

Laboratori Nazionali di Frascati

LNF-61/34 (27. 6. 61)

B. Antonini: STUDIO DELL'INTENSITA' E DELLA POLARIZZAZIONE  
DEL FASCIO  $\gamma$  DI 1000 MeV DA UN MONOCRISTALLO DI SILICIO  
(Tesi di Laurea).

Estratto dalla: Tesi di Laurea.

Laboratori Nazionali di Frascati del C.N.E.N.  
Servizio Documentazione

Nota interna : N°84  
27 Giugno 1961

Antonini B.: STUDIO DELL'INTENSITA E DELLA POLARIZZAZIONE  
DEL FASCIO  $\gamma$  DI 1000 MEV DA UN MONOCRISTALLO DI SILICIO  
(Tesi di laurea)

ERRATA CORRIGE

<u>Pag.</u>	<u>Riga</u>	<u>In luogo di</u>	<u>leggere</u>
3	17	che $q$ può	che $q_1$ può
19	11	$K_0 = 685$ MeV	$K = 865$ MeV
20	27	curva teoria	curva teorica
21	7	di $\pi^0$	di $\pi^+$
27	27 / 28	targnetta	targhetta
32	1	dell'energia a	dell'energia e
34	12	polarizzato. Nei	polarizzato, nei
36	8	di crica il	di ci ca il
43	8	del 5%	del 5‰
43	9	del 5%	del 5‰
44	17	per $\geq 17$ cm	per $y \geq 17$ cm
44	23	$Z = 0$	$Z_0 \neq 0$
44	25	(Fig. II.13).	(Fig. II 13bis).
44		Fig. II.13	Fig. II.13bis
46	26	caso di P	caso di $P_{\perp}$
58	5	irraggiato	irraggiato
68	3	logartmo	logaritmo
72	14 / 15	Possibilità	Possibilità
72	24	(Fig. 16)	(Fig. I.16)
75	6	di 2 nsec	di 2 msec
80	11	(1959)	(1939)
80	12	(1939)	(1959)

## Introduzione

La teoria prevede che, nella bremsstrahlung di un monocristallo, a causa della periodicità del potenziale all'interno di questo, si abbiano effetti di interferenza, che si manifestano come una variazione della sezione d'urto al variare dell'angolo fra il fascio di elettroni e l'asse cristallino. È previsto inoltre che il fascio  $\gamma$  di bremsstrahlung di un monocristallo sia parzialmente polarizzato rispetto al piano definito dal fascio di elettroni e dall'asse del cristallo.

Ottenere un fascio  $\gamma$  d'alta energia di cui sia nota la polarizzazione è un risultato di notevole interesse, in quanto, con un fascio polarizzato si possono trarre utili informazioni sulle interazioni nucleari.

In questo lavoro è descritta un'esperienza sullo studio dell'intensità e della polarizzazione della bremsstrahlung di un monocristallo di silicio. Nella prima parte, dopo una descrizione dell'apparato sperimentale, vengono presentati i risultati relativi agli effetti d'interferenza: questi risultati sono confrontati con quelli sperimentali di Panofsky-Saxena e di Frisch-Olson, con la teoria di Uberall ed i calcoli teorici di Schiff, che sono un tentativo di spiegare i risultati negativi delle esperienze di Panofsky-Saxena e di Frisch-Olson. Quindi viene spiegata la esistenza di una struttura fina, non prevista dalla teoria di Uberall, confrontando i risultati sperimentali con i valori della sezione d'urto di bremsstrahlung calcolati da Barbiellini.

Nella seconda parte si sviluppa un calcolo dettagliato sulla distribuzione angolare delle coppie di elettroni prodotte da fotoni polarizzati e sulla possibilità di utilizzare la asimmetria di questa distribuzione per misurare la polarizzazione del fascio  $\gamma$ . Quindi si presentano i pri

## II.

mi risultati sperimentali della misura della polarizzazione del fascio  $J$  .

Nella terza parte si studia la possibilità di costruire uno strumento che permetta un allineamento rapido del cristallo, sulla traccia dell'esperienza di Frisch-Olson. Se ne dà uno schema di principio, descrivendo un circuito divisore realizzato con diodi logaritmici.

Si discute la sensibilità di questo dispositivo e l'opportunità di costruirne uno più sensibile utilizzando lo spettrometro a coppie. Viene quindi descritto questo nuovo dispositivo.

# I N D I C E

I. STUDIO DELL'INTENSITA' DEL FASCIO $\gamma$ DI BREMS-	
STRAHLUNG DI UN MONOCRISTALLO DI SILICIO	
- Effetti d'inferenza nella bremsstrahlung in cristalli .....	pag. 1
- Descrizione dell'apparato sperimentale ....	" 8
Monocristallo .....	" 8
Collimatori .....	" 9
Magnetone pulitore .....	" 9
Convertitore .....	" 10
Spettrometro .....	" 10
Quantometro .....	" 16
- Risultati sperimentali .....	" 17
- Discussione dei risultati sperimentali ....	" 20
II. STUDIO DELLA POLARIZZAZIONE DEL FASCIO $\gamma$ DI BREMSSTRAHLUNG DI UN MONOCRISTALLO DI SILICIO	
- Polarizzazione della bremsstrahlung dei cristalli .....	" 27
- Metodi di misura della polarizzazione del fascio $\gamma$ .....	" 30
- Calcolo della distribuzione angolare delle coppie di elettroni prodotte da $\gamma$ polarizzati .....	" 38
- Misure di polarizzazione - La situazione sperimentale .....	" 54
III. COSTRUZIONE DI UN DISPOSITIVO PER L'ALLINEAMENTO RAPIDO DEL CRISTALLO	
- Generalità .....	" 61
- Caratteristiche del circuito - Risultati sperimentali .....	" 69
- Alcune considerazioni sulla sensibilità del dispositivo. Possibilità di costruire un dispositivo di maggiore sensibilità usando lo spettrometro a coppie .....	" 72
BIBLIOGRAFIA .....	" 80

# I. STUDIO DELL'INTENSITA' DEL FASCIO $\lambda$ DI BREMSSTRAHLUNG DI UN MONOCRISTALLO DI SILICIO.

## Effetti di interferenza nella bremsstrahlung in cristalli

In genere gli effetti di interferenza delle radiazioni prodotti da strutture cristalline si manifestano quando le lunghezze d'onda delle radiazioni stesse sono dello stesso ordine di grandezza del passo del reticolo cristallino. Un'eccezione a questa regola si ha nel caso della radiazione di frenamento di elettroni di alta energia in un cristallo: al variare dell'angolo d'incidenza degli elettroni rispetto ai piani reticolari del cristallo si hanno notevoli variazioni dell'intensità e dello spettro, che si manifestano in maniera tanto più rilevante quanto maggiore è l'energia degli elettroni incidenti.

Questo fenomeno, studiato già da Ferretti<sup>(1)</sup> nel 1950, è dovuto al fatto che il momento trasferito al nucleo è piccolo in ogni caso e può essere spiegato con alcune considerazioni fatte da Uberall<sup>(2)</sup>. Questi ha studiato in dettaglio il fenomeno fornendo risultati direttamente confrontabili con l'esperienza.

Nello studio della bremsstrahlung in approssimazione di Born la quantità caratteristica dell'elemento di matrice è la trasformata di Fourier del potenziale del nucleo  $V(r)$ .

$$(1) \quad \int V(r) e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} d\mathbf{r}$$

dove  $\mathbf{q}$  è il momento trasferito al nucleo.

I momenti sono misurati in unità  $mc$ , le energie in unità  $mc^2$  e le lunghezze in lunghezze d'onda Compton dell'elettrone  $\lambda = h/mc$ . Si assume l'ipotesi che la massa di quiete dell'elettrone  $mc^2$  sia trascurabile

in confronto alle energie degli elettroni e dei quanti in esame. Si indicano con  $E_1, \underline{p}_1$  rispettivamente la energia ed il momento dell'elettrone primario, con  $E_2, \underline{p}_2$  l'energia ed il momento dell'elettrone secondario, con  $\underline{K}$  il momento del quanto irraggiato, con  $\underline{q}$  il momento trasferito al nucleo. Fra queste grandezze si ha la relazione energia momento  $E^2 = p^2 + 1$ .

La conservazione dell'energia e dell'impulso fornisce le relazioni:

$$(2) \quad E_1 = K + E_2 \qquad \underline{q} = \underline{p}_1 - \underline{p}_2 - \underline{k}$$

Assumendo la direzione di  $\underline{p}_1$  come direzione dell'asse z, si dimostra che la componente lungo quest'asse del momento trasferito è dell'ordine di  $E_1^{-1}$ , mentre la componente trasversale è dell'ordine della unità.

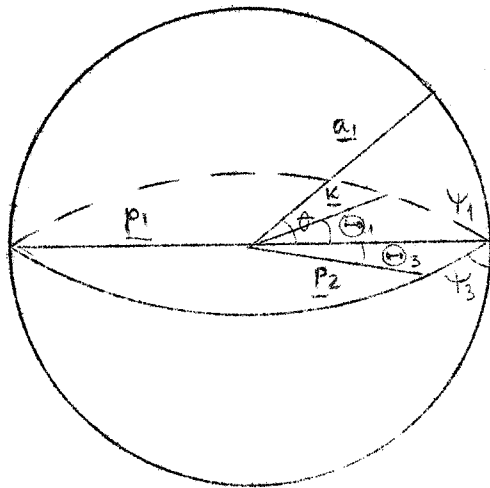


Fig. I.1 - Relazioni angolari nella bremsstrahlung

Si ha:

$$(3) \quad q_z = p_1 - p_2 \cos \Theta_3 - K \cos \Theta_1$$

$$q_{\perp}^2 = p_2^2 \sin^2 \Theta_3 + K^2 \sin^2 \Theta_1 + 2 p_2 \sin \Theta_3 K \sin \Theta_1 \cos \Psi$$



Alle alte energie il quanto e l'elettrone secondario vengono emessi a piccoli angoli, dell'ordine di  $E_1^{-1}$

Sviluppando per piccoli angoli si ha:

$$q_z = p_1 - p_2 \left(1 - \frac{H_3^2}{2}\right) - K \left(1 - \frac{H_1^2}{2}\right)$$

$$q_z^2 = p_2^2 H_3^2 + K^2 H_1^2 + 2p_2 H_3 K H_1$$

e ponendo

$$H_1, H_3 \approx E_1^{-1}$$

$$q_z \approx p_1 - p_2 - K + p_2 \frac{H_3^2}{2} + K \frac{H_1^2}{2} \approx \mathcal{J} + \frac{E_2}{2E_1^2} + \frac{K}{2E_1^2} = \mathcal{J} + \frac{1}{2E_1} \approx 2\mathcal{J}$$

$$\frac{q_z^2}{1} \approx \frac{E_2^2}{E_1^2} + \frac{K^2}{E_1^2} + \frac{2E_2 K}{E_1^2} = 1$$

Avendo posto  $\mathcal{J} = p_1 - p_2 - K$ , minimo momento trasferito, e tenendo presente che  $E_1, E_2, K$  sono dello stesso ordine di grandezza.

$$\text{Infatti si ha: } \mathcal{J} = p_1 - p_2 - K = (E_1^2 - 1)^{1/2} -$$

$$- (E_2^2 - 1)^{1/2} - K \text{ e sviluppando i radicali in serie}$$

$$\text{di Taylor: } \mathcal{J} \approx E_1 \left(1 - \frac{1}{2E_1^2}\right) - E_2 \left(1 - \frac{1}{2E_2^2}\right) - K = E_1 - E_2 - K + \frac{1}{2E_2} - \frac{1}{2E_1} = \frac{K}{2E_1 E_2}$$

D'altra parte, poichè  $\mathcal{J}$  è il minimo momento trasferito, si ha  $q \geq \mathcal{J}$ ,  $q_z \geq \mathcal{J}$ , quindi si vede che  $q$  può essere compreso fra  $\mathcal{J}$  e un valore dell'ordine dell'unità, mentre  $q_z$  può essere soltanto dell'ordine di  $\mathcal{J}$ :

$$\mathcal{J} \leq q_z \lesssim \mathcal{J}; \quad q \lesssim 1$$

Queste considerazioni mostrano che la bremsstrahlung avviene in modo tale che il momento trasferito al nucleo cade in una zona dello spazio dei momenti a forma di disco di raggio unitario e di spessore  $\mathcal{J}$ , spostato dall'origine di una quantità  $\mathcal{J}$  e perpendicolare alla direzione dell'elettrone incidente. (Fig. I.2)

Nel caso di un reticolo cristallino occorre cal-

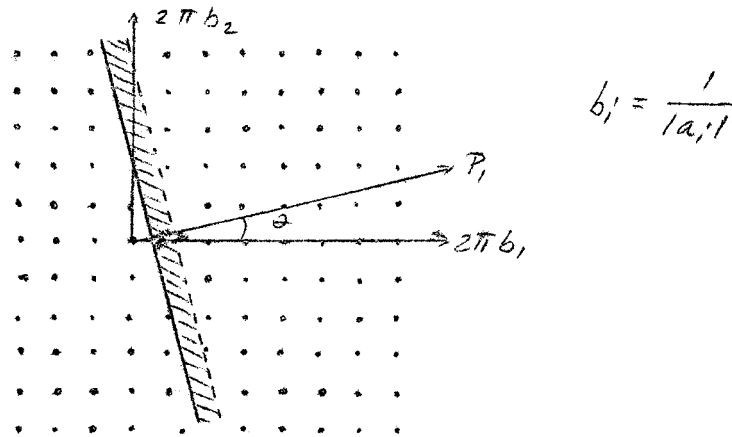


Fig. I.2 - Il disco dei momenti nello spazio del reticolo inverso

colare la trasformata di Fourier del potenziale del cristallo

$$(4) \quad V_{cr} = \sum_{\underline{L}} V(\underline{r} + \underline{L})$$

dove  $V$  è il potenziale di un atomo e  $\underline{L}$  il vettore del reticolo, che ha per componenti i vettori fondamentali del cristallo ( $\underline{a}_1, \underline{a}_2, \underline{a}_3$ ). Sviluppando in serie  $V_{cr}$  e calcolandone la trasformata di Fourier si ha:

$$(5) \quad \sum_{\underline{L}} e^{i\underline{q} \cdot \underline{L}} \int V(\underline{r}) e^{i\underline{q} \cdot \underline{r}} d\tau$$

che dà luogo, nella sezione d'urto differenziale di bremsstrahlung ad un fattore:

$$(6) \quad \left| \sum_{\underline{L}} e^{i\underline{q} \cdot \underline{L}} \right|^2 = \frac{\sin^2(\frac{1}{2} N_1 \underline{a}_1 \underline{q})}{\sin^2(\frac{1}{2} \underline{a}_1 \underline{q})} \frac{\sin^2(\frac{1}{2} N_2 \underline{a}_2 \underline{q})}{\sin^2(\frac{1}{2} \underline{a}_2 \underline{q})} \frac{\sin^2(\frac{1}{2} N_3 \underline{a}_3 \underline{q})}{\sin^2(\frac{1}{2} \underline{a}_3 \underline{q})}$$

dove gli  $\underline{a}_i$  sono i vettori fondamentali del reticolo diretto, e gli  $N_i$  il numero di celle lungo l'asse  $i$ -esimo.

Per cristalli macroscopici gli  $N_i$  sono molto grandi e l'espressione si può approssimare con

$$(7) \quad \frac{(2\pi)^3}{\Delta} N \sum_{\underline{g}} \delta(\underline{q} - 2\pi \underline{g})$$

una somma sui vettori  $\underline{g}$  del reticolo inverso, dove  $\Delta$  è il volume di una cella unitaria del reticolo diretto,  $N$  il

numero di atomi del cristallo,  $\delta$  la funzione di Dirac vettoriale. L'effetto della  $\delta$  è quello di annullare la sezione d'urto ogni volta che il momento di rinculo non coincide con un vettore del reticolo inverso; quindi al valore della sezione d'urto contribuiscono solo quei momenti di rinculo il cui estremo libero coincide con un punto del reticolo inverso.

Per ottenere la sezione d'urto totale occorre integrare sugli angoli d'emissione dei quanti e degli elettroni secondari, il che può essere convertito in una integrazione sui valori di  $q$ , a cui contribuisce maggiormente la zona del disco.

Al variare dell'angolo di incidenza degli elettroni il disco dei momenti varia la sua posizione rispetto al reticolo cristallino e se l'energia  $E_1$  è abbastanza grande, cioè  $\delta$  piccolo, varia il numero di punti nella zona del disco e quindi l'intensità della bremsstrahlung.

Queste considerazioni permettono di valutare quale deve essere l'energia minima dell'elettrone incidente per poter osservare l'effetto d'interferenza. Per questo occorre che lo spessore del disco sia minore del passo del reticolo inverso, cioè di  $2\pi/a$ . Nel caso del silicio si ha  $a = 1.4 \cdot 10^{-3}$  unità mc, e dalla:

$$\delta = \frac{K}{2E_1 E_2} \leq \frac{2\pi}{a}$$

si ricava  $E_1 \geq 110$  MeV.

Uberall mostra che, nel caso in cui il numero di punti del reticolo inverso contenuti nel disco dei momenti sia grande, nel fattore del cristallo (7) si può sostituire la somma sulle direzioni di due degli assi del reticolo inverso con un'integrazione, trasformando la (7) in

$$(8) \quad \frac{2\pi}{a} N \sum_{\frac{1}{4}} \delta\left(\underline{q} \cdot \frac{a_1}{a} - \frac{2\pi}{a} h\right)$$

dove  $h$  indica il numero d'ordine dei piani reticolari perpendicolari al terzo asse del reticolo inverso, a partire dal piano passante per l'origine. Questo equivale a considerare detti piani reticolari, invece che come un insieme di punti, come un continuo: la conseguenza di ciò, come si vedrà in seguito, è di sostituire l'andamento discontinuo della sezione d'urto con un andamento medio continuo che non tiene conto della struttura fina.

Per ottenere la sezione d'urto di bremsstrahlung, Uberall moltiplica la sezione d'urto di Bethe Heitler <sup>(3)</sup> per il fattore del cristallo ed integra rispetto agli angoli d'emissione  $\Theta_1$ ,  $\Theta_3$  e agli azimuth  $\Psi_1$  e  $\Psi = \Psi_1 - \Psi_3$ .

L'integrazione rispetto a  $\Psi_1$  è effettuata con l'ausilio della  $\delta$  di Dirac che compare nella (8) sfruttando la seguente proprietà della funzione  $\delta$ : <sup>(4)</sup> se  $\phi(x)$  è una funzione ad un sol valore della  $x$  si ha:

$$\delta[\phi(x)] = \sum_i \frac{\delta(x-\alpha_i)}{|\phi'(\alpha_i)|}$$

dove le  $\alpha_i$  sono le radici dell'equazione  $\phi(x) = 0$  e  $\phi'(x)$  è la derivata della  $\phi(x)$  rispetto ad  $x$ . Pertanto si ha:

$$\int f(x) \delta[\phi(x)] dx = \sum_i \int f(x) \frac{\delta(x-\alpha_i)}{|\phi'(\alpha_i)|} dx = \sum_i \frac{1}{|\phi'(\alpha_i)|} \int f(x) \delta(x-\alpha_i) dx = \sum_i \frac{f(\alpha_i)}{|\phi'(\alpha_i)|}$$

L'integrazione sulle altre variabili è effettuata per sostituzione di  $\Theta_1$ ,  $\Theta_3$ ,  $\Psi$  con  $u = \Theta_1 K$ ,  $v = \Theta_3 E_2 q_1^2$ . Dagli estremi d'integrazione si può vedere come il limite sinistro del disco dei momenti sia netto e leggermente parabolico, mentre il limite destro è sfumato.

Successivamente Uberall tiene conto dell'agitazione termica, che riduce gli effetti di interferenza, mostrando che, in conseguenza di ciò, la sezione d'urto

totale si può esprimere come somma di un termine continuo, dipendente solamente da  $\delta$ , minimo momento trasferito, e di un termine interferenziale, dipendente, oltre che da  $\delta$ , anche dall'angolo  $\theta$  fra  $\underline{p}_1$  ed  $\underline{a}_1$ :

$$\sigma_{br} = \sigma^{(c)}(\delta) + \sigma^{(i)}(\theta, \delta)$$

dove:

$$\sigma^{(c)}(\delta) = N \frac{z^2}{137} \left( \frac{e^2}{mc^2} \right)^2 \frac{dK}{KE_1^2} \left[ (E_1^2 + E_2^2) \Psi^{(c)}(\delta) - \frac{2}{3} E_1 E_2 \Psi_2^{(c)}(\delta) \right]$$

$$\sigma^{(i)}(\theta, \delta) = N \frac{z^2}{137} \left( \frac{e^2}{mc^2} \right)^2 \frac{dK}{KE_1^2} \left[ (E_1^2 + E_2^2) \sum_{h \geq 0} \Psi_1^h(\delta, \theta) - \frac{2}{3} E_1 E_2 \sum_{h \geq 0} \Psi_2^h(\delta, \theta) \right]$$

$$\Psi_1^{(c)}(\delta) = 4 + 4 \int_{\delta}^1 \frac{[1 - e^{-Aq^2}](q - \delta) [1 - F(q)]^2 dq}{q^3}$$

$$\Psi_2^{(c)}(\delta) = \frac{10}{3} + 4 \int_{\delta}^1 \frac{[1 - e^{-Aq^2}](q^3 - 6\delta^2 q \ln \frac{q}{\delta} + 3\delta q^2 - 4\delta^3) [1 - F(q)]^2 dq}{q^4}$$

$$F(q) = [1 + (111 q^2)^{-\frac{1}{3}}]^{-1}; \quad A = \frac{3m^2 e^2}{4MK(\odot)} \left[ 1 + 4 \frac{T}{\odot} \Phi\left(\frac{\odot}{T}\right) \right]$$

M numero di massa dell'elemento costituente il  
crystallo

$\odot$  temperatura di Debye

$\Phi\left(\frac{\odot}{T}\right)$  una funzione tabulata da Debye

$$\Psi_1^h = \frac{8\delta}{a} \int_{\delta}^{\infty} \frac{e^{-Aq^2} q dq}{(\beta^2 + q^2)^2} \int_{\delta}^q \frac{dq_2^2}{[\theta^2 q^2 - (q_2 - \frac{2\pi h}{a})^2]^{1/2}} \frac{q^2 - q_2^2}{q_2^2}$$

$$\Psi_2^h = \frac{48\delta}{a} \int_{\delta}^{\infty} \frac{e^{-Aq^2} q dq}{(\beta^2 + q^2)^2} \int_{\delta}^q \frac{dq_2^2}{[\theta^2 q^2 - (q_2 - \frac{2\pi h}{a})^2]^{1/2}} \frac{q^2 - q_2^2}{q_2^4} (q_2 - \delta) \delta$$

Nell'esperienza descritta in seguito è stato usato un crystallo di silicio, con l'asse (111) parallelo al fascio di elettroni. Per questo elemento è stata calcolata la sezione d'urto di bremsstrahlung per  $E_1 = 1000$  MeV,  $k = 100$  MeV e 230 MeV, in funzione dell'angolo  $\theta$  fra il fascio di elettroni e l'asse (111) del crystallo. E' stato calcolato inoltre lo spettro di bremsstrahlung per  $\theta = 1$  mrad. e  $\theta = 6$  mrad. e la distribuzione angolare del fascio  $\gamma$  in funzione dell'angolo di emissio

ne dei fotoni.

L'andamento di queste curve sarà discusso in seguito, nel corso della presentazione dei risultati sperimentali.

### Descrizione dell'apparato sperimentale

Lo scopo di questa prima parte dell'esperienza è lo studio dell'intensità della bremsstrahlung del monocristallo.

L'apparato sperimentale, rappresentato in fig. I.3, è costituito dai seguenti elementi:

- 1) Monocristallo M
- 2) Collimatori  $C_1$   $C_2$   $C_3$
- 3) Magnete pulitore P
- 4) Convertitore di Al
- 5) Spettrometro a coppie S
- 6) Quantmetro di Wilson Q

### Monocristallo

E' un cristallo di silicio le cui superfici sono lavorate otticamente. Di forma semicircolare di 15 mm. di diametro, di spessore 0,25 mm., pari a  $2.7 \cdot 10^{-3}$  lunghezze di radiazione. Esso è posto nella sezione diritta fra i quadranti N ed E del sincrotrone, con l'asse (111) parallelo al fascio di elettroni. Può essere ruotato di alcuni gradi rispetto alla posizione di allineamento mediante un doppio goniometro che consente due movimenti indipendenti, attorno ad un asse orizzontale (zenith) e ad un asse verticale (azimuth), con una sensibilità di 0.5', pari a 0.15 mrad.

Il dispositivo è comandato dalla sala conteggi, da dove si possono osservare, per mezzo di televisione a

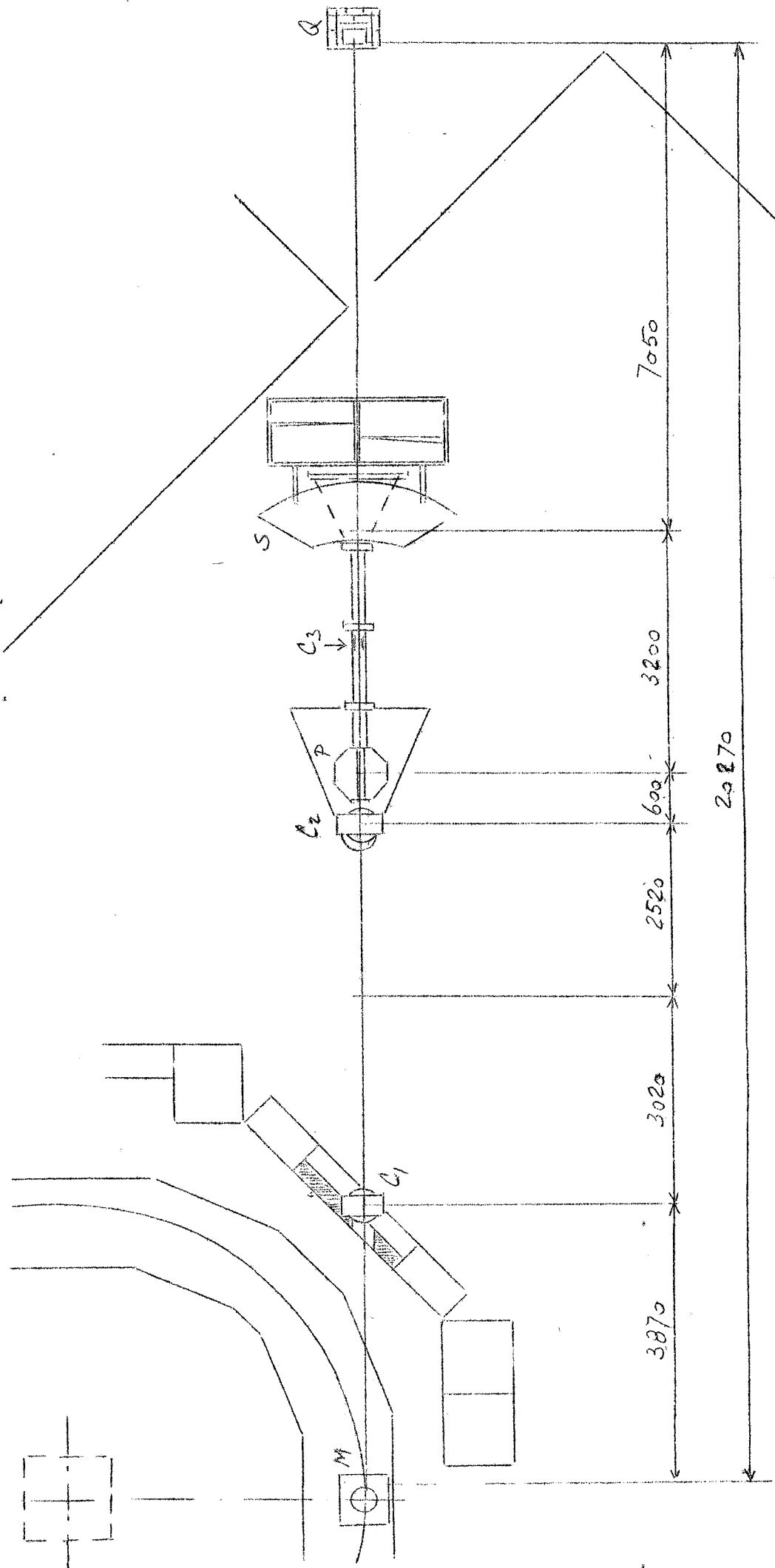


FIG. I.3 - Disposizione Sperimentale

a circuito chiuso, due comparatori che indicano la posizione del cristallo.

### Collimatori

Per poter osservare gli effetti di interferenze, occorre che l'apertura angolare del fascio sia inferiore a quegli angoli che determinano sensibili variazioni della sezione d'urto, cioè a qualche mrad.: questa condizione si realizza con un collimatore di 5 o 10 mm. di diametro, posto a 9.41 m. di distanza dal cristallo, che determina un angolo d'apertura del fascio di 0.5 o 1 mrad. rispettivamente.

Per evitare che la parte laterale del fascio, urtando sulle pareti del collimatore, dia luogo a sciami ricchi di fotoni di bassa energia, che aumenterebbero il fondo, si è posto un altro collimatore nelle schermature, a distanza di circa 4 m. dalla sorgente: la aggiunta di questo collimatore fa in modo che gli sciami si formino a grande distanza dallo spettrometro, in quanto il fascio, già collimato, striscia appena sulle pareti del secondo collimatore. Per eliminare i fotoni residui di bassa energia è stato posto un terzo collimatore del diametro di 50 mm. nel tubo da vuoto.

### Magnete pulitore

E' un magnete a mantello con un campo nel transferro di circa 14 Kgauss: esso serve ad allontanare dal fascio eventuali particelle cariche, per la maggior parte elettroni dovuti a sciami formati dal fascio stesso sulle pareti del collimatore o a coppie prodotte nella finestra di mylar del tubo da vuoto. La distanza del magnete pulitore dallo spettrometro è stata calcolata in modo che



elettroni di energia massima (1000 MeV) subiscano una deflessione maggiore della semilarghezza della bocca dello spettrometro.

### Convertitore

È costituito da un disco di Al di 6 cm. di diametro. Si dispone di alcuni dischi di vari spessori montati su un portatarghette ruotante posto all'interno dello spettrometro. Nel corso di questa prima parte dell'esperienza è stato usato un convertitore da 0.1 mm. di spessore, mentre per le misure di polarizzazione ne è stato usato un altro da 0.01 mm.

### Spettrometro

Riportiamo alcune notizie in breve, rimandando al lavoro originale<sup>(5)</sup> per una descrizione più dettagliata.

a) Magnete: è del tipo a mantello, con due colonne per il ritorno del flusso. Il traferro è di forma trapezoidale, di altezza  $100.0 \pm 0.1$  mm.. Le quattro bobine di eccitazione sono circolari, ripiegate due verso l'alto e due verso il basso in corrispondenza delle finestre per permettere il passaggio del fascio.

L'alta densità di corrente nei conduttori richiede un raffreddamento a circolazione forzata d'acqua.

Il campo nel traferro presenta una buona uniformità: il rapporto  $(B_c - B)/B_c$  si mantiene inferiore all'1%;  $B_c$  è il valore del campo al centro del convertitore e  $B$  il valore nel generico punto del traferro. Inoltre il campo  $B$  coincide con la componente verticale. Il massimo valore del campo è di 20 Kgauss, ottenibile con una corrente di 2100 A. Per evitare variazioni del campo dovute a fluttuazioni della corrente di alimentazione, questa è

misurata continuamente nel corso dell'esperienza nel seguente modo: una resistenza tarata è posta in parallelo alla linea di alimentazione, e la differenza di potenziale ai suoi estremi è misurata con un ponte, con la precisione di  $1/10000$ .

b) Contatori ed elettronica.

I contatori sono posti tutti fuori del magnete: la loro disposizione è quella mostrata in figura I.4.

