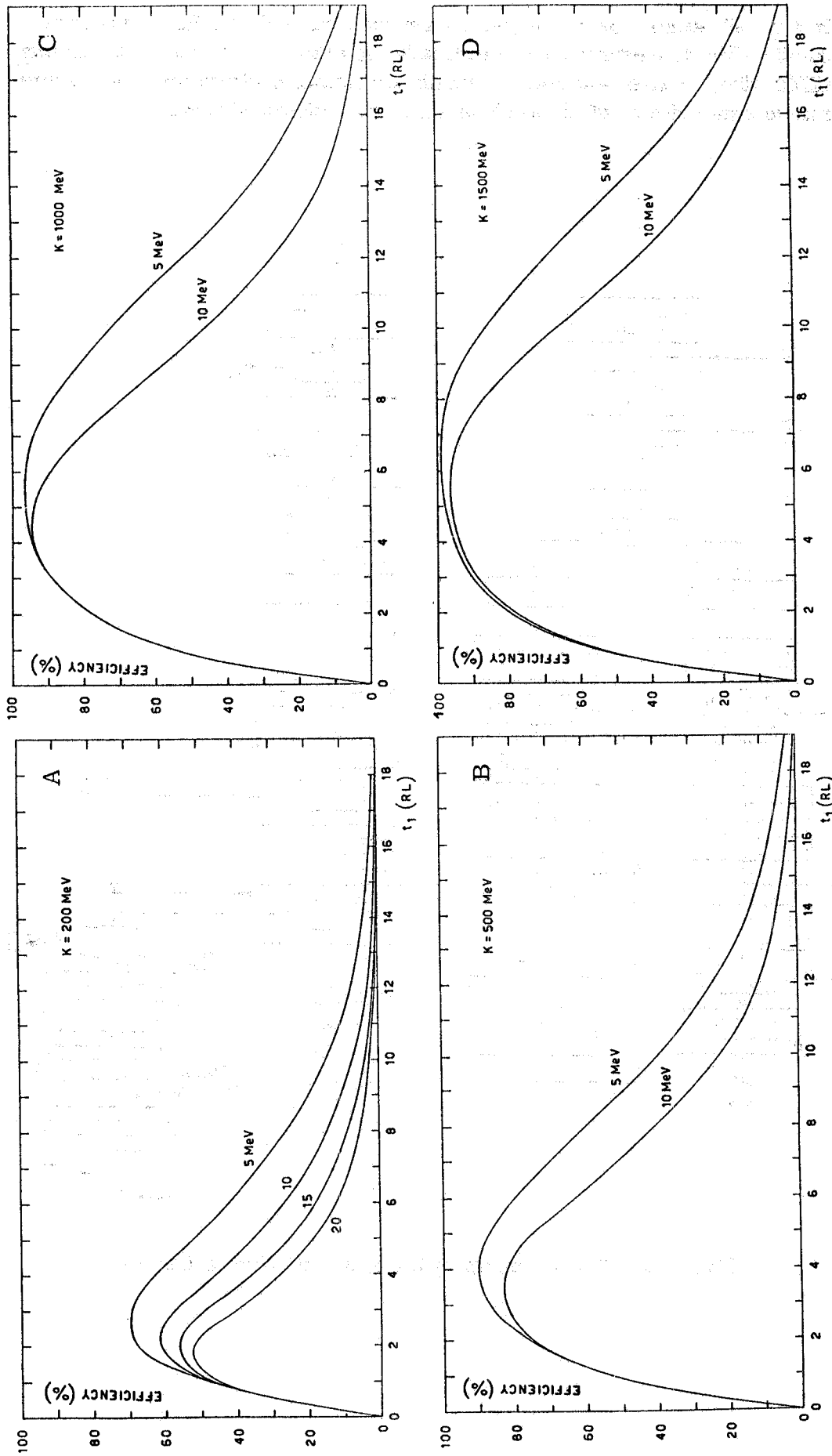


FIG. 16 - Efficienza di un singolo contatore "ideale" al variare dello spessore di Pb che lo precede, per vari valori dell'energia K del fotone incidente, e dell'energia di taglio E.

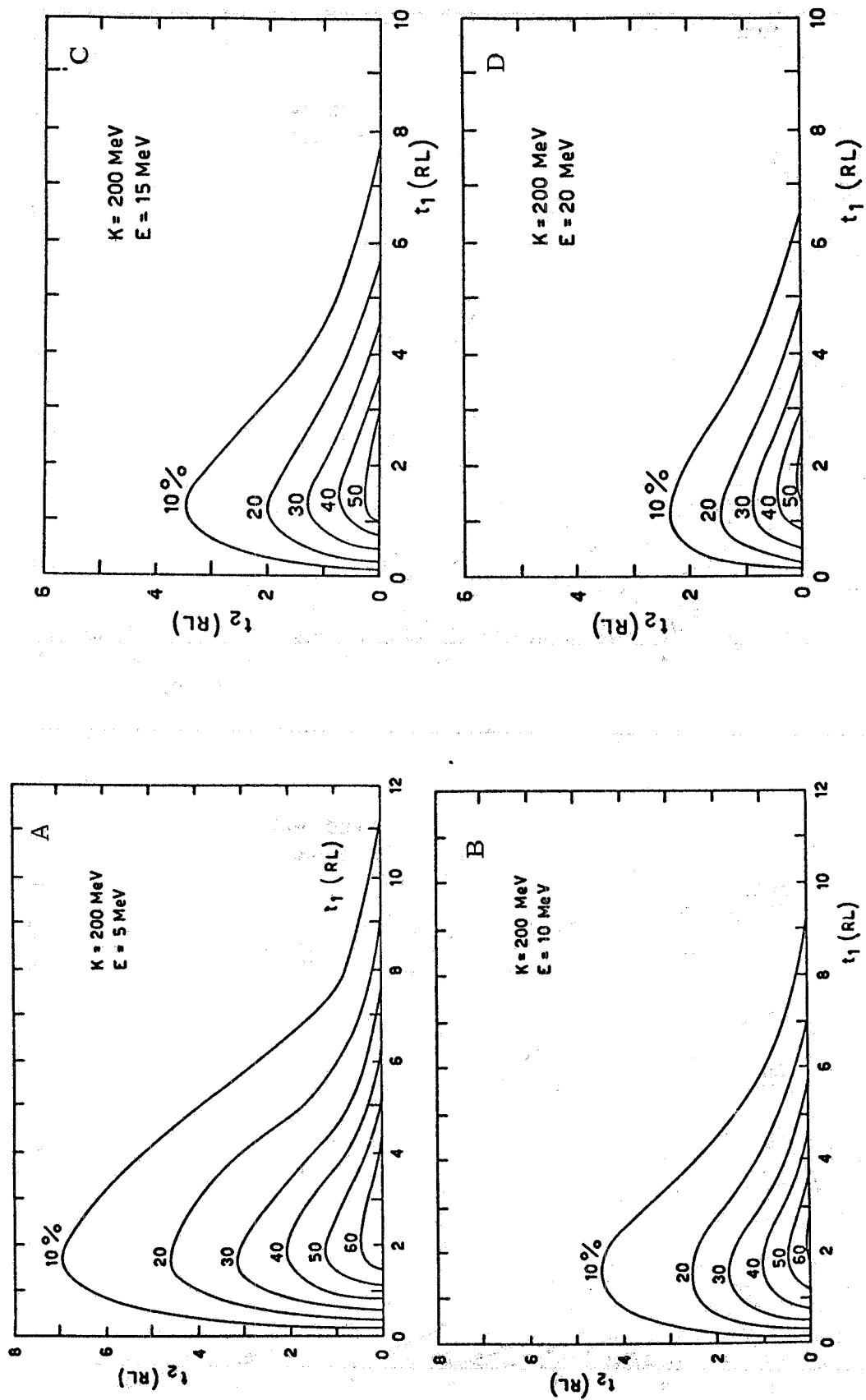


FIG. 17 - Efficienza di due contatori "ideali" in coincidenza, preceduti rispettivamente da t_1 e t_2 RL di Pb, per vari valori dell'energia K del fotone incidente e dell'energia di taglio E. Le curve sono le isoefficienze nel piano (t_1 , t_2).

