

**ISTITUTO NAZIONALE di FISICA NUCLEARE  
LABORATORI NAZIONALI DI FRASCATI**

---

**LNF-91/065 (NT)**  
**4 ottobre 1991**

**B. Dulach:**

**PIATTAFORMA GIREVOLE PER ANTENNE GRAVITAZIONALI**

**LNF/91/065 (NT)**  
**4 ottobre 1991**

## **PIATTAFORMA GIREVOLE PER ANTENNE GRAVITAZIONALI**

**B. Dulach**

**INFN - Laboratori Nazionali di Frascati - P.O.BOX 13, I - 00044 Frascati (Italia)**

### **ABSTRACT**

In questa nota vengono descritti i criteri seguiti per definire i parametri cinematici (velocità e accelerazione) di una piattaforma girevole, da utilizzare per l'orientamento dell'antenna gravitazionale dell'esperimento ROG, tali da non perturbare lo stato proprio dell'antenna.

This report describes the principles used to define the kinematic parameters (speed and acceleration) for a turntable, used to orientate the cryogenic gravitational wave antenna, utilized in the ROG experiment.

The turntable main goal is not perturb the antenna conditions.

### **PREMESSA**

L'obiettivo dell'esperimento è di rivelare le onde gravitazionali; G.W. (Gravitational Wave) provenienti dalle galassie, prodotte dai collassi stellari e dalla formazione delle supernovae.

A causa della bassissima energia assorbita dall'antenna la cui variazione di lunghezza è stata valutata in 10-20 metri, l'antenna è tenuta al massimo riposo termico (0.1 K) e isolata sia dalle vibrazioni e rumori provenienti dall'esterno e sia dalle perturbazioni interne dovute al ribollimento del gas liquido e ai conduttori sotto tensione. L'attenuazione ottenibile dovrebbe essere dell'ordine dei - 300 db.

Il rivelatore è essenzialmente composto di un cilindro di alluminio (antenna), 0.6 metri di diametro, lunghezza 3.0 metri, pesante circa 26000 N, appeso a un cavo di rame di 16 mm di diametro, contenuto in una camera da vuoto situata all'interno di un criostato. Il criostato è

formato da vari gusci concentrici con funzioni progressive di raffreddatori e di isolatori delle vibrazioni. (Fig. 1).

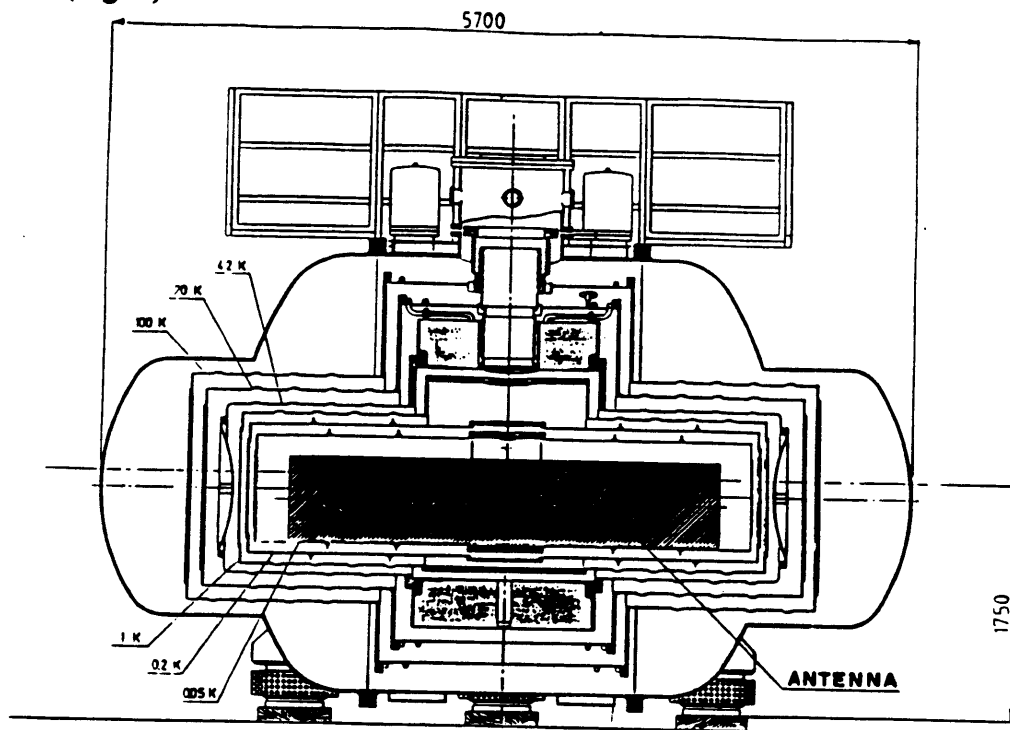


FIG. 1 - Antenna a criostato.