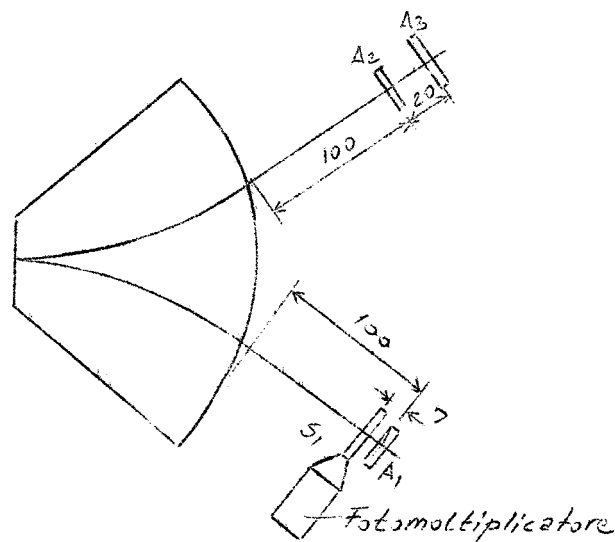


Fig. I.4 - Disposizione dei contatori

Ogni contatore è costituito di uno scintillatore plastico, una guida di luce, un fotomoltiplicatore RCA 6810A. Lo scintillatore è coperto da una capannina di Al, a pareti interne riflettenti, di spessore  $10^{-3}$  g. cm<sup>-2</sup>, protetta da un foglio di cartone nero a tenuta di luce.

Le dimensioni degli scintillatori sono le seguenti:

A <sub>1</sub>	:	altezza	100 mm.	larghezza	85 mm.	spessore	3 mm.
A <sub>2</sub>	:	"	100 mm.	"	85 mm.	"	3 mm.
A <sub>3</sub>	:	"	120 mm.	"	100 mm.	"	3 mm.
S <sub>1</sub>	:	"	5 mm.	"	100 mm.	"	5 mm.

I contatori  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ , in coincidenza, rivelano le coppie di elettroni simmetriche, prodotte nel convertitore da fotoni la cui energia può essere selezionata variando il campo del magnete. Il contatore  $A_3$  è stato aggiunto in un secondo tempo sulla traiettoria di  $A_2$  (di dimensioni maggiori di questo, in modo da non avere perdite per scattering) per diminuire il fondo, e le coincidenze casuali. Il contatore  $S_1$  in coincidenza con  $A_1$  e  $A_2$  rivela soltanto le coppie con particolari angoli di emissione ed è stato usato soltanto nelle misure di polarizzazione: della sua funzione sarà detto ampiamente in seguito.

Il potere risolutivo in energia dei contatori è dell'1% per cm. di larghezza, quindi, essendo la semilarghezza dei contatori  $A_1$  e  $A_2$  di 4,25 mm., il potere risolutivo  $\Delta E$  è pari al 4%.

La luce degli scintillatori viene trasmessa al fotocatodo da una guida di luce di plexiglass.

I fototubi sono stati messi a punto con una sorgente radioattiva, regolando le tensioni di griglia schermo, griglia focalizzatrice, e placca in modo da avere il migliore rapporto segnale fondo.

Gli impulsi dei fototubi sono prelevati in placca e formati con un cavo da 1.5 ns., quindi sono trasmessi con cavi di circa 50 m. al pannello distributore in sala conteggi. In figura 1.5 è rappresentato lo schema a blocchi, dove ognuno dei blocchi rappresenta l'insieme dei seguenti apparecchi:

Coincidenza rapida	CR 68	CELE
Amplificatore rapido	AR 62	CELE
Discriminatore rapido	DR 22	CELE
Scala rapida	520 A	Hewlett Packard
Scala lenta	S 11	Italelettronica

Il discriminatore che segue la coincidenza impedisce alla scala di partire con impulsi di doppia e di sin

gola.

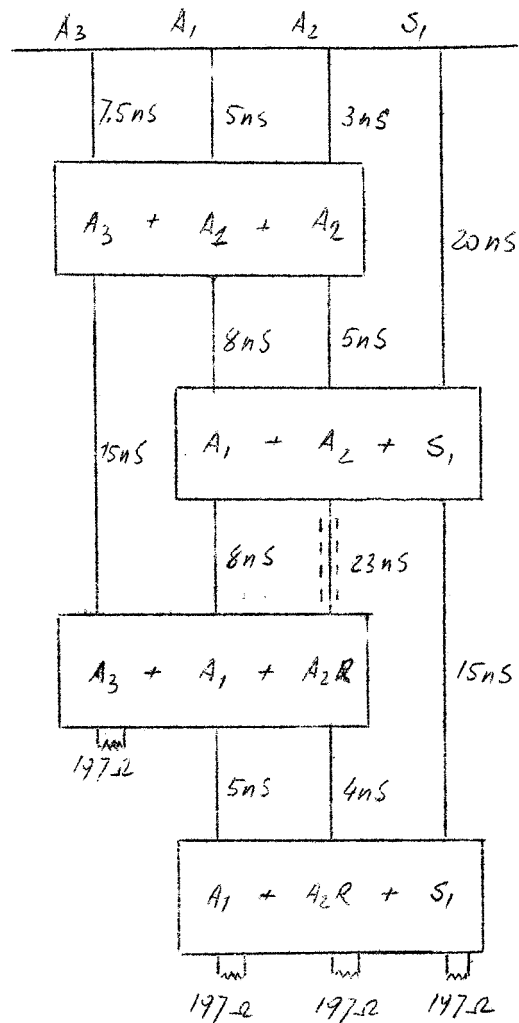


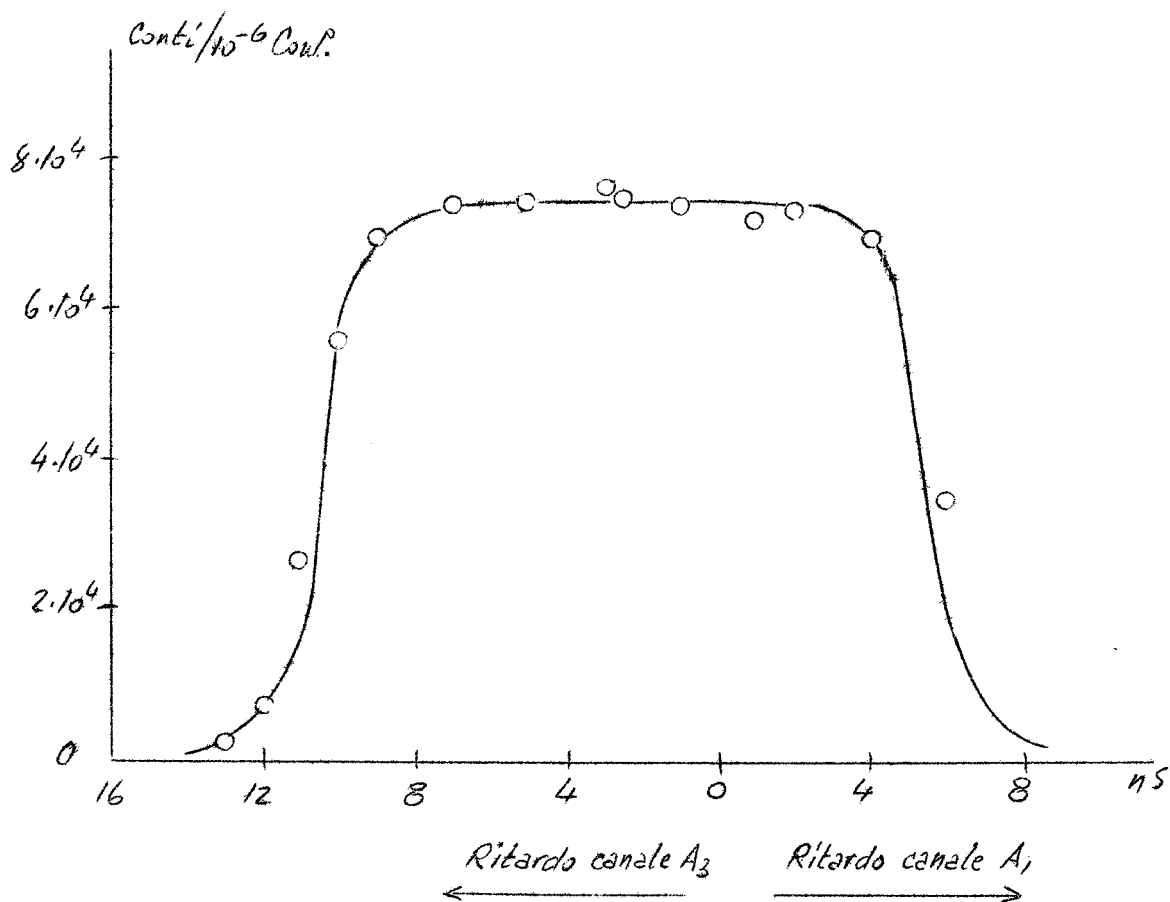
Fig. I.5 - Schema a blocchi dell'elettronica

All'uscita dei vari apparecchi gli impulsi sono stati osservati con un oscillografo Tektronix 517 per controllare che non vi fossero riflessioni o code, dovute ad eventuali disadattamenti. Sono state tracciate le curve di coincidenza nel seguente modo: per esempio, per la coincidenza tripla  $A_1 + A_2 + A_3$ , si è tracciata prima la curva relativa ai canali  $A_1$  e  $A_2$ , variando i ritardi relativi; si sono scelti quindi valori dei

ritardi tali da lavorare al centro della curva a campana; successivamente si è tracciata un'altra curva con lo stesso procedimento, variando i ritardi in  $A_3$

La curva di discriminazione è stata tracciata variando con l'Helipot la soglia del discriminatore e riportando il numero di conteggi per dose in funzione del valore letto sull'Helipot. Il punto di lavoro è stato scelto al centro del pianerottolo.

Nei grafici sono riportate la curva di coincidenza dei canali  $A_1$  e  $A_3$  (Fig. I.6) della tripla  $A_1 + A_2 + A_3$  e quella di discriminazione della stessa coincidenza. (Fig. I.7)



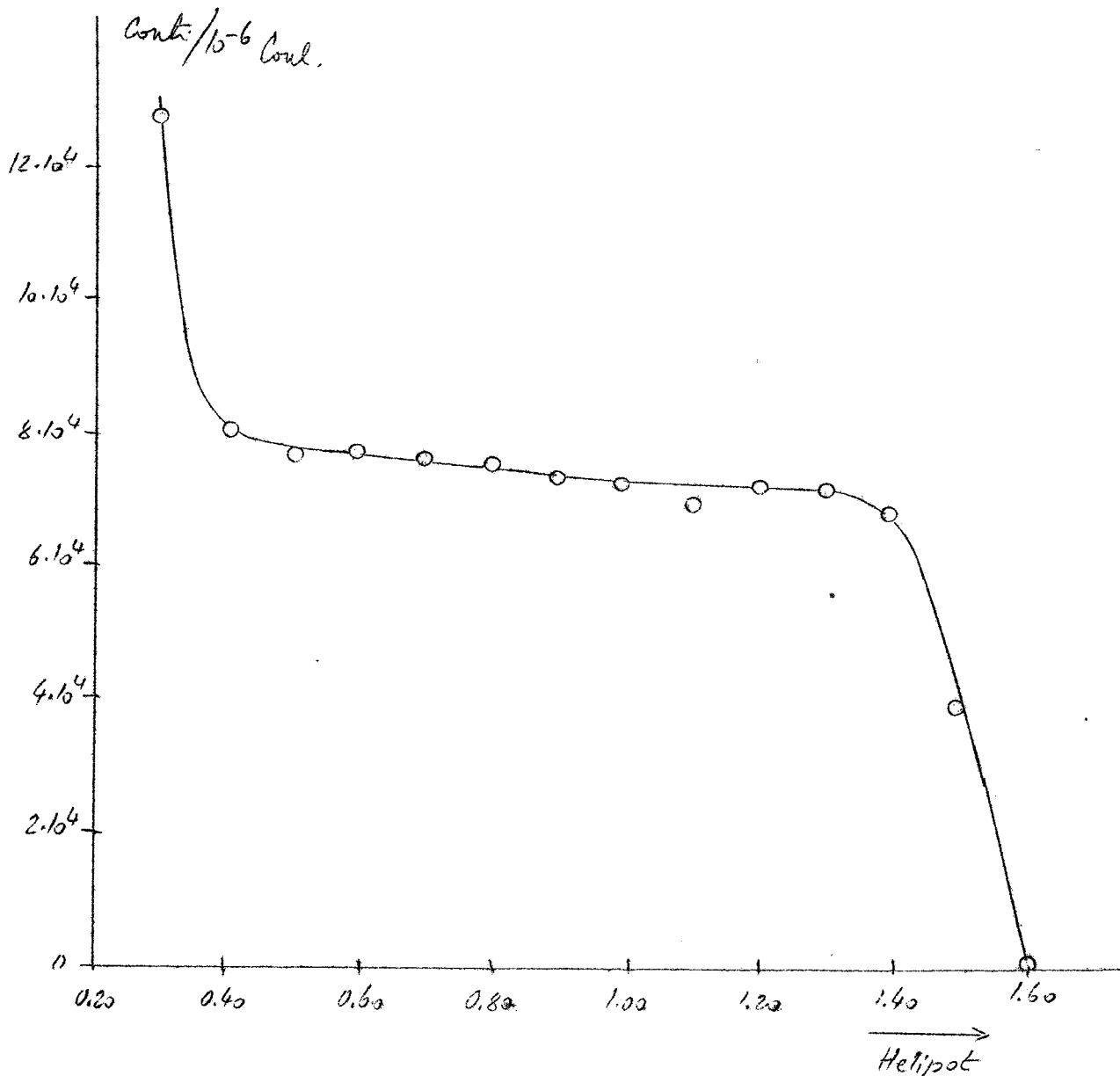


Fig. I.7 - Curva di discriminazione della coincidenza  
 $A_1 + A_2 + A_3$

Dopo aver eseguito queste misure anche sugli altri blocchi è stato effettuato un ulteriore controllo, ponendo un grande ritardo, maggiore del tempo risolutivo delle coincidenze, sul canale  $A_2$  all'uscita dal pannello di distribuzione e verificando che il numero di conteggi di  $A_1 + A_2 + A_3$  fosse uguale a quello di  $A_1 + A_2R + A_3$ . Ponendo ai lati del fascio, dopo che ha attraversato lo spettrometro, delle schermature di piombo di qualche cm. di spessore, si è notata una diminuzione del fondo, dovuta probabilmente al fatto che vengono ar-

restati i fotoni di bassa energia.

### Quantametro

L'energia trasportata dal fascio è misurata con una particolare camera a ionizzazione costruita sul modello di quella ideata da R.R. Wilson<sup>(6)</sup> per la misura dell'energia del fascio del sincrotrone di Cornell.

Il quantametro di Wilson è costituito da 12 lastre di rame, di 1 cm. di spessore, separate alternativamente da strati di 1 mm. e 2 mm. di una miscela gassosa costituita dal 95% di argon e dal 5% di CO<sub>2</sub>.

L'energia trasportata dal fascio di bremsstrahlung è  $U(E_0) = \int_0^{E_0} K N(K) dK$ , dove  $E_0$  è l'energia massima degli elettroni primari e  $N(K)dK$  è il numero di fotoni di energia compresa fra  $K$  e  $K + dK$ .

Fra la carica  $q$  raccolta agli elettrodi del quantametro e l'energia  $U$  del fascio esiste la relazione:  $U = \frac{rwq}{e}$ , dove

$w$  = energia di ionizzazione

$e$  = carica dell'elettrone

$r$  = rapporto fra l'energia perduta nel gas e quella perduta nel rame.

Si suppone che le perdite di energia avvengano soltanto per ionizzazione.

La costante di proporzionalità fra  $U$  e  $q$  ha le dimensioni di MeV/coulomb e può essere sia calcolata teoricamente, sia misurata sperimentalmente per confronto con altri strumenti assoluti.

Si hanno i seguenti valori:

costante teorica:	4.82 .	10 <sup>18</sup>	MeV/coulomb
costante sperimentale:	4.55 .	10 <sup>18</sup>	MeV/coulomb

La risposta del quantmetro è, entro certi limiti, indipendente dalla posizione del quantmetro rispetto al fascio: infatti la risposta non è alterata da una rotazione di  $45^\circ$  attorno all'asse del fascio, come non lo è da uno spostamento laterale del quantmetro di alcuni cm.

### Risultati sperimentali

Con l'apparato sperimentale descritto precedentemente sono state eseguite varie misure, di cui riportiamo quelle che ci sembrano più significative:

- Intensità della bremsstrahlung del cristallo in funzione di  $\theta$  per  $K = 230$  MeV per due diversi valori di  $\varphi$ . (Fig. I.8, I.9).
- Intensità della bremsstrahlung in funzione di  $\theta$  per  $K = 100$  MeV,  $\varphi = 14^\circ$  (Fig. I.10).
- Intensità della bremsstrahlung in funzione di  $\varphi$  per  $K = 230$  MeV,  $\theta = 1^\circ 8'$  (Fig. I.11).
- Spettro di bremsstrahlung per  $\varphi = 0$ , per due diversi valori di  $\theta$ . (Fig. I.12 e I.13).
- Distribuzione angolare del fascio di bremsstrahlung del cristallo (componente  $x = K/E_1 = 0.1$ ) (Fig. I.14).

Nei grafici è riportato l'andamento di  $R(\theta)$  in funzione di  $\theta$ .

$R(\theta)$  è così definito: 
$$R(\theta) = \frac{N(\theta, K)}{\sigma_p(K)} \frac{\sigma_p(K_0)}{N(\theta, K_0)}$$
 dove

$N(\theta, K)$  è il numero di conteggi per dose dovuto a coppie simmetriche prodotte da fotoni di energia  $K$  nel convertitore dello spettrometro,  $N(\theta, K_0)$  la quantità analoga per fotoni di energia  $K_0$ ,  $\sigma_p(K)$  e  $\sigma_p(K_0)$  le sezioni d'urto per produzione di coppie da fotoni di energia  $K$  e  $K_0$  rispettivamente. La quantità  $N(\theta, K)$

è data da  $N_s(\theta, K) - N_r(\theta, K) - \sqrt{N_{fs}(\theta, K) - N_{fr}(\theta, K)}$ .



