

**ISTITUTO NAZIONALE di FISICA NUCLEARE  
LABORATORI NAZIONALI DI FRASCATI**

---

**LNF-94/007 (NT)  
20 Gennaio 1994**

B. Dulach:

**CALCOLO DEI FILI SOTTILI SUPERTESI PER RIVELATORI DI  
TRACCIA**

## **CALCOLO DEI FILI SOTTILI SUPERTESI PER RIVELATORI DI TRACCIA**

B. Dulach:

INFN – Laboratori Nazionali di Frascati, P.O. Box 13, I-00044 Frascati (Roma) Italia

### **INTRODUZIONE**

Si descrive un approccio al calcolo dei fili sottili supertesi, utilizzati nei rivelatori di traccia a grande campata, sollecitati sia meccanicamente sia termicamente.

Sono riportati i risultati di prove sperimentali, effettuate su alcuni fili, allo scopo di verificare la validità delle formule impiegate.

### **1. – RIVELATORI DI TRACCIA**

Una necessità fondamentale negli esperimenti di fisica nucleare e subnucleare è la ricostruzione della traiettoria delle particelle prodotte. Gli strumenti maggiormente in uso per questo scopo sono i rivelatori a ionizzazione a gas che utilizzano fili metallici sottili sia per la raccolta del segnale sia per la definizione delle coordinate della particella ionizzante.

Tra i vari rivelatori di questo tipo accenniamo alle MWPC (Multi Wire Proportional Chamber), alle Drift Chamber e alle più recenti e sofisticate TPC (Time Projection Chamber).

L'elemento base, di un rivelatore a gas, è composto da due piani di fili anodici, tra loro ortogonali, centrati tra i piani catodici, che possono essere a loro volta o continui o costituiti da fili opportunamente spazati. Il tutto è immerso in un flusso di una miscela di gas composta generalmente dal 75% di argon, 24.5% di isobutano con compiti di quencer e dallo 0.5% di freon per aumentare la ionizzazione specifica.

Un tipico interasse tra i fili anodici è  $s = 2$  mm; la gap tra piano anodico e piani catodici è di circa  $\ell = 8$  mm; il diametro ( $d$ ) del filo varia generalmente da un minimo di 0.1mm a un massimo di 0.4 mm.

Per definire la traiettoria di una particella si possono accoppiare più elementi base, di numero dipendente dalla precisione richiesta e dalle caratteristiche della particella.

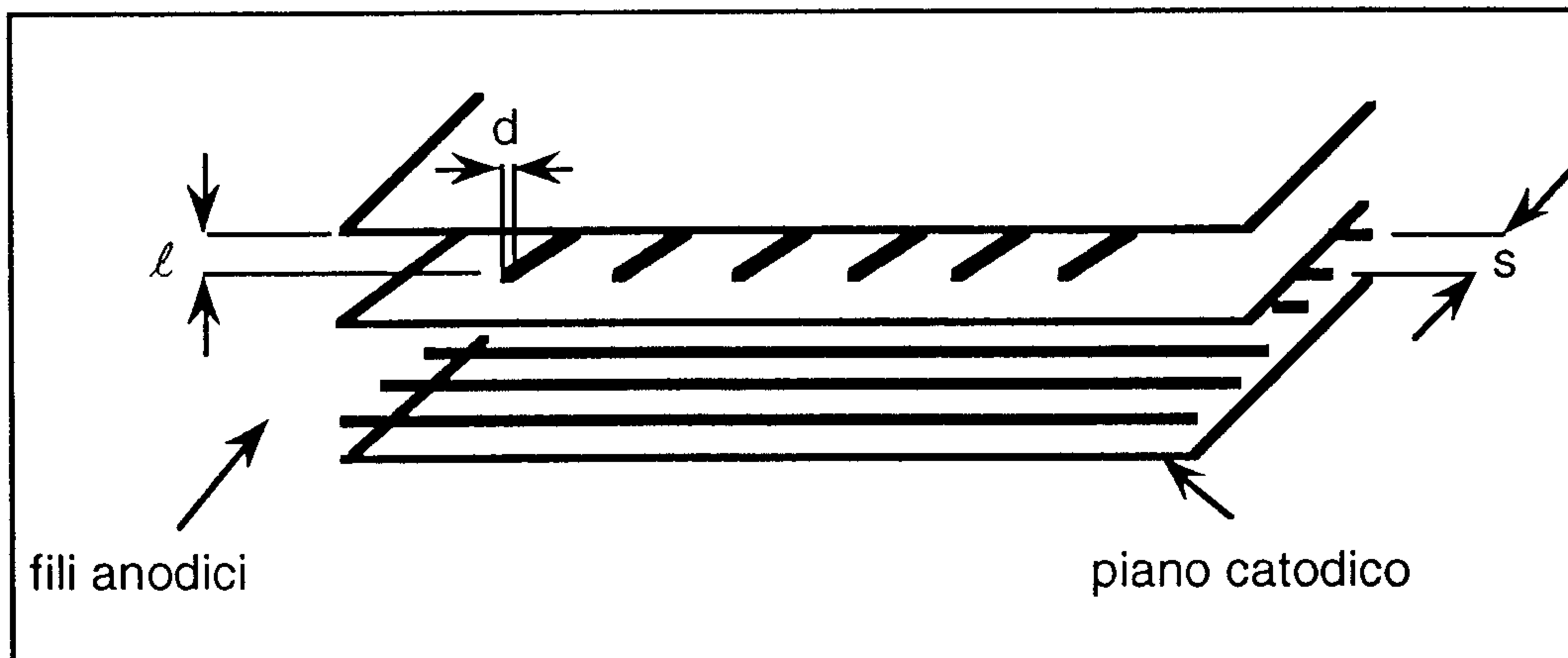


FIG. 1 – Elemento base di un rivelatore a gas

### 1.1 – Costruzione

Il problema meccanico fondamentale, nella costruzione di questi rivelatori, è supportare una gran quantità di fili e di mantenerli nella posizione voluta. Negli esperimenti di fisica delle alte energie, essendo queste camere di molti metri quadrati, il compito è spesso arduo.