## 1. - INTRODUZIONE

Per orientare l'antenna in una direzione voluta o per posizionarla parallela ad altri rivelatori simili, essa e' sistemata con tutti gli impianti (compressori, pompe ecc.) su di una piattaforma girevole in grado di muoversi con velocita' e accelerazione tali da non generare torsioni o oscillazioni che potrebbero, o variare la posizione relativa tra antenna e contenitore o pregiudicare la resistenza meccanica del sospenditore di rame (Fig. 2).

(a)

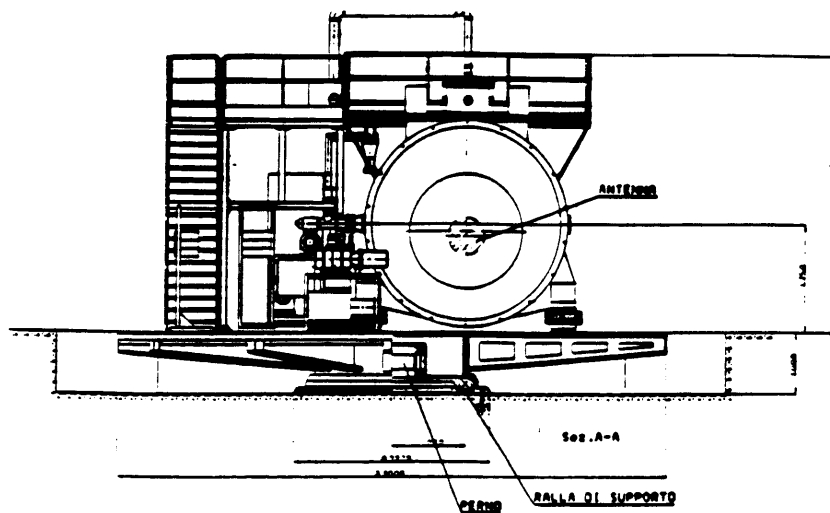
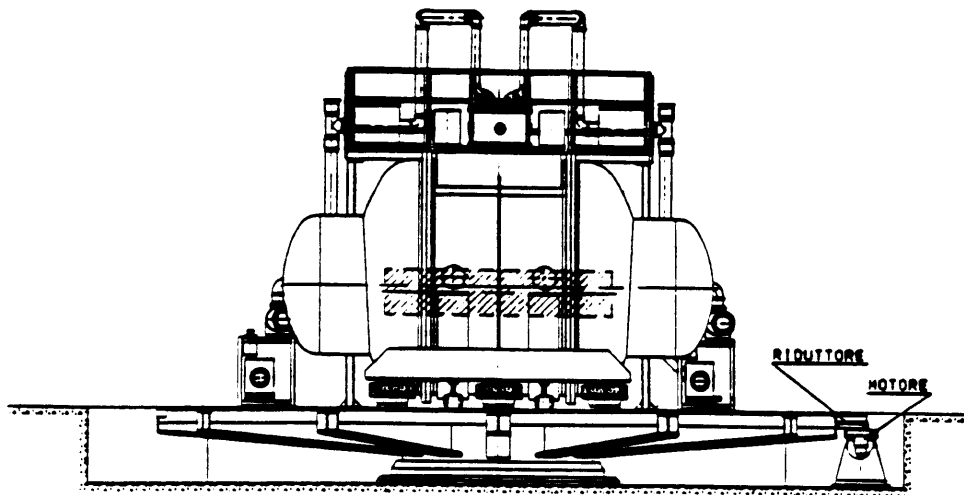


FIG. 2 - Lay-out generale (vista assiale).