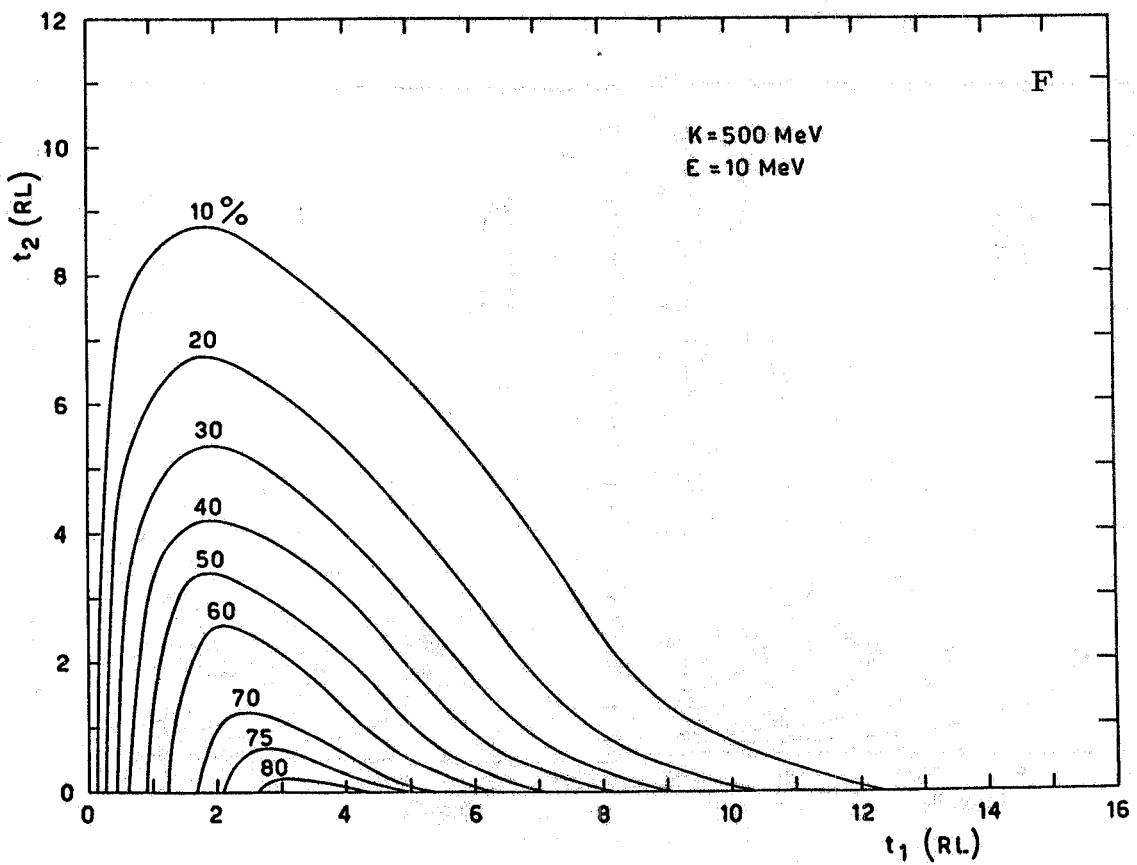
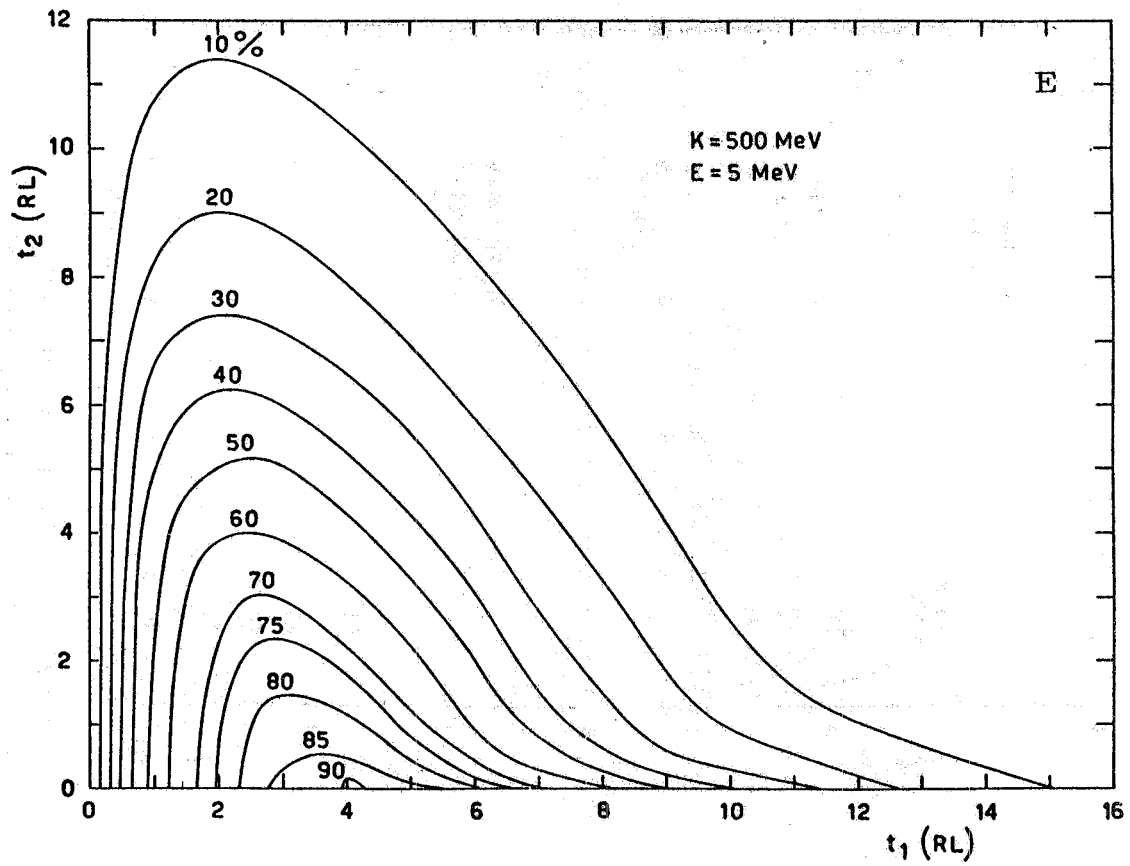


FIG. 17 E-F

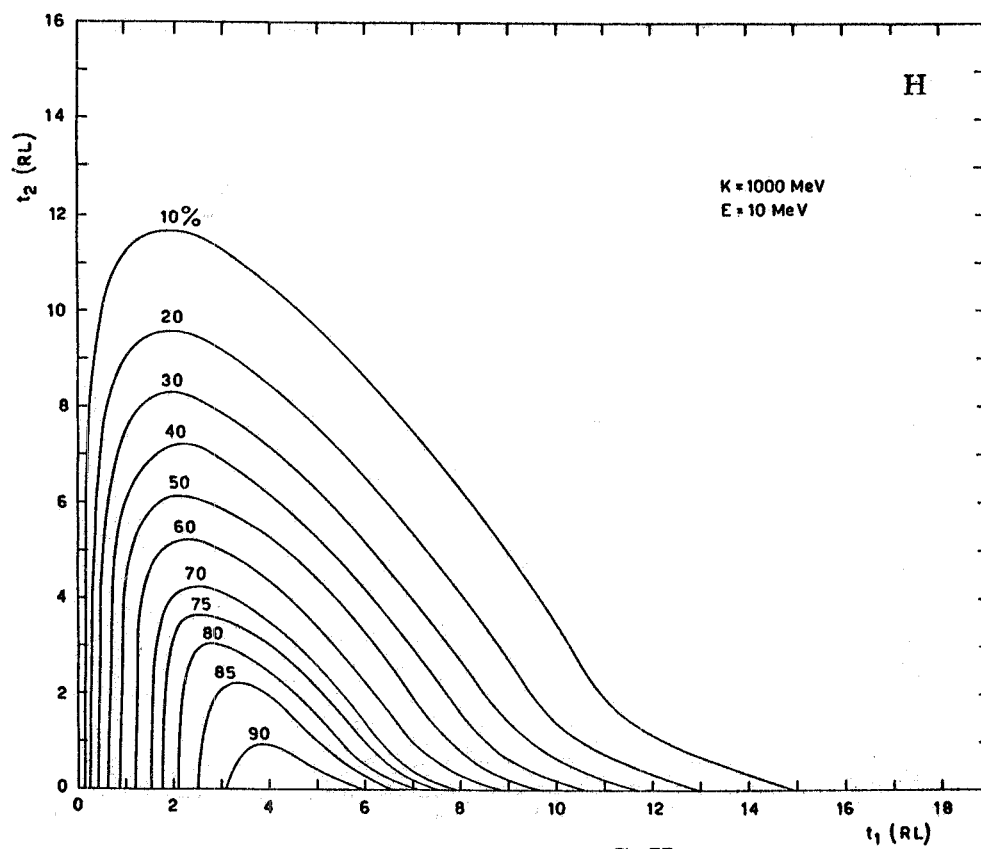
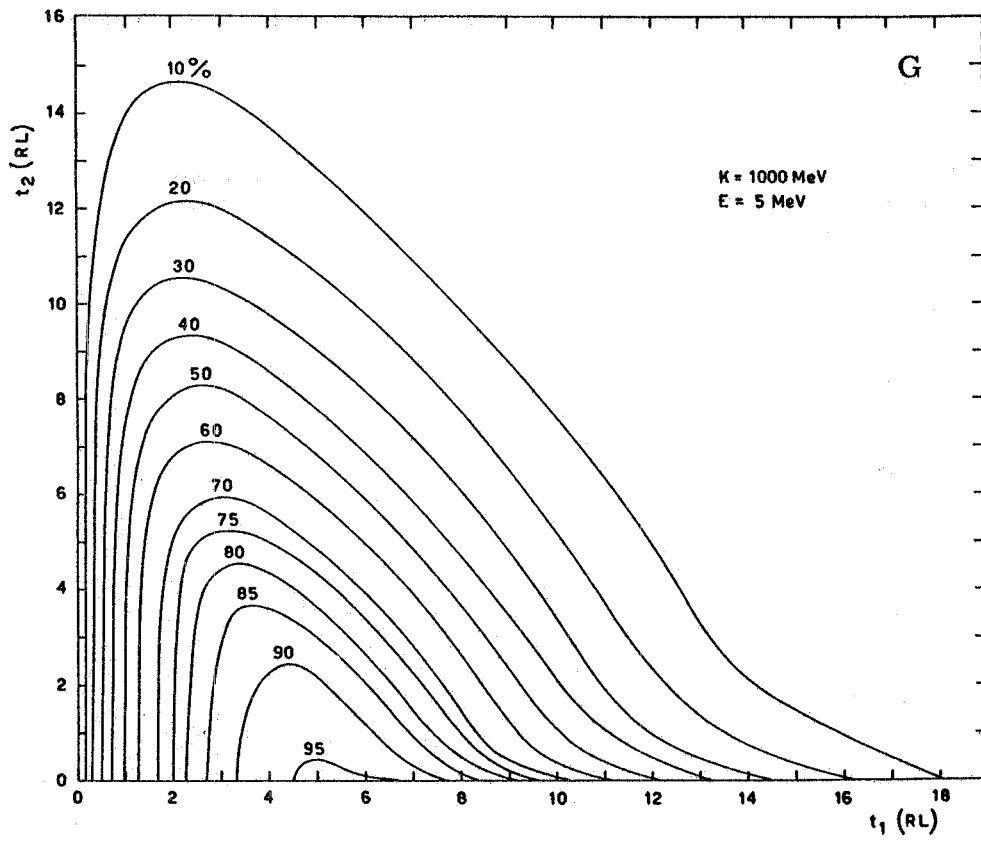