La tecnica maggiormente usata è quella di tendere i fili su di un telaio periferico isolante, come ad esempio il composito resina epossidica –fibra di vetro, e fissarli mediante saldatura su un opportuno circuito stampato riportato sul telaio stesso. Simili telai sono utilizzati per sostenere i piani catodici sia se costituiti da fili sia da striscie sia da fogli.

La finestra d'ingresso delle particelle ionizzanti è generalmente di mylar.

I telai vengono quindi sovrapposti, con l'interposizione di una appropriata guarnizione, e stretti insieme mediante bullonatura per assicurarne la tenuta del gas.

Se si desidera una precisa misura di posizione è indispensabile considerare attentamente il problema della posizione geometrica dei fili e la loro stabilità meccanica ed elettrica.

### 1.2 – Posizione geometrica dei fili

Un parametro molto importante per la qualità di questi rivelatori è il cosiddetto fattore di moltiplicazione delle cariche ( $M$ ), il cui valore è dell'ordine di  $10^6$ . Questo fattore ci indica di quante volte la carica iniziale viene moltiplicata nel suo passaggio nel gas ed è legato ai parametri geometrici ( $\ell, r, s$ ) della camera.

Imprecisioni dimensionali e geometriche generano, sul fattore ( $M$ ), indicativamente, le seguenti variazioni.

per $\Delta r/r$	= 1%	abbiamo una variazione	$M \approx 3\%$
per $\Delta \ell/\ell$	= 1%		$M \approx 15\%$
per $\Delta s/s$	= 1%		$M \approx 30\%$

ciò significa che per un filo di raggio  $r = 0.1$  mm la precisione sul raggio del filo deve essere  $dr = 0.001$  mm; mentre per una gap tra anodo e catodo  $\ell = 8$  mm, e un interasse tra i fili  $s = 2$  mm, le precisioni risultano rispettivamente:  $\Delta \ell = 0.08$  mm e  $\Delta s = 0.02$  mm.

La tolleranza dimensionale sul raggio del filo, anche se molto spinta, è normalmente realizzabile; inoltre l'incidenza sulla moltiplicazione è alquanto contenuta. Le precisioni sul posizionamento dei fili ( $\ell$ ) e ( $s$ ) sono, al contrario, molto critiche in quanto si debbono ottenere direttamente sulla struttura della camera e, inoltre, l'incidenza sul fattore ( $M$ ) è molto elevata.

### 1.3 – Stabilità meccanica ed elettrica

Per quanto detto precedentemente è necessario che i fili, oltre ad essere posizionati con la massima precisione possibile, debbono essere mantenuti nella posizione stabilita.

Quando ai fili anodici è applicato un voltaggio si genera tra essi una repulsione elettrostatica che deve essere compensata da una opportuna tensione meccanica. Per un dato voltaggio (V) e lunghezza del filo (L) la tensione meccanica minima richiesta risulta:

$$T = \frac{1}{4\pi\epsilon \left( CV \frac{L}{s} \right)^2} \quad (1)$$

dove (s) è l'interasse dei fili; ( $\epsilon$ ) è la costante dielettrica del gas e (C) è la capacità della camera che vale per camere piane:

$$C = \frac{2\pi\epsilon}{\left( \frac{\pi l}{s} \right) - \ln \left( \frac{\pi d}{s} \right)} \quad (2)$$

dove ( $l$ ) è il gap tra anodo e catodo.

Per camere a cella quadrata la capacità della camera è data:

$$C = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{W}{2r}} \quad (2 \text{ bis})$$

dove W è la larghezza della cella ed r il raggio del filo.

La massima tensione meccanica (T) che può essere applicata dipende dalle caratteristiche di resistenza del filo; se questa tensione è insufficiente i fili troveranno un nuovo equilibrio disponendosi alternativamente al disopra e al disotto del piano originario.