(b)



(c)

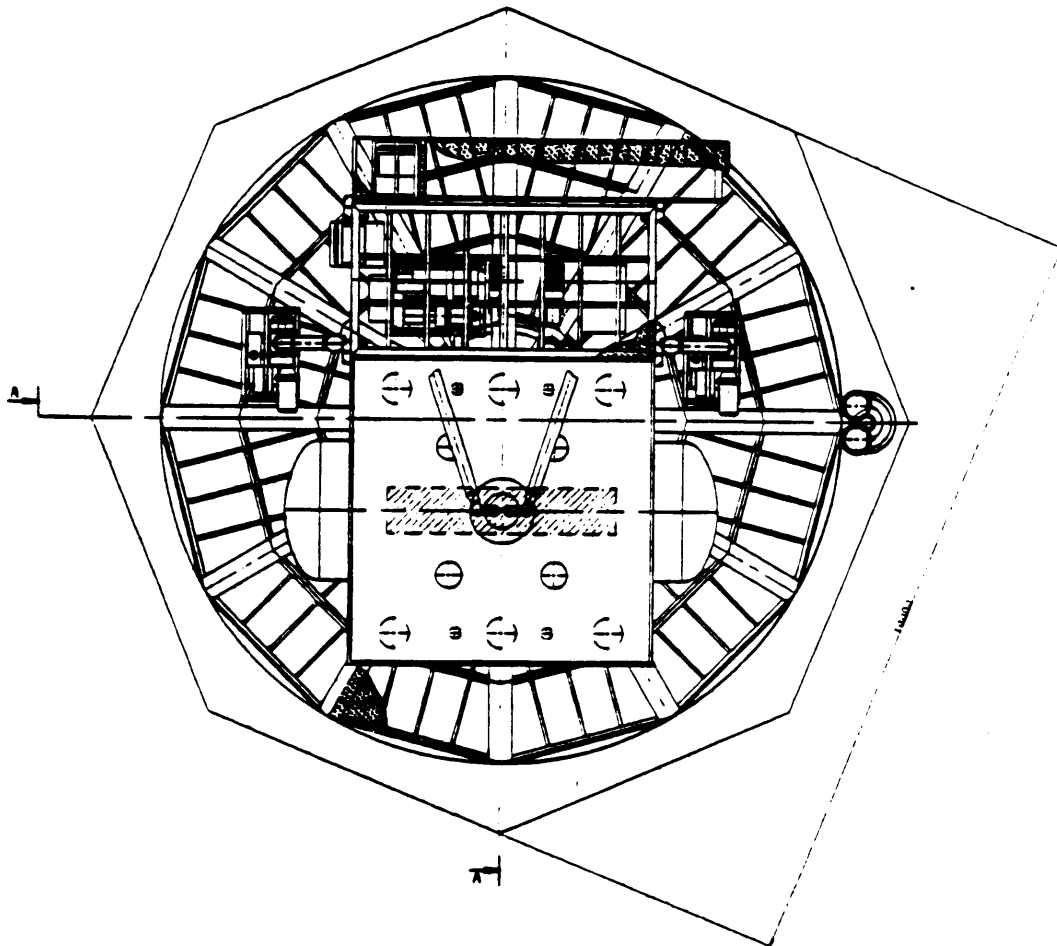


FIG. 2 - Lay-out generale.

## 2. - CALCOLO DEL PERIODO DI OSCILLAZIONE DELL'ANTENNA

L'antenna si può rappresentare come un pendolo di massa ( $Q$ ) e lunghezza ( $L$ ) che oscilla con periodo ( $T$ ) se sollecitata a spostarsi dalla sua posizione di equilibrio.

Per evitare gli inconvenienti accennati è necessario che il tempo di salita, o discesa, della velocità della piattaforma ( $t$ ) risulti convenientemente superiore al periodo di oscillazione ( $T$ ) dell'antenna.

Il periodo ( $T$ ) dipende dal tipo di oscillazione considerata. Nel nostro caso potrebbero essere essenzialmente le seguenti:

- oscillazioni piane
- oscillazioni coniche
- oscillazioni torsionali

Se l'angolo di oscillazione è contenuto entro pochi gradi, l'equazione differenziale che descrive i moti si può approssimare all'equazione del moto armonico.

Con l'approssimazione detta l'errore introdotto sul calcolo del periodo di oscillazione ( $T$ ) è dell'ordine del 0.05% per un angolo di 8 gradi.

### 2.1 - Oscillazioni Piane

L'equazione differenziale che descrive questo tipo di moto è:

$$\frac{d^2S}{dt^2} = -g \operatorname{sen} \frac{S}{L} \quad (1)$$

Per angoli piccoli  $\operatorname{sen} \varphi = \varphi = S/L$ ; la (1) diventa:

$$\frac{d^2S}{dt^2} = -g \frac{S}{L} \quad (2)$$

che è l'equazione del moto armonico di periodo:

$$T_1 = \frac{2\pi}{\Omega} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} = 2 \times 3.14 \times \sqrt{\frac{0.4}{9.81}} = 1.2 \text{ sec.} \quad (3)$$

dove  $L = 0.4 \text{ mt}$  è la distanza tra il fulcro di oscillazione e il centro di massa dell'antenna, e ( $g$ ) è l'accelerazione di gravità.