FIG. 17 G-H

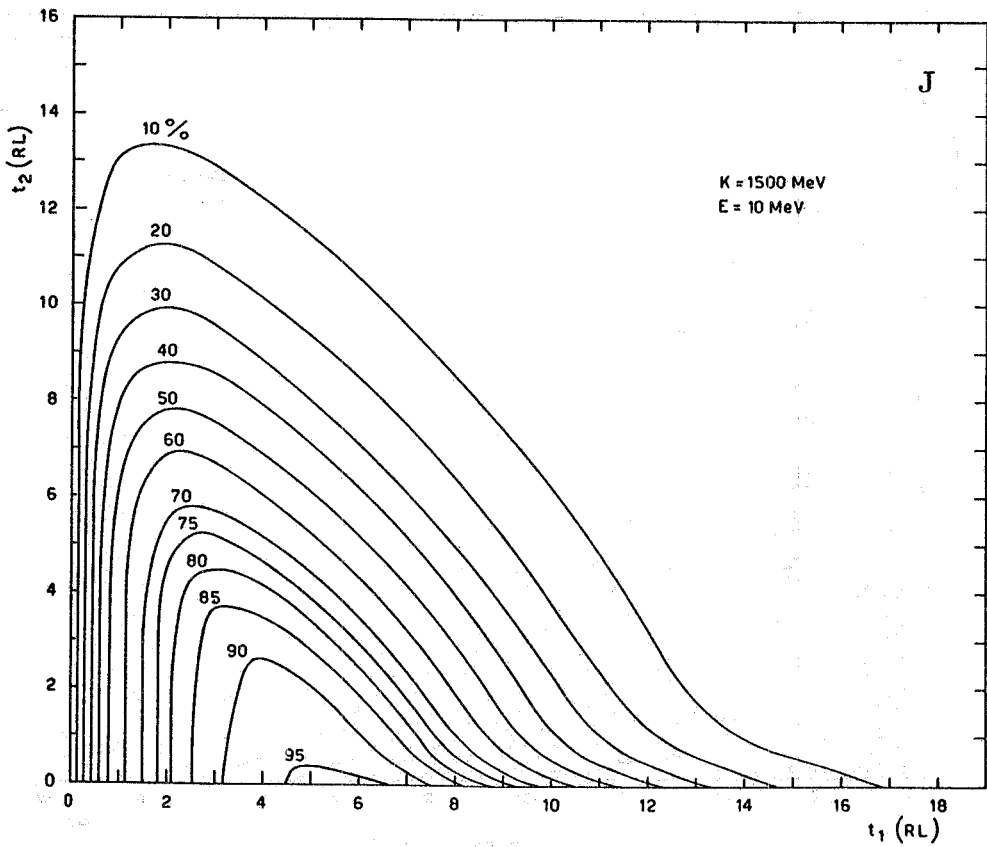
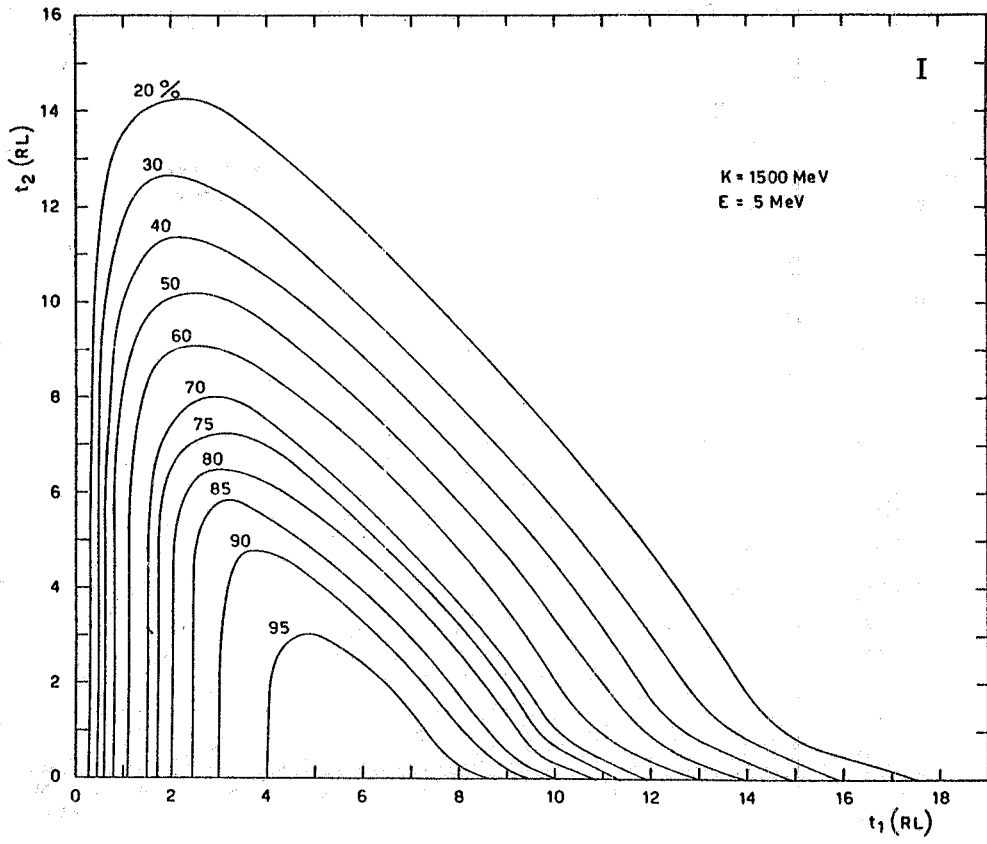