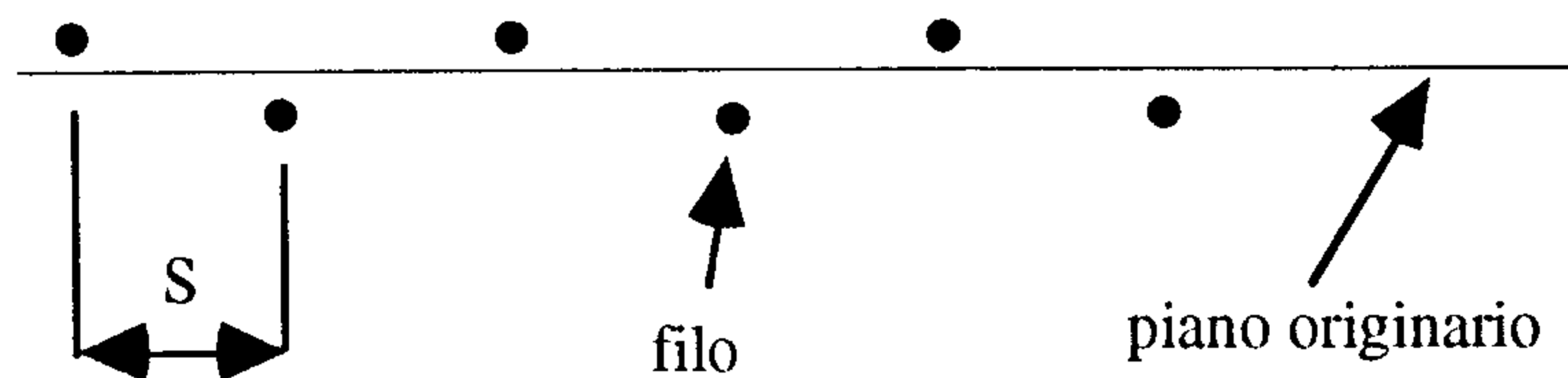


FIG. 2. – Posizione di equilibrio dei fili dovuta alla repulsione elettrostatica.

Un simile problema si riscontra con i piani catodici che vengono attratti dal piano anodico; nelle camere di grande dimensione il risultato è una curvatura accentuata della zona centrale dei piani catodici. Questo nuovo stato cambia l'ampiezza della gap con conseguente variazione del fattore di moltiplicazione del rivelatore.

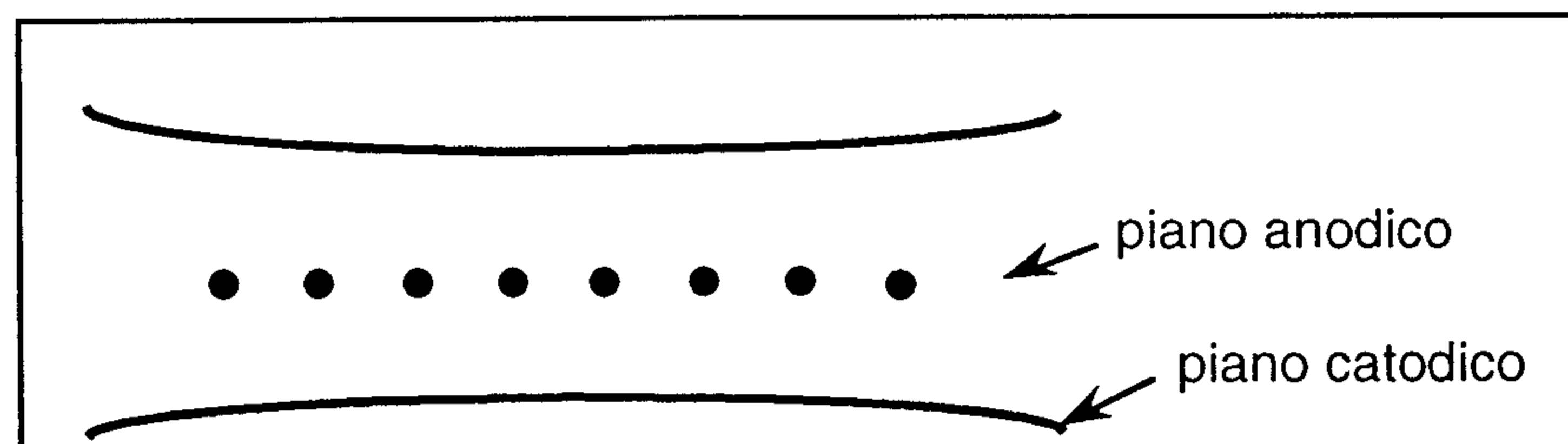


FIG. 3 – Curvatura dei piani catodici dovuta all'attrazione del piano anodico.



$$y_{\max} = f = \frac{q l^2}{8H} \quad (6)$$

$$H = \frac{q l^2}{8f} \quad (7)$$

$$\text{Esprimendo: } q = \frac{\rho \pi d^2}{4} \quad ; \quad H = \frac{K \pi d^2}{4}$$