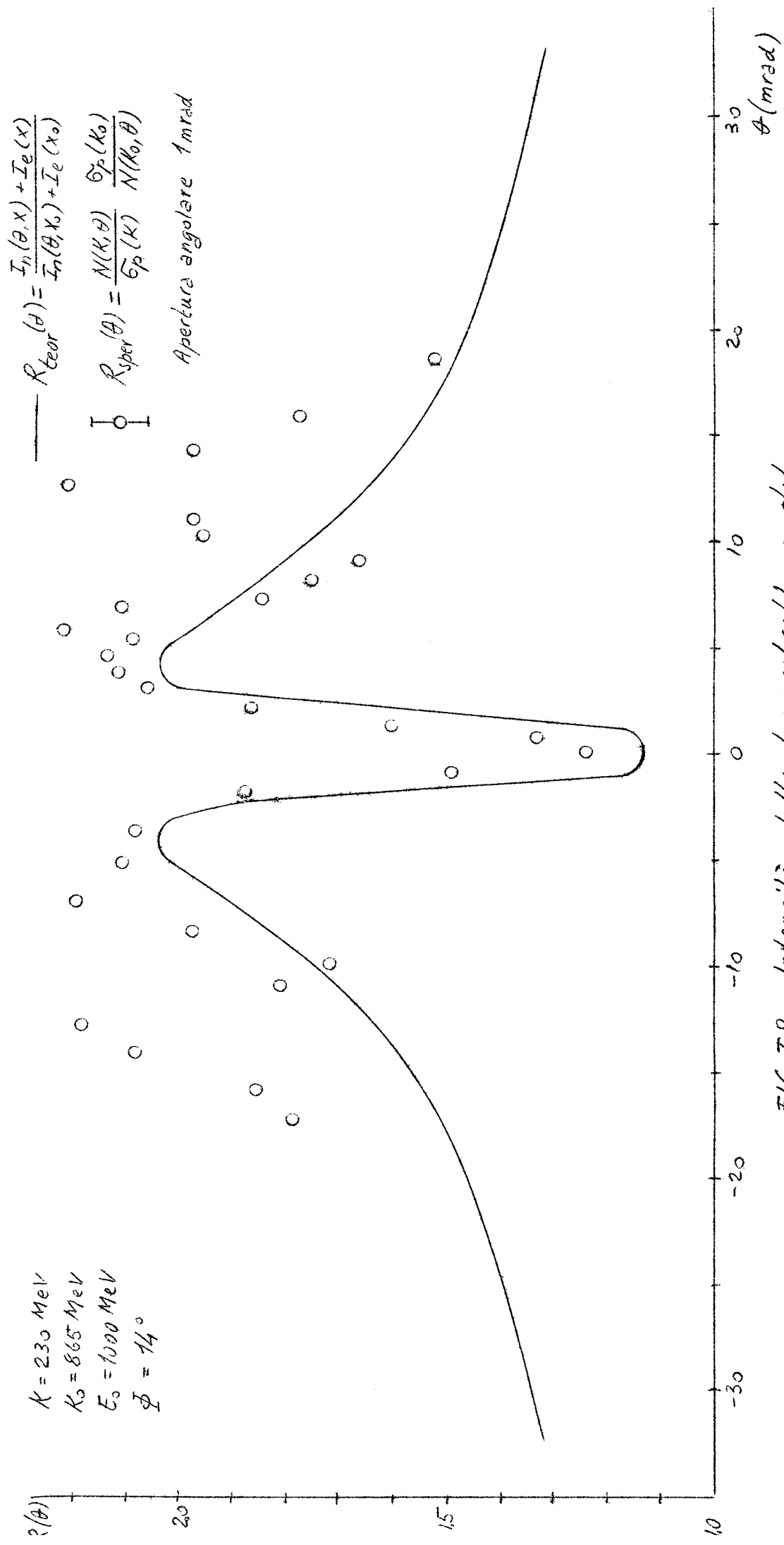


Fig. I.8 - Intensità della bremsstrahlung del monocristallo di silicio

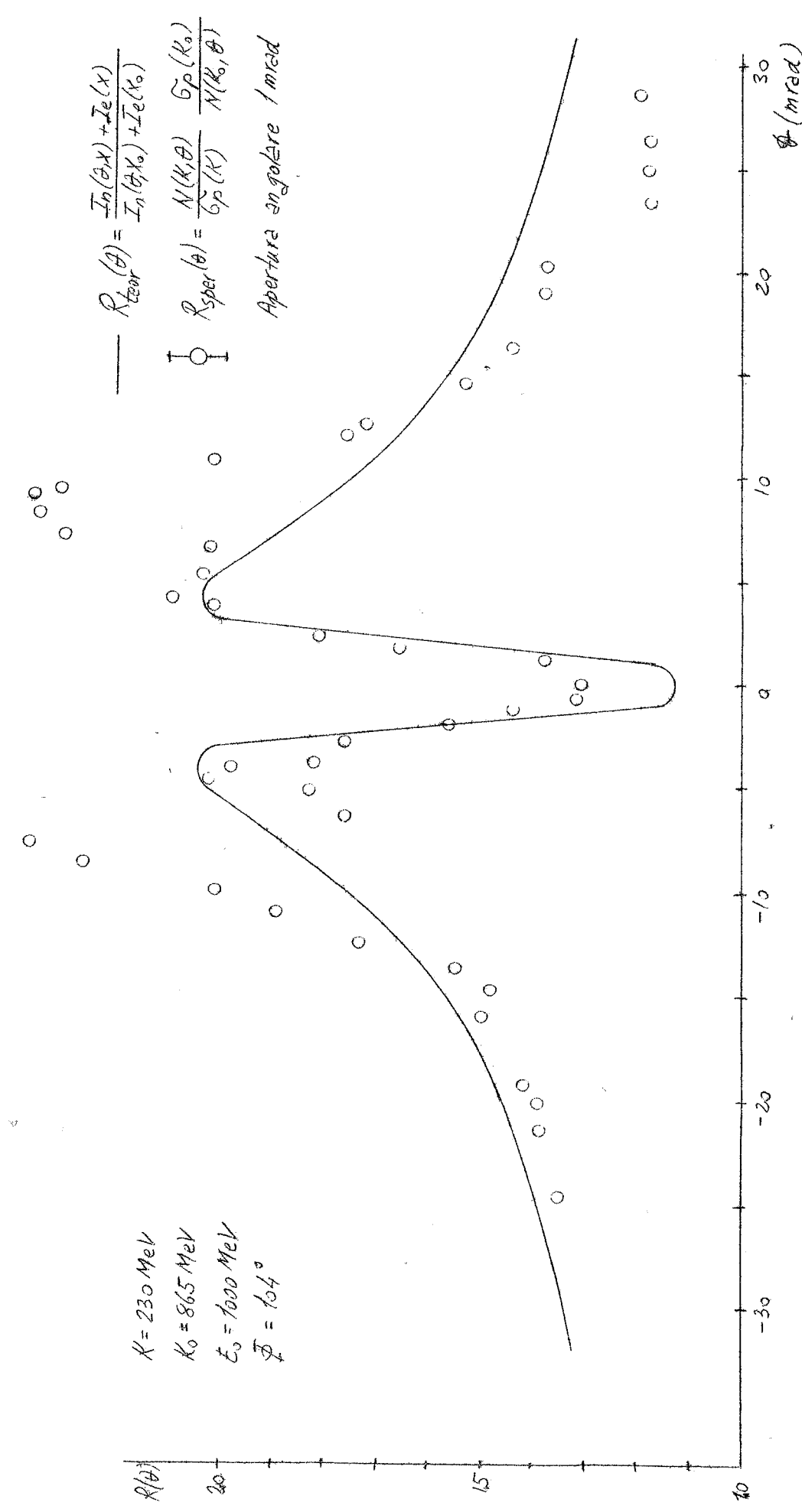


Fig. I.9 - Intensità della bremsstrahlung del monocristallo di silicio

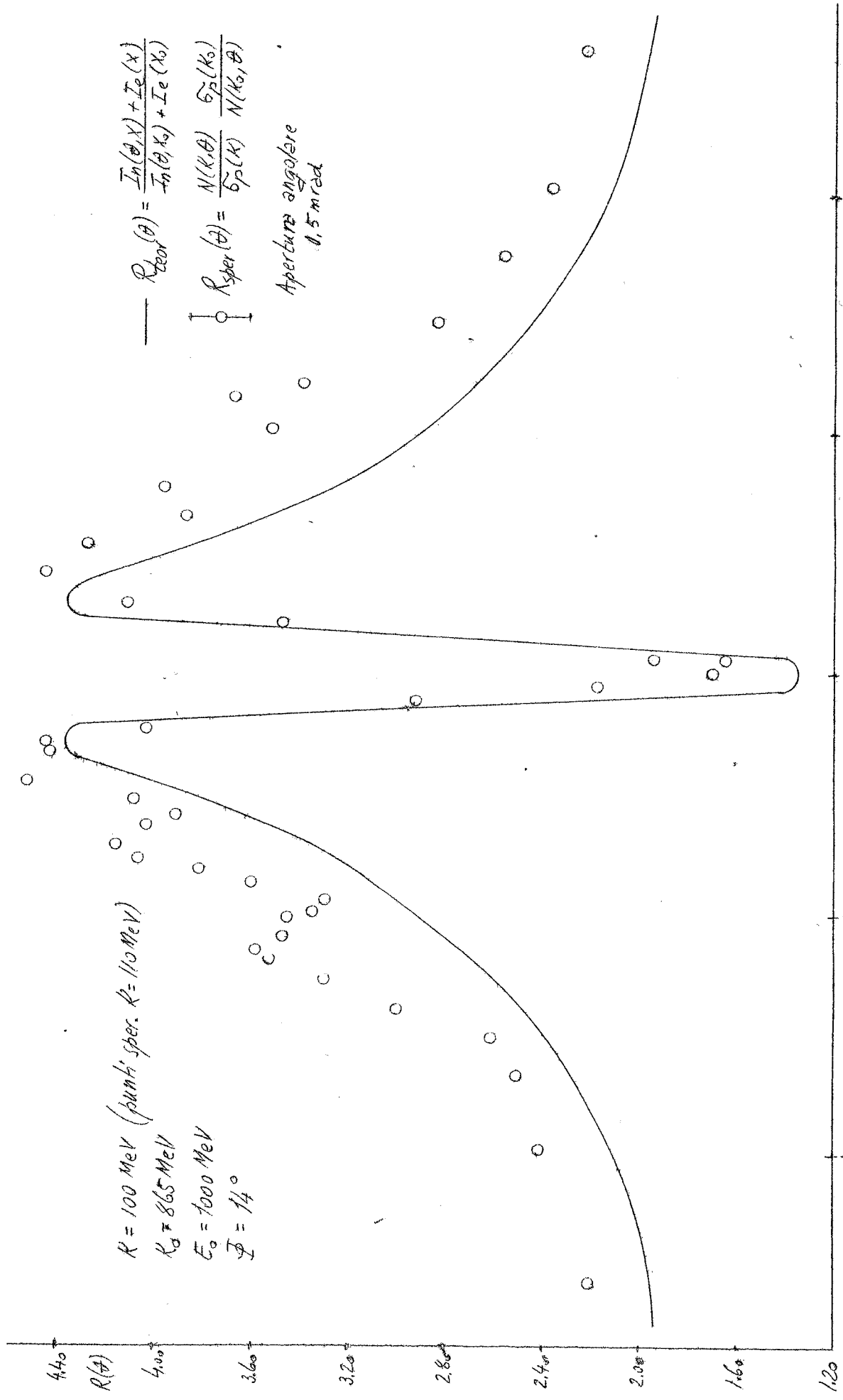


FIG. I.10 - Intensità della bremsstrahlung del mono cristallo di silicio

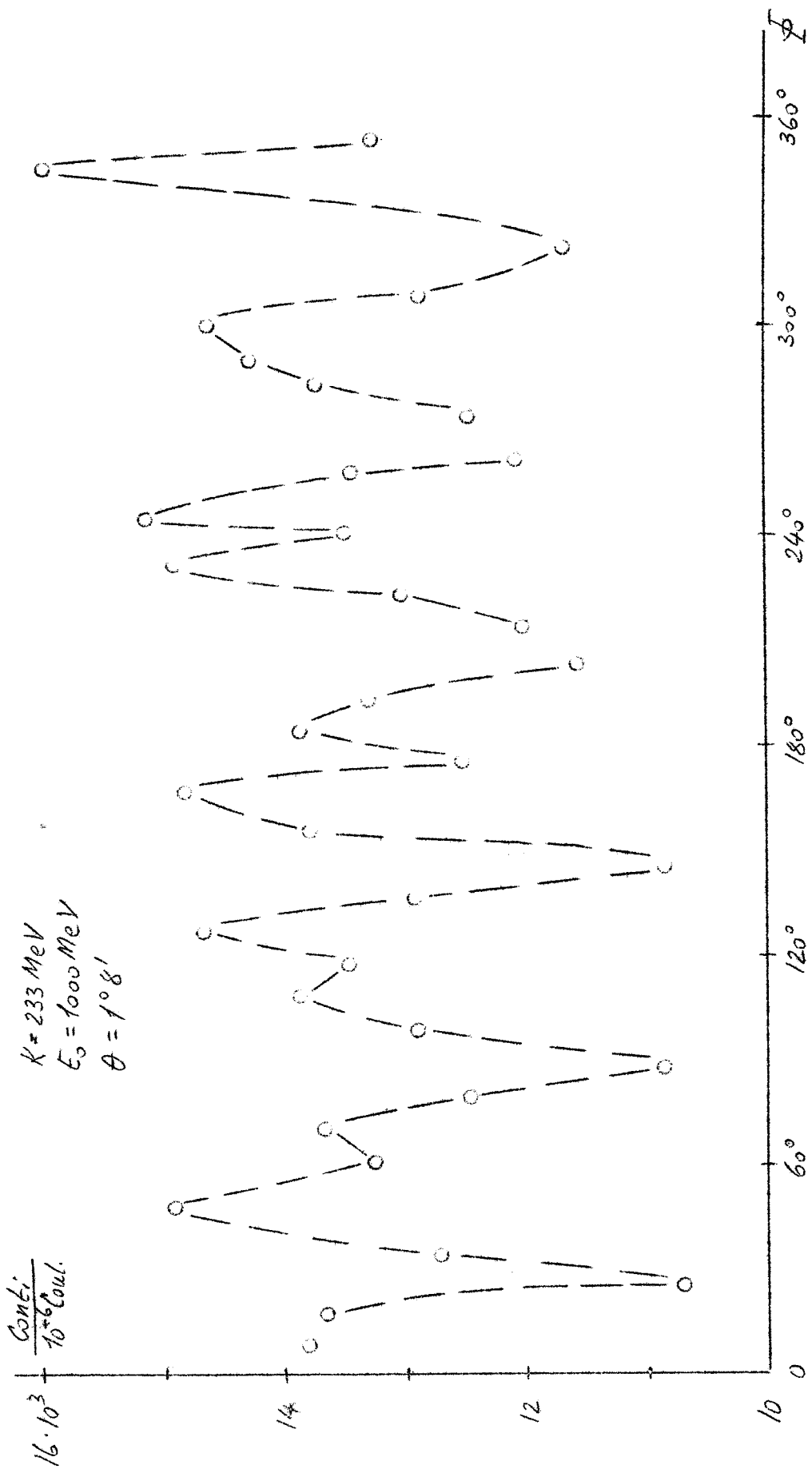


FIG. I. 11 - Intensità della bremsstrahlung del  
 monocristallo di silicio

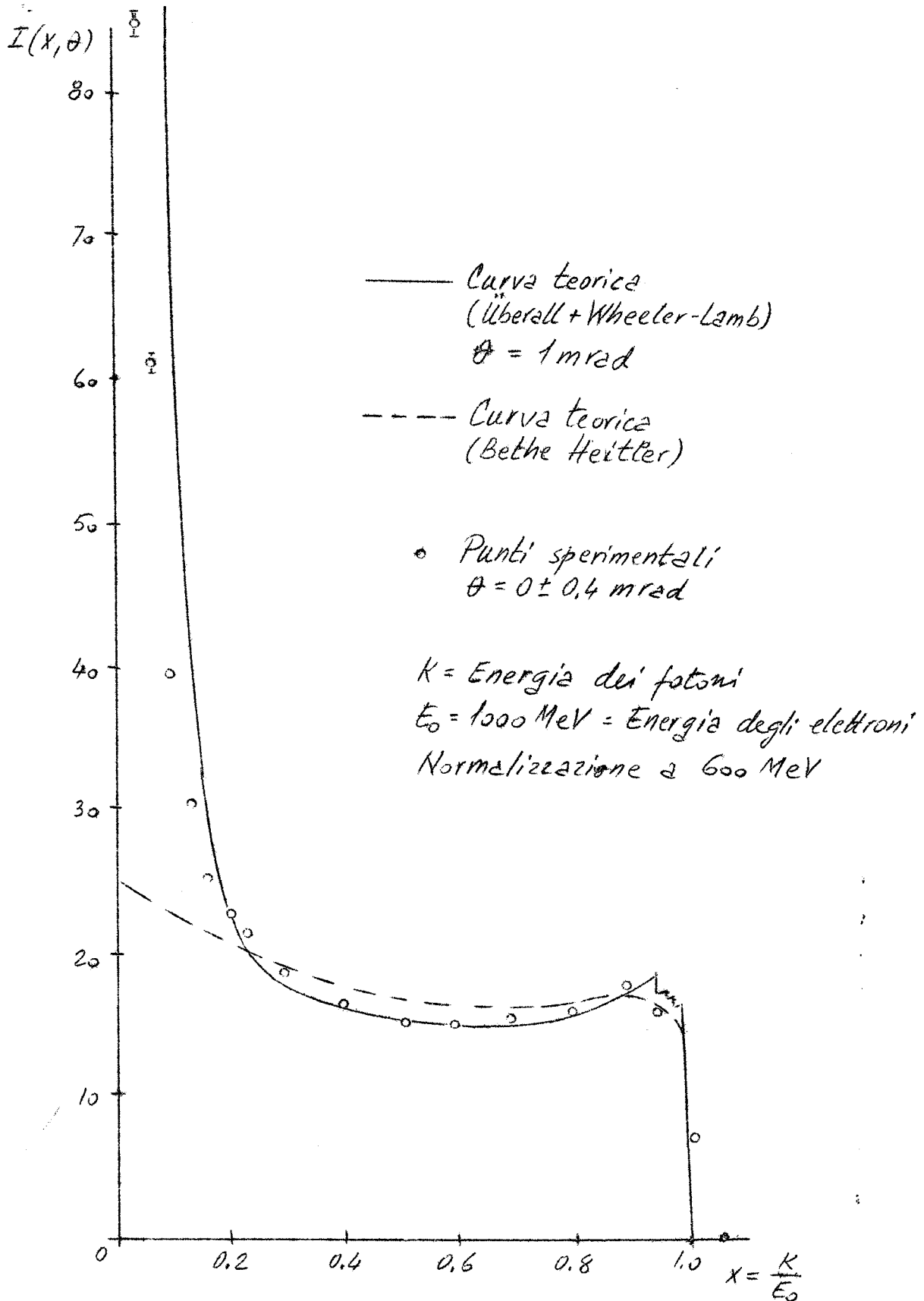


FIG. I.12 - Spettro di bremsstrahlung  
 del monocristallo di silicio ( $T = 293^\circ \text{K}$ )

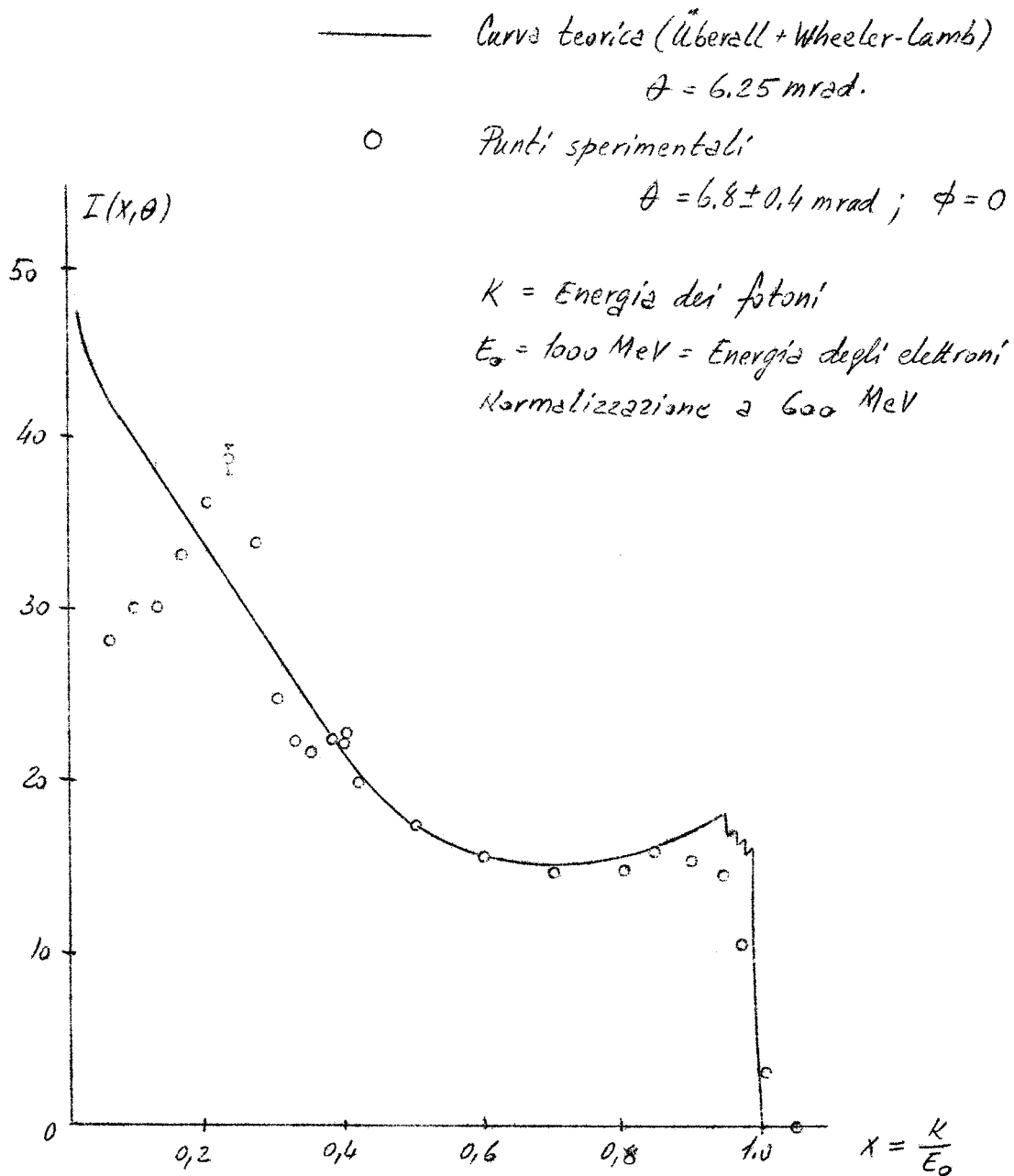


Fig. I.13 - Spettro di bremsstrahlung del monocristallo di silicio ( $T = 293^\circ K$ )

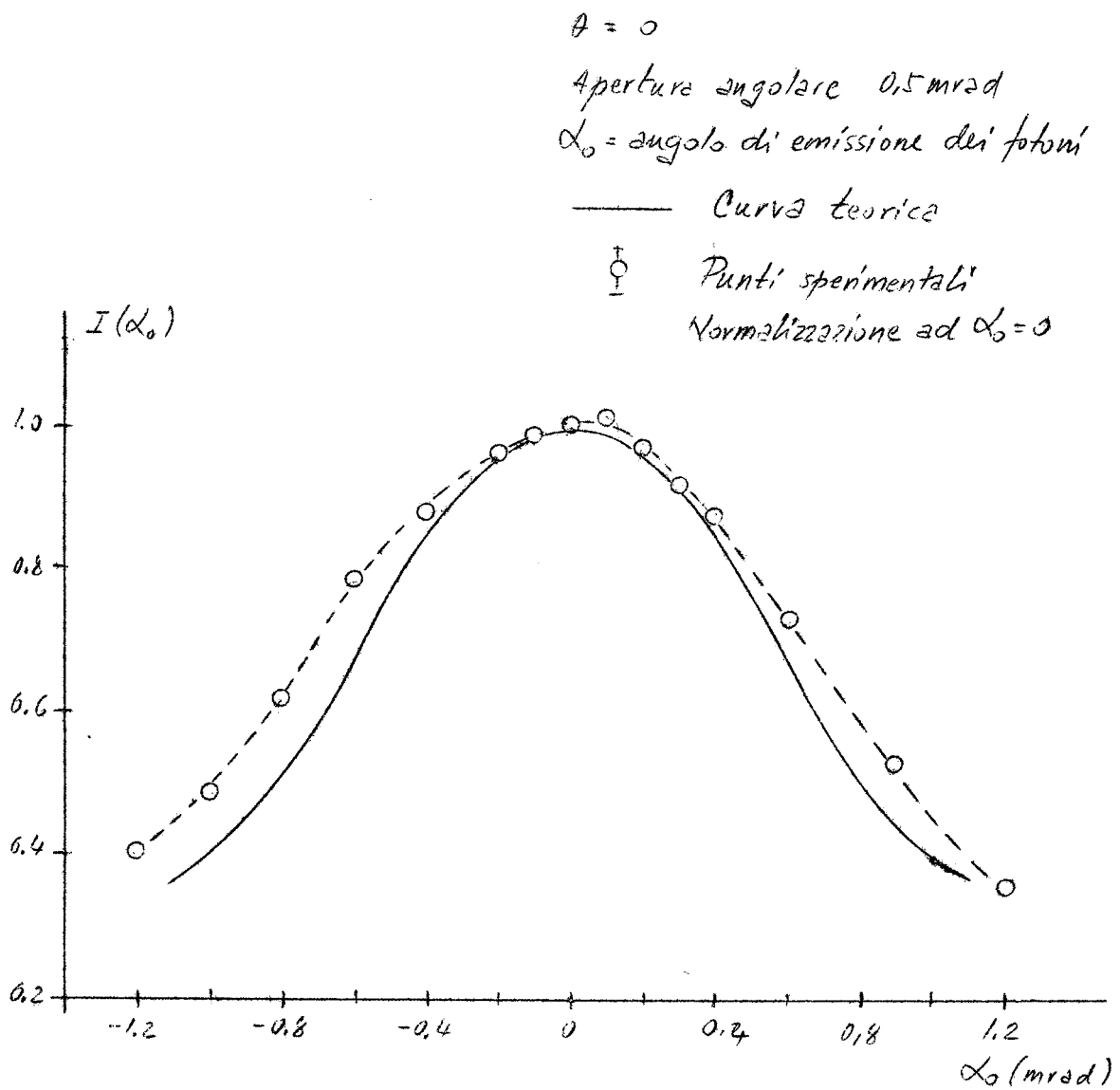


FIG. I.14 - Distribuzione angolare del fascio  $\gamma$   
 del monocristallo ( $x = \frac{h}{E_0} = 0.1$ )

dove  $N_S(\vartheta, K) - N_R(\vartheta, K)$  sono rispettivamente le coincidenze simultanee e ritardate misurate col convertitore, mentre  $N_{fs}(\vartheta, K)$  e  $N_{fr}(\vartheta, K)$  sono quelle misurate senza convertitore, dovute al fondo.

La quantità  $N(\vartheta, K)/\sigma_p(K)$  è una quantità proporzionale all'intensità della bremsstrahlung  $I(\vartheta, K)$ , ma non è molto significativo considerare l'andamento di  $I(\vartheta, K)$ , in quanto al variare di  $\vartheta$  varia la forma dello spettro di bremsstrahlung e quindi, a parità di dose, per due angoli  $\vartheta$  diversi si ha un numero diverso di fotoni di energia  $K$ . Per questa ragione si è normalizzata la curva di  $N(\vartheta, K)/\sigma_p(K)$  con la curva analoga misurata ad una energia più alta (850 MeV) in quanto per  $K$  prossimo ad  $E_1$  l'intensità della bremsstrahlung dipende molto poco da  $\vartheta$ .

L'angolo  $\varphi$  fra il piano orizzontale contenente  $\underline{p}_1$  e il piano passante per la direzione di  $\underline{p}_1$  e l'asse del cristallo  $\underline{a}_1$ , è stato scelto il  $14^\circ$  o di  $104^\circ$ : questi due valori di  $\varphi$  determinano gli altri due assi del cristallo,  $\underline{a}_2$  ed  $\underline{a}_3$  come intersezioni del piano passante per  $\underline{a}_1$  e  $\underline{p}_1$  ed un piano perpendicolare alla direzione di  $\underline{p}_1$  (Fig. I.15).

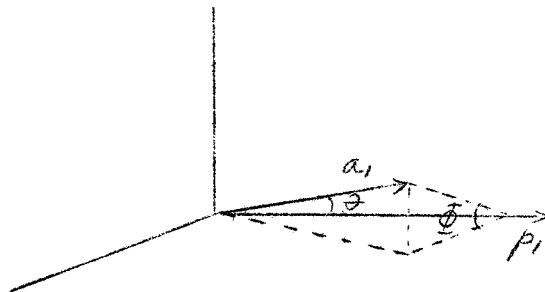


Fig. I.15

I punti sperimentali riportati sono affetti da un errore statistico del 2% in quanto i valori di  $N(\vartheta, K)$  sono stati misurati con circa 10000 conteggi.



La curva teorica è calcolata secondo la teoria di Uberall. In essa è data la funzione

$$R_{\text{teor}}(\vartheta) = \frac{I_n(x, \vartheta) + I_e(x)}{I_n(x_0, \vartheta) + I_e(x_0)}$$

dove  $I_n(x, \vartheta)$  è la sezione d'urto di bremsstrahlung nel campo del nucleo, per fotoni di energia  $K = xE_1$ , con  $E_1 = 1000$  MeV, in funzione dell'angolo  $\vartheta$ ;  $I_e(x)$  la sezione d'urto nel campo dell'elettrone <sup>(7)</sup> per fotoni di energia frazionale  $x$  da primari di 1000 MeV: in questa parte della sezione d'urto non si manifestano effetti interferenziali. Sono stati scelti  $K = 230$  MeV,  $K_0 = 865$  MeV in un caso e  $K = 100$  MeV,  $K_0 = 685$  MeV nell'altro.

Si vede che i risultati sperimentali concordano solo parzialmente con le curve teoriche, contrariamente a quanto era sembrato in un primo momento: infatti si ha un buon accordo per quanto riguarda il minimo centrale ed il picco ad angolo minore, mentre sperimentalmente si trova un secondo picco non previsto dalla teoria, ad un angolo  $\vartheta$  che dipende da  $K$  e da  $\varphi$ .

In un altro grafico è riportato il numero di conteggi per dose di  $10^{-6}$  coulomb in funzione dell'angolo  $\varphi$ , fissato  $K = 230$  MeV e  $\vartheta = 1^\circ 8' = 20$  mrad.

Secondo la teoria di Uberall <sup>(2)</sup> la sezione d'urto di bremsstrahlung, al variare di  $\varphi$ , fissato  $\vartheta$ , dovrebbe essere costante, mentre si vede dall'esperienza che non vi è simmetria assiale intorno alla direzione di  $p_1$ , ma si hanno effetti di interferenza anche in questo caso. Queste discrepanze fra la teoria e l'esperienza, dovute alle approssimazioni introdotte da Uberall nel corso dei calcoli: saranno spiegate in seguito nel corso della discussione dei risultati sperimentali.

Sono riportati anche due spettri di bremsstrahlung. I punti sperimentali rappresentano la quantità  $\lambda N(\vartheta, K) / \delta_p(K)$ ; col solito significato dei simboli;  $\lambda$  è un fattore di normalizzazione scelto in modo che il punto sperimentale a

600 MeV coincida col valore teorico nello stesso punto; nello stesso grafico è riportata una curva teorica di  $I(x, \theta) = I_n(x, \theta) + I_e(x)$  calcolata secondo la teoria di Uberall<sup>(2)</sup> e di Wheeler-Lamb.<sup>(7)</sup>

Il primo spettro è calcolato per  $\theta = 1$  mrad., con i punti sperimentali misurati ad un angolo  $\theta = 0 \pm \pm 0.4$  mrad.; il secondo si riferisce all'angolo  $\theta = 6.8 \pm \pm 0.4$  mrad. calcolato per  $\theta = 6.25$  mrad.

L'accordo è buono, entro i limiti degli errori, a parte un leggero abbassamento dei punti sperimentali alle alte energie, che si può spiegare tenendo conto del potere risolutivo finito dei contatori, i quali effettuano una media su un certo intervallo di energia, ed un abbassamento alle basse energie, che si può spiegare con le perdite verticali dei contatori, dovute all'allargamento del cono delle coppie.

E' stata misurata la distribuzione angolare della componente spettrale  $K = 100$  MeV del fascio  $\gamma$  del monocristallo per  $\theta = 0$ . Le misure sono state eseguite nel seguente modo: si è posto un monitor trasparente davanti al secondo collimatore (diametro 0.5 mm.) e si è misurato il numero di conteggi per dose dovuti alle coppie prodotte da fotoni di 100 MeV spostando ogni volta il collimatore orizzontale ad intervalli di 1 o 2 mm. Nel grafico è riportata l'intensità del fascio in funzione dell'angolo d'emissione: sono dati i punti sperimentali con una curva interpolata e la curva teoria calcolata tenendo conto dello scattering degli elettroni prima dell'irraggiamento.

#### Discussione dei risultati sperimentali

Altre esperienze furono eseguite prima di questa sugli effetti di interferenza della bremsstrahlung in cristalli.

Panofsky e Saxena<sup>(8)</sup> hanno effettuato un'esperienza con l'acceleratore lineare di Stanford: essi hanno esposto al fascio di elettroni di 600 MeV un cristallo di silicio di spessore 0.013 r.l., col piano (100) normale al fascio.

I fotoni di bremsstrahlung furono esaminati per mezzo della fotoproduzione di  $\pi^0$  di una data energia in un bersaglio di polietilene. Le misure furono eseguite facendo variare  $\theta$  in un range di circa 40 mrad. di estensione intorno all'asse del fascio, ad intervalli di circa 10 mrad., per circa 40 punti diversi, ma non fu notato nessun effetto di interferenza. Il risultato fu quindi completamente negativo e gli autori non seppero darne alcuna spiegazione.

In seguito Frisch ed Olson eseguirono un'altra esperienza: essi posero un cristallo di germanio nel sincrotrone di Cornell, in modo che fosse colpito su uno spigolo dal fascio di elettroni di 1000 MeV. La parte centrale del fascio di bremsstrahlung, collimata ad 1 mrad., fu rivelata con due scintillatori, preceduti da 3 mm. di piombo e separati da 5 cm. di piombo. A causa del diverso sviluppo degli sciami nei due spessori di piombo, il primo rivelatore è sensibile pressoché nello stesso modo a tutti i fotoni di energia  $K \geq 50$  MeV, mentre il secondo è sensibile soltanto ai fotoni di alta energia. In tal modo una variazione del rapporto dei conteggi dei due contatori indica che c'è stato un cambiamento nella forma dello spettro. Il rapporto A/B è stato misurato al variare dell'angolo  $\psi$  intorno ad un asse verticale, per due valori dell'angolo  $\psi$  intorno ad un asse orizzontale:  $\psi = 0$  e  $\psi = 20$  mrad.. Nel primo caso si è notato un effetto di interferenza rilevante, ma non si è notata la presenza di un minimo per  $\psi = 0$ . I risultati in entrambi i casi sono riportati in figura I.16.

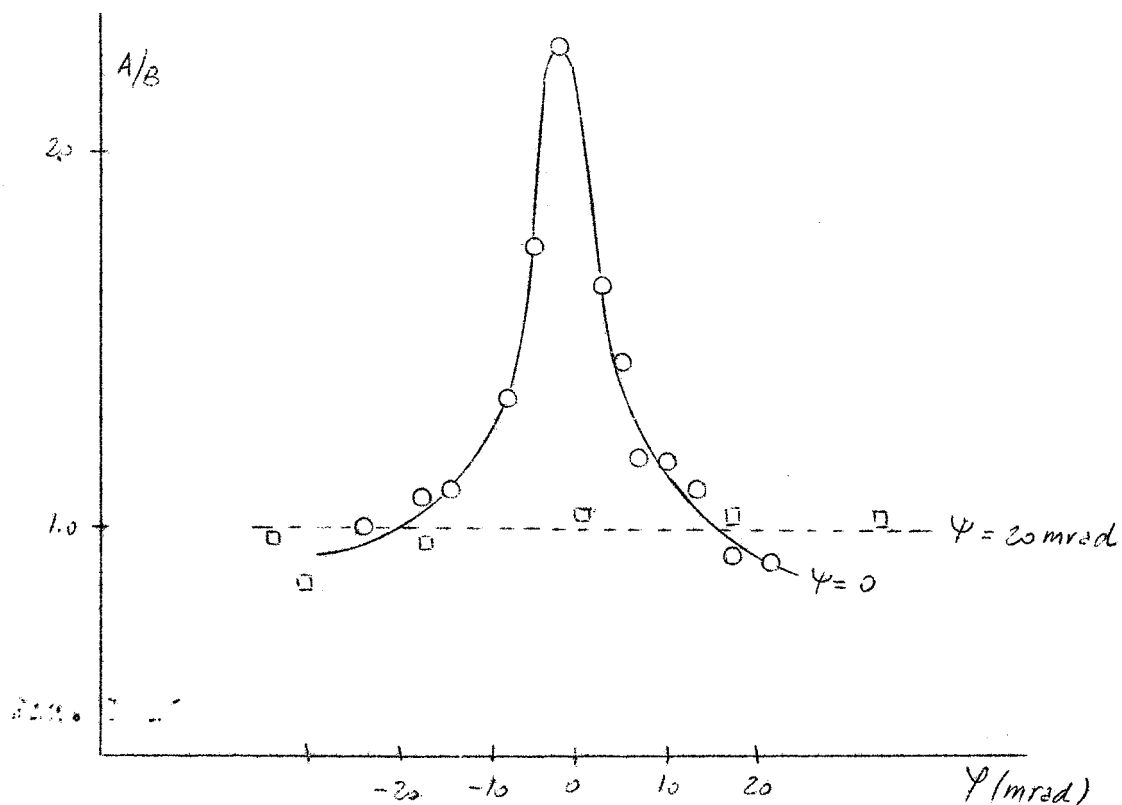


FIG. I.16

Sulla traccia di questa esperienza ne fu eseguita una simile da Saxena<sup>(10)</sup> sostituendo gli spessori di Pb con spessori di Be e gli scintillatori con due camere a ionizzazione in atmosfera di idrogeno. Le misure furono effettuate variando  $\theta_{\text{vert.}}$  fra  $\pm 16'$  e  $\theta_{\text{or.}}$  fra  $\pm 48'$ , essendo  $\theta$  l'angolo tra il fascio di elettroni e l'asse (110) del cristallo. Riportando in grafico il rapporto A/B in funzione di  $\theta_v$  e  $\theta_h$ , è stato notato un aumento di detto rapporto al diminuire degli angoli, ottenendo una specie di solido di rotazione, generato da una curva simile a quella di Frisch ed Olson, ma non si è notato nemmeno in questo caso il minimo centrale.

Un tentativo di spiegare il risultato negativo della prima esperienza di Panofsky e Saxena<sup>(8)</sup> e l'assenza del minimo centrale in quella di Frisch ed Olson<sup>(9)</sup> è stato fatto da Schiff: sono state prese in

considerazione le varie approssimazioni teoriche fatte da Uberall: l'approssimazione di Born, il calcolo dell'effetto della temperatura, e l'uso della formula di Debye per lo spettro di vibrazione del reticolo.

Si è trovato che l'approssimazione di Born non in tutti i casi è giustificata: l'elettrone incidente e l'elettrone secondario non possono essere rappresentati con onde piane, ma con funzioni d'onda del tipo  $u(\underline{r}) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$ , dove  $u(\underline{r})$  ha la periodicità del potenziale del cristallo; questo fatto ha come conseguenza che la relazione energia momento per l'elettrone non è più  $p = (E^2 - 1)^{1/2}$ , ma  $E = (p^2 + 1)^{1/2} - \varepsilon$ , dove  $\varepsilon$  è dell'ordine del potenziale del cristallo. Quindi la distanza del disco dei momenti dall'origine non è più  $\mathcal{J} = K/2E_1E_2$ , ma diventa  $K/2E_1E_2 - (\varepsilon_0 - \varepsilon_f)$ , dove  $\varepsilon_0$  ed  $\varepsilon_f$  sono i valori di  $\varepsilon$  calcolati per l'elettrone negli stati iniziale e finale rispettivamente.

La presenza del termine correttivo  $(\varepsilon_0 - \varepsilon_f)$  può avere effetti diversi secondo il suo ordine di grandezza: più precisamente, se è  $\ll \mathcal{J}$  non si avrà nessuna divergenza apprezzabile dalla teoria di Uberall e sarà valida l'approssimazione di Born, se è  $\gg \mathcal{J}$  si avrà la distruzione di ogni effetto interferenziale, infine se è dello stesso ordine di grandezza di  $\mathcal{J}$  si avrà uno spostamento del disco dei momenti parallelamente a se stesso verso l'origine, con conseguenti variazioni degli effetti di interferenza: in particolare il disco dei momenti conterrà il piano reticolare  $h = 0$  anche per  $\vartheta = 0$ : in tal modo si avrà per  $\vartheta = 0$  un massimo anziché il minimo centrale previsto dalla teoria di Uberall.

Nel caso della prima esperienza di Panofsky e Saxena<sup>(8)</sup>, Schiff ha calcolato che per il silicio ( $Z=14$ )

si ha un fattore correttivo ( $\varepsilon_o - \varepsilon_f$ ) = 13 eV, mentre si ha  $\mathcal{J} = 140$  eV per  $E_1 = 600$  MeV,  $K = 235$  MeV, quindi non si riesce a spiegare il risultato negativo con queste con-siderazioni.

Si riesce a spiegare invece il risultato di Frisch ed Olson<sup>(9)</sup>, in quanto per il germanio ( $Z=32$ ) si ha un fattore correttivo di circa 29 eV, mentre  $\mathcal{J} = 15$  eV ( $E_1 = 1000$  MeV,  $K = 100$  MeV) e quello dell'esperienza di Saxena:<sup>(10)</sup>  $E_1 = 575$  MeV,  $K = 30$  MeV, ( $\varepsilon_o - \varepsilon_f$ ) = 13 eV,  $\mathcal{J} = 12$  eV. Vediamo nel nostro caso quali sono i valori di  $\mathcal{J}$  e di  $\varepsilon_o - \varepsilon_f$ :  $\varepsilon_o - \varepsilon_f$  per il silicio è stato calcolato da Schiff ed è circa 13 eV; con  $E_1 = 1000$  MeV si ha  $\mathcal{J} = 35$  eV per  $K = 230$  MeV e  $\mathcal{J} = 14$  per  $K = 100$  MeV, quindi, almeno per  $K = 100$  MeV non si sarebbe dovuto osservare il mini-mo centrale, mentre invece è stato osservato. Quindi sotto questo aspetto i nostri risultati si accordano con la teoria di Uberall. E' stata presentata da Schiff una rielaborazione più precisa dei suoi calcoli<sup>(12)</sup>.

Vediamo ora di giustificare il parziale disaccordo dei nostri risultati dalla teoria di Uberall. In un primo momento era sembrato che vi fosse un perfetto accor-do fra teoria ed esperienza.<sup>(13)</sup> Successivamente, con l'uso di un nuovo dispositivo per la rotazione del cristallo, di maggiore sensibilità di quello precedente, si è visto che le curve  $I(\theta)$ , anzichè presentare un solo massimo laterale, presentavano altri picchi. Da principio non si sapeva come interpretare questi risultati, ma in seguito, si è visto, con brevi calcoli, che i valori dell'angolo  $\theta$  per i quali si presentano i massimi, sono molto vicini a quelli per i quali le varie file di atomi del piano reticolare  $h = 0$  entrano nel disco dei momenti. E' lecito quindi supporre che questo disaccordo derivi dall'approssimazione fatta da Uberall, il quale ha considerato i pia-

ni reticolari perpendicolari all'asse  $a_1$  come un continuo anzichè come un insieme discreto di punti, quali in realtà sono, trasformando la (7) in (8).

Questa approssimazione, come s'è accennato, ha questa conseguenza: la sezione d'urto calcolata è proporzionale all'area dell'intersezione del disco dei momenti con i piani del reticolo inverso, che varia con continuità al variare di  $\theta$ , mentre la sezione d'urto effettiva è proporzionale al numero di punti del reticolo inverso contenuti nel disco dei momenti e quindi ha una discontinuità ogni volta che una fila entra nel disco (non quando esce, in quanto non si può parlare di uscita, essendo il lato destro del disco sfumato). Pertanto la sezione d'urto effettiva ha una struttura fina sovrapposta all'andamento continuo della sezione d'urto di Uberall.

A conferma di ciò è stata eseguita una misura dell'intensità della bremsstrahlung in funzione di  $\varphi$  per un valore fissato di  $\theta$  (Fig. I.13), che ha rivelato un effetto di interferenza dovuto al fatto che le intersezioni del disco dei momenti con i piani reticolari, spostandosi su questi, contengono numeri diversi di punti.