FIG. 17 I-J

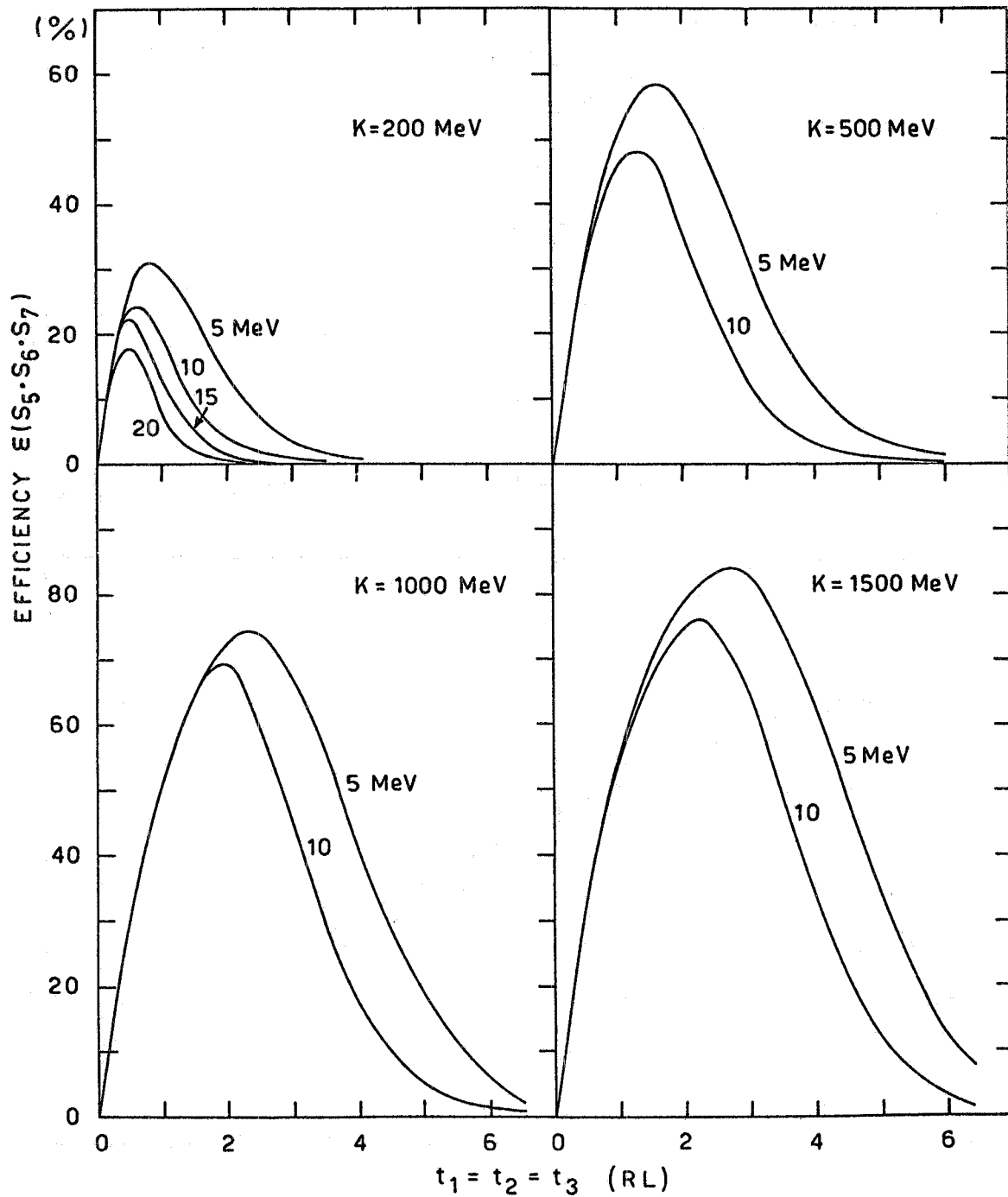


FIG. 18 - Efficienza di tre contatori "ideali" in coincidenza preceduti rispettivamente da $t_1 = t_2 = t_3$ RL di Pb, per vari valori dell'energia K del fotone incidente e dell'energia di taglio E.

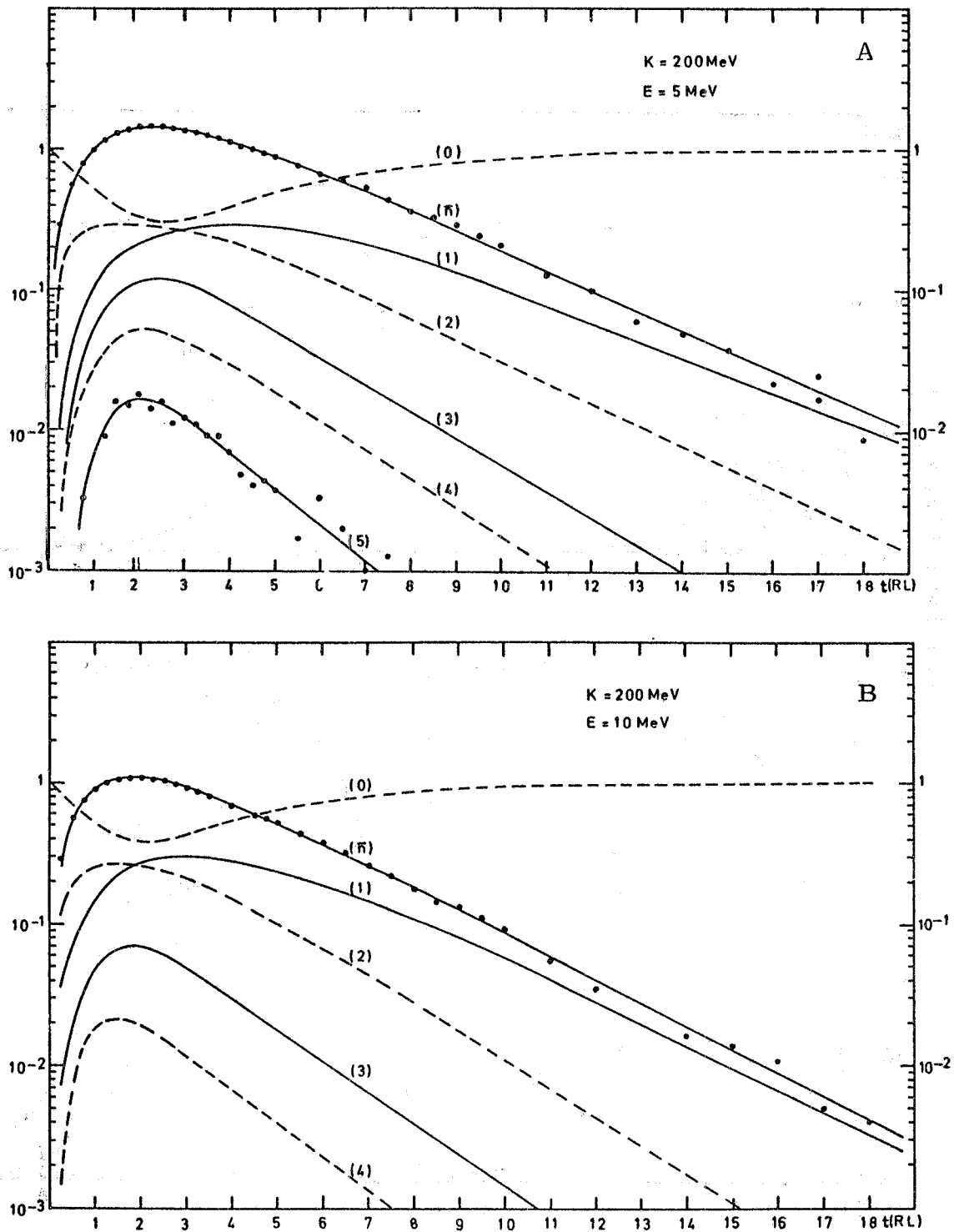


FIG. 19 - Numero medio (\bar{n}) di elettroni presenti nello sciame dopo uno spessore t di Pb. Probabilità di trovare n elettroni allo spessore t di Pb: per ogni curva è indicato tra parentesi il corrispondente valore di n . Ogni figura si riferisce ad un dato valore della energia K del fotone incidente e dell'energia di taglio E .