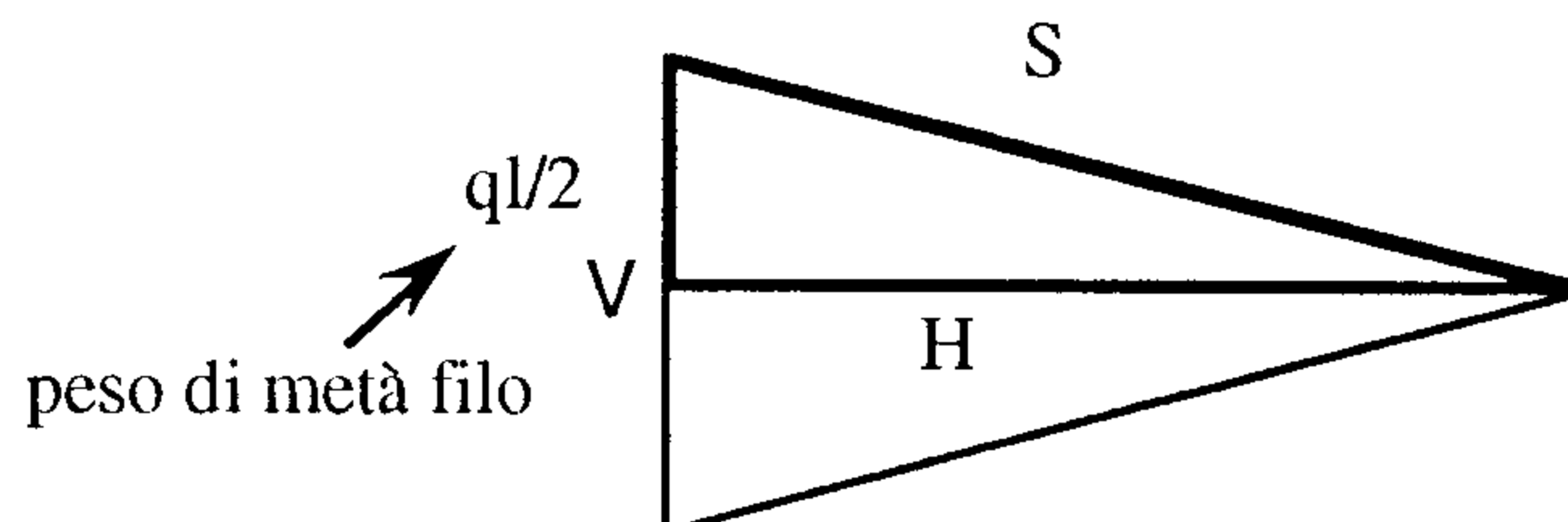
dove:  $\rho$  = massa volumica del materiale del filo  
 $K$  = carico di sicurezza del materiale del filo

la (5) diventa:

$$f = \frac{q l^2}{8H} = \frac{\frac{\pi d^2}{4}}{\frac{8K \pi d^2}{4}} \rho l^2 = \frac{\rho l^2}{8K} \quad (8)$$

dalla quale si nota l'indipendenza della freccia dal diametro del filo.

La (H) è la componente orizzontale costante dello sforzo (S) sul filo ed è applicata al vertice (V).



Lo sforzo massimo nei punti di attacco è dato da:

$$S = \sqrt{H^2 + \left(\frac{q l}{2}\right)^2} = \frac{q l^2}{8f} \sqrt{1 + 16n^2} \approx H(1 + 8n^2) \quad (9)$$

dove  $n = f / \ell$ .

Sostituendo l'espressione di (H) abbiamo:

$$S = q l \frac{1 + 8n^2}{8n} \quad (10)$$

sapendo che lo sforzo massimo che può sopportare il filo è dato da:

$$S = KA = K \pi \frac{d^2}{4} \quad (11)$$

dove (K) è il carico di resistenza a trazione, in daN/mm<sup>2</sup>, del materiale costituente il filo e (d) è il diametro del filo in mm.

Sostituendo la (11) nella (10) si ricava il diametro del filo (d):

$$d = \sqrt{\frac{4q l}{\pi K}} \sqrt{\frac{1 + 8n^2}{8n}} \quad (12)$$

La lunghezza della funicolare risulta:

$$L \cong 1 + \frac{8 f^2}{31} \quad (13)$$

mentre l'allungamento del filo sottocarico è dato da:

$$\Delta L \cong \frac{HL}{AE} \quad (14)$$

dove (E) è il modulo elastico del materiale del filo in daN/mm<sup>2</sup>.

## 2.2 – Variazioni dovute alla temperatura

Una variazione di temperatura modifica la lunghezza (L) del filo e quindi la freccia (f), provocando, inoltre, una variazione dello sforzo (H) sul filo.

La (13) si può scrivere:

$$L = 1 + \frac{8f^2}{31} \quad \lambda = \frac{8f^2}{31} \quad f^2 = \frac{3}{8} \lambda \quad (\text{con } \lambda = L - 1) \quad (15)$$

differenziando abbiamo:

$$df = \frac{3}{16n} d\lambda \quad (16)$$

differenziando la (7), cioè  $H = \frac{q\ell^2}{8f}$ , abbiamo:

$$dH = -\frac{q\ell^2}{8f^2} df$$

sostituendo df con la (16) risulta:

$$dH = -\frac{q\ell^2}{8} \frac{3}{16f^2n} d\lambda = -H \frac{3}{16nf} d\lambda$$

Si hanno così le variazioni (df) e (dH) causate dalla variazione di lunghezza  $d\lambda = dL$  che riscriviamo:

$$df = \frac{3}{16n} d\lambda \quad dH = -H \frac{3}{16nf} d\lambda$$

Scriviamo, inoltre, le seguenti formule:

$$L_0 = 1 + \frac{8 f_0^2}{31} \quad \text{Lunghezza del filo alla temperatura iniziale} \quad (17)$$

$$L = 1 + \frac{8 f^2}{31} \quad \text{Lunghezza del filo alla temperatura finale} \quad (18)$$

$$H_0 = \frac{q_0 l^2}{8f_0} \text{ Sforzo orizzontale alla temperatura iniziale} \quad (19)$$

$$H = \frac{q l^2}{8f} \text{ Sforzo orizzontale alla temperatura finale} \quad (20)$$

L'allungamento del filo, dovuto alla temperatura e al carico, è dato da:

$$L - L_0 \cong \alpha(t - t_0) + \frac{(H - H_0) l}{EA} \quad (21)$$

dove:  $\alpha$  = coefficiente di dilatazione lineare del materiale;

$E$  = modulo di elasticità del materiale.