Per controllare quantitativamente queste considerazioni è stata ricalcolata la sezione d'urto di bremsstrahlung, <sup>(14)</sup> partendo dalle formule Uberall e conservando nel fattore del cristallo da  $\int$  vettoriale: si è tenuto conto del contributo del solo piano reticolare  $h = 0$ . I calcoli sono stati eseguiti con la calcolatrice IBM 650 ed i risultati sono riportati nei grafici. È dato l'andamento della sezione d'urto di bremsstrahlung del cristallo in funzione di  $\theta$  per  $K = 100$  MeV e  $K = 230$  MeV; è data anche la curva di Uberall. I risultati sperimentali per  $\varphi = 14^\circ$  sono in buon accordo con l'andamento di queste curve (Fig. I.17 e I.18)

I punti sperimentali degli spettri di bremsstrahlung sono in buon accordo con le curve teoriche, se si

$R(\theta)$

Fig. I.17 - Intensità della  
bremsstrahlung del  
monocristallo di silicio

$K = 230 \text{ MeV}$

$K_0 = 865 \text{ MeV}$

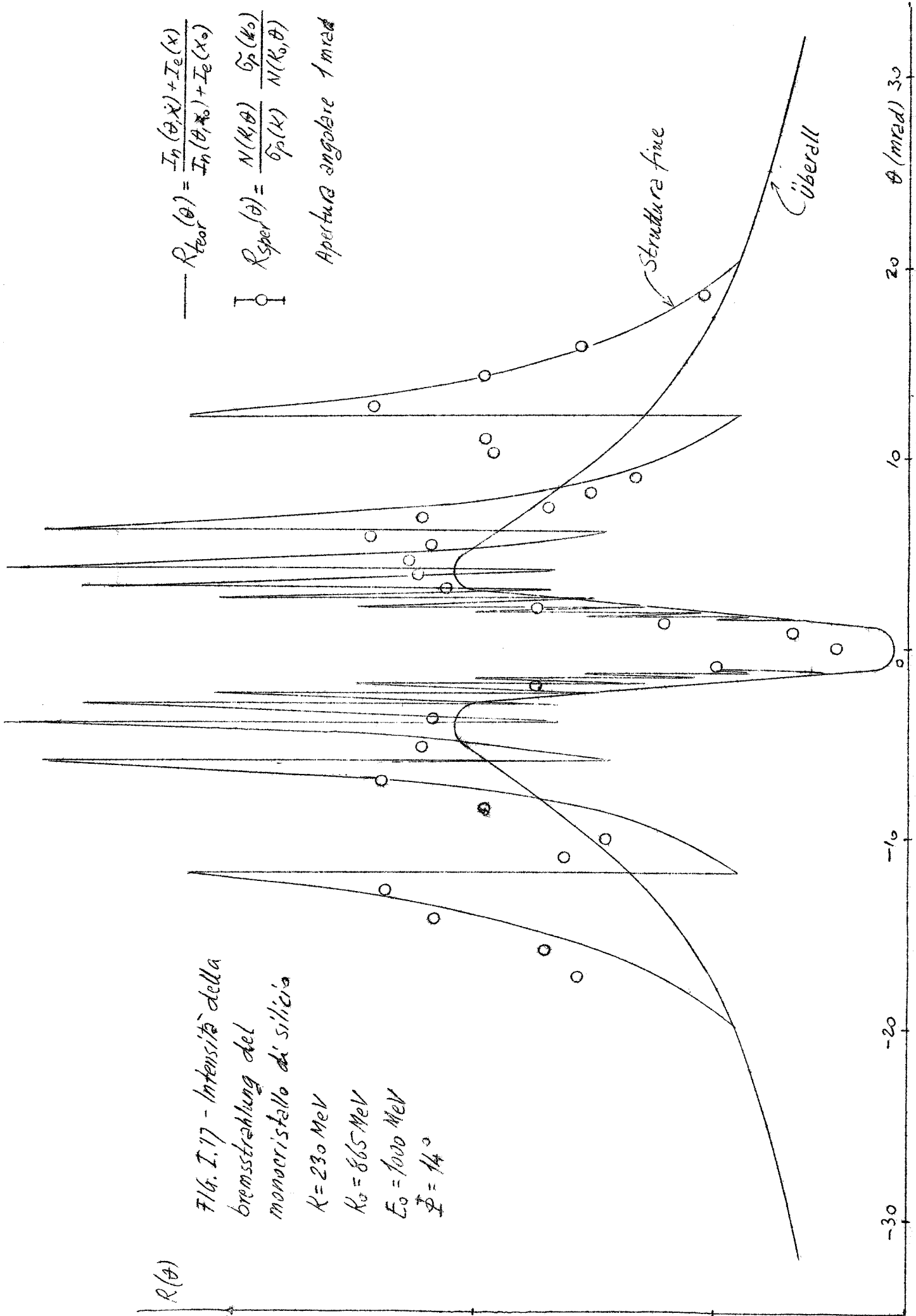
$E_0 = 1000 \text{ MeV}$

$\Phi = 14^\circ$

$$R_{\text{teor}}(\theta) = \frac{I_n(\theta, X) + I_e(X)}{I_n(\theta, X_0) + I_e(X_0)}$$

$$R_{\text{spet}}(\theta) = \frac{N(K, \theta)}{\sigma_p(K)} \frac{\sigma_p(K_0)}{N(K_0, \theta)}$$

Apertura angolare 1 mrad



-30

-20

-10

0

10

20

30

$\theta$  (mrad)



$K = 100 \text{ MeV}$  (punti sper.  $K = 110 \text{ MeV}$ )

$K_0 = 865 \text{ MeV}$

$E_0 = 1000 \text{ MeV}$

$\Phi = 14^\circ$

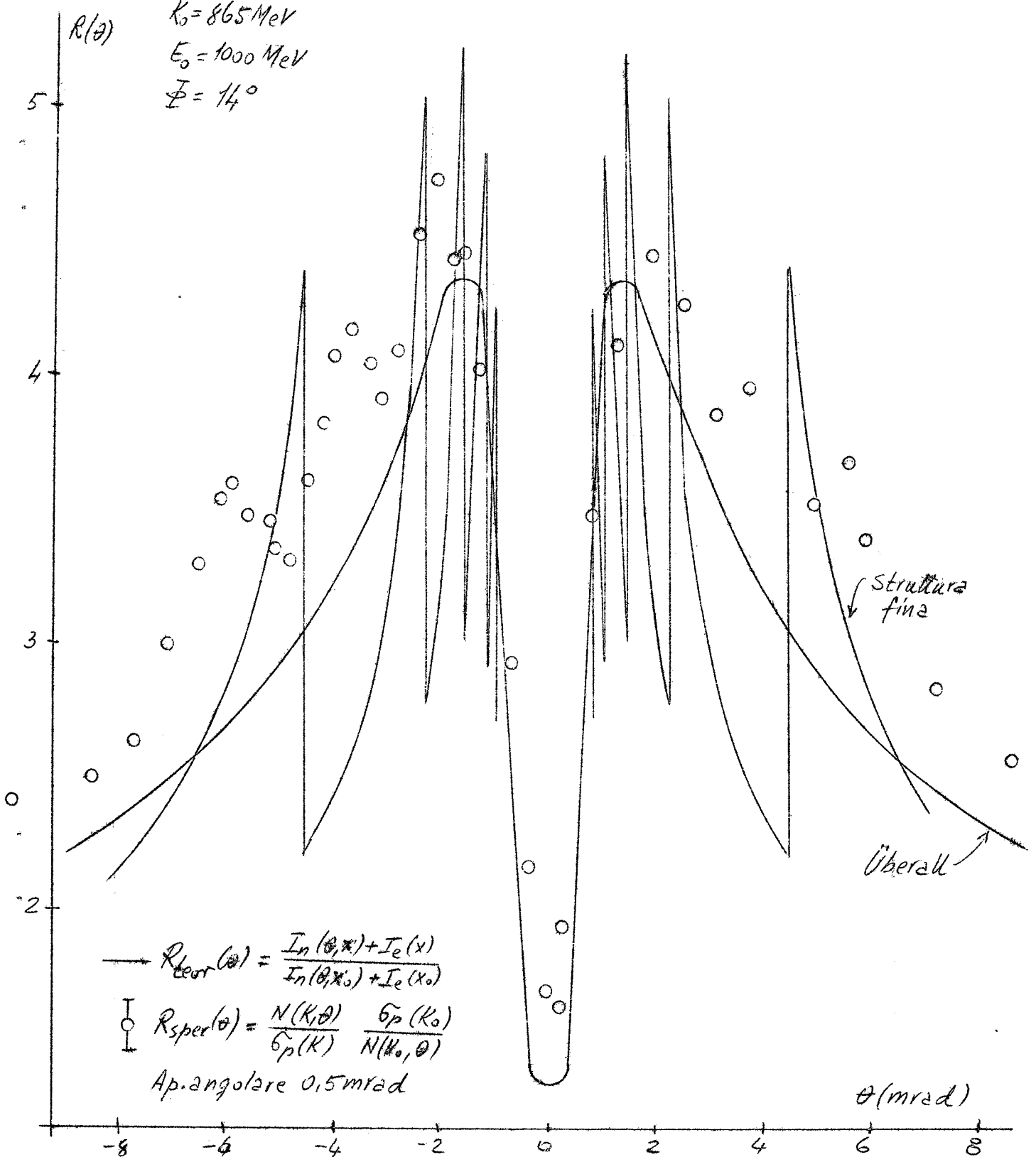


FIG. I.18 - Intensità della bremsstrahlung del monocristallo di silicio

fa eccezione per le discontinuità nella parte alta dello spettro, che non si può sperare di rivelare, a causa dell'insufficiente potere risolutivo nell'energia. Queste discontinuità sono dovute al fatto che, aumentando l'energia dei fotoni,  $K$ , il minimo momento trasferito,  $\mathcal{J} = K/2E_1E_2$  aumenta: in questo modo il disco dei momenti si allarga e contemporaneamente si allontana dall'origine, perdendo improvvisamente alcune file di atomi del primo piano reticolare e acquistandone lentamente altre all'esterno. Quindi il termine interferenziale della sezione d'urto presenta la discontinuità di cui si è parlato.

A proposito della distribuzione angolare del fascio  $\chi$  si nota che, la curva sperimentale è più larga di quella teorica. La causa di ciò è che, essendo il cristallo sottile, alcuni elettroni, dopo averlo attraversato, hanno ancora energia sufficiente per compiere un altro giro nel sincrotrone e colpire nuovamente il cristallo.

Di questo fenomeno degli attraversamenti multipli sarà detto più diffusamente in seguito, nella seconda parte riguardante la misura della polarizzazione.

## II. STUDIO DELLA POLARIZZAZIONE DEL FASCIO $\gamma$ DI BREMS- STRAHLUNG DI UN MONOCRISTALLO DI SILICIO.

### Polarizzazione della bremsstrahlung dei cristalli

Attualmente, nella fisica delle alte energie, si nota un uso sempre crescente della polarizzazione come un mezzo per ottenere ulteriori informazioni sulle interazioni nucleari. Eseguendo esperienze con fasci polarizzati, si possono separare termini delle sezioni d'urto che hanno lo stesso andamento polare, ma diverso andamento azimutale.

Specialmente nella fisica dei mesoni, sarebbe desiderabile studiare la fotoproduzione dei  $\pi^0$  con un fascio  $\gamma$  di cui sia stata misurata accuratamente la polarizzazione. A tale scopo occorre un fascio  $\gamma$  di energia superiore alla soglia di fotoproduzione.

Si possono ottenere fotoni energetici polarizzati isolando una parte del fascio di bremsstrahlung di targhetta amorfa sottile: occorre selezionare fotoni con un angolo di emissione dell'ordine di  $m c^2/E_1$ , cioè di  $\simeq 0.5$  mrad. In tal modo, oltre ad avere notevoli difficoltà sperimentali, si ha un'intensità molto ridotta; inoltre occorre usare una targhetta abbastanza sottile, in modo che l'angolo medio di scattering sia minore degli angoli che si vuole selezionare.

Si ha un miglioramento della situazione usando una targhetta cristallina: infatti, isolando una parte del fascio, si ha un aumento della polarizzazione rispetto al caso analogo con targhetta amorfa. Inoltre, mentre con targhetta amorfa si ha una simmetria assiale rispetto alla direzione di  $p_1$ , per cui, integrando sugli angoli d'emissione dei fotoni, si ha un fascio non polarizzato, nel caso

di un cristallo l'asse cristallino  $\underline{a}_1$  determina una direzione privilegiata, quindi, ad integrazione avvenuta, rimane una netta polarizzazione rispetto al piano definito da  $\underline{p}_1$  e  $\underline{a}_1$ . Nel caso in cui si voglia utilizzare l'intero fascio di un monocristallo, si ha il vantaggio di poter usare maggiori spessori della targhetta, in quanto ora l'angolo medio di scattering deve essere confrontato con l'angolo  $\psi$  fra  $\underline{p}_1$  e  $\underline{a}_1$ , che è di un ordine di grandezza superiore agli angoli d'emissione prima considerati.

La polarizzazione del fascio di bremsstrahlung di un monocristallo è stata studiata da Uberall<sup>(15)</sup>, dal cui articolo sono tratte queste notizie. Si introduce un angolo ridotto  $U = \Theta_1 E_1$  e si considerano  $\sigma_{\perp}(K, U, \psi)$  e  $\sigma_{\parallel}(K, U, \psi)$ , sezioni d'urto di bremsstrahlung per fotoni con polarizzazione rispettivamente perpendicolare e parallela al piano d'emissione, che sono quelle calcolate da May<sup>(16,17)</sup>, moltiplicate per il fattore del cristallo ed integrate sugli angoli d'emissione degli elettroni secondari.

- $\Theta_1$  = angolo d'emissione del quanto  
 $U = \Theta_1 E_1$   
 $\underline{p}_1$  = momento dell'elettrone  
 $\underline{K}$  = momento del quanto  
 $\underline{p}_1, \underline{K}$  = piano d'emissione del quanto  
 $\psi$  = angolo fra i piani  $\underline{p}_1 \underline{a}_1$  e  $\underline{p}_1 \underline{K}$

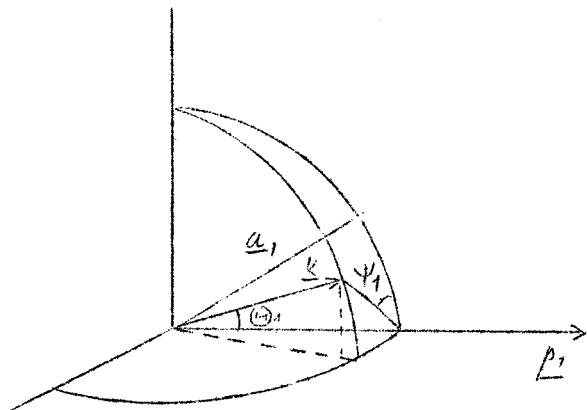


Fig. II.1

Si definisce la polarizzazione  $P = \frac{\sigma_{\perp} - \sigma_{\parallel}}{\sigma_{\perp} + \sigma_{\parallel}}$  con  $\sigma_{\perp} + \sigma_{\parallel} = \sigma$  (sezione d'urto totale).

L'aspetto più interessante del fenomeno è che, integrando sugli angoli di emissione dei quanti, si ha una

polarizzazione residua rispetto al piano  $\underline{p}_1 \underline{a}_1$ .

Si definisce la polarizzazione rispetto a questo piano e si fa uso delle sezioni d'urto integrate.

$$\sigma = 2N\bar{\phi} \frac{dk}{k} \left\{ \left[ \frac{1+(1-x)^2}{(1-x)} \right] (2 \ln \beta + S + 2 + \frac{1}{2} \Psi_1^0) - \frac{2}{3} (1-x) (2 \ln \beta + S + \frac{5}{3} + \frac{1}{2} \Psi_1^0) \right\}$$

$$\sigma_i^{(1)} = N\bar{\phi} \frac{dk}{k} \left\{ \left[ \frac{1+(1-x)^2}{(1-x)} \right] \frac{1}{2} \Psi_1^0 - \frac{2}{3} (1-x) \frac{1}{2} \Psi_2^0 + 2(1-x) \frac{1}{2} \Psi_3^0 \right\}$$

dove:  $\sigma_i^{(1)}$  è la sola parte interferenziale della sezione d'urto

$$S = (1+B) e^B E_i(-B); \quad B = \alpha A; \quad \alpha = \frac{\xi^2}{\xi^2 + \beta^2}; \quad \xi = \delta(1+U^2);$$

$$\delta = \frac{1}{2E} \frac{x}{1-x}; \quad \beta = M \xi^{-1/3}; \quad A \text{ definito in bibl. (2);}$$

$$E_i(-x) = - \int_x^\infty t^{-1} e^{-t} dt; \quad \Psi_{1,2}^0 \text{ definite in bibl. (2);}$$

$$\Psi_3^0(\tilde{z}) = \frac{4}{\pi \mu \sqrt{1/\tilde{z}}} \int_0^\infty \frac{e^{-Aq^2} q^3 dq}{\beta^{-2} + q^2} \frac{\tilde{z}^2 q^2 - 4}{3\tilde{z}^4 q^4} (\tilde{z}^2 q^2 - 1)^{1/2}; \quad \tilde{z} = \frac{\theta}{\delta}; \quad \mu = \frac{\delta}{2\pi/a}$$

Si ottiene una polarizzazione media  $\langle P \rangle = \frac{2\sigma_i^{(1)} - \sigma^{(1)}}{\sigma}$  e sostituendo in questa espressione i valori delle sezioni d'urto dati sopra si ha:

$$\langle P \rangle = \Psi_3^0 \left[ \frac{1+(1-x)^2}{(1-x)} (2 \ln \beta + S + 2 + \frac{1}{2} \Psi_1^0) - \frac{2}{3} (2 \ln \beta + S + \frac{5}{3} + \frac{1}{2} \Psi_2^0) \right]^{-1}$$

Nel caso della nostra esperienza è stato usato un cristallo di silicio, per il quale è stato calcolato l'andamento della polarizzazione in funzione dell'angolo  $\theta$  fra il fascio d'elettroni e l'asse cristallino (1, 1, 1), per tre diverse energie dei fotoni, 100, 200 e 300 MeV, essendo pari a 1000 MeV l'energia degli elettroni incidenti.

Nelle fig. II.2, II.3 e II.4 sono date le curve  $P(\theta)$ .

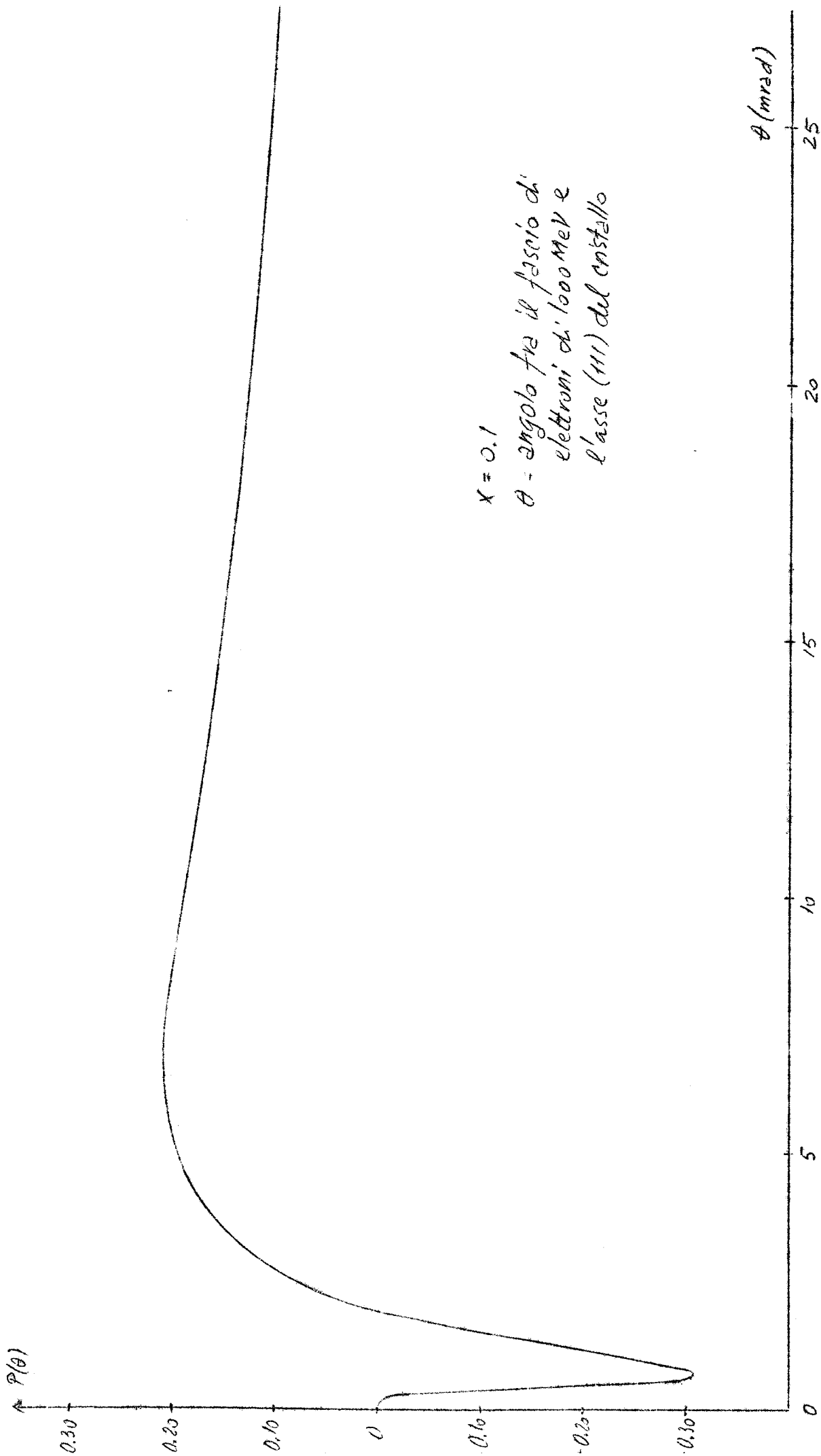


Fig. II.2 - Polarizzazione del fascio  $\gamma$  di bremsstrahlung di un monocristallo di silicio

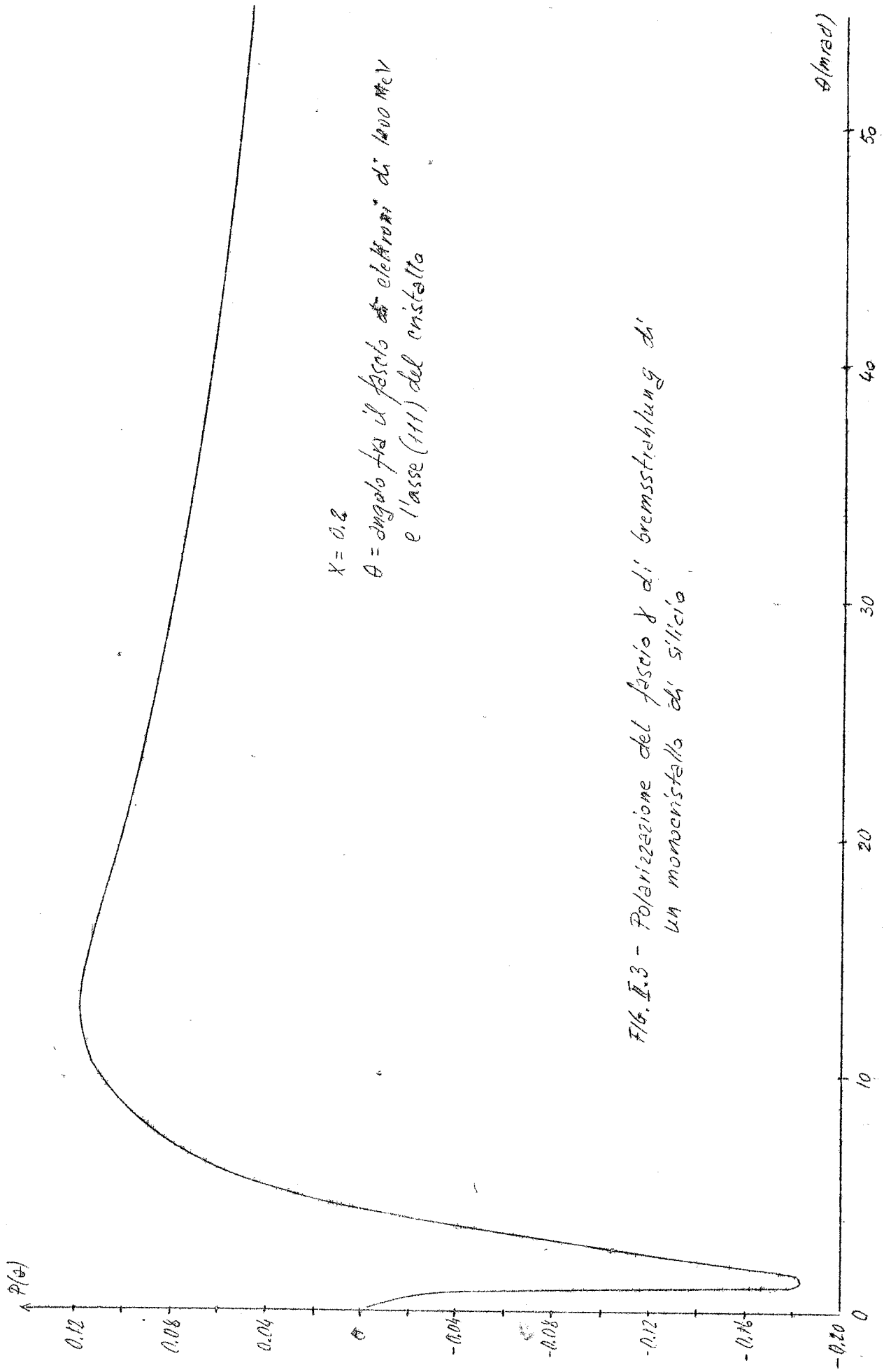


Fig. I.3 - Polarizzazione del fascio  $\gamma$  di bremsstrahlung da  
 un mono cristallo di silicio.

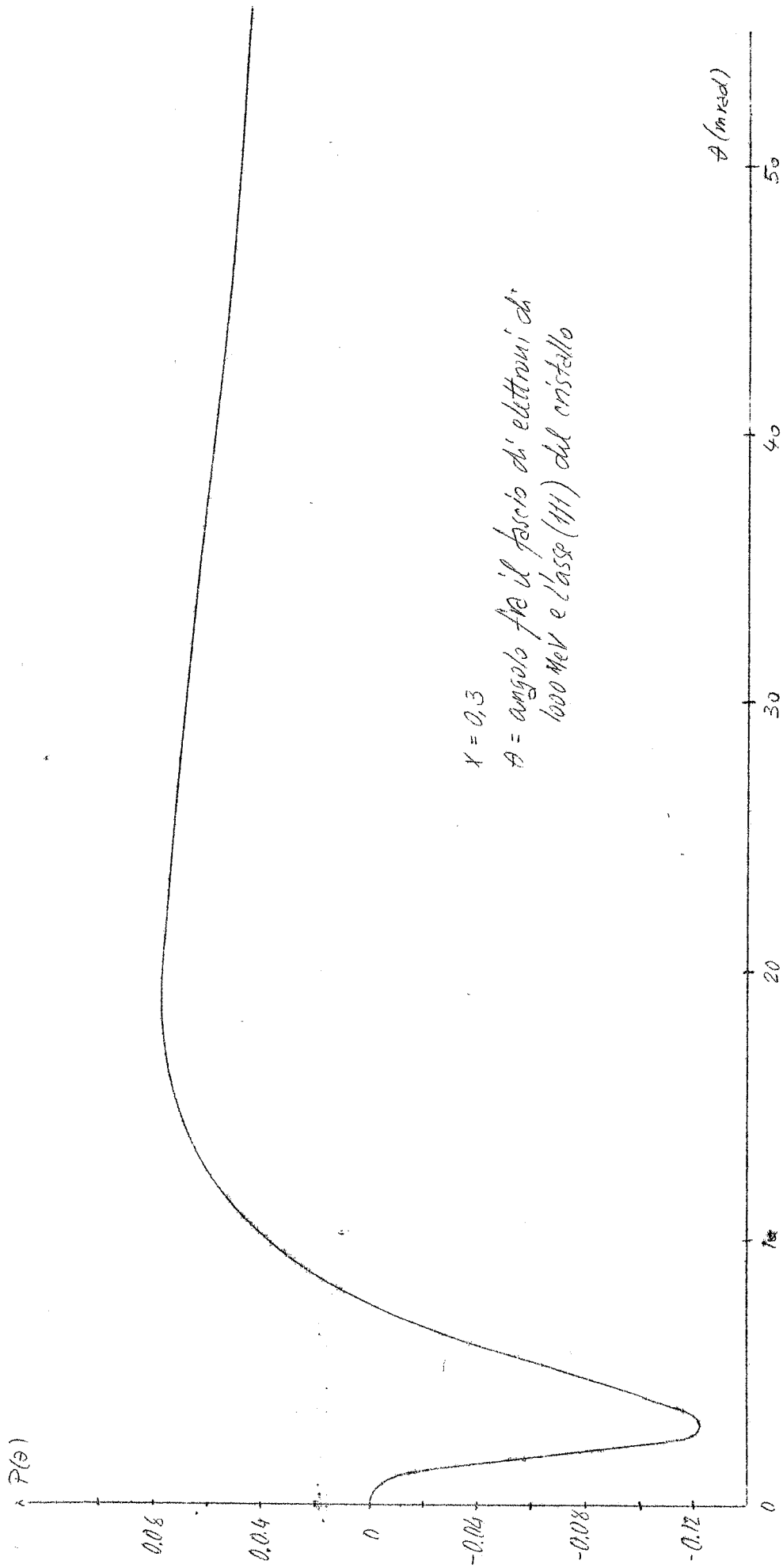


FIG. 1. Polarizzazione del fascio  $\gamma$  di bremsstrahlung da un  
 monocristallo di silicio



Metodi di misura della polarizzazione del fascio  $\gamma$ .

Lo scopo di questa seconda parte dell'esperienza è la misura della polarizzazione del fascio  $\gamma$  del monocristallo. E' questa una misura di notevole interesse, non soltanto per lo studio della bremsstrahlung dei cristalli, ma anche per la possibilità di ottenere un fascio  $\gamma$  di cui sia accuratamente nota la polarizzazione, col quale eseguire interessanti esperienze di fisica nucleare: un fascio  $\gamma$  polarizzato è un utile strumento per investigare le interazioni nucleari.

Il nostro problema consiste quindi nella scelta del metodo migliore per la misura della polarizzazione.

Molti lavori sperimentali sono stati fatti a basse energie, in genere inferiori ad 1 MeV. Un'esperienza sulla polarizzazione di un fascio  $\gamma$  è stata eseguita da Jamnik e Axel<sup>(18)</sup>: essi hanno misurato la polarizzazione dei  $\gamma$  di bremsstrahlung di targhetta amorfa di 15 MeV, prodotti da elettroni di 25 MeV del betatrone dell'Illinois. La misura è stata eseguita studiando la distribuzione azimutale dei  $\gamma$  diffusi elasticamente da un livello nucleare del  $C^{12}$ . Tale metodo è adatto per energie fino a qualche decina di MeV.

Un lavoro alle alte energie è stato fatto da Mozley e Taylor<sup>(19)</sup>, col fascio  $\gamma$  di bremsstrahlung dell'acceleratore lineare da 600 MeV della Stanford University. Essi hanno isolato una parte del fascio  $\gamma$  e ne hanno misurato la polarizzazione mediante la misura della asimmetria azimutale dell'intensità dei mesoni  $\pi^+$  fotoprodotti in due direzioni perpendicolari fra loro e alla direzione degli elettroni.

I mesoni  $\pi^+$  sono stati rivelati mediante gli elettroni del processo di decadimento  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \rightarrow e^+$ . Non era possibile usare metodi di misura che richiedessero l'uso di circuiti di coincidenza, in quanto, a causa del piccolo duty-

-cycle della macchina (si hanno 60 impulsi al secondo di durata circa  $0.6 \mu\text{sec}$ . ciascuno, quindi duty-cycle  $\simeq 3 \cdot 10^{-5}$ ) si sarebbe avuto affollamento di eventi. Il decadimento  $\bar{\pi} \rightarrow \mu$  ha una vita media di  $\simeq 2 \cdot 10^{-8}$  sec e quello  $\mu \rightarrow e$  di  $\simeq 2 \mu\text{sec}$ ; quindi gli elettroni potevano essere comodamente rivelati negli intervalli di inattività della macchina, di circa 17 msec ciascuno.

Nel nostro caso non è opportuno utilizzare le interazioni nucleari, in quanto, volendo trarre, mediante la polarizzazione, ulteriori informazioni proprio su questo tipo di interazioni, conviene conoscere la polarizzazione misurandola per altra via.

E' bene quindi misurare la polarizzazione per via elettrodinamica, anche se questo metodo presenta notevoli difficoltà sperimentali, in quanto le interazioni elettrodinamiche hanno il vantaggio di essere ben conosciute.