### 2.2 - Oscillazioni Coniche

Per le oscillazioni coniche valgono le stesse considerazioni fatte per quelle piane. Si dovrebbe solo sostituire, nell'equazione per il calcolo del periodo, la lunghezza ( $L$ ) con l'altezza ( $H$ ), ma data la piccola ampiezza dell'angolo ( $\varphi$ ) si può utilizzare ( $L$ ), senza che ciò introduca errori apprezzabili.

Per cui anche per le oscillazioni coniche abbiamo lo stesso periodo di quelle piane:

$$T_2 = T_1 = 1.2 \text{ sec.}$$

### 2.3 - Oscillazioni Torsionali

Per il calcolo del periodo ( $T_3$ ) si puo` considerare il peso ( $P$ ) dell'antenna come concentrato alla distanza ( $r$ ) dal centro di rotazione.

Si conosce:	$P = 26000 \text{ N}$	peso dell'antenna
	$B = 2.0 \text{ m}$	lunghezza dell'antenna
	$R = 0.3 \text{ m}$	raggio dell'antenna
	$s = 0.008 \text{ m}$	raggio dell'asta di rame
	$E = 1.2 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$	modulo di elasticita` del rame
	$f = 3$	rapporto di Poisson

$$r = \frac{B^2}{12} + \frac{R^2}{4} + \frac{2^2}{12} + \frac{0.3^2}{4} = 0.35 \text{ m raggio giratorio}$$

Il periodo  $T_3$  vale:

$$T_3 = \frac{2\pi}{\Omega} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{\mu}} = 2 \times 3.14 \times \sqrt{\frac{325}{6.7 \times 10^2}} = 4.3 \text{ sec.} \quad (4)$$

dove:

$$I = m r^2 = \frac{P}{g} r^2 = 0.35^2 \times \frac{26000}{9.8} = 325 \text{ kg m}^2 \quad (5)$$

e` il momento d'inerzia dell'antenna.

$$\mu = G \frac{I_p}{L} = 4.5 \times 10^{10} \times \frac{6 \times 10^{-9}}{0.4} = 6.7 \times 10^2 \text{ Nm} \quad (6)$$

e` la coppia di richiamo dell'asta di rame.

$$I_p = s \frac{4\pi}{2} = 0.008^4 \times \frac{3.13}{2} = 6 \times 10^{-9} \text{ m}^4 \quad (7)$$

e` il momento d'inerzia polare dell'asta di rame.

$$G = E \frac{f}{2(f+1)} = 1.2 \times 10^{11} \times \frac{3}{2 \times (3+1)} = 4.5 \times 10^{10} \text{ Nm} \quad (8)$$

e` il modulo di elasticita` tangenziale del rame.

### 3. - SCELTA DELLA VELOCITA` E ACCELERAZIONE OTTIMALI

Come accennato nell'introduzione, la velocita` e l'accelerazione della piattaforma girevole non debbono produrre sollecitazioni tali da perturbare lo stato di proprio all'antenna. Cio` si ottiene scegliendo una velocita` rotazionale tale da non generare componenti centrifughe

apprezzabili, e un tempo di salita e discesa della velocità notevolmente più lungo del maggiore dei periodi di oscillazione calcolati.

Fissiamo in 1 grado / min. (0.0003 rad/sec.) la massima velocità angolare ( $\Omega$ ) e in 2 min. il tempo (t) di variazione della velocità angolare. Il tempo (t) corrisponde a circa 20 volte il periodo T3 delle oscillazioni torsionali.

Fissati, in prima approssimazione, i parametri cinematici della piattaforma si può esaminare il comportamento dell'antenna.

Si possono verificare due situazioni:

- L'asse del sospensore è coincidente con l'asse della piattaforma.
- L'asse del sospensore è disassato dall'asse della piattaforma.