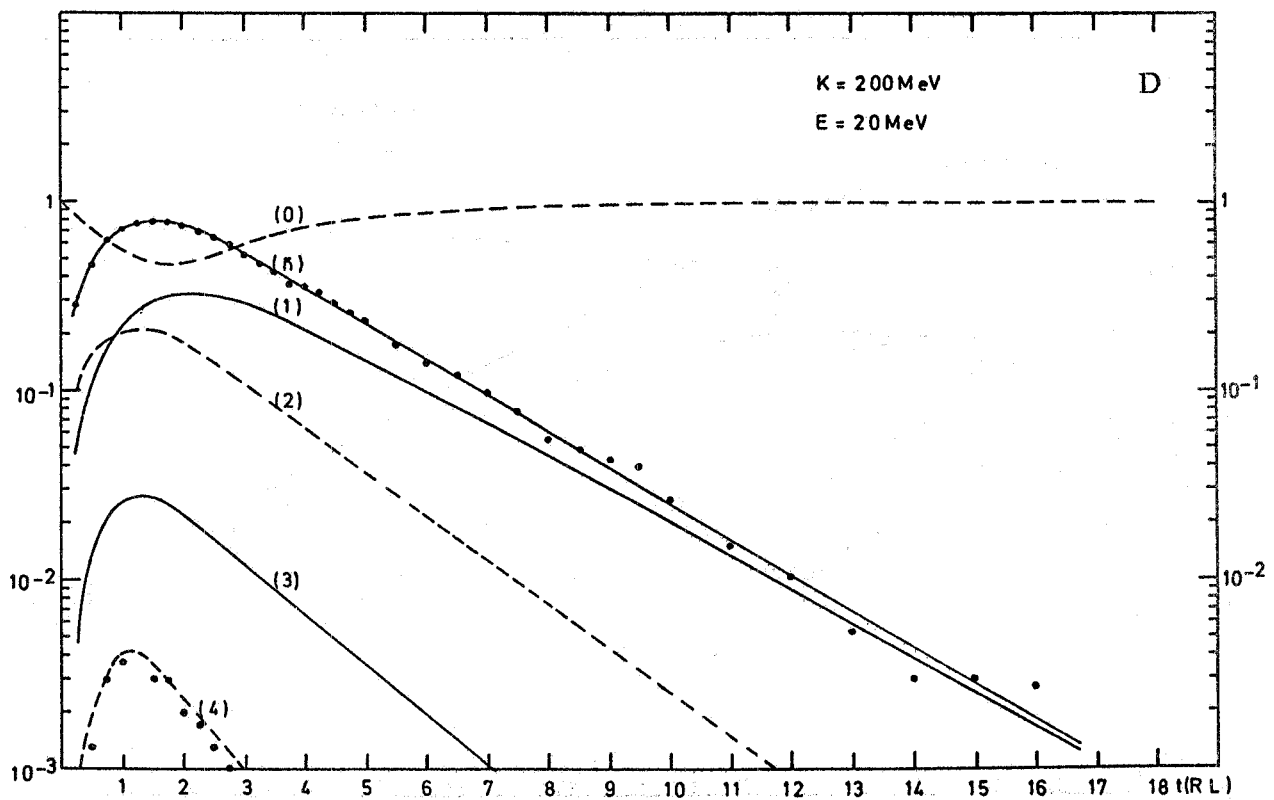
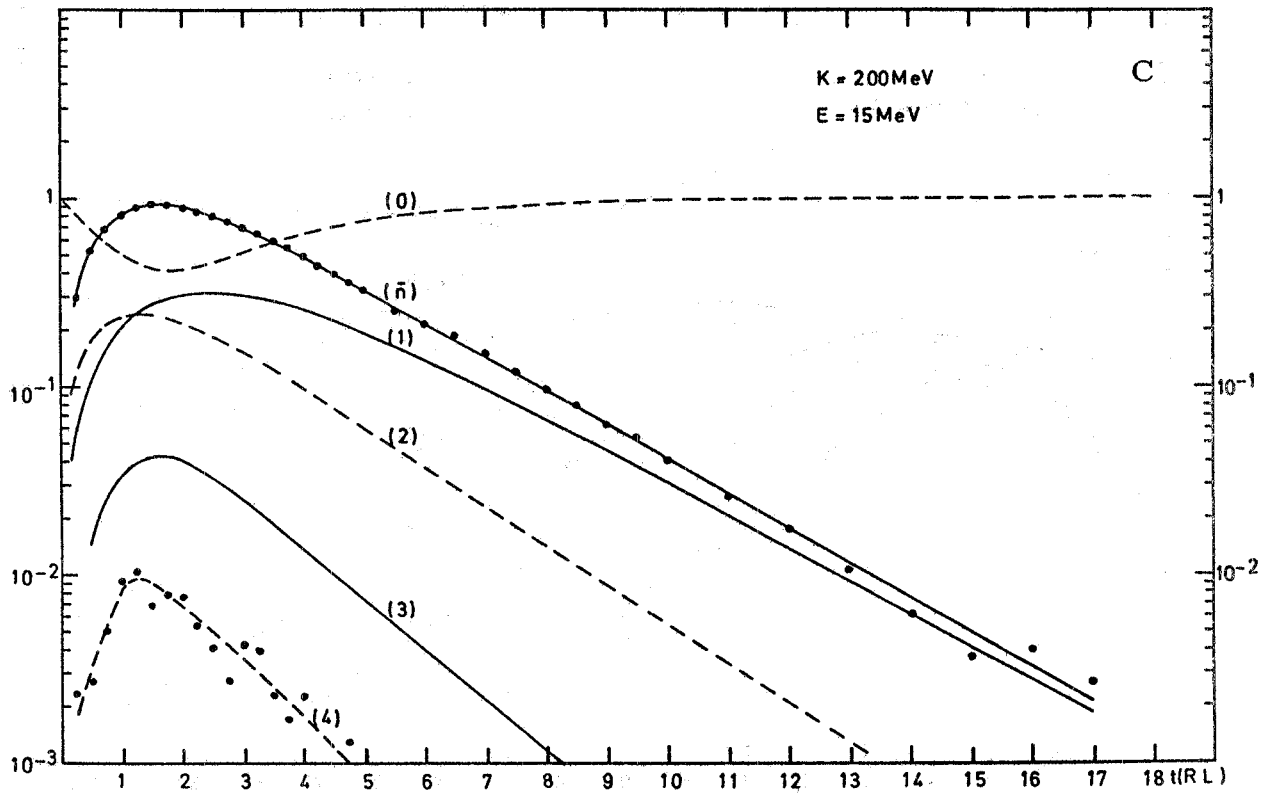


FIG. 19 C-D

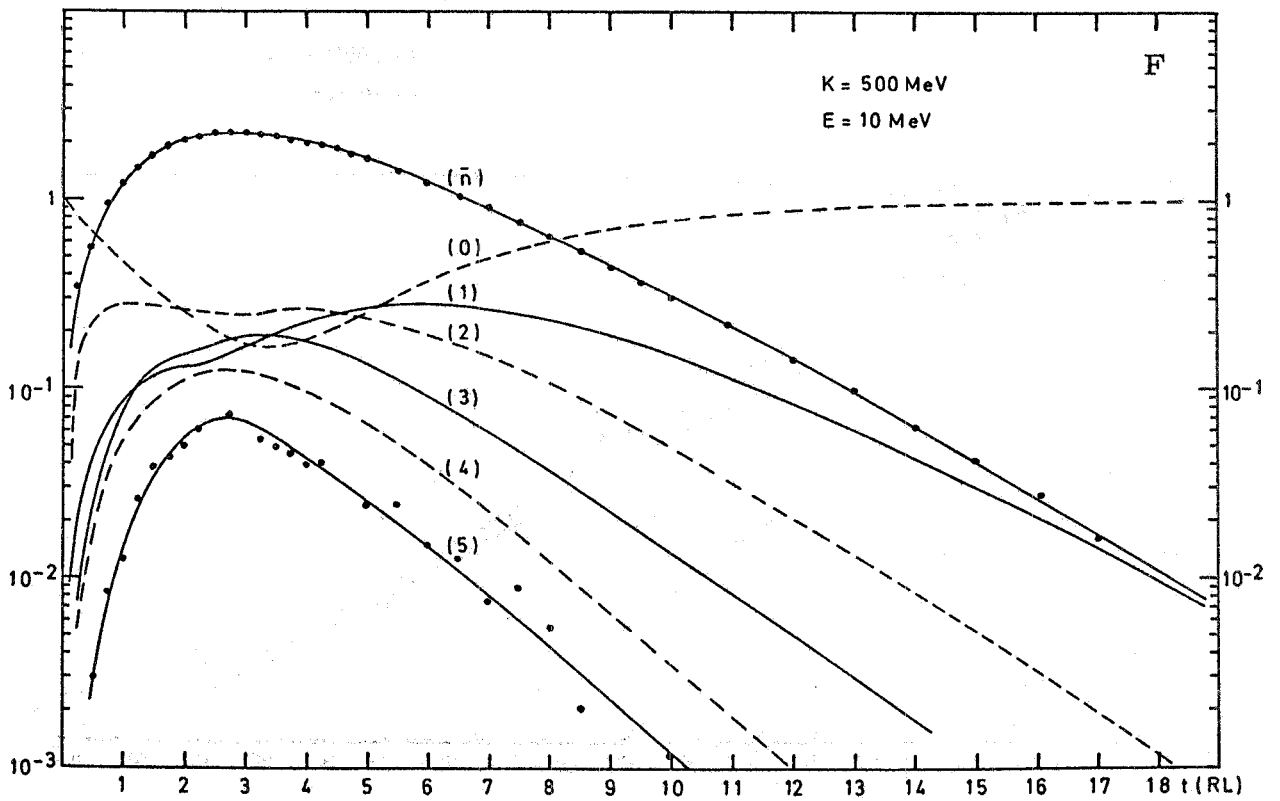
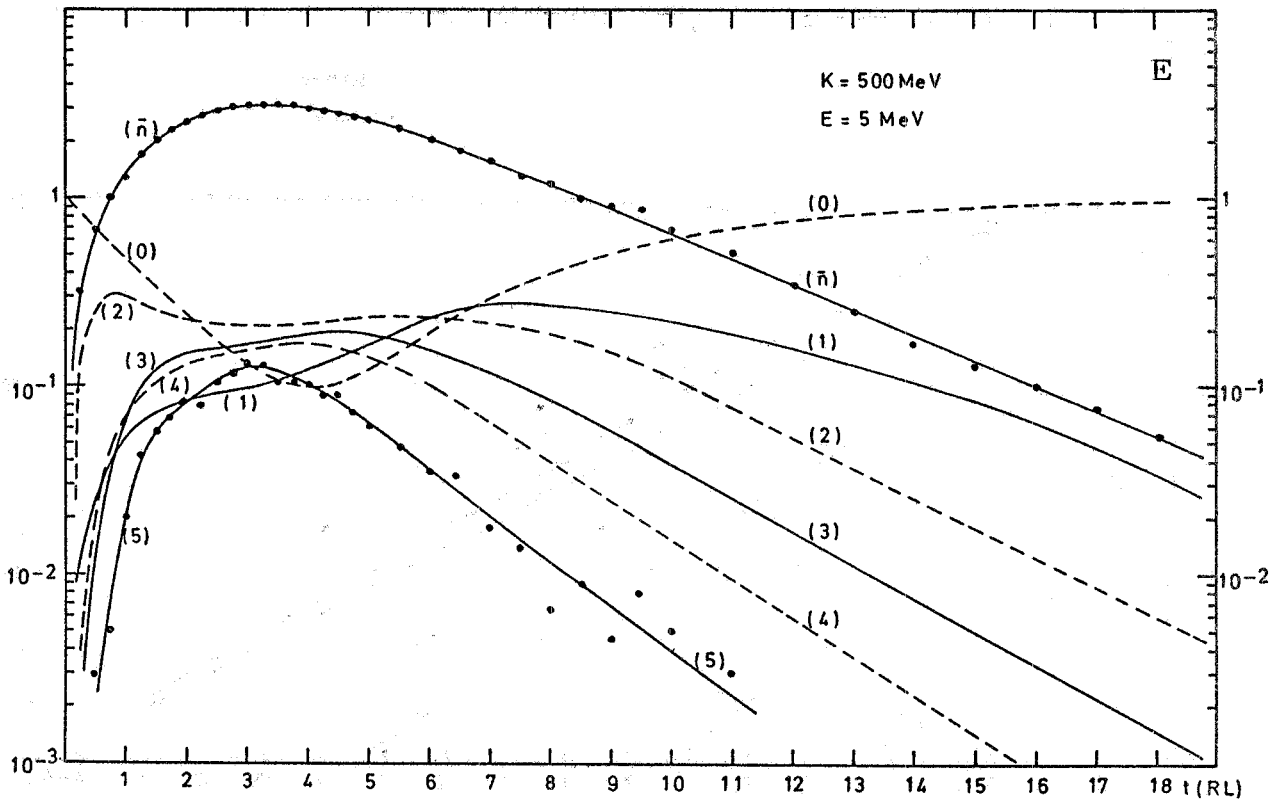