Alle energie che a noi interessano, le interazioni che è possibile utilizzare sono effetto Compton e produzione di coppie. Cominciamo ad esaminare l'effetto Compton<sup>(20)</sup>, che consiste, come è noto, nello scattering di un fotone da parte di un elettrone libero, con conseguente degradazione del quanto. (Fig. II.5)

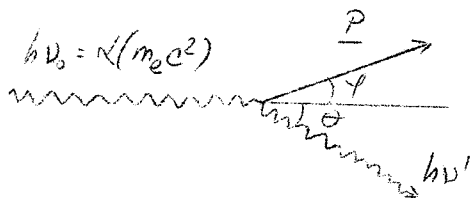


Fig. II.5

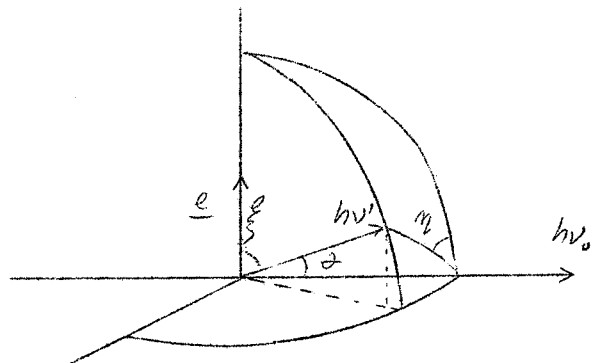


Fig. II.6

Si definisce piano di scattering il piano contenente il quanto incidente, il quanto diffuso e l'elettrone.

I teoremi di conservazione dell'energia e dell'impulso forniscono, fra le altre, le seguenti relazioni:

$$(1) \quad h\nu' = \frac{h\nu_0}{1+\alpha(1-\cos\theta)} \quad (2) \quad \tan\varphi = (1+\alpha) \tan(\theta/2)$$

Si hanno inoltre le seguenti relazioni angolari (Fig.II.6).

- $\underline{e}$  vettore elettrico di  $h\nu_0$   
 $\theta$  angolo fra  $h\nu'$  e  $h\nu_0$   
 $\varphi$  angolo fra  $h\nu'$  ed  $\underline{e}$   
 $\eta$  angolo fra i piani  $(h\nu', h\nu_0)$  e  $(h\nu_0, \underline{e})$

da cui si ha:

$$(3) \quad \cos\varphi = \cos\eta \sin\theta$$

La sezione d'urto differenziale per effetto Compton, integrata su tutte le direzioni di polarizzazione del quanto diffuso è:

$$(4) \quad d\sigma = \frac{r_0^2}{2} d\Omega \left(\frac{\nu'}{\nu_0}\right)^2 \left(\frac{\nu'}{\nu_0} + \frac{\nu_0}{\nu'} - 2\cos^2\varphi\right) \quad (r_0 = \text{raggio classico dell'elettrone})$$

da cui, tenendo presente la (1) e la (3), si ricava:

$$(4') \quad d\sigma = \frac{r_0^2}{2} d\Omega \frac{1}{[1+\alpha(1-\cos\theta)]^2} \left[1+\alpha(1-\cos\theta) + \frac{1}{1+\alpha(1-\cos\theta)} - 2\sin^2\theta \cos^2\eta\right]$$

Si definisce un rapporto di asimmetria

$$(5) \quad R' = \frac{(d\sigma)_{\eta=0}}{(d\sigma)_{\eta=\pi/2}}$$

sostituendo la (4') nella (5) si ha:

$$(5') \quad R' = 1 - \frac{2\sin^2\theta [1+\alpha(1-\cos\theta)]}{1+[1+\alpha(1-\cos\theta)]^2} = 1 - A_\alpha(\theta)$$

Per misurare questo rapporto  $R'$  occorre misurare il rapporto fra il numero di fotoni diffusi nel piano ( $\underline{e}$  e  $h\nu_0$ ) ed il numero di quelli diffusi nel piano perpendicolare ad  $\underline{e}$ , per uno stesso angolo  $\theta$ . Convien scegliere un angolo

$\theta$  per cui la funzione  $A_{\alpha}(\theta)$  è massima, cioè  $R'$  è minimo. L'energia dei quanti incidenti può essere selezionata variando l'angolo  $\varphi$  dell'elettrone, essendo  $\theta$  e  $\varphi$  legati dalla (2).

Studiamo ora l'andamento della funzione  $A_{\alpha}(\theta)$  per vedere se, alle energie che a noi interessano, si ha un effetto sperimentalmente rivelabile.

Per quanto riguarda la dipendenza dell'angolo  $\theta$ , la funzione  $A_{\alpha}(\theta)$  presenta un massimo per un angolo  $\theta$  intorno a  $45^{\circ}$ , che diminuisce lentamente al crescere di  $\alpha$ . Inoltre, all'aumentare di  $\alpha$ , essa tende a zero, quindi  $R'$  tende ad 1.

Nella seguente tabella sono riportati i valori di  $R'$  calcolati per alcuni valori di  $\theta$  ed  $\alpha$ .

$\theta$	$R'(\alpha=100)$	$R'(\alpha=200)$	$R'(\alpha=300)$
$15^{\circ}$	0.971	0.983	0.988
$30^{\circ}$	0.965	0.982	0.988
$45^{\circ}$	0.967	0.983	0.989
$60^{\circ}$	0.971	0.985	0.990

L'effetto, che nel caso di fotoni di 50 MeV ( $\alpha=100$ ), è solo del 3,5%, per un fascio totalmente polarizzato, per fotoni di 100 MeV è meno del 2%. Per un fascio parzialmente polarizzato, come quello che si può ottenere con un monocristallo ( $P = 31\%$ ), si riduce a meno dell'1%: non si può quindi sperare di poterlo rivelare. A questo si aggiunge l'inconveniente che la sezione d'urto per effetto Compton diminuisce al crescere dell'energia, ed a 100 MeV è molto piccola: per  $\alpha = 200$ ;  $\theta = 30^{\circ}$  è:  $\frac{d\sigma}{d\Omega} \cong 1.6 \cdot 10^{-27} \text{ cm}^2/\text{sterad}$ . Rimane da prendere in considerazione la produzione di coppie. L'angolo più probabile di emissione delle coppie è dell'ordine di  $K^{-1}$ , dove  $K$

è l'energia del primario . In particolare, nel nostro caso, si ha un angolo dell'ordine di qualche mrad, il che rende difficile lo studio della distribuzione angolare.

Il problema potrebbe essere elegantemente risolto usando un secondo cristallo come convertitore e studiando la variazione della sezione d'urto totale per produzione di coppie al variare della polarizzazione del fascio  $\gamma$ . Un calcolo, eseguito a tale scopo<sup>(21)</sup>, ha mostrato che, usando come convertitore un cristallo di diamante, con un angolo  $\theta$ , fra il fascio  $\gamma$  e l'asse del cristallo, di 25 mrad, si ha un rapporto di asimmetria del 5% per un fascio di fotoni di 300 MeV totalmente polarizzato. Nei due casi di polarizzazione perpendicolare e parallela rispetto al piano definito dal fascio  $\gamma$  e dall'asse (1,0,0) del cristallo analizzatore. Tenendo presente che nel nostro caso, per  $K = 300$  MeV, si ha una polarizzazione massima del 12%, l'effetto da rivelare è nuovamente inferiore all'1%. Tale metodo può essere utilizzabile nel caso in cui si disponga di elettroni di energia  $E_1 > 1000$  MeV: in tal caso, infatti, o si ha un fascio di fotoni di 300 MeV con polarizzazione  $> 12\%$ , oppure si ha un fascio di fotoni di energia  $x = 0.3$  (che corrisponde ad un  $K > 300$  MeV) con il 12% di polarizzazione, ma a questa energia l'effetto di asimmetria è maggiore, quindi, in ogni caso, si ha un miglioramento della situazione.

Nel nostro caso conviene sfruttare il fatto che le coppie di elettroni prodotte da  $\gamma$  polarizzati hanno un piano preferenziale che determina una asimmetria nella sezione d'urto rispetto agli azimuth dei due rami della coppia. Mediante la misura di questa asimmetria si può risalire al valore della polarizzazione del fascio  $\gamma$ .



ha:

$$E_+ = E_- = \frac{K}{2} = 150 \text{ MeV} = 294 m_e c^2$$

$$Z = 13$$

$$\frac{P}{K} = 0.64$$

$R = 0.14$ , cioè un rapporto  $\frac{d\sigma_{\parallel}}{d\sigma_{\perp}} = 1.33$

Data la proporzionalità fra la polarizzazione ed il rapporto di asimmetria, per un fascio polarizzato al 12% si ha un rapporto di crica il 2%.

Nella misura di questo effetto si incontrano difficoltà sperimentali non indifferenti: infatti, per poter eseguire tale misura, occorre selezionare angoli dell'ordine di  $K^{-1}$ , cioè di qualche mrad., corrispondenti a lunghezze di pochi mm. per una distanza fra convertitore e rivelatori di circa 2 m. (Fig. II.8)

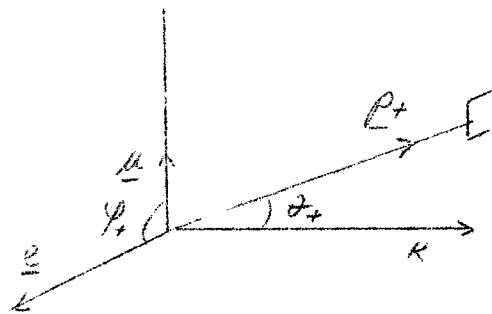
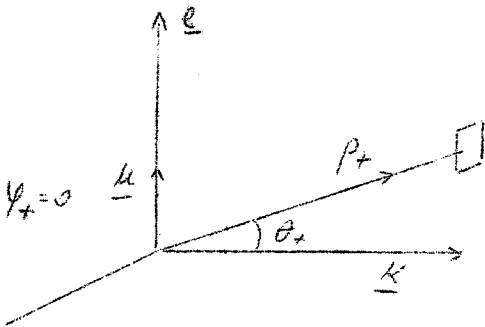


Fig.II.8a -Misura di  $d\sigma_{\parallel}$

Fig.II.8b -Misura di  $d\sigma_{\perp}$

Difficoltà di questo tipo si incontrano in genere nelle esperienze alle alte energie, in quanto la distribuz. angolare dei prodotti delle reazioni è tutta proiettata in avanti nel sistema del laboratorio: occorre allora cercare il migliore compromesso fra intensità e risoluzione angolare.

Per ovviare a queste difficoltà si è pensato di

misurare un nuovo rapporto di asimmetria  $R'$ , relativo a due direzioni perpendicolari del vettore polarizzazione: si esaminano coppie con un ramo emesso con angoli  $\theta_-$  e  $\psi_-$  qualsiasi e l'altro emesso in un caso con  $\theta_+$  qualsiasi e  $\psi_+ = 0$  e nell'altro caso con  $\theta_+$  qualsiasi e  $\psi_+ = \pi/2$ .

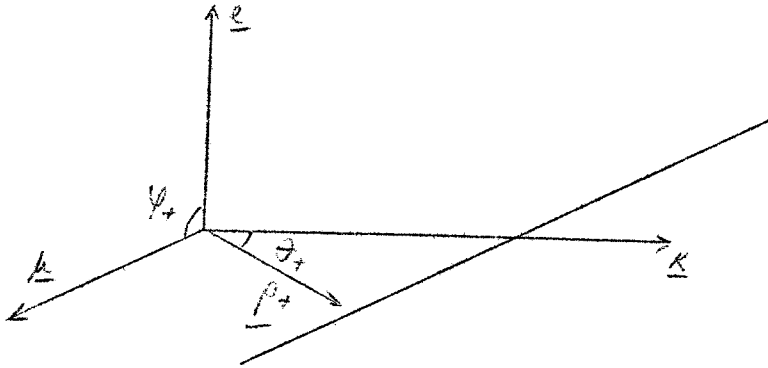


Fig.II.9a - Misura di  $d\sigma_{\perp}$

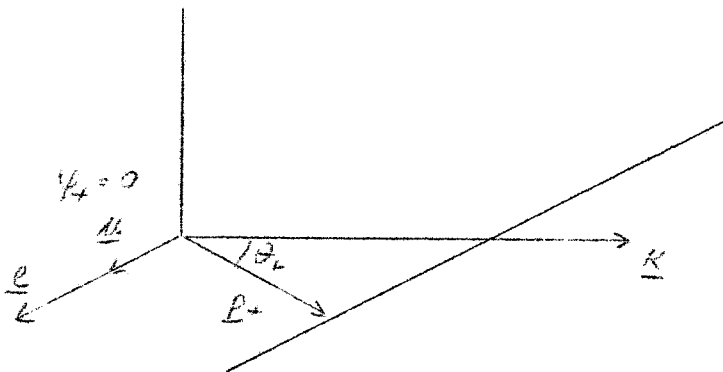


Fig.II.9b - Misura di  $d\sigma_{\parallel}$

Una asimmetria del tipo descritto potrebbe essere rivelata con un contatore infinitamente lungo ed infinitamente sottile. (Fig. II.9) Per calcolare questo nuovo rapporto basterebbe integrare le espressioni di  $d\sigma_{\parallel}$  e  $d\sigma_{\perp}$  per  $\theta_+$  da  $-\infty$  a  $+\infty$ .

In pratica il contatore avrà dimensioni finite. La disposizione sperimentale dei contatori è quella indicata in fig. I.4. In particolare la posizione relativa di



$S_1$  ed  $A_1$  è mostrata in fig. II.10.

Gli scintillatori plastici  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ , posti in coincidenza, rivelano le coppie simmetriche emesse con an-

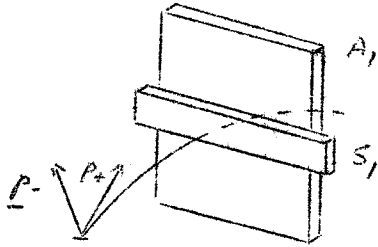


Fig.II.10 - Posizione dei contatori  $S_1$  ed  $A_1$

goli  $\theta$  e  $\varphi$  qualsiasi. Lo scintillatore  $S_1$ , in coincidenza con  $A_1$  e  $A_2$ , rivela soltanto le coppie con un ramo emesso con angoli  $\theta$  e  $\varphi$  qualsiasi (che cade su  $A_2$  e  $A_3$ ) e l'altro emesso con l'angolo  $\alpha$  (proiezione di  $\theta$  sul piano verticale passante per  $K$ ) compreso en-

tro gli angoli limite del contatore  $S_1$ . Quello che si misura sperimentalmente, quindi, è la frazione di coppie con un ramo emesso con angoli qualsiasi e l'altro emesso con particolari angoli  $\alpha$ . Questa frazione è data dal rapporto fra i conteggi delle due coincidenze:  $N(A_1+A_2+S_1) / N(A_1+A_2+A_3)$ . Misurando detta frazione per due diverse polarizzazioni e calcolandone il rapporto, si ottiene la quantità  $R'$  sopra definita, indipendentemente dalle costanti strumentali. Le due misure, relative alle due polarizzazioni perpendicolari fra loro, vanno eseguite lasciando il contatore  $S_1$  fisso nel piano mediano dello spettrometro a coppie, in quanto questo determina una giacitura privilegiata, e ruotando il vettore polarizzazione mediante la rotazione del cristallo.

Calcolo della distribuzione angolare delle coppie di elettroni prodotte da  $\gamma$  polarizzati. Calcolo del rapporto  $R'$  nel caso della disposizione sperimentale in atto.

Allo scopo di conoscere esattamente il rapporto di asimmetria  $R'$ , occorre calcolare la distribuzione angolare di uno dei due rami delle coppie di elettroni, dopo aver ef-

fettuato l'integrazione sugli angoli d'emissione dell'altro ramo.

Calcoleremo questa distribuzione prima per un convertitore puntiforme ed un contatore infinitamente sottile, quindi terremo conto delle dimensioni finite del contatore e del convertitore e dello scattering degli elettroni in quest'ultimo. Il calcolo sarà effettuato in due diversi casi, corrispondenti ai due casi di polarizzazione contemplati sopra:

- a) il fascio è polarizzato perpendicolarmente al piano mediano dello spettrometro; la distribuzione angolare è differenziale nella direzione di  $\underline{e}$  ed è integrale nella direzione perpendicolare ad  $\underline{e}$ ;
- b) il fascio è polarizzato parallelamente al piano mediano dello spettrometro; la distribuzione angolare è differenziale nella direzione perpendicolare ad  $\underline{e}$  ed integrale nella direzione di  $\underline{e}$ .

La sezione d'urto per produzione di coppie da fotoni polarizzati è stata calcolata da Maximon ed Olsen <sup>(22)</sup>:

$$\begin{aligned}
 d\sigma(K, \underline{e}, \underline{p}, S_1) = & 2^2 \frac{e^2}{\hbar c} \left( \frac{e^2}{mc^2} \right)^2 \frac{dE_1}{K^3} d\xi \frac{d\varphi_1}{2\pi} \left\{ (E_1^2 + E_2^2)(3 + 2\Gamma) + \right. \\
 (1) \quad & + 2E_1 E_2 (1 + 4u^2 \xi^2 \Gamma) + 8E_1 E_2 u^2 \xi^2 \Gamma / (2|\hat{u} - \underline{e}|^2 - 1) + [(E_1^2 - E_2^2)(3 + 2\Gamma) + \\
 & \left. + 2KE_2(1 - 4u^2 \xi^2 \Gamma)] \times \xi_1 \hat{K} (\hat{e} \times \underline{e}^*) \hat{K} + 4KE_2 \xi (1 - 2\xi) \Gamma \xi_1 \underline{u} (\hat{e} \times \underline{e}^*) \hat{K} \right\}
 \end{aligned}$$

questa espressione dà la sezione d'urto, differenziale nell'energia degli elettroni, per produzione di coppie da fotoni polarizzati di energia  $K$  e vettore di polarizzazione  $\underline{e}$ : essa è integrata su tutti gli angoli d'emissione  $\theta_2$  e  $\varphi_2$  e sommata sullo spin  $\xi_2$  di un ramo della coppia, mentre è differenziale negli angoli  $\theta_1$  e  $\varphi_1$  e dipende dallo spin  $\xi_1$  dell'altro ramo.

Nel nostro caso si ha un fascio linearmente polarizzato e quindi  $\underline{e} \times \underline{e}^* = 0$ ; vengono a mancare gli ultimi

due termini, e quindi la dipendenza dallo spin dell'elettrone; la (1) diventa:

$$(2) \quad d\sigma(\underline{k}, \underline{e}, \underline{p}_1) = Z^2 \frac{e^2}{\hbar c} \left( \frac{e^2}{mc^2} \right)^2 \frac{dE_1}{K^3} d\frac{\varphi}{2\pi} \left\{ (E_1^2 + E_2^2)(3+2\Gamma) + 2E_1 E_2 (1 + 4u^2 \frac{\varphi^2 \Gamma}{3}) + 8E_1 E_2 u^2 \frac{\varphi \Gamma}{3} (2|\hat{u} \cdot \underline{e}|^2 - 1) \right\}$$

Per coppie simmetriche si ha  $E_1 = E_2 = K/2$ , quindi

$$(3) \quad d\sigma(\underline{k}, \underline{e}, \underline{p}_1) = Z^2 \frac{e^2}{\hbar c} \left( \frac{e^2}{mc^2} \right)^2 \frac{dK}{2K^3} d\frac{\varphi}{2\pi} \left\{ \frac{K^2}{2} [(3+2\Gamma) + (1+4u^2 \frac{\varphi^2 \Gamma}{3}) + 4u^2 \frac{\varphi \Gamma}{3} (2|\hat{u} \cdot \underline{e}|^2 - 1)] \right\}$$

dove

$$(4) \quad \begin{cases} \frac{\varphi}{3} = (1 + p^2 \sin^2 \theta)^{-1} \approx (1 + p^2 \theta^2)^{-1} \\ \Gamma = \ln(111 Z^{-1/3} / \frac{\varphi}{3}) - 2 - f(z) \quad (\text{schermo completo}) \\ f(z) = a^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n^2 + a^2)}; \quad a = \frac{Z^2 e^2}{\hbar c} = \frac{Z^2}{137} \\ \underline{u} = (p \sin \theta) \hat{u} \quad (\text{componente di } p \text{ normale a } \underline{k}) \end{cases}$$

Consideriamo come piano di riferimento il piano mediano dello spettrometro e calcoliamo la sezione d'urto nei due casi di polarizzazione perpendicolare e parallela a detto piano di riferimento.

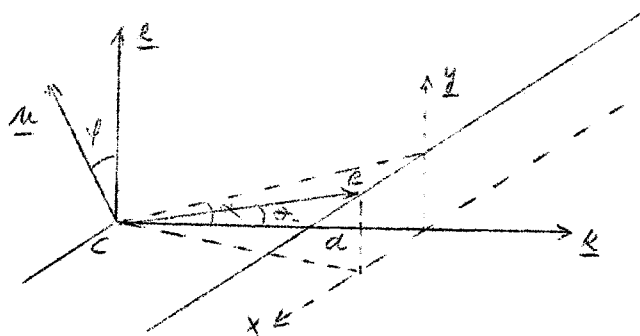
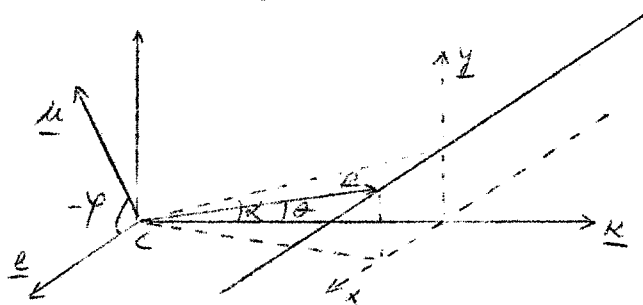


Fig. II.11a



Si vede che  $\hat{u} \times \underline{e} = \cos \varphi$ . Sostituendo questa espressione e le (4) nella (3) si ha:

$$(5) \quad d\sigma(\underline{k}, \underline{e}, \rho) = -\frac{e^2}{\hbar c} \left( \frac{e^2}{mc^2} \right)^2 \frac{dk}{k} \frac{\rho^2}{2\pi} \frac{d(\cos\theta) d(\cos\varphi)}{(1+\rho^2 \sin^2\theta)} \cdot \left\{ 2 + \left[ 1 + \frac{4\rho^2 \sin^2\theta}{(1+\rho^2 \sin^2\theta)^2} \cos^2\varphi \right] \left[ \ln \left| \frac{1+\sqrt{1-\rho^2 \sin^2\theta}}{1-\sqrt{1-\rho^2 \sin^2\theta}} \right| \right] - 2 - f(z) \right\}$$

Fissato il piano  $\pi$  perpendicolare a  $K$ , a distanza  $d$  dal convertitore, introduciamo delle coordinate  $x$  ed  $y$  su questo piano (Fig. II.11).

Vogliamo calcolare la sezione d'urto per produzione di coppie con uno dei rami emesso con angoli  $\theta$  e  $\varphi$  qualsiasi e l'altro emesso con  $\theta$  e  $\varphi$  tali che l'elettrone cada sul piano  $\pi$ , ad una ascissa  $x$  qualsiasi e ad una quota compresa fra  $y$  e  $y + dy$ .

Le relazioni fra le variabili  $x$  ed  $y$  e  $\theta$  e  $\varphi$  sono le seguenti:

- a)  $\underline{e}$  perpendicolare al piano mediano dello spettrometro  
 $\sin \theta \approx \theta \approx \tan \theta = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{d}$ , avendo introdotto l'approssimazione per piccoli angoli  $< 40^\circ$ , pari a circa 70 mrad; gli angoli che a noi interessano sono dell'ordine di  $K^{-1}$ , cioè di circa 10 mrad per  $K = 100$  MeV; quindi l'approssimazione introdotta è pienamente lecita nel nostro caso.

$$\text{Per } \cos \theta \text{ si ha pertanto: } \cos \theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2} = 1 - \frac{x^2 + y^2}{2d^2} = \frac{2d^2 - x^2 - y^2}{2d^2}$$

$$\text{Si ha inoltre: } \sin \varphi = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} ; \quad \cos \varphi = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

- b)  $\underline{e}$  parallelo al piano mediano dello spettrometro  
 valgono per  $\theta$  le considerazioni ed i risultati del caso a, mentre per  $\varphi$  si ha:

$$\sin \varphi = -\frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} ; \quad \cos \varphi = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

L'angolo in figura si è indicato con  $-\varphi$  invece

che con  $\psi$ , in quanto nel caso a) si è indicato con  $\psi$  l'angolo  $(\hat{u}, \underline{e})$  e non l'angolo  $(\underline{e}, \hat{u})$ .

Nella sostituzione di  $\theta$  e  $\psi$  con  $x$  ed  $y$  nella (5), per il prodotto dei differenziali  $d(\cos \theta) \cdot d(\cos \psi)$  con  $dx \cdot dy$ , si ha:

$d(\cos \theta) \cdot d(\cos \psi) = J \cdot dx \cdot dy$ , dove con  $J$  si è indicato lo jacobiano:

$$J \equiv \begin{vmatrix} \frac{\partial \cos \theta}{\partial x} & \frac{\partial \cos \theta}{\partial y} \\ \frac{\partial \cos \psi}{\partial x} & \frac{\partial \cos \psi}{\partial y} \end{vmatrix}$$

che vale rispettivamente:

$$J_I = \frac{-x}{d^2(x^2+y^2)^{1/2}} \quad \text{nel caso a}$$

$$\text{e } J_{II} = \frac{y}{d^2(x^2+y^2)^{1/2}} \quad \text{nel caso b}$$

Riassumendo si ha quindi:

	$\sin \theta$	$\cos \theta$	$\sin \psi$	$\cos \psi$	$J$
$\underline{e} \perp$ al piano mediano	$\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{d}$	$\frac{2d^2-x^2-y^2}{2d^2}$	$\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$	$\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$	$\frac{-x}{d^2\sqrt{x^2+y^2}}$
$\underline{e} \parallel$ al piano mediano	$\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{d}$	$\frac{2d^2-x^2-y^2}{2d^2}$	$\frac{-y}{\sqrt{x^2+y^2}}$	$\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$	$\frac{y}{d^2\sqrt{x^2+y^2}}$

Operando la sostituzione delle variabili nella (5), si ottengono le seguenti espressioni:

$$(6') \quad d\sigma_1(K, x, y) = z^2 \frac{e^2}{\hbar c} \left( \frac{e^2}{mc^2} \right)^2 \frac{dk}{K} \frac{p^2}{2\pi} \frac{2d^2-(x^2+y^2)}{2[d^2+p^2(x^2+y^2)]^2} \left\{ 2 + \right. \\ \left. + \left[ 1 + 4 \frac{p^2 d^2 y^2}{[d^2+p^2(x^2+y^2)]^2} \right] \left[ \ln \frac{1112^{-1/3} (1-p^2 \frac{x^2+y^2}{d^2}) - 2 - f(z)}{2} \right] \right\} dx dy$$

$$(6'') \quad d\tilde{\sigma}_{11}(k, x, y) = z^2 \frac{e^2}{\hbar c} \left( \frac{e^2}{mc^2} \right)^2 \frac{dk}{k} \frac{p^2}{2\hbar} \frac{2d^2 - (x^2 + y^2)}{2[d^2 + p^2(x^2 + y^2)]^2} \left\{ 2 + \right. \\ \left. + \left[ 1 + 4 \frac{p^2 d^2 x^2}{[d^2 + p^2(x^2 + y^2)]^2} \right] \left[ \ln 111 z^{-1/3} \left( 1 + p^2 \frac{x^2 + y^2}{d^2} \right) - 2 - f(z) \right] \right\} dx dy$$

Per conoscere la distribuzione voluta occorre calcolare gli integrali  $\int_{x=0}^{x=\infty} d\tilde{\sigma}_I$  e  $\int_{x=0}^{x=\infty} d\tilde{\sigma}_{11}$ . L'approssimazione introdotta per piccoli angoli non è valida per  $x \rightarrow \infty$ . Assumiamo che lo sia per valori di  $\theta \leq \theta_0 = \arctg 0,1$  per il quale valore il seno differisce dalla tangente del 5%. L'approssimazione è in realtà molto migliore del 5%, in quanto per  $\theta = 0,1$  la sezione d'urto è già molto piccola. Il valore di  $\theta = 0,1$  corrisponde a  $\sqrt{x^2 + y^2} \simeq 17$  cm., in quanto  $d = 173$  cm.

Calcoliamo quindi gli integrali per  $0 \leq x \leq 17$  cm, supponendo che il contributo della sezione d'urto per angoli  $\theta > 0,1$  sia trascurabile, commettendo così un errore di qualche %.

Gli integrali:

$$(7') \quad \int_{x=0}^{x=17\text{cm}} d\tilde{\sigma}_I = -\frac{1}{2} \frac{z^2 e^2}{\hbar c} \left( \frac{e^2}{mc^2} \right)^2 \frac{dk}{k} \frac{p^2}{2\hbar} dy \left\{ \left[ \ln 111 z^{-1/3} - f(z) \right] \int_0^{17} \frac{x^2 + y^2 - 2d^2}{(p^2 x^2 + p^2 y^2 + d^2)^2} dx + \right. \\ \left. + 4 \left[ \ln 111 z^{-1/3} - 2 - f(z) \right] p^2 d^2 y^2 \int_0^{17} \frac{x^2 + y^2 - 2d^2}{(p^2 x^2 + p^2 y^2 + d^2)^4} dx + \int_0^{17} \frac{x^2 + y^2 - 2d^2}{(p^2 x^2 + p^2 y^2 + d^2)^2} \ln \left( \frac{p^2 x^2 + p^2 y^2 + d^2}{d^2} \right) dx + \right. \\ \left. + 4 p^2 d^2 y^2 \int_0^{17} \frac{x^2 + y^2 - 2d^2}{(p^2 x^2 + p^2 y^2 + d^2)^4} \ln \left( \frac{p^2 x^2 + p^2 y^2 + d^2}{d^2} \right) dx \right\}$$

$$(7'') \quad \int_{x=0}^{x=17\text{cm}} d\tilde{\sigma}_{11} = -\frac{1}{2} \frac{z^2 e^2}{\hbar c} \left( \frac{e^2}{mc^2} \right)^2 \frac{dk}{k} \frac{p^2}{2\hbar} dy \left\{ \left[ \ln 111 z^{-1/3} - f(z) \right] \int_0^{17} \frac{x^2 + y^2 - 2d^2}{(p^2 x^2 + p^2 y^2 + d^2)^2} dx + \right. \\ \left. + 4 \left[ \ln 111 z^{-1/3} - 2 - f(z) \right] p^2 d^2 \int_0^{17} \frac{x^2(x^2 + y^2 - 2d^2)}{(p^2 x^2 + p^2 y^2 + d^2)^4} dx + \int_0^{17} \frac{x^2 + y^2 - 2d^2}{(p^2 x^2 + p^2 y^2 + d^2)^2} \ln \left( \frac{p^2 x^2 + p^2 y^2 + d^2}{d^2} \right) dx + \right. \\ \left. + 4 p^2 d^2 \int_0^{17} \frac{x^2(x^2 + y^2 - 2d^2)}{(p^2 x^2 + p^2 y^2 + d^2)^4} \ln \left( \frac{p^2 x^2 + p^2 y^2 + d^2}{d^2} \right) dx \right\}$$

sono stati calcolati con la calcolatrice IBM 650, per un convertitore di Al, in funzione di  $y$ , per energie dei fotoni  $K = 100$  MeV e  $K = 300$  MeV.

Le curve di  $\frac{d^2 N}{dy dk}$  e  $\frac{d^2 N}{dy dk}$  sono date in fig. II.12 e II.13.

Le curve calcolate sopra sono relative ad un contatore infinitamente sottile, posto nel piano  $\pi$ , a quota  $y$  variabile. Vogliamo ora calcolare le perdite verticali dei contatori  $A_1$   $A_2$ , dovute alla altezza finita di questi, e la frazione di elettroni rivelati dal contatore  $S_1$ , tenendo conto delle sue dimensioni.