Nella situazione con assi coincidenti non si generano componenti normali o tangenziali apprezzabili ma esclusivamente un momento torsionale sul sospensore (M) dovuto all'accelerazione angolare.

$$M = I\epsilon = I \frac{d\Omega}{dt} = mr^2 \frac{\Omega}{t} = \frac{26000}{9.81} \times 0.35^2 \times \frac{0.0003}{120} = 1.6 \times 10^{-5} \text{ Nm} \quad (9)$$

è il momento torsionale sull'asta di rame.

$$\alpha = \frac{M}{\mu} = \frac{M}{G \frac{I_p}{L}} = \frac{1.6 \times 10^{-5}}{6 \times 10^{-9} \times \frac{4.5 \times 10^{10}}{0.4}} = 2.3 \times 10^{-8} \text{ rad.} \quad (10)$$

è la rotazione dell'asse dell'antenna.

Nella situazione con disassamento si generano due forze, una forza normale dovuta all'accelerazione centrifuga e una forza tangenziale dovuta alla reazione inerziale.

La forza normale massima si manifesta con velocità a regime e vale, con un disassamento (L) di 2 metri:

$$F_n = m \Omega^2 R = \frac{26000}{9.81} \times 0.0003^2 \times 2.0 = 4.7 \times 10^{-4} \text{ N} \quad (11)$$

Lo spostamento radiale vale:

$$a = L \operatorname{tg} \alpha = L \frac{F_n}{F_a} = L \frac{F_n}{mg} = 0.4 \times \frac{4.7 \times 10^{-4}}{26000} = 7 \times 10^{-10} \text{ metri} \quad (12)$$

La forza tangenziale si manifesta durante le accelerazioni e decelerazioni e vale:

$$F_t = ma = m \frac{\Omega}{t} R = \frac{26000}{9.81} \times \frac{0.0003}{120} \times 2.0 = 0.013 \text{ N} \quad (13)$$

Lo spostamento tangenziale relativo risulta:

$$b = L \operatorname{Tg} \beta = L \frac{F_t}{F_a} = 0.4 \times \frac{0.013}{26000} = 2 \times 10^{-7} \text{ metri} \quad (14)$$

#### 4. - RIEPILOGO

Periodi di oscillazione dell'antenna

T1 = 1.2 sec.	oscillazioni piane
T2 = 1.2 sec.	oscillazioni coniche
T3 = 4.3 sec.	oscillazioni torsionali

Parametri cinematici della piattaforma

$\Omega = 1$ grado /min. = 0.0003 rad./sec.	velocita` angolare
t = 120 sec.	tempo di variazione della velocita`
$\epsilon = 0.0000025$ rad./sec. <sup>2</sup>	accelerazione angolare

Risposta dell'antenna con assi coincidenti.

$\alpha = 2.3 \times 10^{-8}$ rad.	rotazione dell'antenna
------------------------------------	------------------------

Risposta dell'antenna con disassamento di 2 metri.

a = $7 \times 10^{-10}$ metri	spostamento radiale dell'antenna
b = $2 \times 10^{-7}$ metri	spostamento tangenziale dell'antenna

#### 5. - PIATTAFORMA GIREVOLE

Le caratteristiche cinematiche precedentemente definite hanno valori estremamente bassi non rientranti nei valori comunemente usati per sistemi simili. E' quindi necessario, per la ricerca delle soluzioni ottimali, uno studio accurato sia del sistema di automazione e controllo, sia della struttura e sostentamento della piattaforma.

#### 6. - DESCRIZIONE DEL SISTEMA DI AUTOMAZIONE

Il sistema di regolazione della velocita` e posizione e` schematicamente riportato in (Fig.3) esso e` composto essenzialmente da:

- motore
- avviatore a stato solido (soft start)
- controllore logico programmabile
- encoder
- fine corsa

Il motore sara` o in c.c. o asincrono a piu` poli, l'azionamento del motore provvede al mantenimento del set - point di velocita` elaborato dal regolatore che e` realizzato con un modulo coprocessore installato sul controllore programmabile a cui sono attribuite le funzioni di controllo del sistema di movimentazione.

Il sistema permette di impostare valori di riferimento diversi per velocita`, accelerazione e decelerazione. E` possibile, inoltre, impostare il valore desiderato di posizione angolare della piattaforma direttamente in gradi.



Pur essendo il tempo di risposta, del regolatore di velocità, dell'ordine di 10 ms la regolazione all'inizio del movimento della piattaforma non sarà buona se l'attrito tra le parti a contatto sarà di tipo elastico. Infatti la presenza di una coppia di spunto causerà un accumulo di energia elastica e un conseguente picco di accelerazione nell'istante del primo distacco. Inoltre all'inizio del movimento si instaurerà quasi sicuramente un regime di stick-slip, (avanzamento a scatti) dovuto alla bassissima accelerazione.