FIG. 19 E-F

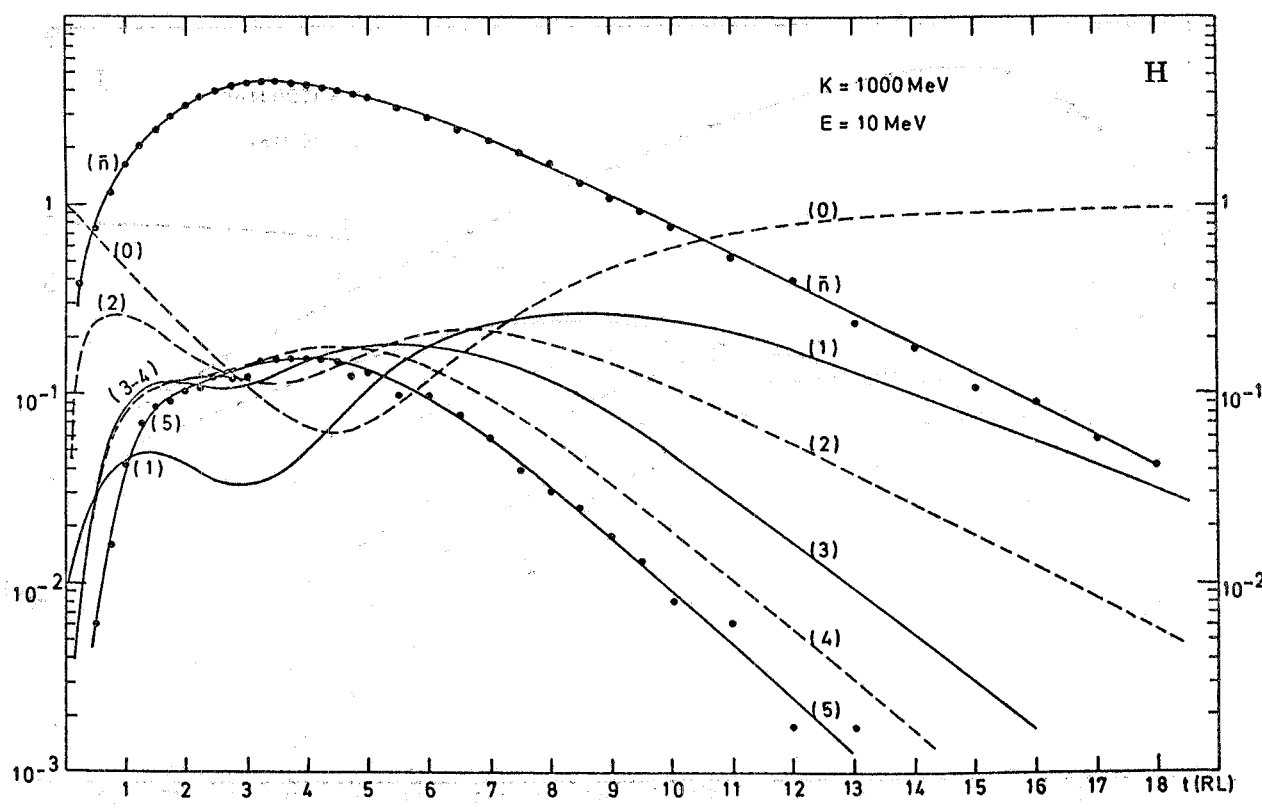
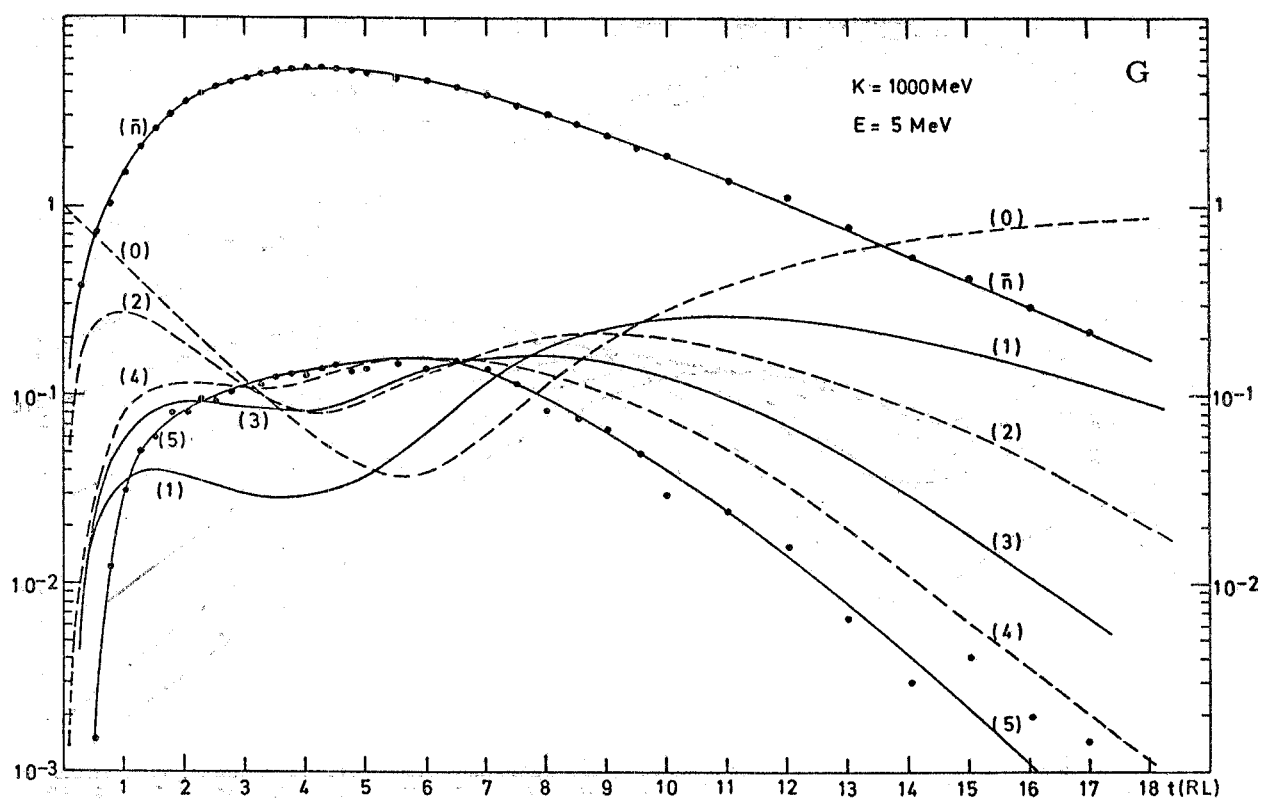