Cominciamo col considerare le perdite verticali relative ai contatori  $A_1$   $A_2$ : occorre calcolare<sup>(23)</sup> il rapporto fra l'area racchiusa dalla curva di distribuzione angolare delle coppie per  $|y| \leq h$ , essendo  $h$  la semialtezza dei contatori, e l'area racchiusa dall'intera curva, per  $y \leq 17$  cm, supponendo trascurabile il contributo per  $\geq 17$  cm, come è stato detto precedentemente. In realtà, a causa del potere focalizzante dello spettrometro in direzione verticale, la quota limite non sarà  $h$ , ma leggermente maggiore.

Calcoliamo dunque gli angoli limite del contatore, supponendo che la coppia sia prodotta in un punto generico del convertitore a quota  $z = 0$  sul piano mediano, cosa che avviene certamente, a causa delle dimensioni finite del fascio (Fig. II.13)

L'equazione della traiettoria di un elettrone nel

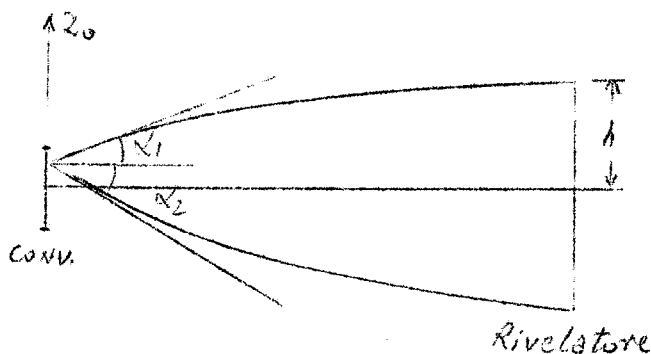


Fig. II.13

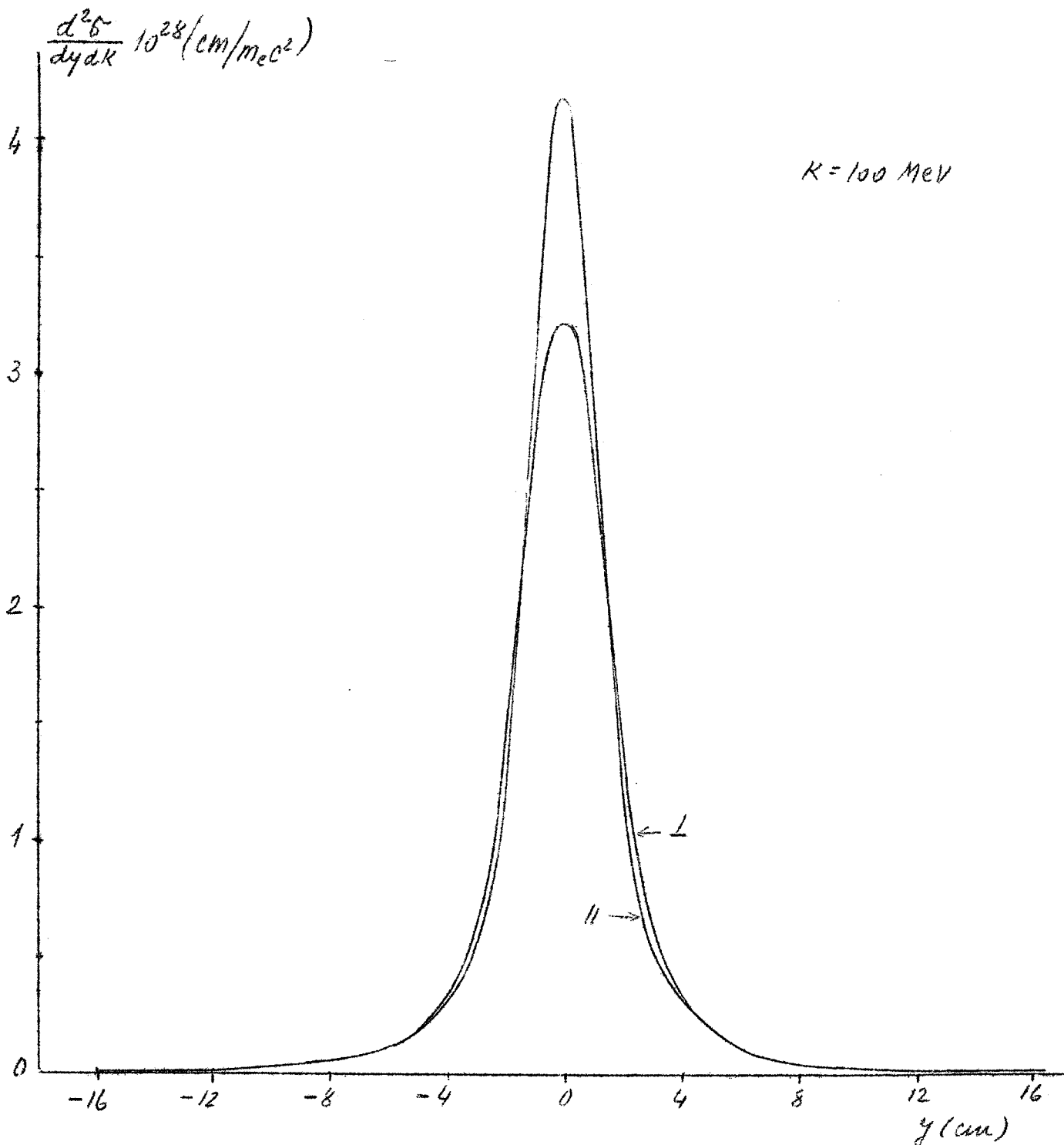


Fig. II.12 - Sezione d'urto per produzione di coppie simmetriche in alluminio da un fascio di fotoni totalmente polarizzato di energia  $K$ , in funzione dell'altezza  $y$  sul piano mediano dello spettrometro. Per un convertitore puntiforme e un contatore infinitamente sottile a distanza  $d = 173 \text{ cm}$  dal convertitore



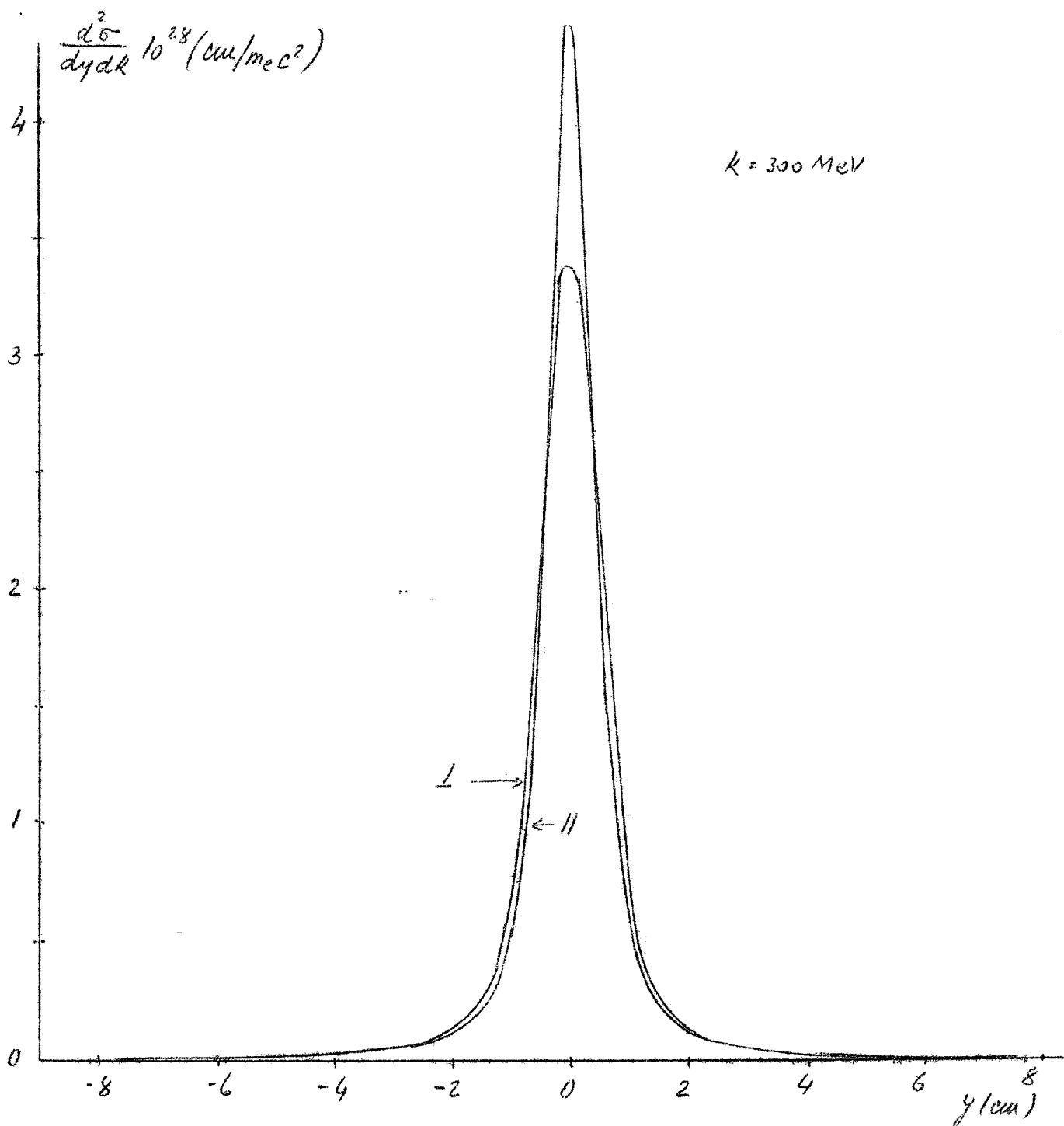


Fig.II.13 - Sezione d'urto per produzione di coppie simmetriche in alluminio da un fascio di fotoni totalmente polarizzato di energia  $K$ , in funzione dell'altezza  $y$  sul piano mediano dello spettrometro. Per un convertitore puntiforme e un contatore infinitamente sottile a distanza  $d = 173 \text{ cm}$  dal convertitore.

piano verticale d'emissione è data da: (5)

$$Z(\rho) = V_{11} Z_0 + V_{12} \alpha$$

col seguente significato dei simboli

$Z(\rho)$  = quota dell'elettrone dopo aver percorso un tratto di lunghezza  $\rho$  sulla traiettoria

$Z_0$  = quota del punto del convertitore in cui viene creata la coppia

$\alpha$  = angolo fra la tangente alla traiettoria nel punto  $Z_0$  ed il piano mediano

Si ha:

$$V_{11} = 1 - \frac{r}{l} \tan \frac{\phi}{2}$$

$$V_{12} = \left(1 - \frac{r}{l} \tan \frac{\phi}{2}\right) r \phi + l$$

$l$  = lunghezza della traiettoria dal bordo dello spettrometro al contatore

$r$  = raggio di curvatura della traiettoria nello spettrometro

$\phi$  = angolo sotteso dall'arco di traiettoria nello spettrometro

$\omega$  = angolo fra la normale al bordo dello spettrometro nel punto di uscita della traiettoria e la tangente a questa nello stesso punto

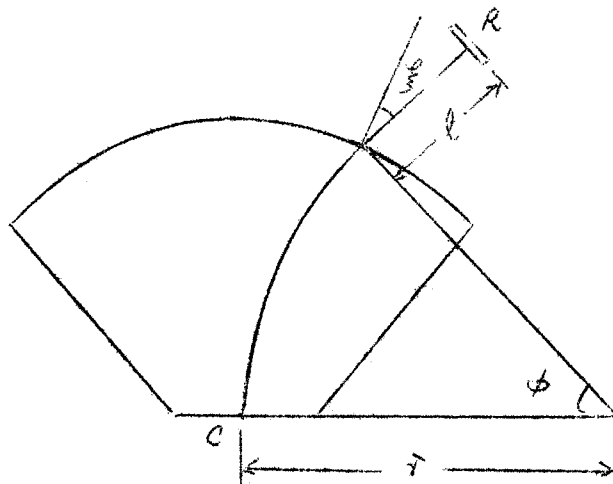


Fig. II.14

Ponendo nell'equazione della traiettoria  $Z(\varphi) = \pm h$ , si impone la condizione che l'elettrone cada sul bordo del contatore, quindi i corrispondenti angoli  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  sono gli angoli limite del contatore stesso. (x)

Per avere le quote limite basta tener presente che  $\text{tg } \alpha = \frac{y}{d}$ , da cui si ha che  $y_{1,2} = d \cdot \text{tg } \alpha_{1,2} \approx d \alpha_{1,2}$ . Nel nostro caso si ha:

$$\alpha_{1,2} = \frac{1}{V_{12}} [\pm h - V_{11} z_0]; \quad y_{1,2} = \frac{d}{V_{12}} [\pm h - V_{11} z_0]$$

$$l = 100 \text{ cm} ;$$

$$r = 120 \text{ cm}$$

$$\varphi = 32^\circ 30' ;$$

$$\phi = 38^\circ = 0.66 \text{ rad}$$

$$d = 173 \text{ cm} ;$$

$$h = 5 \text{ cm}$$

$$\text{da cui: } V_{11} = 0.469 ;$$

$$V_{12} = 137.1 \text{ cm rad}^{-1}$$

Nella seguente tabella sono riportati, per vari punti a quote diverse del convertitore, gli angoli limite, le quote limite, e la frazione di elettroni rivelata da  $A_1$  e  $A_2$ , per i due casi a e b per un'energia  $K = 100 \text{ MeV}$ . Per  $K = 300 \text{ MeV}$  in pratica non si hanno perdite, in quanto la distribuzione angolare è molto più stretta e si esaurisce entro le quote limite dei contatori.

La frazione di elettroni rivelata da ciascuno dei due contatori, nel caso di un convertitore puntiforme, è rispettivamente 0.960 nel caso a e 0.964 nel caso b. La frazione delle coppie rivelata dai due contatori in coincidenza è data rispettivamente da  $(0.960)^2 = 0.92$  e da  $(0.964)^2 = 0.93$ . Quindi si ha una perdita dovuta alle dimensioni finite verticali dei contatori dell'8% nel caso di P e del

---

(x) Non v'è pericolo che gli elettroni urtino i poli del magnete, in quanto si ha una debole focalizzazione.

7% nel caso di  $P_{//}$  (x)

$z_0$ (cm)	$\alpha_1$ (mrad)	$\alpha_2$ (mrad)	$y_1$ (cm)	$y_2$ (cm)	$f_{\perp}$	$f_{//}$
0.0	-36.46	36.46	-6.31	6.31	0.960	0.964
0.2	-37.14	35.78	-6.43	6.19	0.960	0.964
0.4	-37.83	35.09	-6.54	6.07	0.960	0.964
0.6	-38.51	34.41	-6.66	5.95	0.959	0.964
0.8	-39.20	33.72	-6.78	5.83	0.959	0.963
1.0	-39.88	33.04	-6.90	5.72	0.959	0.963
1.2	-40.56	32.36	-7.02	5.60	0.958	0.963
1.4	-41.25	31.67	-7.14	5.48	0.957	0.962

Dai valori dati nella tabella, si vede che, nel caso di un convertitore esteso, non si hanno sensibili variazioni delle perdite: infatti, nella peggiore delle ipotesi, usando un secondo collimatore di 10 mm di diametro, supponendo la sorgente del fascio  $\chi$  puntiforme, la super-

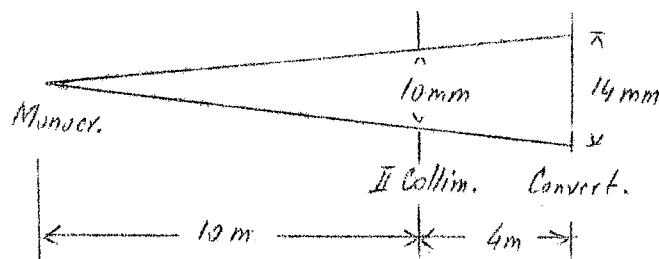


Fig. II.15

(x) In realtà questi valori non sono molto significativi in quanto sono calcolati supponendo che l'area totale racchiusa dalle due curve di  $d\delta_2$  e  $d\delta_{//}$  sia la stessa, il che non è vero, in quanto si è trascurato il contributo per  $y > 17$  cm. Bisognerebbe confrontare la frazione di elettroni rivelata dai contatori  $A_1 A_2$  con la sezione d'urto totale.

ficie del convertitore colpita dal fascio ha un diametro di 14 mm., corrispondente ad un valore di  $Z_0 \text{ max}$  di 7 mm. Per il calcolo della frazione di elettroni rivelata da  $S_1$  il procedimento è analogo al precedente, soltanto c'è da considerare alcuni particolari in più.

Calcolati gli angoli limite, si procede in tale maniera: supposto che la zona del convertitore colpita dal fascio  $\gamma$  sia circolare, si considera il generico punto P. sul diametro verticale, a quota  $Z_0$  (Fig. II.16) e gli si attribuisce un peso  $G(Z_0)$ , proporzionale all'integrale della intensità del fascio  $\gamma$  sulla corda a quota  $Z_0$ :

$$G(Z_0) = 2 \int_0^{x_0 \text{ max}} I(x_0, z_0) dx_0.$$

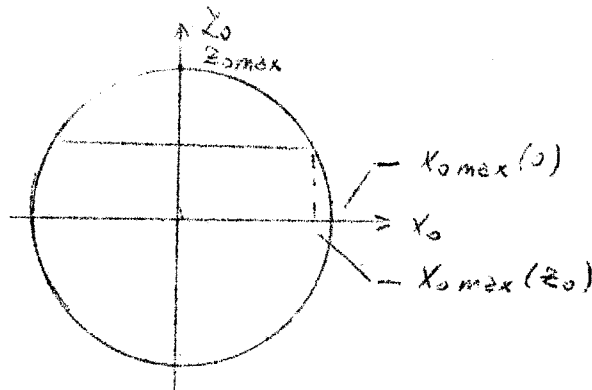


Fig. II.16

Quindi si calcola l'integrale pesato della frazione  $I(Z_0)$  di elettroni uscenti dal punto di quota  $Z_0$  e rivelati da  $S_1$ :

$$I(Z_0) = \frac{\int_0^{Z_0 \text{ max}} I(z_0) G(z_0) dz_0}{\int_0^{Z_0 \text{ max}} G(z_0) dz_0}$$

L'integrale è esteso a tutta l'altezza del diametro verticale del convertitore. Nel calcolo di  $I(Z_0)$  si tiene conto inoltre della modifica della distribuzione degli elettroni dovuta allo scattering di questi nel convertitore, in quanto, come si vedrà più oltre, per un convertitore di Al di spessore 0.01 mm, pari a  $1.13 \cdot 10^{-4}$  r.l., si ha un angolo medio di scattering  $\alpha_M$  dello stesso ordine di grandezza degli angoli limite di  $S_1$ . Nel caso dei contatori  $A_1$  e  $A_2$  non se ne è tenuto conto, in quanto gli angoli limite di questi sono molto più grandi di  $\alpha_M$ .

Per il calcolo degli angoli limite di  $S_1$  si ha:

$$\alpha_{lim} = \frac{1}{V_{12}} (\pm h - V_{11} z_0); \quad y_{lim} = d \cdot \alpha_{lim}$$

$$l = 93 \text{ cm}$$

$$r = 120 \text{ cm}$$

$$\xi = 32^\circ 30'$$

$$\phi = 38^\circ = 0.66 \text{ rad}$$

$$h = 0.25 \text{ cm}$$

$$d = 173 \text{ cm}$$

da cui:  $V_{11} = 0.506$ ;  $V_{12} = 133.3 \text{ cm rad}^{-1}$

Nella seguente tabella sono riportati gli angoli limite e le quote limite di  $S_1$  per vari punti del convertitore a quote diverse.

$Z_0$ (cm)	$\alpha_1$ (mrad)	$\alpha_2$ (mrad)	$y_1$ (cm)	$y_2$ (cm)
0.0	-1.875	1.875	-0.324	0.324
0.2	-2.685	1.115	-0.455	0.193
0.4	-3.395	0.355	-0.587	0.061
0.6	-4.155	-0.405	-0.718	-0.070
0.8	-4.915	-1.165	-0.850	-0.202
1.0	-5.675	-1.925	-0.982	-0.333

S'è già accennato dell'opportunità di tener conto dello scattering degli elettroni nel convertitore.

Non considerando lo scattering si ha, per il generico punto del convertitore a quota  $Z_0$ :

$$I(Z_0) = \int_{y_1}^{y_2} \frac{d^2 \sigma}{dy dk} dy \quad \text{con } y_1 \text{ e } y_2 \text{ funzioni di } Z_0.$$

In realtà un elettrone emesso con un angolo  $\alpha_c$  ha una probabilità di essere deflesso di un angolo  $\alpha_s$  (Fig.II.17)

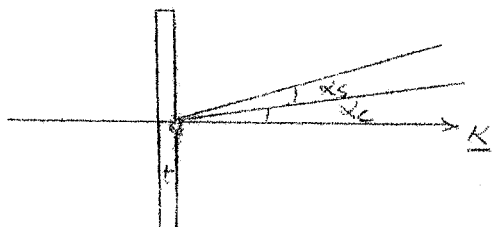


Fig. II.17

data da:  $p(\alpha_s) d\alpha_s = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \alpha_M} e^{-\frac{1}{2} \frac{\alpha_s^2}{\alpha_M^2}} d\alpha_s$

Poichè la coppia può essere creata in un punto qualsiasi del convertitore, per avere la distribuzione degli elettroni dovuta allo scattering, bisognerebbe integrare la probabilità di scattering su tutto lo spessore del convertitore; noi assumeremo una distribuzione corrispondente ad un convertitore di spessore metà di quello effettivo, cioè come se tutte le coppie fossero prodotte ad uno spessore  $t/2$ . Non si commette un errore rilevante nell'introdurre questa approssimazione, perchè l'effetto dello scattering nella distribuzione angolare degli elettroni rappresenta già una correzione a causa del piccolo spessore del convertitore.

L'angolo medio di scattering è dato quindi da  $\alpha_M = \frac{16}{E} \sqrt{\frac{E}{2}}$ , dove  $t$  è lo spessore del convertitore in lunghezze di radiazione ed  $E$  l'energia degli elettroni in MeV. Nel nostro caso si ha:  $E = 50$  MeV;  $t = 1.13 \cdot 10^{-4}$  r.l.; da cui  $\alpha_M = 2.41$  mrad, che è dello stesso ordine di grandezza degli angoli limite di  $S_1$ , come s'è già detto. Gli elettroni emessi con angolo  $\alpha_c$  vengono diffusi intorno alla direzione originaria con probabilità data da legge gaussiana. Pertanto vengono rivelati da  $S_1$  soltanto quegli elettroni per i quali si ha:

$$\alpha_1 \leq \alpha_c + \alpha_s \leq \alpha_2, \text{ ossia } \alpha_1 - \alpha_c \leq \alpha_s \leq \alpha_2 - \alpha_c$$

Quindi la frazione rivelata è:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi} \alpha_M} \left| \int_{\alpha_1 - \alpha_c}^{\alpha_2 - \alpha_c} e^{-\frac{1}{2} \frac{\alpha_s^2}{\alpha_M^2}} d\alpha_s \right|$$

che ponendo

$$y_s = d\alpha_s; \quad y = d\alpha_c; \quad y_{1,2} = d\alpha_{1,2}$$

diventa:  $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left| \int_{y_1 - y}^{y_2 - y} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{y_s}{y_M}\right)^2} d\left(\frac{y_s}{y_M}\right) \right|$

e, con ulteriore sostituzione  $y_s/y_M = x$ ;  $(y_{1,2} - y)/y_M = x_{1,2}$

si ha infine:  $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left| \int_{x_1}^{x_2} e^{-\frac{1}{2} x^2} dx \right|$

Quindi per  $I(Z_0)$  si avrà  $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^2 S}{dy dK} dy \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left| \int_{x_1}^{x_2} e^{-\frac{1}{2} x^2} dx \right|$ .

L'integrale su  $y$  è esteso da  $-\infty$  a  $+\infty$ , in quanto, a causa dello scattering, possono essere rivelati elettroni emessi con angolo qualsiasi. In pratica è sufficiente calcolare l'integrale su un intervallo di 4 cm., centrato intorno al valore massimo della funzione integranda, corrispondente ad un intervallo angolare di circa 20 mrad. Si fa uso della formula di Simpson, con intervalli di 0.2 cm.

Nella seguente tabella sono riportati i valori della frazione di elettroni rivelata da  $S_1$ ,  $I(Z_0)$ , per vari valori di  $Z_0$ , per  $K = 100$  MeV, nei due casi di  $P_{\perp}$  e  $P_{\parallel}$ .

I valori di  $I(Z_0)$  sono normalizzati assumendo unitario il numero di elettroni rivelati dal contatore  $A_1$  nel caso di un convertitore puntiforme.

$Z_0$ (cm)	K = 100 MeV			K = 300 MeV		
	$I_{\perp}(Z_0)$	$I_{\parallel}(Z_0)$	$I_{\parallel}/I_{\perp}$	$I_{\perp}(Z_0)$	$I_{\parallel}(Z_0)$	$I_{\parallel}/I_{\perp}$
0.0	0.1454	0.1720	1.183	0.3271	0.3520	1.076
0.2	0.1452	0.1712	1.179	0.3207	0.3438	1.072
0.4	0.1437	0.1679	1.168	0.3055	0.3242	1.061
0.6	0.1416	0.1629	1.151	0.2807	0.2931	1.044
0.8	0.1386	0.1563	1.128	0.2495	0.2550	1.022

Frazione di elettroni rivelati da  $S_1$ , tenendo conto delle dimensioni finite del contatore sottile e dello scattering nel convertitore

Facendo uso della distribuzione angolare del fascio misurata sperimentalmente (Fig. I.14), calcoliamo ora il valore del rapporto  $R'$  per coppie prodotte da un fascio di fotoni di 100 MeV totalmente polarizzato.

Nella tabella appresso riportata sono dati i valori di  $G(Z_0)$  ed i prodotti  $G(Z_0) \cdot I(Z_0)$ , per le due po-



larizzazioni  $P_{\perp}$  e  $P_{\parallel}$ , calcolati con la formula di Simpson. In fig. II.18 e II.19 è dato l'andamento di queste quantità in funzione di  $Z_0$ .

$Z_0$ (cm)	$I_{\perp}(Z_0)$	$I_{\parallel}(Z_0)$	$G(Z_0)$	$G(Z_0)I_{\perp}(Z_0)$	$G(Z_0)I_{\parallel}(Z_0)$
0.0	0.1454	0.1720	1.000	0.146	0.172
0.2	0.1452	0.1712	0.947	0.138	0.162
0.4	0.1437	0.1679	0.786	0.113	0.132
0.6	0.1416	0.1629	0.492	0.070	0.080
0.8	0.1386	0.1563	0.000	0	0

Sono dati come risultati finali i valori degli integrali

$$\int_0^{0.7} G(z_0) I_{\perp}(z_0) dz_0 = 0.077$$

$$\int_0^{0.7} G(z_0) I_{\parallel}(z_0) dz_0 = 0.090$$

$$\int_0^{0.7} G(z_0) dz_0 = 0.533$$

e le frazioni di elettroni rivelate da  $S_1$  nei due casi:

$$f_{\perp} = \frac{\int_0^{0.7} G(z_0) I_{\perp}(z_0) dz_0}{\int_0^{0.7} G(z_0) dz_0} = 0.144$$

$$f_{\parallel} = \frac{\int_0^{0.7} G(z_0) I_{\parallel}(z_0) dz_0}{\int_0^{0.7} G(z_0) dz_0} = 0.169$$

Per un fascio  $\gamma$  di 100 MeV totalmente polarizzato, nelle nostre condizioni sperimentali; il rapporto  $R'$  vale 1.17.

Vediamo ora come varia questo rapporto al variare della polarizzazione.