Per ovviare a questo inconveniente è necessario che l'attrito tra le parti a contatto sia di tipo viscoso. Ciò si può ottenere utilizzando sostentamenti idrostatici i quali hanno la caratteristica di avere il coefficiente di attrito statico praticamente nullo e quello dinamico crescente con il quadrato della velocità, caratteristica, questa, molto favorevole per l'assorbimento di eventuali picchi di velocità. È in ogni caso consigliabile limitare o annullare il decentramento del carico, sia per limitare la coppia resistente, sia per contenere la rigidità della struttura portante con conseguente risparmio.

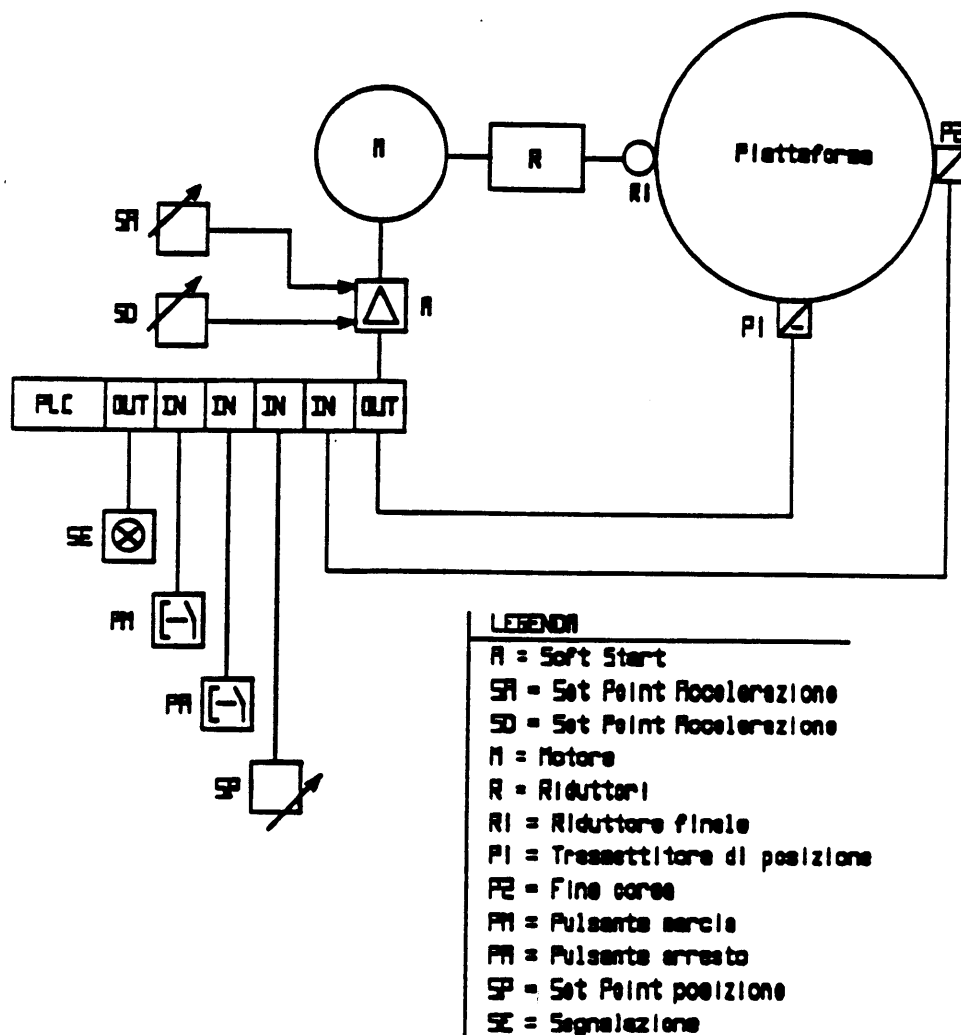


FIG. 3 - Sistema di automazione e regolazione della piattaforma.

## 7. - NOTE DI CALCOLO

Questi calcoli preliminari del sistema di automazione si sono basati sui dati appresso riportati, in parte fissati dal gruppo ROG e in parte stabiliti sulla base delle informazioni disponibili.