FIG. 19 G-H

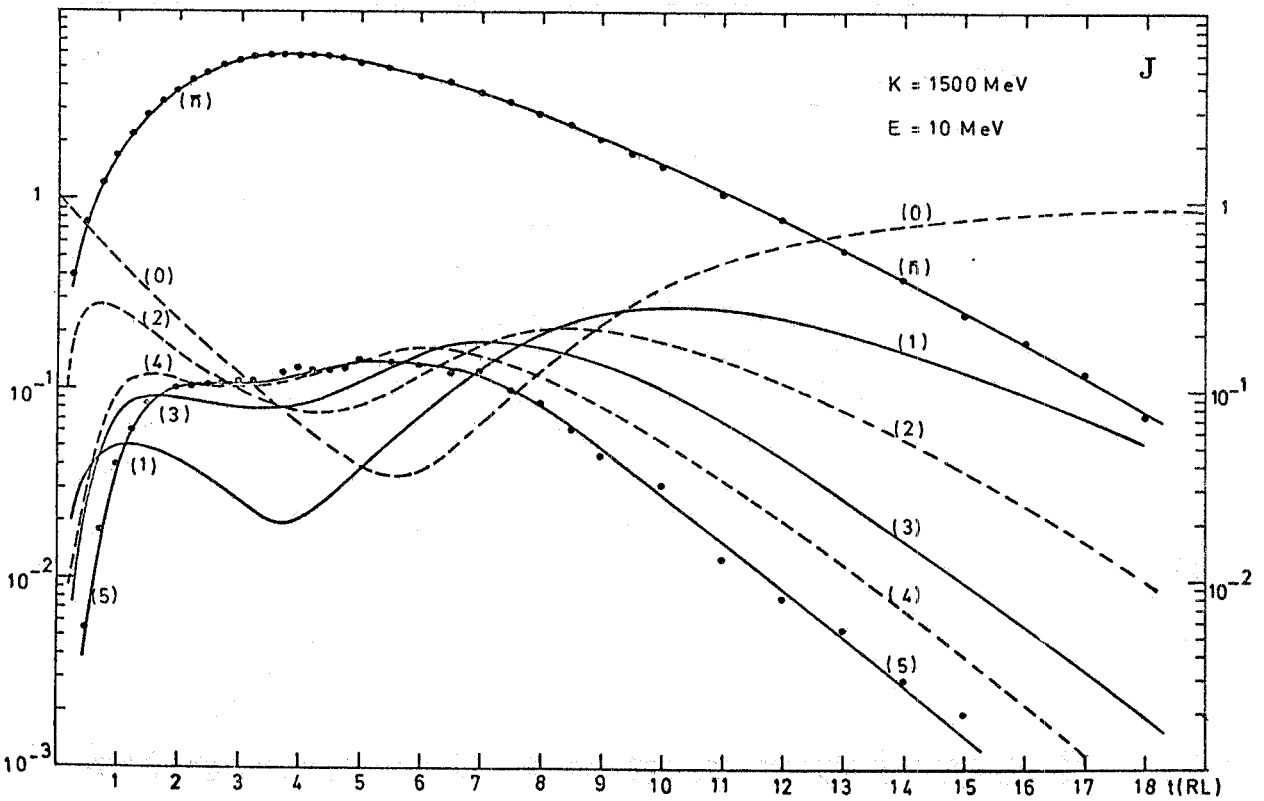
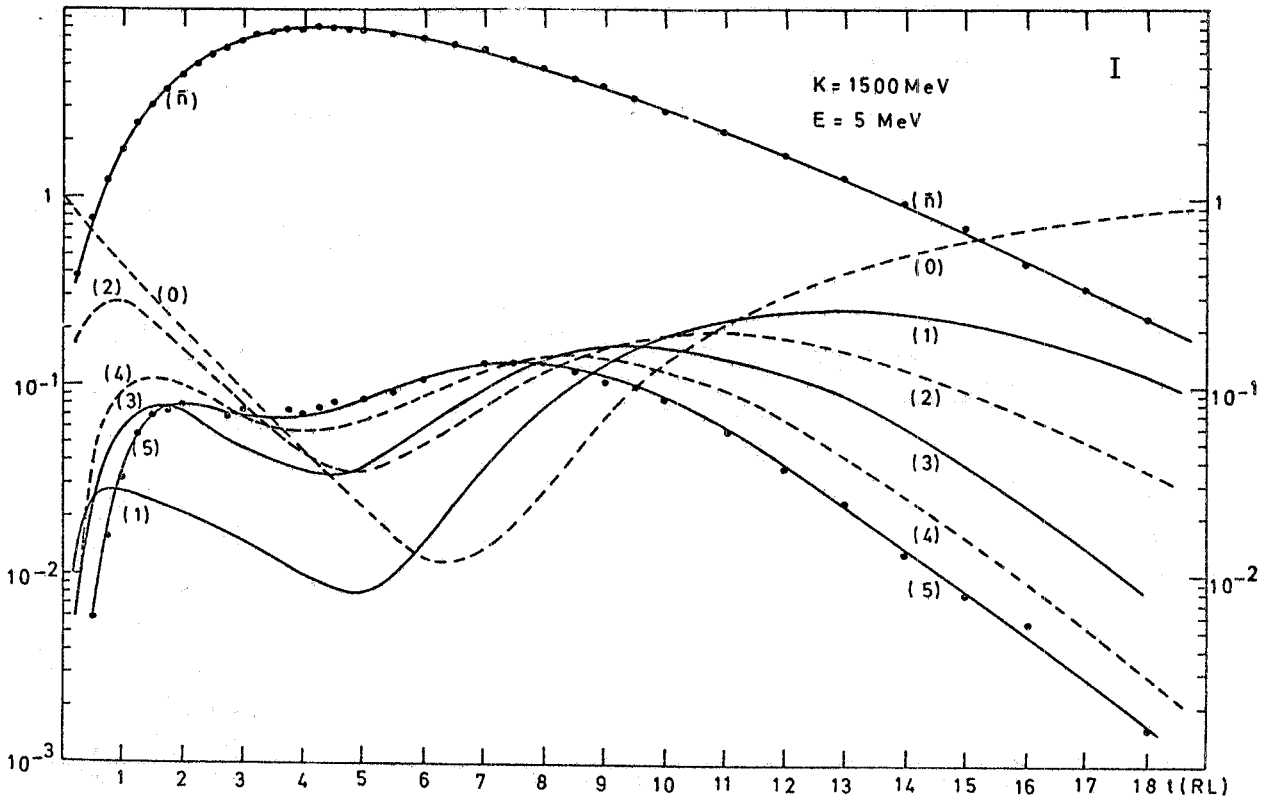


FIG. 19 I-J

APPENDICE II - Calcolo del rapporto fotoni/positroni. Calcolo delle correzioni alla efficienza misurata del r. d. f. dovuta all'emissione di due o più fotoni nel radiatore. -

Scopo di questi calcoli è di ottenere :

- a) il rapporto (numero di fotoni/numero di positroni) in funzione dello spessore del radiatore e in funzione dell'energia dei positroni incidenti ;
- b) correggere l'efficienza di rivelazione misurata tenendo conto della possibilità che nel radiatore siano stati emessi due o più fotoni energetici (cioè sopra la soglia del r. d. f.).

Si è assunto che le coincidenze $S_1 \cdot S_2 \cdot (S_3 + S_4)$ che definiscono i fotoni siano dovute essenzialmente ai due processi :

- 1) Due successivi processi di bremsstrahlung (designato come BB nel seguito).

In questo processo il positrone irraggia successivamente alle profondità l_1, l_2 due fotoni γ_1, γ_2 di energia k_1, k_2 e quindi perde per ionizzazione l'energia cinetica residua, fermandosi dentro il radiatore.

Si noti che k_1 e k_2 non sono indipendenti, ma si ha^(x) $T = k_1 + k_2$ (trascurando l'energia cinetica residua del positrone dopo l'emissione di K_2).

γ_1 oppure γ_2 può anche essere un fotone molle, così si include anche il caso di un solo processo di bremsstrahlung con emissione di un fotone energetico.

Definiamo $P_{BB}(L, E, k_1)$ la probabilità di avere un evento BB con γ_1 avente energia compresa tra k_1 e $k_1 + dk_1$, quando il positrone ha energia E e lo spessore del radiatore è L .

- 2) Bremsstrahlung seguita da annichilazione del positrone (designato con BA nel seguito).

In questo processo il positrone incidente irraggia alla profondità l_1 un fotone γ_1 di energia k_1 e successivamente, alla profondità l_2 , si annichila in due fotoni γ_2, γ_3 aventi energie k_2, k_3 .

Si ha $E + m = k_1 + k_2 + k_3$. γ_1 può anche essere un fotone molle, così si include anche il caso in cui l'emissione di fotoni energetici è dovuta solo al processo di annichilazione. Definiamo $P_{BA}(L, E, k_1)$ la probabilità di avere un evento BA con γ_1 avente energia compresa tra k_1 e $k_1 + dk_1$, quando il positrone ha energia E e lo spessore del

(x) - Indichiamo con E, T, m rispettivamente l'energia totale, l'energia cinetica e la massa del positrone.

radiatore è L.