Sostituendo nella (21) le (17), (18), (19), (20) e semplificando si ha:

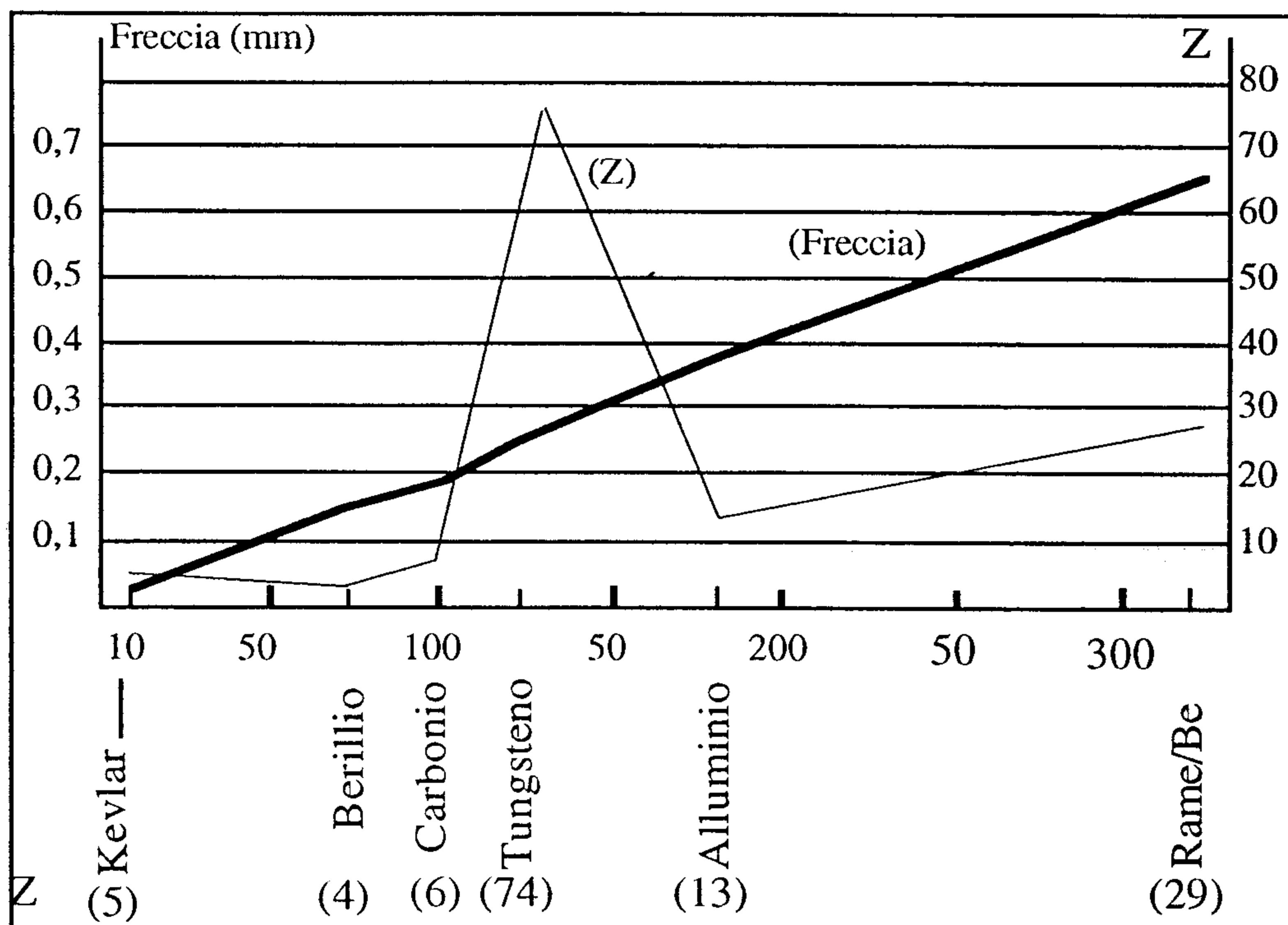
$$f^3 - f \left[ \frac{8f_0^2}{3l^2} + \alpha(t - t_0) - \frac{q_0 l^2}{8EAf_0} \right] \frac{3l^2}{8} - \frac{3ql^4}{64EA} = 0 \quad (22)$$

Dalla nuova sagitta si possono calcolare i valori dello sforzo orizzontale  $H$  e della sollecitazione unitaria  $\sigma = H/A$ .

### 3. - ANDAMENTO DELLE DEFORMAZIONI ELASTICHE

Il grafico sottostante riporta l'andamento teorico della deformazione elastica  $f$ , a temperatura costante, in funzione del rapporto  $\rho/\sigma_s$  tra densità  $\rho$  e carico di snervamento  $\sigma_s$  per diversi materiali e per lunghezza del filo  $l$  di 4000 mm.

È riportato, inoltre, l'andamento del numero atomico  $Z$  dei rispettivi materiali.