$\Omega = 1$ grado/min. = $3 \times 10$ rad/sec.	velocità massima di rotazione
$t = 120$ sec.	tempo di salita della velocità
$\varepsilon = V/t = 2.5 \times 10$ rad/sec. <sup>2</sup>	accelerazione
$V_m = 100$ giri / min. = $10.4$ rad/sec.	velocità massima del motore
$P_1 = 250\,000$ N	massa dell'antenna
$P_2 = 150\,000$ N	massa della piattaforma e accessori
$R_1 = 1.0$ metri	distanza dell'antenna dall'asse
$R_2 = 2.0$ metri	distanza delle masse P2 dall'asse
$\mu = 0.002$	coefficiente d'attrito volvente dinamico
$d = 2$ metri	diametro del cuscinetto assiale
$f = 0.001$ Nsec./m	coefficiente d'attrito viscoso
$D = 9.0$ metri	diametro esterno della piattaforma
$d = 0.3$ metri	diametro della ruota di frizione
$t_1 \approx 10$ msec.	tempo di risposta del sistema di controllo della velocità
$t_2 \approx 10$ msec.	tempo di rilascio dell'energia elastica accumulata dal sistema di riduzione

### 7.1 - Calcolo del momento d'inerzia polare

Si è ipotizzato che il sistema sia composto da due masse P1 e P2, distanti rispettivamente R1 e R2 dall'asse di rotazione.

$$J_p = P_1 R_1^2 + P_2 R_2^2 = 25000 \times 1^2 + 15000 \times 2^2 = 85000 \text{ kgm}^2 \quad (15)$$

### 7.2 - Calcolo della coppia motrice

La coppia motrice deve vincere essenzialmente quattro coppie resistenti:

La coppia d'inerzia del sistema

$$C_j = J_p \varepsilon = 85.000 \times 2.5 \times 10^{-6} = 0.21 \text{ Nm} \quad (16)$$

La coppia d'attrito dinamico, dipendente dal tipo di cuscinetto adottato

$$C_{as} = m (P_1 + P_2) \frac{d}{2} = 0.002 \times (250000 + 150000) \times \frac{2}{2} = 800 \text{ Nm} \quad (17)$$

$C_{as} \approx 0$  con cuscinetto idrostatico

La coppia d'attrito viscoso

$C_{av} \approx 0$  dovuto alla bassissima velocità (18)

La coppia di primo distacco dipendente dal tipo di cuscinetto adottato

$C_{ap} \approx C_{as} \approx 800 \text{ Nm}$  con cuscinetto volvente (19)

$C_{ap} \approx 0$  con cuscinetto idrostatico (20)

**Riassumendo abbiamo:**

con cuscinetto volvente al primo distacco

$$C1 = C_j + C_{as} + C_{av} + C_{ap} = 0.21 + 800 + 0 + 800 \approx 1600 \text{ Nm} \quad (21)$$

con cuscinetto volvente a regime

$$C2 = C_j + C_{as} + C_{av} = 0.21 + 800 + 0 \approx 800 \text{ Nm} \quad (22)$$

con cuscinetto idrostatico

$$C3 = C_j + C_{as} + C_{av} \approx 0.21 + 0 + 0 \approx 0 \text{ Nm} \quad (23)$$

I valori calcolati, riferiti al cuscinetto volvente, possono variare fortemente nel campo di funzionamento considerato.

Data la bassissima velocità è possibile che la piattaforma si muova, come precedentemente accennato, in regime di stick slip. (movimento a scatti).

È chiaro quindi, che è molto difficile definire con certezza la soglia minima di velocità che garantisca un movimento a regime di solo attrito dinamico impiegando un cuscinetto volvente. È altresì chiaro, dalla (23), che il problema non sussiste utilizzando un sostentamento idrostatico.

### 7.3 - Calcolo del rapporto di riduzione

Ipotizzando di trasmettere il moto alla piattaforma agendo sulla periferia della stessa, condizione più favorevole cinematicamente e economicamente, si ottiene un rapporto di riduzione:

$$R_p = D/d = 9.0 / 0.3 = 30 \quad (24)$$

Ipotizzando di impiegare un motore regolato in velocità, il rapporto di riduzione totale sarà dato dal rapporto tra la velocità massima del motore ( $V_m$ ) e la velocità massima della piattaforma ( $\Omega$ ).

$$R_t = V_m / \Omega = 10.4 / 0.0003 = 34666 \quad (25)$$

La potenza del motore allo spunto sarà:

$$P_m = V_m C1 / \beta R_t = 10.4 \times 1600 / 0.7 \times 34666 = 0.7 \text{ Kw} \quad (26)$$

dove  $\beta = 0.7$  rappresenta il rendimento del sistema di riduzione.