Mentre in un fascio totalmente polarizzato tutti i fotoni hanno la stessa direzione di polarizzazione, che è la

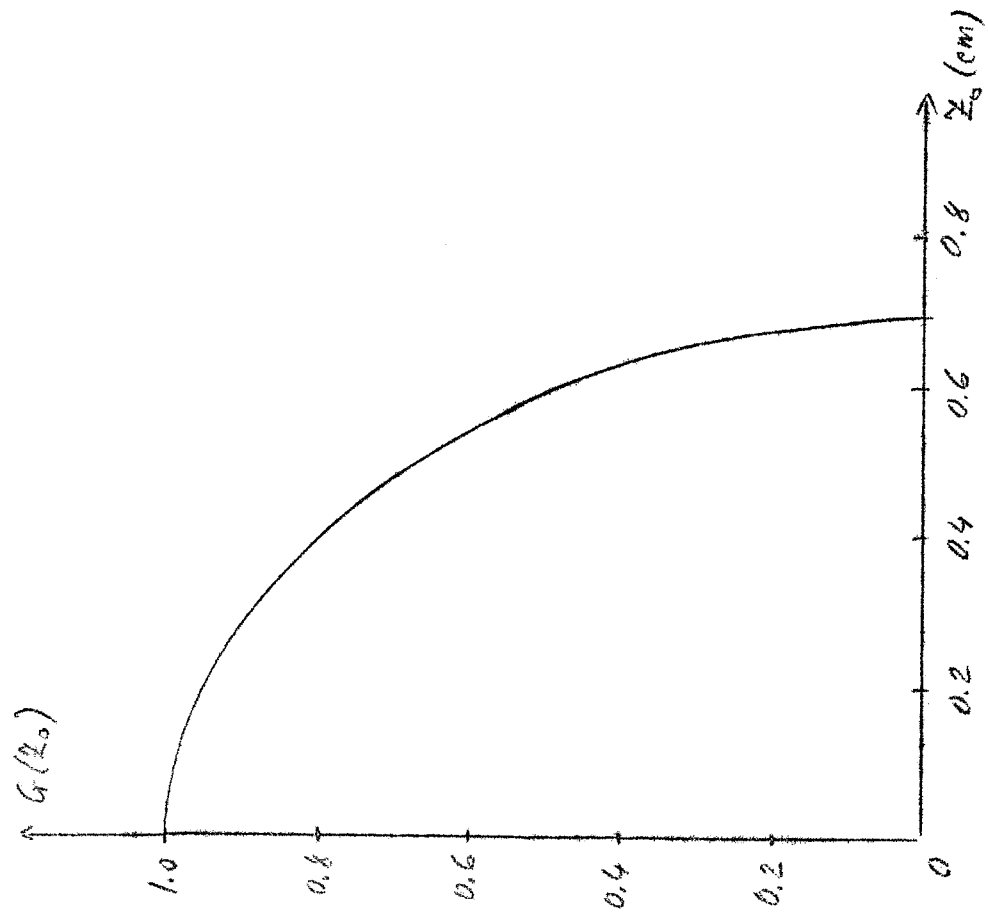


FIG. II. 78

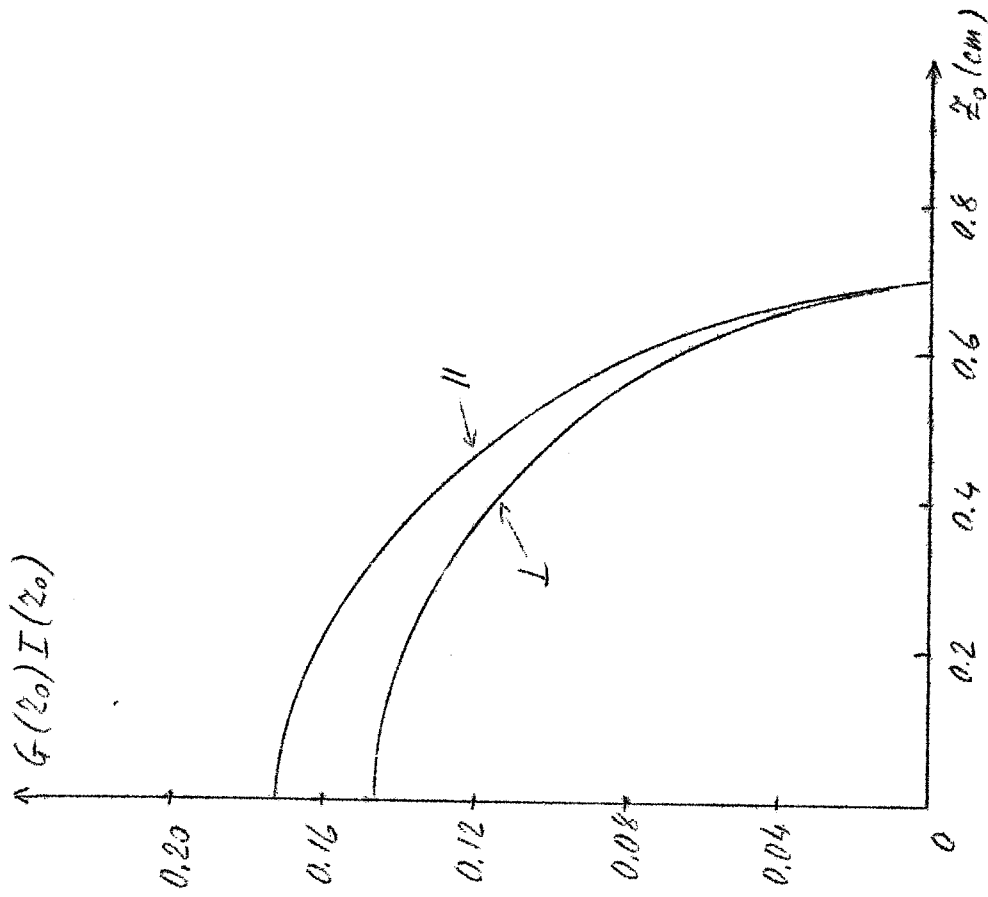


FIG. II. 79

stessa dell'intero fascio, nel caso che questo sia parzialmente polarizzato, alcuni fotoni hanno direzione di polarizzazione parallela, altri perpendicolari a quella del fascio. Indichiamo queste due frazioni di elettroni rispettivamente con  $N_{\parallel}$  e  $N_{\perp}$ . La polarizzazione del fascio è data allora da:  $P = \frac{N_{\parallel} - N_{\perp}}{N_{\parallel} + N_{\perp}}$

Il rapporto  $R'$  è dato da  $f_{\parallel} / f_{\perp}$ , dove  $f_{\parallel}$  e  $f_{\perp}$  sono le frazioni di elettroni rivelate da  $S_1$  nel caso di un fascio di polarizzazione  $P$ .

$$\text{Si ha: } f_{\perp} = N_{\parallel} \hat{\sigma}_{\perp} + N_{\perp} \hat{\sigma}_{\parallel} \quad (\text{Fig. II.20a})$$

$$f_{\parallel} = N_{\parallel} \hat{\sigma}_{\parallel} + N_{\perp} \hat{\sigma}_{\perp} \quad (\text{Fig. II.20b})$$

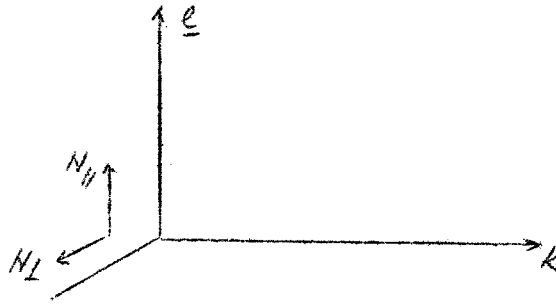


Fig. II.20a

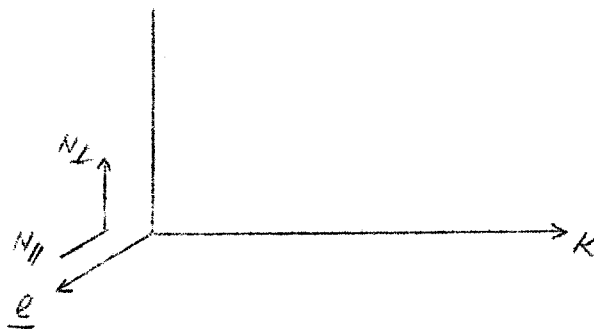


Fig. II.20b

$$\text{da cui: } R' = \frac{f_{\parallel}}{f_{\perp}} = \frac{N_{\parallel} \hat{\sigma}_{\parallel} + N_{\perp} \hat{\sigma}_{\perp}}{N_{\parallel} \hat{\sigma}_{\perp} + N_{\perp} \hat{\sigma}_{\parallel}} = \frac{\frac{N_{\parallel}}{N_{\perp}} \cdot \frac{\hat{\sigma}_{\parallel}}{\hat{\sigma}_{\perp}} + 1}{\frac{N_{\parallel}}{N_{\perp}} + \frac{\hat{\sigma}_{\parallel}}{\hat{\sigma}_{\perp}}} = \frac{\frac{1+P}{1-P} \frac{\hat{\sigma}_{\parallel}}{\hat{\sigma}_{\perp}} + 1}{\frac{1+P}{1-P} + \frac{\hat{\sigma}_{\parallel}}{\hat{\sigma}_{\perp}}}$$

Tenendo presente che  $\hat{\sigma}_{\parallel} / \hat{\sigma}_{\perp} = 1.17$  e che  $P = 0.31$  per  $K = 100$  MeV, sia ha  $R' = 1.05$ .

Misure di polarizzazione - La situazione sperimentale

Come è stato detto, la misura della polarizzazione di un fascio  $\gamma$  d'alta energia, mediante lo studio della asimmetria nella produzione di coppie, presenta notevoli difficoltà sperimentali. Nelle pagine che seguono si descrivono le varie situazioni sperimentali che si è pensato di realizzare, studiando i rispettivi vantaggi ed inconvenienti, descrivendo contemporaneamente le varie modifiche apportate all'apparato sperimentale per migliorarne l'efficienza.

La situazione sperimentale all'inizio era la seguente: si disponeva dei contatori  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $S_1$ , disposti come in fig. I.4 ed accoppiati nel seguente modo:  $A_1$ , in coincidenza con  $A_2$ , rivelava le coppie simmetriche con angoli di emissione qualsiasi, mentre  $S_1$ , in coincidenza con  $A_2$ , rivelava soltanto quelle con particolari angoli  $\alpha$ . La frazione di elettroni rivelati da  $S_1$  era data dal rapporto fra le due quantità  $N(A_2+S_1)/N(A_1+A_2)$ . Dall'esame di uno spettro di bremsstrahlung relativo al contatore  $S_1$  (coincidenza  $A_2+S_1$ ) si è visto che lo spettro, invece di andare a zero per  $K = 1000$  MeV (energia massima del fascio) continuava per un altro intervallo di energia. Questo era dovuto al fatto che alcuni elettroni meno energetici di quelli rivelati da  $S_1$  cadevano sul fototubo e sulla guida <sup>di luce</sup> di  $S_1$  stesso, posti in posizione orizzontale (Fig. I.4) per una buona raccolta della luce. In tal modo venivano prese in considerazione, nei conteggi  $A_2+S_1$ , coppie non simmetriche, di energia minore del dovuto, non rivelate da  $A_1+A_2$ . In conseguenza di ciò le misure erano completamente falsate. Per evitare questo inconveniente si è lievemente modificata l'elettronica, aggiungendo alla coincidenza doppia  $A_2+S_1$  un terzo canale, trasformandola in tripla ( $A_1+A_2+S_1$ ). Questa modifica ha portato anche il vantaggio di diminuire il numero di coinciden-

ze ritardate di  $A_1+A_2+S_1$ , portandole dal 15-20% al 2-3%, con una intensità di  $\simeq 10^{-8}$  A.

Una ulteriore modifica è stata apportata aggiungendo il contatore  $A_3$  sulla traiettoria di  $A_2$  e trasformando la coincidenza doppia  $A_1+A_2$  in tripla  $A_1+A_2+A_3$ .

In queste condizioni si è tentato di misurare la polarizzazione del fascio integrato, misurando il rapporto di asimmetria nella produzione di coppie per due diverse polarizzazioni,  $P_{\perp}$  e  $P_{\parallel}$ , ma non si è notato nessun effetto di entità superiore alle fluttuazioni statistiche.

Si è pensato allora di misurare la polarizzazione di una parte del fascio di bremsstrahlung, che si ottiene selezionando un particolare angolo d'emissione. Esaminiamo il complesso dei vantaggi e degli inconvenienti dei due metodi di misura della polarizzazione, rispettivamente differenziale ed integrale nell'angolo d'emissione dei quanti:

- a) entità dell'effetto: nel caso di una misura integrale è certamente minore, in quanto, effettuando un'integrazione sugli angoli d'emissione, si ha un valore medio della polarizzazione.
- b) possibilità di confronto fra due misure con diverse polarizzazioni: nel caso di una misura integrale si possono confrontare le due misure con polarizzazione rispettivamente perpendicolare e parallela al piano mediano dello spettrometro raddoppiando l'entità dell'effetto. In una misura differenziale si può esaminare soltanto il caso di un piano d'emissione coincidente col piano mediano dello spettrometro, ed un angolo  $\psi_1$  fra il piano d'emissione e il piano di polarizzazione pari a  $\pi/2$ . Questa misura deve essere confrontata con quella relativa ad un fascio non polarizzato.
- c) effetto dello scattering multiplo: si ha una sovrapposizione degli angoli d'emissione. Pertanto, mentre nel

caso di una misura differenziale si ha una diminuzione della polarizzazione, nel caso di una misura integrale non si ha in pratica nessun effetto, in quanto in ogni caso vengono rivelati fotoni con angoli d'emissione qualsiasi.

- d) attraversamenti multipli del cristallo da parte del fascio d'elettroni: nel corso della presentazione dei risultati sperimentali (parte I) s'è accennato al fatto che la larghezza della curva di distribuzione angolare del fascio  $\chi$  è più larga di quella teorica, e che la causa di ciò risiede nel fenomeno degli attraversamenti multipli del cristallo, il quale si comporta come se fosse di spessore doppio o triplo. La conseguenza di questo fenomeno è di aumentare l'effetto dello scattering multiplo.
- e) velocità di conteggio: è maggiore nel caso di una misura integrale ( $\simeq 20$  volte), in quanto si rivelano i quanti con angoli d'emissione qualsiasi.
- f) estensione del convertitore: nel caso di una misura differenziale si può avere una sorgente pressochè puntiforme, mentre nel caso di una misura integrale si ha un angolo di apertura di  $\simeq 1$  mrad, che corrisponde ad una estensione del convertitore di 14 mm di diametro: questo riduce l'effetto, ma non di molto: s'è visto infatti nella parte II che per un fascio totalmente polarizzato si ha una riduzione di  $d\tilde{G}_1/d\tilde{G}_2$  da 1.18 a 1.17.

Dall'esame di queste considerazioni sembra più vantaggiosa una misura a fascio integrato. Comunque, poichè l'effetto da rivelare è maggiore, si è deciso di tentare una misura differenziale, per vedere se si è veramente in grado di effettuare una misura di polarizzazione, e per perfezionare contemporaneamente l'apparato sperimentale.

E' stata calcolata, con le formole di Uberall<sup>(15)</sup>, la polarizzazione del fascio in funzione dell'angolo d'emissione, per  $K = 100$  MeV, per vari valori dell'angolo  $\theta$  fra  $p_1$  e  $a_1$  e per un valore di  $\psi$ , angolo fra i piani  $p_1$  e  $a_1$  e  $p_1$  e  $K$  pari a  $\pi/4$  (fig. II.21). Si vede che per  $\theta = 3.5$  mrad. si ha una polarizzazione di circa il 90%, ad un angolo d'emissione  $\theta_e = 5$  mrad. Lo scattering multiplo ha l'effetto di ridurre il valore della polarizzazione ed aumentare il valore di  $\theta_1$  per il quale si ha la massima polarizzazione. In base ai calcoli di Mozley e Taylor<sup>(19)</sup>, i quali hanno calcolato l'effetto dello scattering multiplo sulla polarizzazione, per un bersaglio amorfo di Al di  $1.15 \cdot 10^{-3}$  r.l., si è deciso di selezionare un angolo d'emissione di 0.9 mrad, che, per una distanza di m.9.40 fra sorgente e collimatore, corrisponde ad una larghezza di questo di 8.5 mm. Per questo si è usato un collimatore con due finestre rettangolari (fig. II.22).

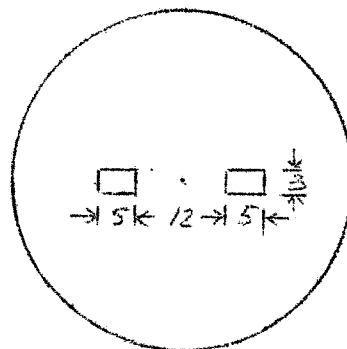


Fig. II.22

Il piano  $p_1$  e  $a_1$  è stato scelto perpendicolare al piano mediano dello spettrometro, l'angolo  $\theta = 4$  mrad, pari a  $12'$ , l'angolo  $\psi = \pi/2$ .

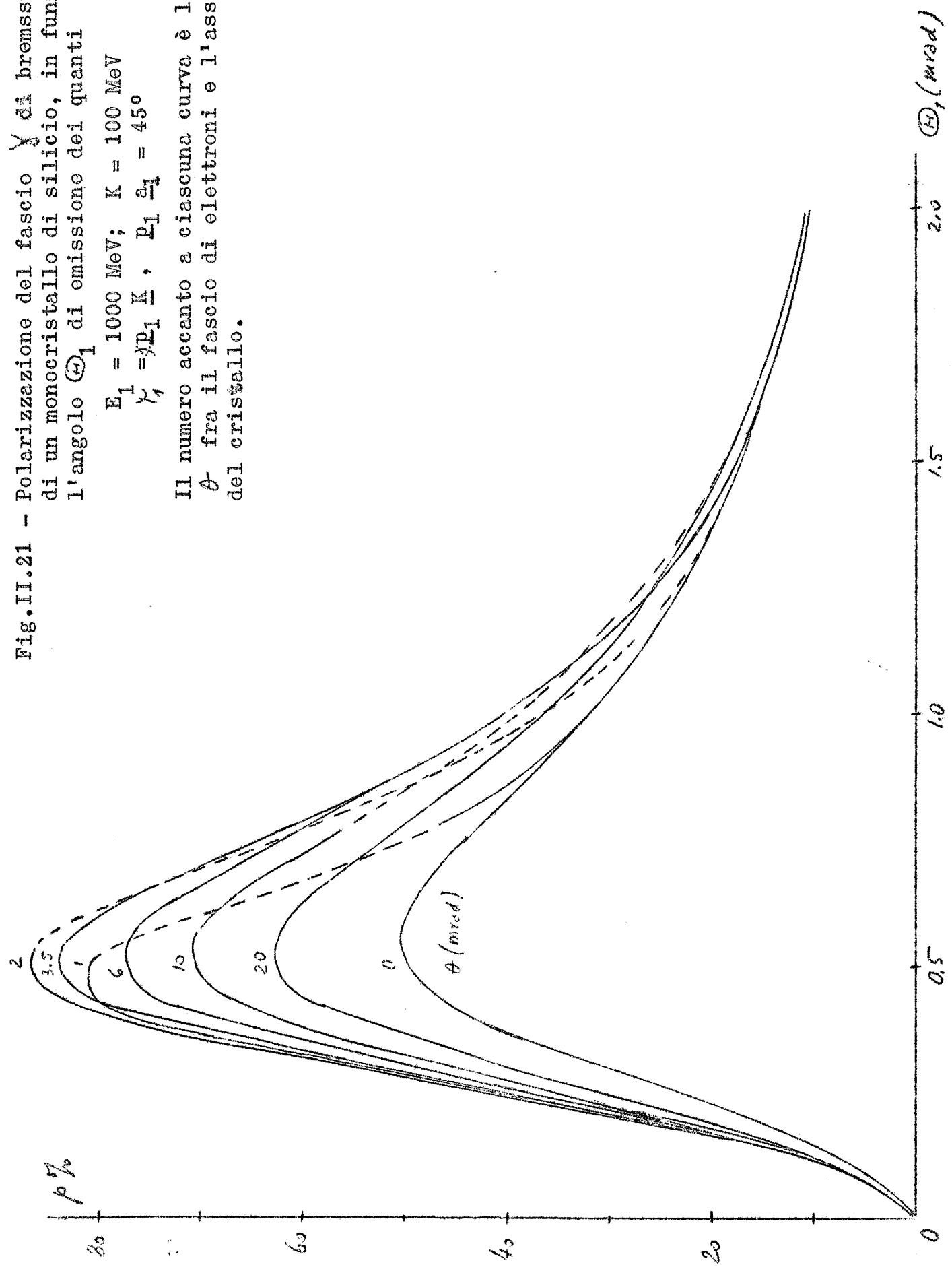
Si è provveduto ad eliminare almeno parzialmente, gli attraversamenti multipli. Gli elettroni che attraversano il cristallo perdono energia, quindi il raggio della loro orbita d'equilibrio diminuisce ed essi spiralizzano verso l'interno. Se la perdita d'energia è piccola il raggio dell'orbita non diminuisce abbastanza da farli urtare contro le pareti della ciambella, ed essi riescono a compiere un altro giro e ad urtare di nuovo il cristallo. Per arrestare questi elettroni si è avanzata una targhetta di tan

Fig. II.21 - Polarizzazione del fascio  $\gamma$  di bremsstrahlung di un monocristallo di silicio, in funzione dell'angolo  $\Theta_1$  di emissione dei quanti

$$E_1 = 1000 \text{ MeV}; \quad K = 100 \text{ MeV}$$

$$\chi_1 = \chi_2 = P_1 \frac{E_1}{K} = 45^\circ$$

Il numero accanto a ciascuna curva è l'angolo  $\Theta$  fra il fascio di elettroni e l'asse (111) del cristallo.





talio T (fig.II.23), che si trova a mezzo quadrante di distanza dal monocristallo, cercando per tentativi quella posizione per cui vengono arrestati quegli elettroni che hanno già attraversato il cristallo ed hanno diminuito il raggio della loro orbita d'equilibrio per avere irraggiato oppure sono stati diffusi verso l'interno.

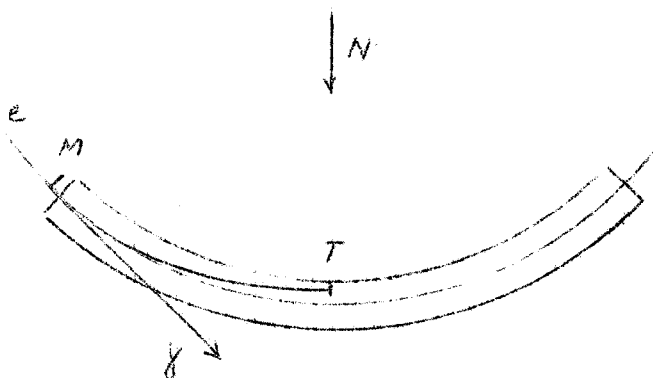


Fig. II.23

Gli elettroni diffusi verso l'esterno non vengono arrestati da questa targhetta: si è tentato di arrestarli durante le loro oscillazioni di betatrone, avanzando altre due targhetta, poste rispettivamente a metà del quadrante O e a metà del quadrante E, ma si è abbandonata l'idea, in quanto si sarebbe avuta un'intensità troppo bassa ( $< 0.1 \cdot 10^{-8}$  A).

E' stato fatto quindi un tentativo di misura della polarizzazione del fascio, confrontando le frazioni di coppie rivelate da  $S_1$  nei due casi:

- a) fascio del monocristallo di  $2.7 \cdot 10^{-3}$  r.l.
- b) fascio di tantalio amorfo di 0.13 r.l.

Il fascio di tantalio non è polarizzato, sebbene si sia selezionato un particolare angolo d'emissione, in quanto lo scattering multiplo, a causa del grande spessore, annulla ogni polarizzazione.

Non si è notato nessun effetto di asimmetria che superasse gli errori statistici, ma si è visto che non è opportuno usare due sorgenti diverse, in quanto variano le con

dizioni del fondo e soprattutto l'estensione della sorgente, il che può mascherare un effetto oppure far apparire un effetto in realtà inestistente. Si è deciso, quindi di usare una sola sorgente e di confrontare la misura relativa al fascio polarizzato (eseguita usando il collimatore binoculare) con una misura relativa ad un fascio non polarizzato, eseguita con un collimatore ad una sola finestra rettangolare, posta al centro, in modo da selezionare un angolo d'emissione  $\theta_1 \simeq 0$ , per il quale la polarizzazione è nulla (fig. II.24).

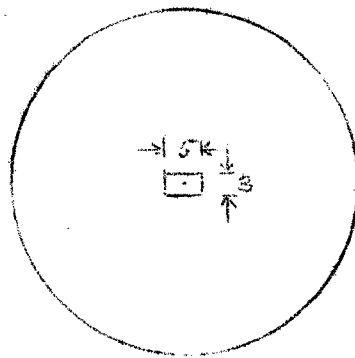


Fig. II.24

Si è ritenuto opportuno, inoltre, poichè non si hanno ancora notizie precise sull'effetto della struttura fina sulla polarizzazione, di iniziare le misure sostituendo il cristallo con un bersaglio di Al dello stesso spessore di quello usato da Mozley e Taylor<sup>(19)</sup>, di  $1.15 \times 10^{-3}$  r.l. Dalle prime misure si è ottenuto il seguente risultato:  $R = 1.027 \pm 0.023$ .

Usando le notazioni del paragrafo precedente si ha:

$$R = \frac{f_0}{f_1} = \frac{N'_1 \tilde{\sigma}_1 + N'_2 \tilde{\sigma}_2}{N_1 \tilde{\sigma}_1 + N_2 \tilde{\sigma}_2}$$

dove  $2N' = N_1 + N_2$  (in quanto le misure di  $f_0$  e  $f_1$  sono riferite allo stesso numero di fotoni).

$$R = \frac{(N_1 + N_2)(\tilde{\sigma}_1 + \tilde{\sigma}_2)}{2[N_1 \tilde{\sigma}_1 + N_2 \tilde{\sigma}_2]} = \frac{\left(\frac{N_1}{N_2} + 1\right)\left(\frac{\tilde{\sigma}_1}{\tilde{\sigma}_2} + 1\right)}{2\left(\frac{N_1}{N_2} + \frac{\tilde{\sigma}_1}{\tilde{\sigma}_2}\right)} = \frac{\left(\frac{1+P}{1-P} + 1\right)\left(\frac{\tilde{\sigma}_1}{\tilde{\sigma}_2} + 1\right)}{2\left(\frac{1+P}{1-P} + \frac{\tilde{\sigma}_1}{\tilde{\sigma}_2}\right)} = \frac{1}{1-P} \left(\frac{\tilde{\sigma}_1}{\tilde{\sigma}_2} + 1\right)$$

Sostituendo il valore numerico  $\frac{\sigma_{\parallel}}{\sigma_{\perp}} = 1.18$  si ha:

$$R = \frac{2.18}{(1+P)+1.18} \frac{1}{(1-P)} = \frac{1}{1 - \frac{0.18}{2.18} P}$$

da cui  $P = 12.1 \left( 1 - \frac{1}{R} \right)$

Il valore della polarizzazione è compreso quindi fra:

$$P_{\min} = 12.1 \left( 1 - \frac{1}{R_{\min}} \right) = 0.05; \quad P_{\max} = 12.1 \left( 1 - \frac{1}{R_{\max}} \right) = 0.58$$

con un valore più probabile  $P = 0.32$

Questo risultato deve essere interpretato, più che come una misura di polarizzazione, come un test per provare che il dispositivo sperimentale è effettivamente adatto a misurare la polarizzazione di un fascio  $\gamma$ .

### III. COSTRUZIONE DI UN DISPOSITIVO PER L'ALLINEAMENTO RAPIDO DEL CRISTALLO.

#### Generalità

Come è stato detto precedentemente, il monocristallo è posto nella scatola della sezione diritta fra i quadranti N ed E. Tutto il dispositivo per gli spostamenti del cristallo è solidale con la scatola suddetta, la quale, a sua volta, è fissata alla ciambella.

A causa di vari motivi, come vibrazioni del magnete, immissione d'aria liquida nella trappola della pompa vicina, eventuali urti, la scatola può subire dei piccoli spostamenti, di entità inferiore al mm., ma sufficienti a spostare il cristallo, dalla sua posizione di allineamento, di un angolo superiore alla sensibilità dei comparatori.

Per questa ragione, ogni volta che si inizia una serie di misure, si effettua un controllo dell'allineamento del cristallo in questo modo: si fissa un valore di  $\theta_y$  e si ruota il cristallo attorno ad un asse verticale, varian-

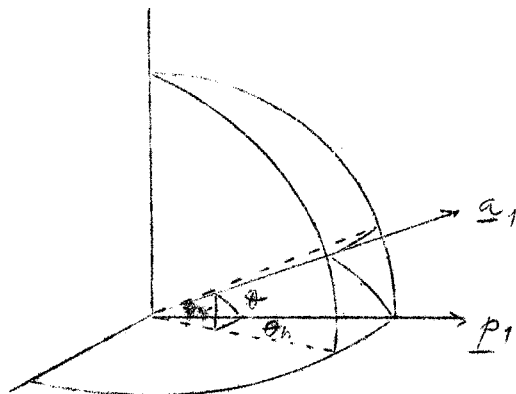


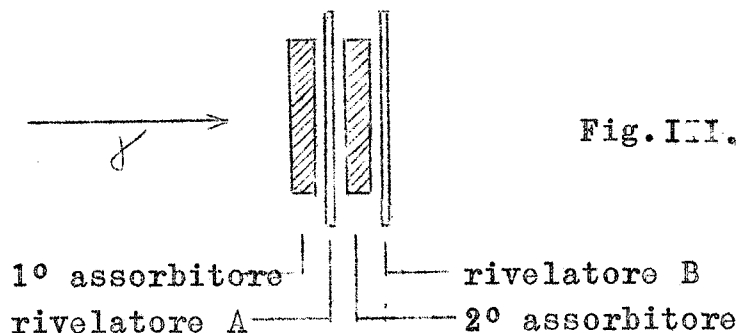
Fig. III.1

do l'angolo  $\theta_h$  ad intervalli di 1' o 2', riportando in grafico il numero di conteggi/dose della coincidenza  $A_1+A_2+A_3$  in funzione di  $\theta_h$ . Quando si è trovato il minimo centrale della curva  $R(\theta)$  si fissa il valore corrispondente di  $\theta_h$  e si varia  $\theta_v$ , finchè si trova il minimo centrale anche in questa direzione. I valori di  $\theta_h$  e  $\theta_v$  corrispondenti ai due minimi nelle due direzioni perpendicolari determinano la posizione del cristallo per la quale l'asse  $a_1$  è parallelo al fascio di elettroni (vedi fig. III.1).

E' significativo il fatto che la posizione di allineamento non risulta essere sempre la stessa rispetto alla scatola, il che conferma l'utilità di questo controllo.

Questa operazione richiede un tempo che può variare da mezz'ora, se la nuova posizione d'allineamento non è molto spostata rispetto a quella precedente, a 5 - 10 ore, se la nuova posizione è completamente cambiata (per esempio nel caso di sostituzione del cristallo o spostamento di questo sul supporto).

Si è pensato quindi di realizzare un dispositivo che permetta di abbreviare questo controllo, in modo da farlo durare alcuni minuti. La prima idea è stata quella di riprendere l'esperienza di Frisch-Olson<sup>(9)</sup>. Come si è già detto, il dispositivo sperimentale consiste di due rivelatori di particelle separati e preceduti da due spessori di materiale assorbente (fig. III.2.).



Il fascio di bremsstrahlung del cristallo, attraversando il primo assorbitore, dà luogo a sciame elettromagnetici, i cui elettroni vengono rivelati dal primo rivelatore A; successivamente gli sciame di elettroni e di fotoni, attraversando il secondo assorbitore, danno luogo ad ulteriori cascate e.m. i cui elettroni vengono rivelati da B.

Osservando le curve di sviluppo degli sciame (fig. III.3), che danno la ionizzazione in funzione dello spessore dell'assorbitore, per varie energie del primario, si vede che per piccoli spessori il numero di particelle di uno scia

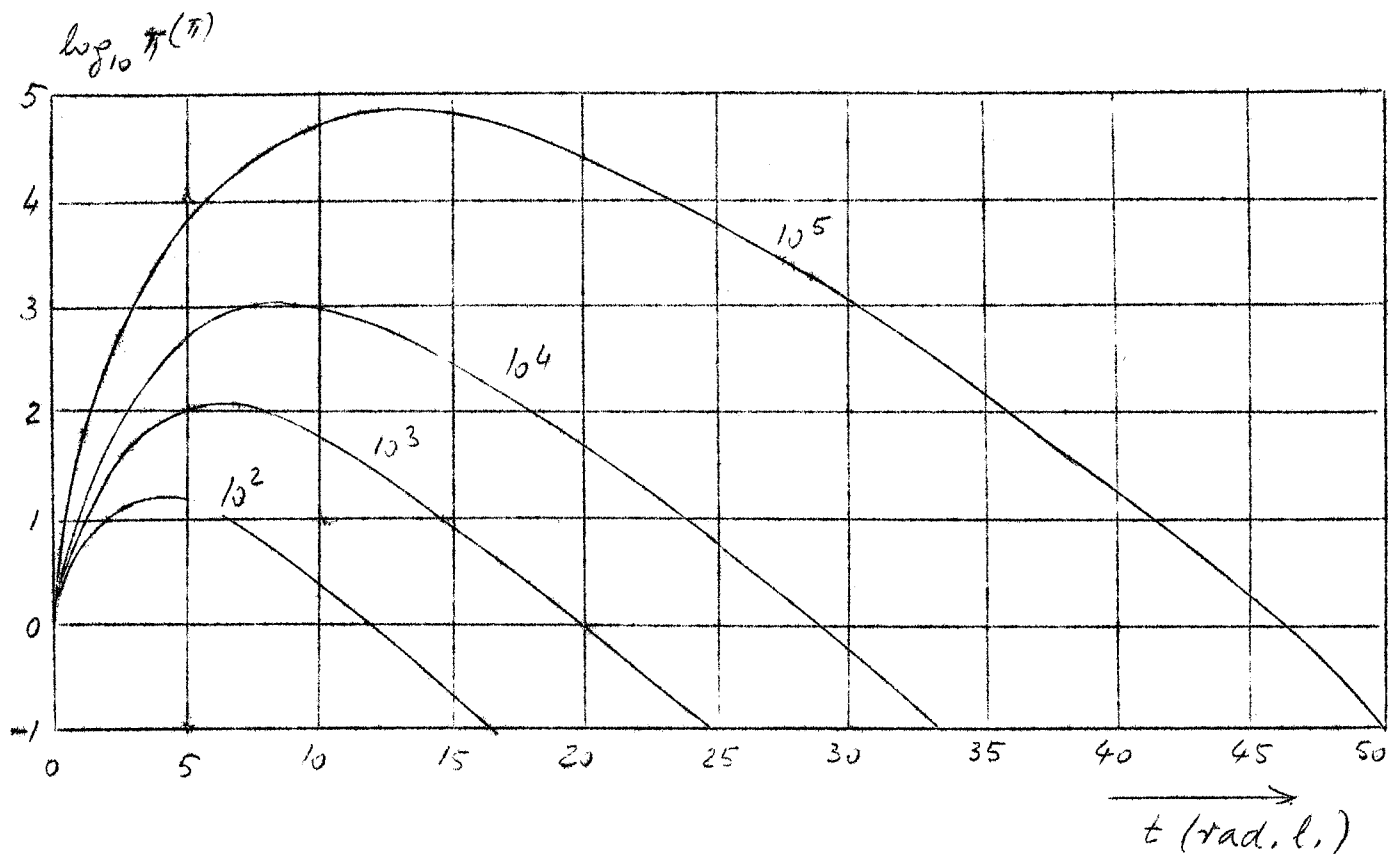


Fig. III.3 - Numero di elettroni di uno sciame iniziato da un elettrone di energia  $E_0$  - I numeri accanto alle curve indicano il rapporto tra l'energia del primario  $E_0$  e l'energia critica  $E_c$  (da "Rossi - High Energy Particles").

me dipende poco dall'energia del primario; per grandi spessori invece, mentre gli sciame prodotti da primari di bassa

energia sono già estinti, quelli prodotti da primari di alta energia sono ancora in pieno sviluppo. (24)(25)

Quindi il primo rivelatore è sensibile ai fotoni di tutte le energie, mentre il secondo lo è soltanto alla parte dello spettro di alta energia. Osservando le forme degli spettri di bremsstrahlung del cristallo per vari angoli  $\theta$  fra l'asse del cristallo e il fascio di elettroni incidenti, (fig. I.12 e I.13) si nota che la parte di alta energia è pressochè indipendente dall'angolo  $\theta$ , mentre la parte di bassa energia ne dipende notevolmente; più precisamente si nota un forte arricchimento di fotoni molli per piccoli angoli. Pertanto il rapporto dei segnali dei due rivelatori A/B avrà un massimo per  $\theta_h = \theta_r = 0$ . (Fig. I.16) Se si costruisce uno strumento che dia un segnale proporzionale al rapporto A/B, ruotando il cristallo, si troverà una posizione per cui questo segnale è massimo: in tale posizione l'asse del cristallo è allineato col fascio.