L'asse delle ascisse esprime i valori  $\rho / \sigma_s [10^{-9} mm^{-1}]$



### 3.1 - Caratteristiche fisiche dei materiali per fili e risultati numerici teorici e sperimentali.

#### 3.1.1 - Fibra aramidica (amianto) KEVLAR 49 (Z = 5)

$d = 0.1 \text{ mm}$	diametro del filo.
$A = 7.85 \cdot 10^{-3} \text{ mm}^2$	sezione del filo.
$l_o = 4000 \text{ mm}$	lunghezza teorica orizzontale.
$r = 1,45 \cdot 10^{-6} \text{ daN} / \text{mm}^3$	massa volumica.
$E = 12000 \text{ daN} / \text{mm}^2$	modulo di elasticità.
$s_l = 270 \text{ daN} / \text{mm}^2$	carico di rottura.
$s_s = \frac{270}{1.5} = 180 \text{ daN} / \text{mm}^2$	carico di snervamento
$R = 5 \cdot 10^{13} \Omega m$	resistività elettrica
$H = s_s A = 180 \cdot 7,85 \cdot 10^{-3} = 1,4 \text{ daN}$	trazione di snervamento
$f = r \frac{l_o^2}{8s_s} = \frac{1,45 \cdot 10^{-6} \cdot 4000^2}{8 \cdot 180} = 0,016 \text{ mm}$	freccia teorica.
$\lambda = \frac{H l_o}{AE} = \frac{1,4 \cdot 4000}{12000 \cdot 7,8 \cdot 10^{-3}} = 59 \text{ mm}$	allungamento.

#### 3.1.2 - Berilio (Z = 4)

$d = 0,1 \text{ mm}$	diametro del filo.
$A = 0,00785 \text{ mm}^2$	sezione del filo.
$l_o = 4000 \text{ mm}$	lunghezza teorica orizzontale.
$\rho = 1,8 \cdot 10^{-6} \text{ daN} / \text{mm}^3$	massa volumica.
$E = 32000 \text{ daN} / \text{mm}^2$	modulo di elasticità.
$\sigma_r = 31 \text{ daN} / \text{mm}^2$	carico di rottura.
$\sigma_s = 24 \text{ daN} / \text{mm}^2$	carico di snervamento.
$R = 3,3 \cdot 10^{-8} \Omega m$	resistività elettrica.
$H = \sigma_s A = 24 \cdot 0,00785 = 0,19 \text{ mm}$	trazione di snervamento.
$f = \frac{\rho l_o^2}{8\sigma_s} = \frac{1,8 \cdot 10^{-6} \cdot 4000^2}{8 \cdot 24} = 0,15 \text{ mm}$	freccia teorica.
$\lambda = \frac{H l_o}{AE} = \frac{0,19 \cdot 4000}{0,00785 \cdot 32000} = 3,0 \text{ mm}$	allungamento.

#### 3.1.3 - Fibra di carbonio (Z = 6)

$d = 0,1 \text{ mm}$	diametro del filo.
$A = 7,85 \cdot 10^{-3} \text{ mm}^2$	sezione del filo.
$l_o = 4000 \text{ mm}$	lunghezza teorica orizzontale.
$\rho = 1,8 \cdot 10^{-6} \text{ daN} / \text{mm}^3$	massa volumica.
$E = 23000 \text{ daN} / \text{mm}^2$	modulo di elasticità.
$\sigma_r = 22 \text{ daN} / \text{mm}^2$	carico di rottura.

$$\sigma_s = \frac{\sigma_r}{1,2} = \frac{2,2}{1,2} = 18 daN / mm^2$$

$$\alpha = 1 \cdot 10^{-6} K^{-1}$$

$$R = 1000 \cdot 10^{-8} \Omega m$$

$$R_z = 10 \cdot 10^{-8} \Omega m$$

$$H = \sigma_s A = 18 \cdot 7,8 \cdot 10^{-3} = 0,14 daN$$

$$f = \rho \frac{l_o^2}{8\sigma_s} = \frac{1,8 \cdot 10^{-6} \cdot 4000^2}{8 \cdot 18} = 0,2 mm$$

$$\lambda = \frac{H l_o}{EA} = \frac{0,14 \cdot 4000}{32000 \cdot 7,8 \cdot 10^{-3}} = 3,0 mm$$

carico di snervamento.

coeff. di dilatazione lineare

resistività elettrica.

resist. elett. dopo trattamento a 2800°.

trazione di snervamento.

freccia teorica.

allungamento.

### 3.1.4 - Tungsteno (Z=74)

$$d = 0,03 mm$$

$$A = 0,0007 mm^2$$

$$l_o = 4000 mm$$

$$\rho = 19 \cdot 10^{-6} daN / mm^3$$

$$q = 13 \cdot 10^{-9} daN / mm$$

$$\alpha = 4,2 \cdot 10^{-6} / K^\circ$$

$$E = 41000 daN / mm^2$$

$$\sigma_r = \sigma_s = 154 daN / mm^2$$

$$R = 5,4 \cdot 10^{-8} \Omega m$$

$$H = \sigma_r A = \sigma_s A = 154 \cdot 0,0007 = 0,1 daN$$

$$f = \frac{\rho l_o^2}{8\sigma_s} = \frac{19 \cdot 10^{-6} \cdot 4000^2}{8 \cdot 154} = 0,24 mm$$

$$\lambda = \frac{H l_o}{AE} = \frac{0,1 \cdot 4000}{7 \cdot 10^{-4} \cdot 4,1 \cdot 10^4} = 14 mm$$

diametro del filo.

sezione del filo.

lunghezza teorica orizzontale.

massa volumica.

peso lineare.

coeff. di dilatazione lineare.