Il rapporto del gruppo riduttore sarà:

$$R_r = R_t / R_p = 34666 / 30 = 1155 \quad (27)$$

Va' osservato che per ottenere la riduzione ( $R_r$ ) e' consigliabile limitare il numero di riduttori in serie in quanto il gioco finale e' il prodotto del gioco del primo riduttore per le riduzioni successive.

$$G = g \times R_1 \times R_2 \times \dots \quad (28)$$

L'effetto del gioco finale ( $G$ ) non va' trascurato in quanto, data la bassa velocita' iniziale del motore, saranno necessari, come ordine di grandezza, alcuni secondi per il recupero totale dei giochi.

#### 7.4 - Effetto dell'attrito di primo distacco

Nel caso si utilizzi un sostentamento con cuscinetti volventi, l'attrito di primo distacco e' un problema rilevante. E' stato fatto un tentativo di inquadrare l'andamento del moto della piattaforma nei primi istanti. Il fenomeno dello stick slip e' stato trascurato e si potra' affrontare solo sperimentalmente sul sistema operante.

La coppia necessaria per movimentare la piattaforma allo spunto e' :

$$C_1 = 1600 \text{ Nm}$$

La coppia necessaria al mantenimento della velocita' e'

$$C_2 = 800 \text{ Nm}$$

L'accelerazione risultante e' :

$$\epsilon_r = (C_1 - C_2) / I_p = (1600 - 800) / 85000 = 0.0094 \text{ rad / sec}^2 \quad (29)$$

$$K = \epsilon_r / \epsilon = 0.0094 / 0.0000025 = 3760 \quad (30)$$

Questa accelerazione, di circa 3760 volte superiore a quella richiesta, si mantiene per un tempo che e' la somma del tempo ( $t_1$ ) di risposta del sistema di controllo della velocita' e del tempo ( $t_2$ ) necessario a scaricare l'energia elastica accumulata principalmente nel gruppo riduttore.

La velocita' massima raggiunta dalla piattaforma sara' :

$$\Omega_2 = \epsilon_r (t_1 + t_2) = 0.0094 \times (0.01 + 0.01) = 0.00019 \text{ rad / sec.} \quad (31)$$

valore quasi uguale a quello della velocita' a regime richiesta ( $\Omega = 0.0003 \text{ rad / sec.}$ ).

#### 8. - CONCLUSIONI

Dai risultati si puo' osservare che a causa dei giochi meccanici, la piattaforma decelerera' fino quasi a fermarsi prima che il motore abbia recuperato i detti giochi.

Da ciò si può desumere che potrebbero esserci buone probabilità che il moto, almeno nei primi istanti, proceda a scatti.

Per evitare a questo possibile inconveniente si potrà ricercare sperimentalmente, con il sistema nella configurazione definitiva, la velocità minima del motore che minimizza il fenomeno descritto. È evidente che ciò comporterà, quasi sicuramente, una diminuzione del tempo di accelerazione della piattaforma, che è attualmente di 120 sec.

### Riepilogo dei dati significativi

coppia motrice all'avviamento	$C1 = 1600 \text{ Nm}$
coppia motrice a regime	$C2 = 800 \text{ Nm}$
potenza del motore allo spunto	$Pm = 0.7 \text{ Kw}$
velocità della piattaforma	$\Omega = 1 \text{ grado / min.}$
velocità del motore	$Vm = 100 \text{ giri / min.}$
rapporto di riduzione totale	$Rt = 34666$
accelerazione richiesta	$\mathcal{E} = 2.5 \times 10 \text{ rad/ sec.}^2$
accelerazione allo spunto	$\mathcal{E}_r = 3760 \mathcal{E} = 9.4 \times 10 \text{ rad/sec.}^2$

### Riconoscimenti

Ringraziamenti sentiti ai Prof. E. Coccia, I. Modena, G. Pizzella, F. Ricci per le utili discussioni e per le preziose informazioni ricevute sull'argomento.

Desidero inoltre ringraziare A. Battisti per l'efficace contributo dato allo sviluppo del lay-out e del progetto generale e D. Orecchini per l'assistenza fornita sia alla definizione del progetto esecutivo che alla realizzazione della piattaforma.

### Referenze

(E. Amaldi e altri)

The gravitational wave experiment of the Rome Group (1986)

(M. Bassan, E. Coccia, I. Modena, G. Pizzella, P. Rapagnani, F. Ricci.)

Features of the cooling at ultra-low temperatures of a resonant gravitational wave antenna. (1988)