Nel limitarci a considerare i processi 1) e 2) soltanto, abbiamo trascurato la possibilità che avvengano più di due interazioni nel radiatore. Ciò è tanto più giustificato quanto minore è lo spessore del radiatore. Poichè nei calcoli sono stati considerati solo radiatori con spessore $\lesssim 0.3 RL$, l'approssimazione fatta sembra essere ragionevole.

In particolare è stata trascurata la possibilità che i fotoni prodotti creino delle coppie (in tal caso non si ha più il trigger $S_1 S_2$ ($\overline{S_3+S_4}$)).

In base alle precedenti definizioni si ha allora che il rapporto fotoni/positroni è dato da:

$$(1) \quad \frac{\text{n. fotoni}}{\text{n. positroni}}(L, E) = \int_0^T dk_1 \left[P_{BB}(L, E, k_1) + P_{BA}(L, E, k_1) \right]$$

Sia quindi $\mathcal{E}(K)$ l'efficienza vera del rivelatore di γ per un singolo fotone di energia k. $\mathcal{E}(k)$ corrisponderà a una certa scelta di convertitori e di logica di coincidenze per il rivelatore di γ . Nel caso di un evento BB nel quale siano prodotti γ_1 e γ_2 con energie k_1 e $k_2 = T - k_1$ la probabilità \mathcal{E}_{BB} di avere una coincidenza $S_1 \cdot S_2 \cdot \overline{(S_3+S_4)}$ sarà:

$$\mathcal{E}_{BB}(E, k_1) = 1 - \left[1 - \mathcal{E}(k_1) \right] \left[1 - \mathcal{E}(T - k_1) \right]$$

Nel caso di un evento BA nel quale siano prodotti tre fotoni $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ aventi energia $k_1, k_2, k_3 = E + m - k_1 - k_2$, la probabilità \mathcal{E}_{BA} di avere una coincidenza $S_1 \cdot S_2 \cdot \overline{(S_3+S_4)}$ sarà:

$$\mathcal{E}_{BA}(E, k_1, k_2) = 1 - \left[1 - \mathcal{E}(k_1) \right] \left[1 - \mathcal{E}(k_2) \right] \left[1 - \mathcal{E}(E+m-k_1-k_2) \right]$$

Indichiamo con $\frac{d\sigma_A(E, k)}{dk}$ la sezione d'urto di annichilazione di un positrone di energia E in due fotoni di energia k ed E+m-k; allora possiamo introdurre l'efficienza $\overline{\mathcal{E}}_{BA}(E, k_1)$ mediata sulla distribuzione di k_2 .

$$\overline{\mathcal{E}}_{BA}(E, k_1) = \frac{\int \mathcal{E}_{BA}(E, k_1, k_2) \frac{d\sigma_A}{dk_2}(E-k_1, k_2) dk_2}{\int dk_2 \frac{d\sigma_A}{dk_2}(E-k_1, k_2)}$$

Indichiamo con $\mathcal{E}_M(L, k)$ l'efficienza misurata sperimentalmente (ot-

tenuta secondo la formula (1) del testo) in corrispondenza a uno spessore L del radiatore.

In base alle precedenti definizioni $\mathcal{E}_M(L, k)$ sarà data analiticamente da :

$$(2) \quad \mathcal{E}_M(L, k=E) = \frac{\int_0^T dk_1 \left[P_{BB}(L, E, k_1) \mathcal{E}_{BB}(E, k_1) + P_{BA}(L, E, k_1) \bar{\mathcal{E}}_{BA}(E, k_1) \right]}{\int_0^T dk_1 \left[P_{BB}(L, E, k_1) + P_{BA}(L, E, k_1) \right]}$$

Per correggere per l'effetto di emissione di due o più fotoni, l'efficienza misurata sperimentalmente va allora moltiplicata per il fattore correttivo $\eta = \frac{\mathcal{E}(k)}{\mathcal{E}_M(L, k)}$. Poichè $\mathcal{E}(k)$ non è nota a

priori ma siccome la correzione è piccola, è lecito calcolare η ponendo nella (2) in luogo di $\mathcal{E}(k)$ una curva che fitta i dati sperimentali di $\mathcal{E}_M(L, k)$.

1) Calcolo di $P_{BB}(L, E, k_1)$.

$P_{BB}(L, E, k_1)$ è stato calcolato secondo la formula :

$$P_{BB}(L, E, k_1) = \int_0^L \frac{dl_1}{X_0} \tilde{n}_\gamma(E, k_1) P(l_1, E, k_1)$$

dove X_0 è la lunghezza di radiazione del radiatore, $\tilde{n}_\gamma(E, k_1)$ è lo spettro di bremsstrahlung del fotone γ_1 tagliato a basse energie e per evitare la divergenza infrarossa :

$$\tilde{n}_\gamma(E, k_1) = \begin{cases} k_1 > k_D & n_\gamma(E, k_1) \\ k_1 < k_D & n_\gamma(E, k_D) \end{cases} \quad (\text{n. medio di fotoni emessi per lunghezza di radiazione e per unità di energia})$$

e k_D è dato dalla condizione $\frac{L}{X_0} \int_0^T \tilde{n}_\gamma(E, k_1) dk_1 = 1$ cioè k_D è scelto

in modo che la probabilità di emettere nello spessore L almeno un fotone sia = 1.

$P(l_1, E, k_1)$ rappresenta la probabilità che un positrone di energia $E - k_1$ si fermi entro il tratto l_1 in seguito alla emissione del secondo fotone γ_2 alla profondità l_2 :

$$P(l_1, E, k_1) = \begin{cases} I \leq 1 \\ I \geq 1 \end{cases} \int_0^1 \frac{dl_2}{X_0} \int_{T-k_1-\alpha l_2}^{T-k_1} dk_2 n_\gamma(E-k_1, k_2) = I$$

α è la perdita di energia per ionizzare del positrone, supposta costante.

Nella formula precedente si è trascurato l'effetto dello straggling e dello scattering coulombiano.

2) Calcolo di $P_{BA}(L, E, k_1)$.

Dato un positrone di energia iniziale E , alla profondità l lo spettro di energia $n_+(l, E, E')$ sarà approssimativamente dato da:

$$(3) \quad n_+(l, E, E') \cong \delta(E-E') \left[1 - \frac{L-l}{X_0} \int_0^T n_\gamma(E, k) dk \right] + \frac{L-l}{X_0} n_\gamma(E, E-E')$$

cioè la riga incidente $\delta(E-E')$ si attenua progressivamente causa lo irraggiamento mentre nasce contemporaneamente una componente meno energetica. Allora se $\mu(E')$ è la probabilità di annichilazione di un positrone di energia E' per unità di percorso, avremo:

$$P_{BA}(L, E, k_1) = \int_0^L dl n_+(l, E, E-k_1) \mu(E-k_1)$$

Nel calcolo si è tenuto conto che l'irraggiamento può anche avvenire nei contatori S_1 ed S_2 che sono stati quindi inclusi nel radiatore. L'annichilazione non può avvenire nel contatore S_1 e nei primi strati di S_2 , altrimenti non si avrebbe l'impulso di coincidenza: si è assunto pertanto che negli eventi BA, l'annichilazione avviene solo dopo la seconda metà del contatore S_2 .

I calcoli sono stati eseguiti numericamente con un calcolatore IBM 7040, usando per lo spettro di bremsstrahlung, per la sezione d'urto totale di annichilazione e per la $\frac{d\sigma_A(E_+, k)}{dk}$ rispettivamente le formule della bibl. (7), (8), (9).

BIBLIOGRAFIA. -

- (1) - R. Baldini-Celio, G. Capon, C. Mencuccini, G. P. Murtas, C. Pellegrini, A. Reale, M. Spinetti, C. Bacci, G. Penso and G. Salvini, Experimental proposal for the measurements of the processes : $e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$; $e^+ + e^- \rightarrow \pi^0 + \gamma$; $e^+ + e^- \rightarrow \eta + \gamma$, Frascati report LNF-67/73 (1967).
- (2) - D. F. Crawford and H. Messel, Phys. Rev. 128, 2352 (1962).
- (3) - H. H. Nagel, Z. Phys. 186, 319 (1965).
- (4) - B. Rossi, High energy particles (Prentice Hall, New York, 1952).
- (5) - E. Segrè, Experimental nuclear physics (Wiley, New York, 1953).
- (6) - T. M. Knasel, Accurate calculation of radiation lengths, DESY report DESY-69/8 (1969).
- (7) - H. W. Koch and J. W. Motz, Rev. Modern Phys. 31, 920 (1959).
- (8) - W. Heitler, The quantum theory of radiation (Oxford University Press, London, 1954), pag. 268-271.
- (9) - R. Malvano, E. Mancini, G. Ricco e M. Sanzone, Gamma da annichilazione di e^+ su idrogeno, INFN report INFN/BE-67/7 (1967).