modulo di elasticità

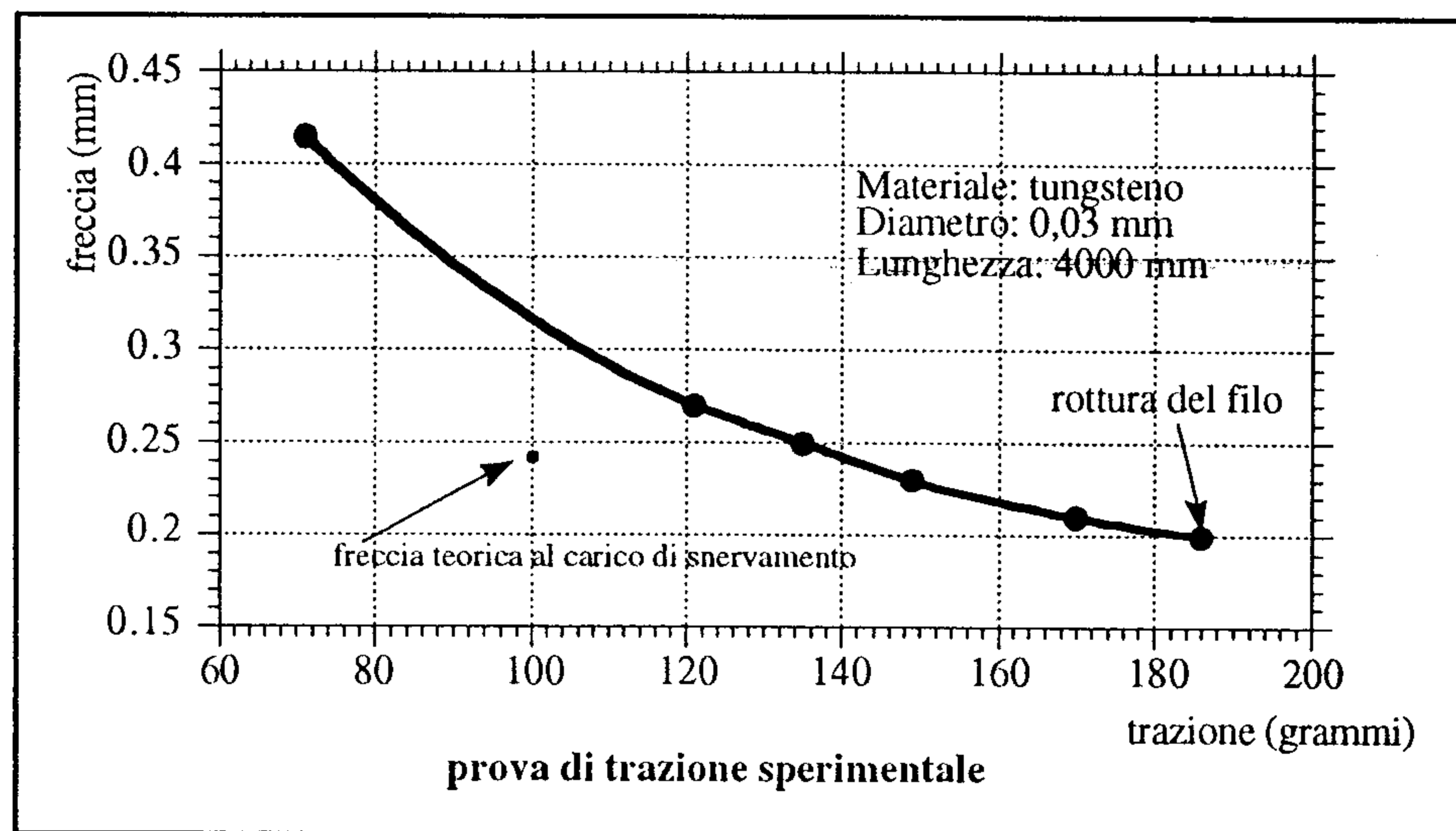
carico di rottura = carico di snervamento.

resistività elettrica.

trazione di snervamento.

freccia teorica.

allungamento.

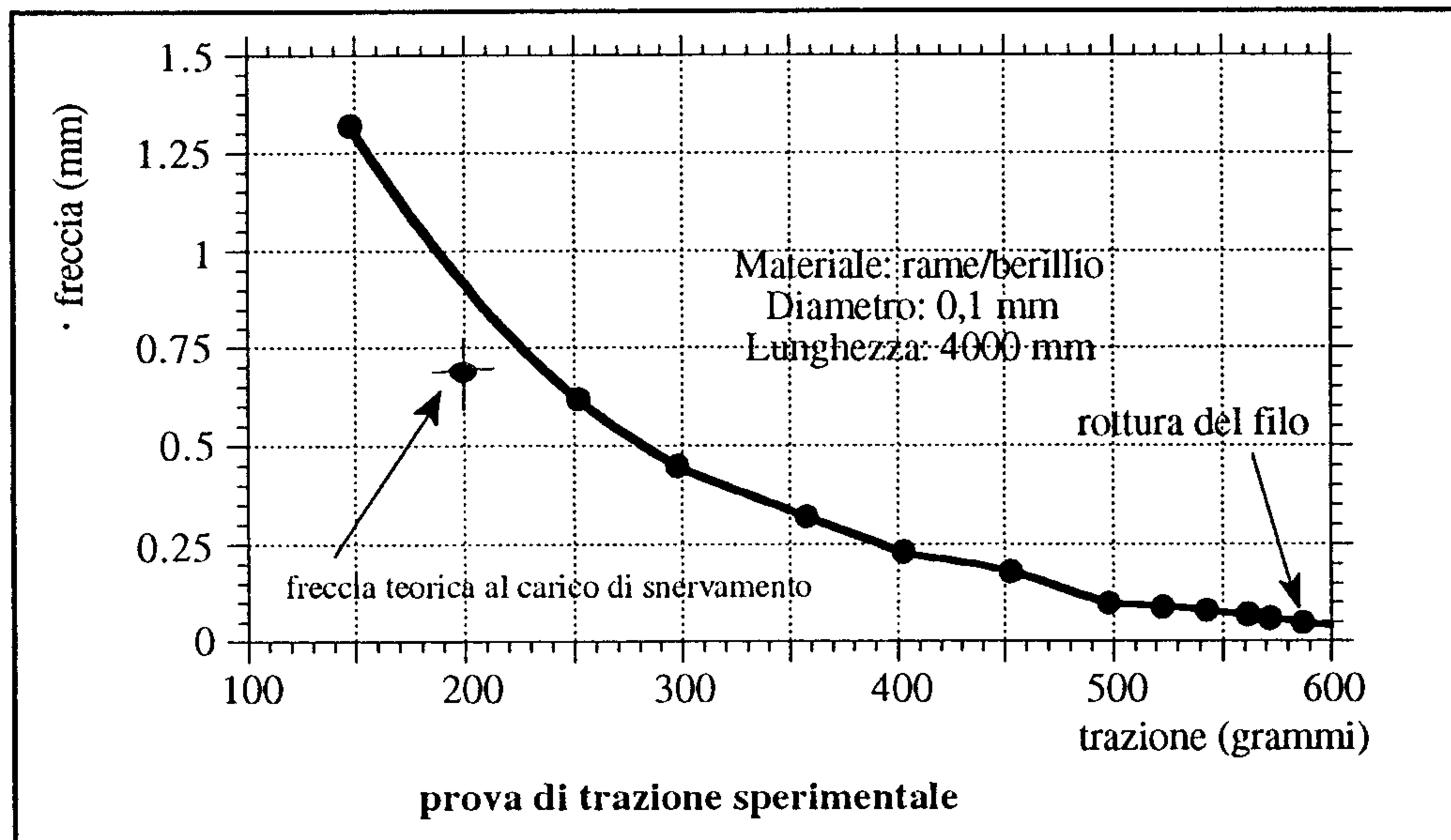


### 3.1.5 - Alluminio legato (UNI 3735) (Z=13)

$d = 0,1mm$	diametro del filo.
$A = 0,00785mm^2$	sezione del filo.
$l_o = 4000mm$	lunghezza teorica del filo.
$\rho = 2,8 \cdot 10^{-6} daN / mm^3$	massa volumica.
$E = 7100daN / mm^2$	modulo di elasticità.
$\sigma_r = 25daN / mm^2$	carico di rottura.
$\sigma_s = 15daN / mm^2$	carico di snervamento.
$\alpha = 23,6 \cdot 10^{-6} K^{-1}$	coefficiente di dilatazione.
$R = 4,8 \cdot 10^{-8} \Omega m$	resistività elettrica.
$H = \sigma_s A = 15 \cdot 7,8 \cdot 10^{-3} = 0,12daN$	trazione di snervamento.
$f = \frac{\rho l_o^2}{AE} = \frac{2,8 \cdot 10^{-6} \cdot 4000^2}{8 \cdot 15} = 0,4mm$	freccia teorica.
$\lambda = \frac{H l_o}{AE} = \frac{0,12 \cdot 4000}{7,8 \cdot 10^{-3} \cdot 7,1 \cdot 10^{-3}} \cong 9,0mm$	allungamento.

### 3.1.6 - Rame /Berillio (Z= 29)

$d = 0,1mm$	diametro del filo.
$A = 0,00785mm^2$	sezione del filo.
$l_o = 4000mm$	lunghezza teorica orizzontale.
$\rho = 8,2 \cdot 10^{-6} daN / mm^3$	massa volumica.
$E = 13000daN / mm^2$	modulo di elasticità.
$\sigma_r = 30daN / mm^2$	carico di rottura.
$\sigma_s = \frac{\sigma_r}{1,2} = 25daN / mm^2$	carico di snervamento.
$\alpha = 16,6 \cdot 10^{-6} K^{-1}$	coeff. di dilatazione.
$R = 7,0 \cdot 10^{-8} \Omega m$	resistività elettrica.
$H = \sigma_s A = 25 \cdot 7,85 \cdot 10^{-3} = 0,2daN$	trazione di snervamento.
$f = \frac{\rho l_o^2}{8\sigma_s} = \frac{8,2 \cdot 10^{-6} \cdot 4000^2}{8 \cdot 25} = 0,65mm$	freccia teorica
$\lambda = \frac{H l_o}{AE} = \frac{0,2 \cdot 4000}{0,00785 \cdot 13000} = 7,8mm$	allungamento



## RINGRAZIAMENTI

Ringrazio sentitamente i colleghi Ceccarelli Alvaro per le prove e le misure eseguite sui fili e Orecchini Dario per il contributo dato alla stesura del testo.

## BIBLIOGRAFIA

- Belluzzi Scienza delle costruzioni
- Malavasi Ingegneria meccanica
- Pighini Materiali
- W.R.Leo Techniques for particles physics experiments