Per quanto riguarda la scelta del materiale e degli spessori dell'assorbitore, conviene scegliere un elemento di basso numero atomico. Tale scelta presenta alcuni vantaggi: anzitutto un minore back-scattering: al punto di massimo sviluppa la percentuale di ionizzazione dovuta al back-scattering è del 41% per il Pb, mentre è soltanto del 4% per il C. (26) Inoltre l'energia critica per gli elementi leggeri è più alta che per quelli pesanti, quindi gli sciami hanno minore sviluppo, ed è sufficiente, per arrestarli, uno spessore minore in lunghezza di radiazione: questo comporta una minore estensione laterale degli sciami, e quindi l'uso di rivelatori più piccoli. Infine, le curve di sviluppo degli sciami, in funzione dello spessore in lunghezza di radiazione, nella parte discendente, hanno una maggiore pendenza per elementi di basso Z, il che significa un rapporto maggiore fra le ionizzazioni relative a due diverse energie del primario.

Il materiale leggero più facilmente reperibile è il carbonio, in mattoni di grafite. Per tale materiale si ha:  $Z = 6$ ;  $X_0 = 44.6 \text{ g.cm}^{-2}$ ;  $E_c = 102 \text{ MeV}$ .

La scelta degli spessori dovrebbe essere fatta in seguito all'esame delle curve degli sciami; per il nostro caso non si trovano le curve adatte; purtroppo nel campo di energie che a noi interessa non si possono calcolare nemmeno con l'approssimazione "B" di cui si parla nella bibl. (24) e (25) (gli elettroni perdono per collisione una quantità fissa di energia  $E_c$  per lunghezza di radiazione e l'effetto Compton per i fotoni è trascurabile), in quanto le energie dei primari sono dello stesso ordine di grandezza dell'energia critica.

Altrove<sup>(27)</sup> sono calcolate le curve per gli sciami in Pb, col metodo di Montecarlo, per energie del primario da 20 a 500 MeV: tali curve valgono anche per altri elementi di alto Z, tenendo conto del rapporto delle energie critiche; non si hanno però informazioni per elementi di basso Z.

Siccome non ci proponiamo di ottenere risultati quantitativi, non conviene calcolare le curve di sviluppo degli sciami, ma piuttosto fare una scelta orientativa degli spessori sulla traccia di quelli usati da Saxona<sup>(10)</sup> nella sua seconda esperienza (0.14 e 0.43 r.l. di Be), sapendo inoltre che per  $E \cong E_c$ , il percorso di uno sciame in un assorbitore è  $\cong E/E_c$  in r.l.<sup>(28)</sup>. Si decide quindi di scegliere gli spessori di 0.1 e 0.5 r.l. di grafite, in modo che il secondo rivelatore sia sensibile ai fotoni di energia maggiore di 50 MeV, e di provare per alcuni valori intorno a 0.1 e 0.5 r.l. quale coppia di valori renda massimo il rapporto A/B per  $\theta = 0$ .

Come rivelatori si usano due monitor trasparenti di diametro 22 cm in uno al sincrotrone per rivelare il fascio senza perturbarlo.

Occupiamoci ora dello strumento che dia un segnale



proporzionale al rapporto A/B. Può sembrare inutile, dal momento che il segnale B è pressochè indipendente dall'angolo  $\theta$ , il considerare il rapporto A/B anzichè considerare direttamente le variazioni di A al variare di  $\theta$ . In realtà il segnale B serve a rendere le misure indipendenti dalle fluttuazioni dell'intensità del fascio, in quanto queste agiscono nello stesso modo su entrambi i segnali A e B ed il rapporto non ne dipende.

Le due camere a ionizzazione danno segnali di corrente dell'ordine di  $10^{-8}$  A. Per avere il loro rapporto si può realizzare un circuito con un servomeccanismo, oppure, se ci si contenta di una previsione del 5-10%, si può realizzare un circuito con dei diodi logaritmici, molto più semplice del precedente.

In vista dei risultati che ci proponiamo di ottenere, abbiamo dato la preferenza a questa ultima alternativa, soprattutto a causa della sua semplicità.

La relazione tensione-corrente, per un diodo al germanio, è la seguente<sup>(29)</sup>:

$$I = I_0 (e^{V/V_d} - 1)$$

dove  $I_0$  è la corrente inversa del diodo (per piccoli valori di V) e  $V_d$  è una funzione di  $I_0$ . Invertendo la relazione si ha:

$$V = V_d \log \left( \frac{I}{I_0} + 1 \right)$$

Inviando a due diodi i due segnali di corrente che ci interessano, si ha:

$$V_A = V_d \log \left( \frac{I_A}{I_0} + 1 \right); \quad V_B = V_d \log \left( \frac{I_B}{I_0} + 1 \right)$$

e con un amplificatore differenziale:

$$V_C = V_B - V_A = V_d \left\{ \log \frac{I_B + I_0}{I_0} + \log \frac{I_A + I_0}{I_0} \right\} = V_d \log \frac{I_B + I_0}{I_A + I_0} \approx \\ \approx V_d \log \frac{I_B}{I_A} \quad (\text{se } I_A, I_B \gg I_0)$$

Successivamente, con l'uso di un terzo diodo si ha:

$$I_C = I_0 (e^{V_C/V_A} - 1) = I_0 (e^{\ln(I_B/I_A)} - 1) = I_0 \left( \frac{I_B}{I_A} - 1 \right)$$

e sommando la quantità costante  $I_0$ :

$$I_C + I_0 = \frac{I_B}{I_A}$$

Nel ricavare la relazione finale abbiamo introdotto 2 ipotesi:

- a) le correnti  $I_A$  ed  $I_B$  debbono essere molto più grandi di  $I_0$ , che per i diodi al germanio è circa  $10^{-6}$  A.
- b) le caratteristiche dei diodi siano esponenziali, il che è vero per correnti inferiori a 10 mA.

Dall'esame di queste ipotesi si conclude che il circuito funziona correttamente per  $10 \mu\text{A} \leq I_A, I_B \leq 10 \text{ mA}$ .

Lo schema a blocchi del circuito è il seguente:

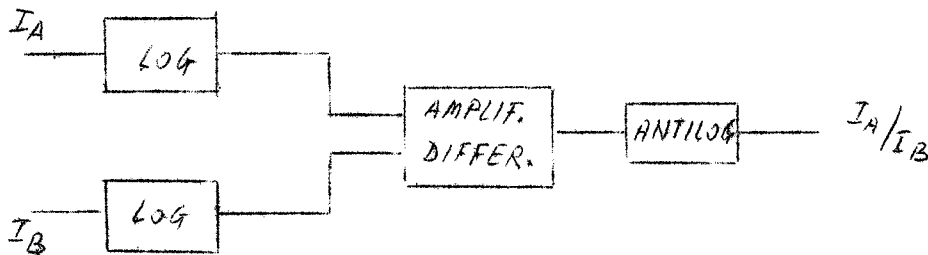


Fig. III.4

È possibile realizzare un circuito analogo, ma più semplice del precedente, che richiede l'uso di due diodi ed un voltmetro ad alta impedenza d'ingresso (fig. III.5).

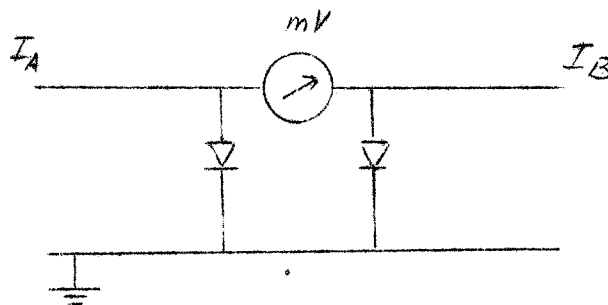


Fig. III.5

Si misura direttamente la differenza delle tensioni ai capi dei diodi, ottenendo un segnale proporzionale al logaritmo di  $I_a/I_b$ . Basterà rifare la scala del voltmetro per avere direttamente il rapporto  $I_a/I_b$ . La sensibilità è minore, ma sufficiente per i nostri scopi.

In compenso il circuito presenta il vantaggio di una semplicità estrema.

E' stato detto che questo circuito funziona per un range di correnti da 10  $\mu$ A e 10 mA, quindi, per poterlo utilizzare, si presenta la necessità di amplificare le correnti delle due camere a ionizzazione. A tale scopo si è pensato di utilizzare il complesso integratore M/06, derivatore M/07, usato per la calibrazione del fascio, che fornisce un segnale di tensione, fino a circa 5 V, proporzionale al segnale di corrente della camera a ionizzazione. Si presenta allora il problema di utilizzare, per segnali di tensione, un circuito progettato per segnali di corrente, problema che si può risolvere chiudendo l'uscita del derivatore su uno dei diodi in serie con una resistenza  $R \gg R_d$  (fig.III.6); in tal modo il diodo è percorso da una corrente

$$I = \frac{V_1}{R + R_d} \approx \frac{V_1}{R}$$

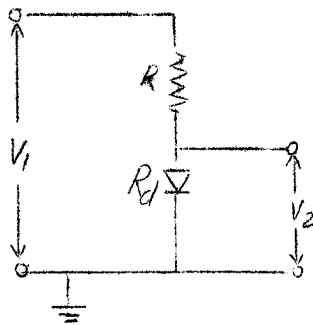


Fig. III.6

che genera una tensione  $V_2$  proporzionale a  $\log \frac{V_1}{R}$ , cioè al logaritmo del segnale della camera a ionizzazione.

Il circuito completo è così composto:

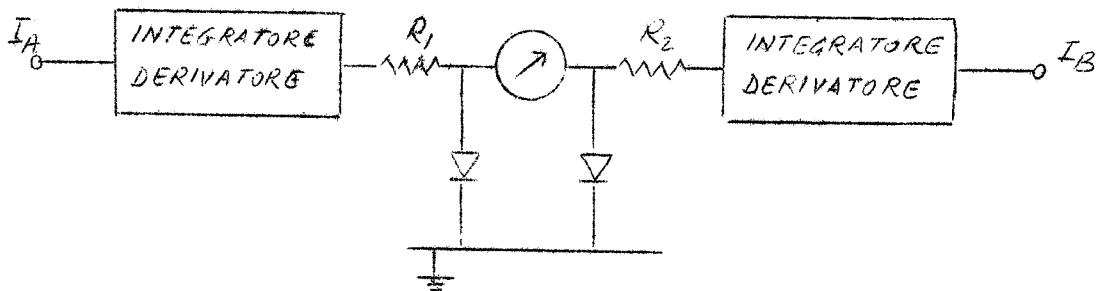


Fig. III.7

#### Caratteristiche del circuito - Risultati sperimentali.

Per un buon funzionamento del circuito è essenziale usare due diodi con caratteristiche simili il più possibile. A tale scopo sono state esaminate le caratteristiche di 20 diodi OA5 con un oscillografo "Tektronix 575" e ne sono stati scelti due, le cui caratteristiche sono riportate in figura III.8.

E' stato montato un circuito di prova, come in figura III.9.

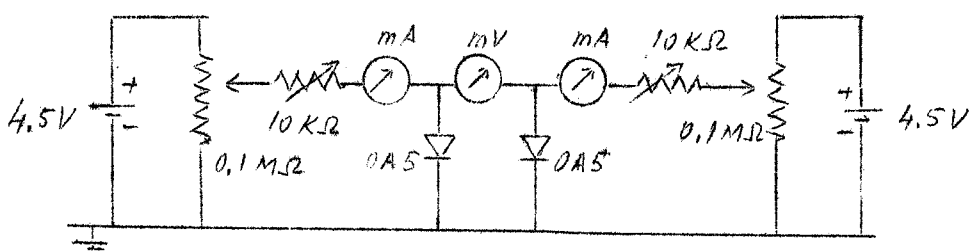
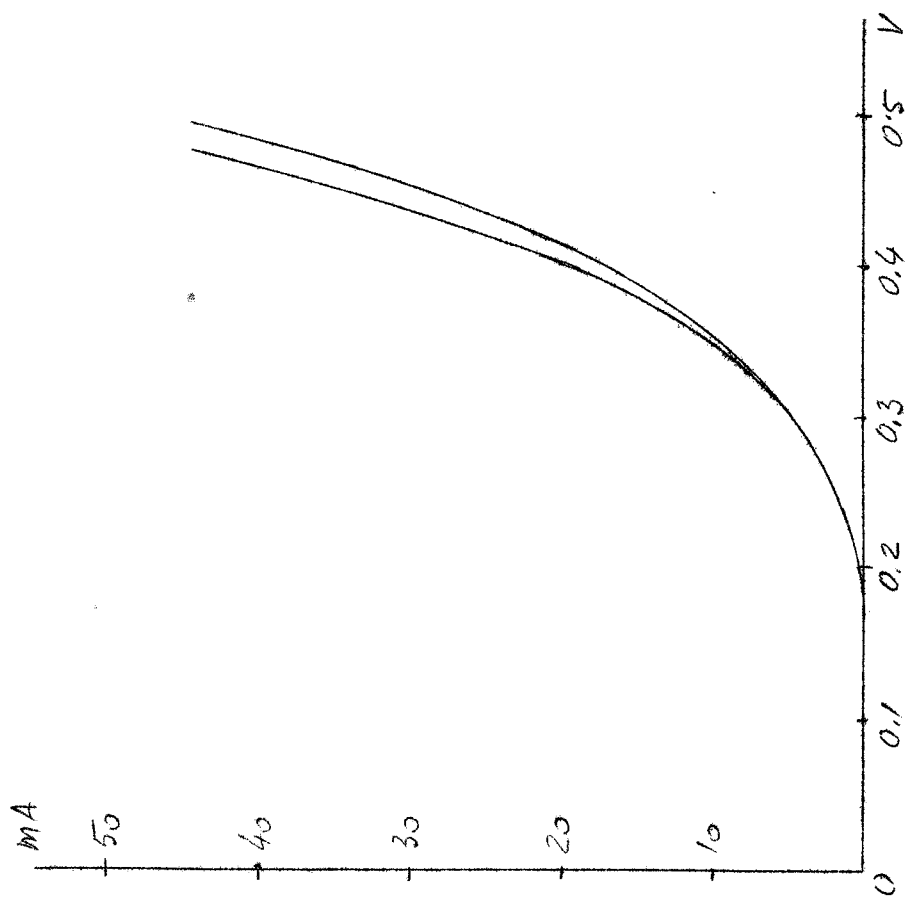
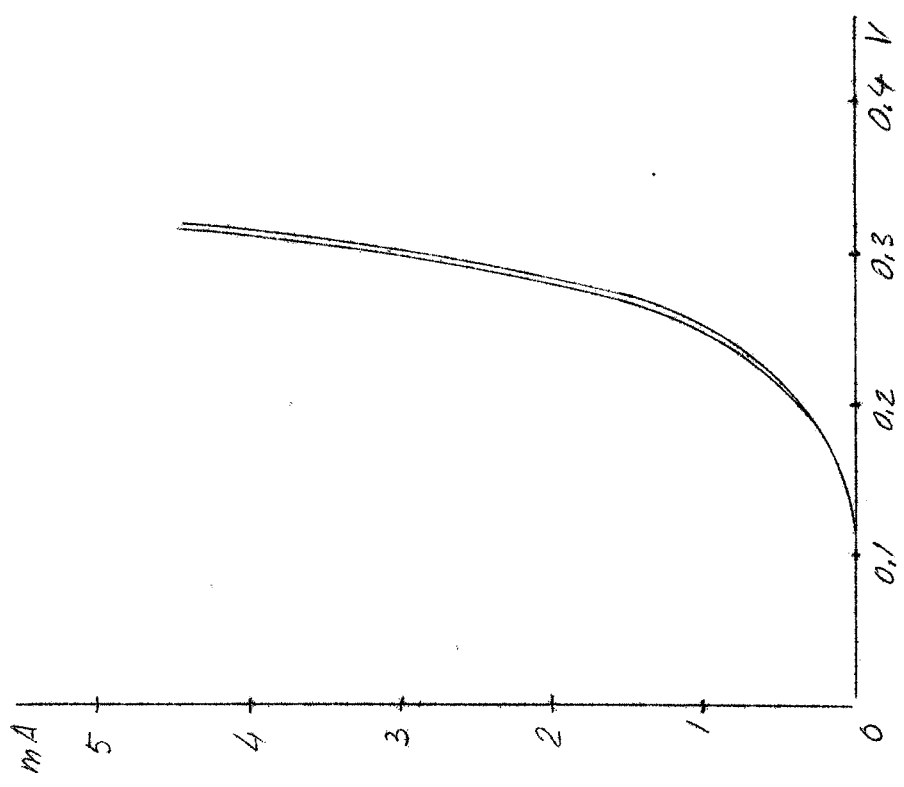


Fig. III.9

CARATTERISTICHE DEI DIODI



a)



b)

FIG. III.8

Variando le correnti nei diodi, si è misurata la differenza delle tensioni facendo uso di un voltmetro digitale "Non Linear Systems 481" con sensibilità 1 mV.

Le misure sono state effettuate esplorando un range di correnti da 10  $\mu$ A a 10 mA.

Si è visto che, variando  $I_a$  ed  $I_b$  nello stesso rapporto, la tensione letta sul millivoltmetro non varia, entro gli errori. Inoltre, riportando in grafico i valori di V in funzione del log ( $I_b/I_a$ ), i punti sono disposti lungo una retta.

Nei grafici sono riportate:

- a) misure eseguite in un range di correnti da 10  $\mu$ A a 50  $\mu$ A (Fig. III.10)
- b) misure eseguite in un range di correnti da 0.1 mA a 1.0 mA (Fig. III.11)
- c) misure eseguite con  $I_a = 40 \mu$ A ed  $I_b$  variabile (Fig. III.12)
- d) misure eseguite con  $I_a = 0.4$  mA ed  $I_b$  variabile (Fig. III.13)

Dal complesso di misure eseguite si traggono le seguenti conclusioni:

- il circuito funziona correttamente per correnti comprese fra 10  $\mu$ A ed 1 mA: infatti per piccole correnti non è più verificata l'ipotesi  $I_a, I_b \gg I_0$  (che nel nostro caso è  $\simeq 1 \mu$ A); per correnti maggiori di 1 mA le caratteristiche dei diodi non sono più esponenziali.
- per  $I_a = I_b$  si dovrebbe avere  $V = 0$ , mentre si ha  $V \simeq 6-8$  mV: la causa di ciò risiede nel fatto che le caratteristiche non sono perfettamente uguali, ma lievemente traslate l'una rispetto all'altra nella regione di lavoro; la conferma di questa spiegazione si ha scambiando i diodi e lasciando inalterati gli altri componenti del circuito: in seguito a tale scambio si vede che, per  $I_a = I_b$ , si ha  $V = -7$  mV; ciò permette di escludere che questo spostamento sia dovuto agli altri componenti del circuito di prova.

$10\mu A \leq I_A, I_B \leq 50\mu A$

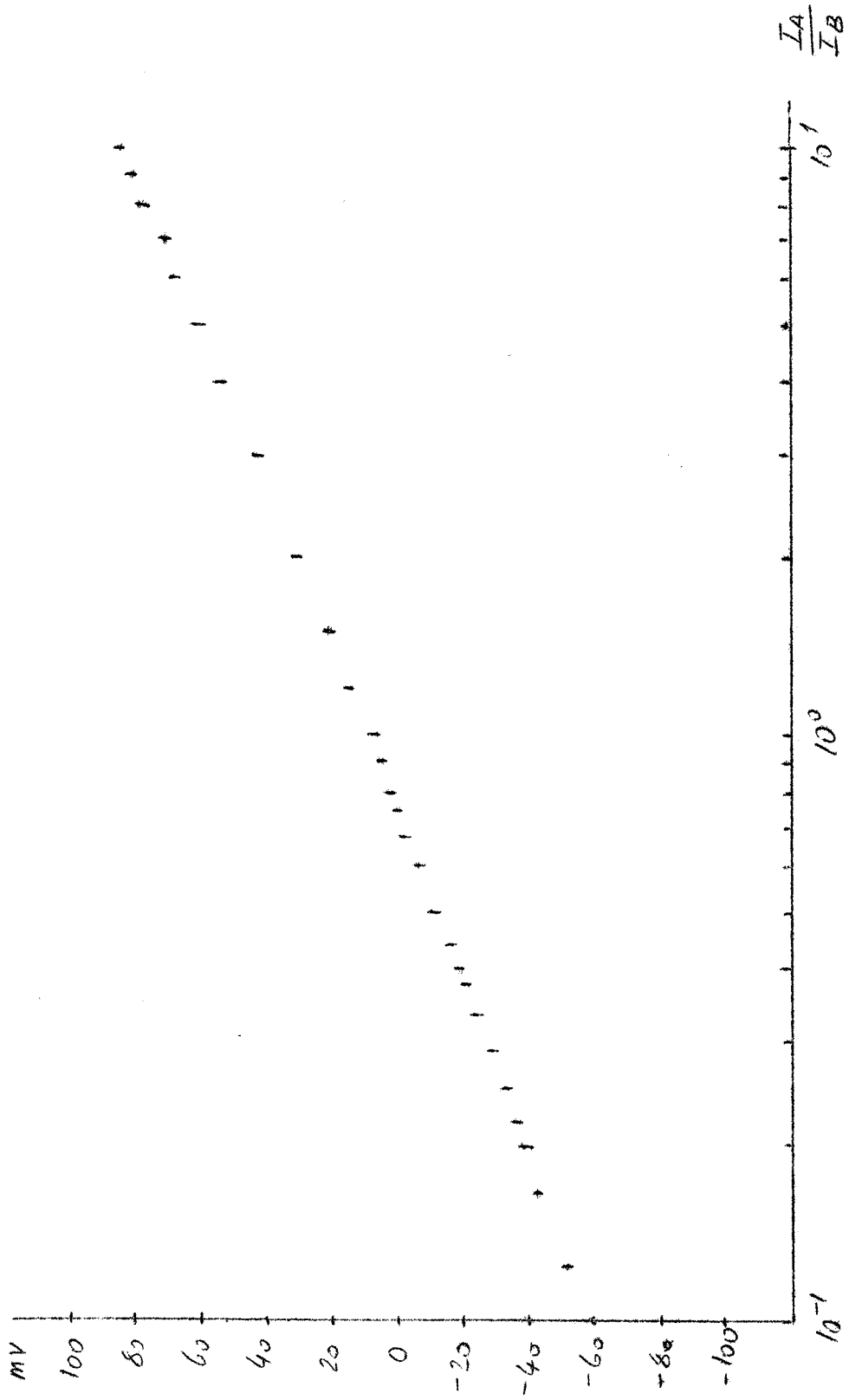


Fig. III. 10

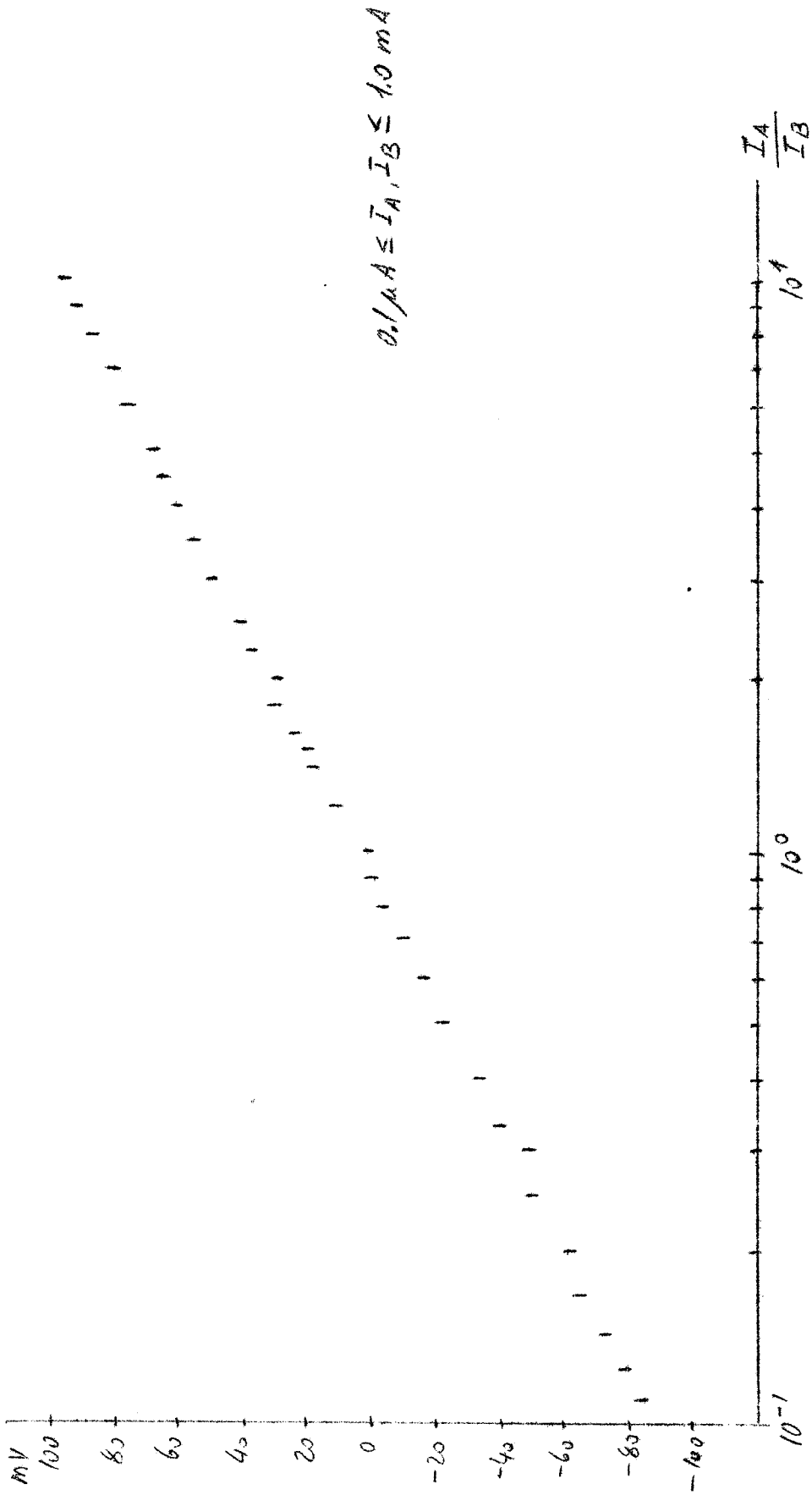


Fig. 11.11



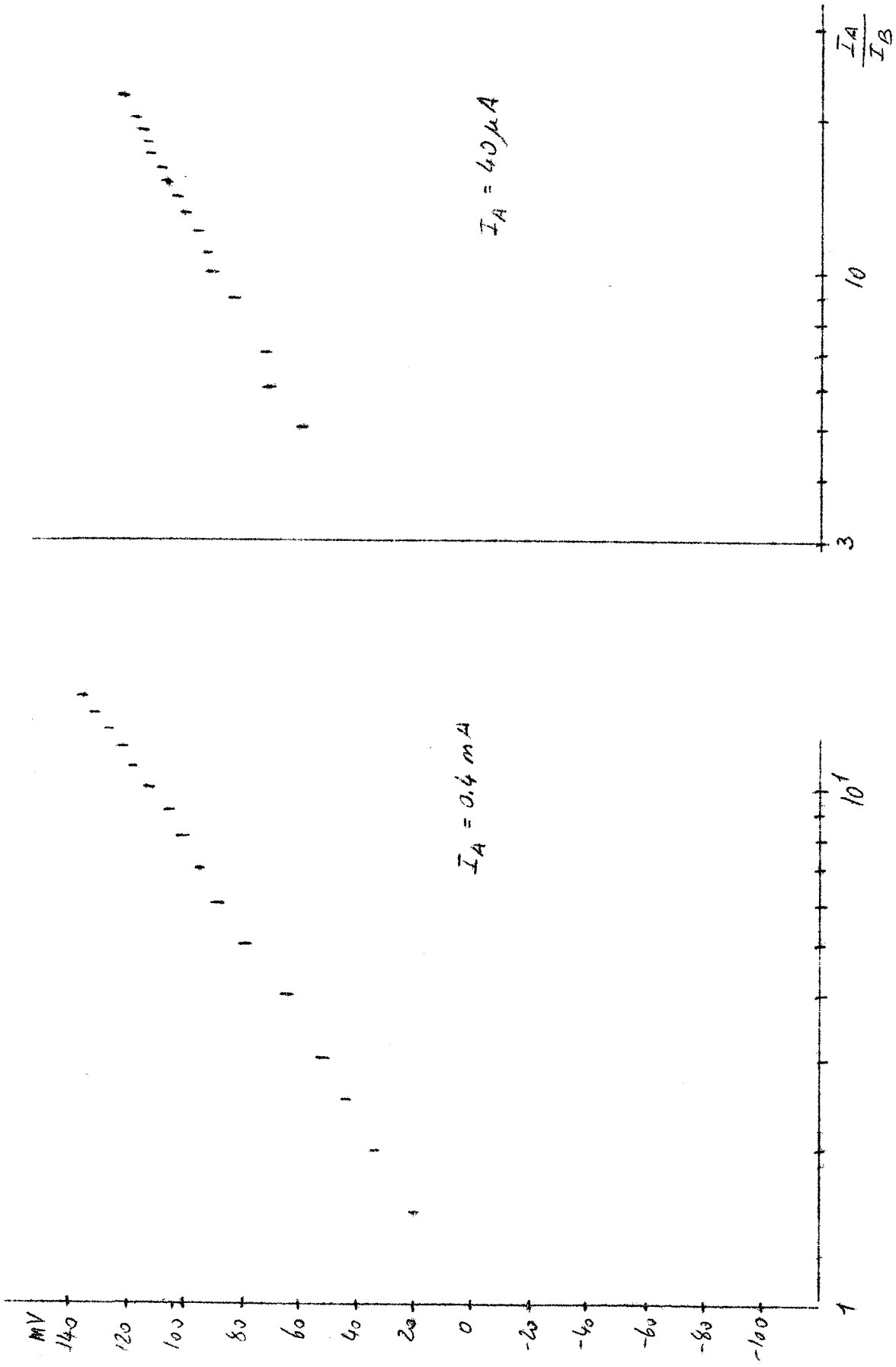


FIG. III. 12

FIG. III. 13

Il funzionamento dei diodi dipende notevolmente dalla temperatura. Infatti, osservando all'oscillografo la caratteristica di un diodo, riscaldando questo, si nota una diminuzione della resistenza, che si manifesta con una traslazione della caratteristica verso l'alto.

Se si riesce a fare in modo che le variazioni di temperatura siano le stesse per entrambi i diodi, le due caratteristiche saranno traslate della stessa quantità ed il circuito funzionerà ancora correttamente. Per questo i diodi sono stati avvolti in un foglio di stagnola, in stretto contatto l'uno con l'altro, ed il tutto è stato fissato al telaio metallico, di grande capacità termica, in modo da avere difficilmente grandi variazioni di temperatura. Sono state eseguite misure di tensione al variare della temperatura, ponendo i diodi in corrente d'aria calda e misurando la temperatura con una pinza termoelettrica.

Nella seguente tabella sono dati: le correnti nei diodi, le temperature iniziali e finali di questi e le tensioni relative a queste due temperature.

$I_a$	$I_b$	$T_{in}$	$T_{fin}$	$V_{in}$	$V_{fin}$
10	10	25°C	50°C	7 mV	4 mV
10	20	25	50	29	20
15	45	25	52	41	34
45	45	25	52	7	7
40	200	19	52	59	63
40	400	21	50	89	94
100	100	22	50	3	3
100	200	23	50	29	31
100	300	24	50	46	50
100	400	24	52	59	63

Dall'esame dei risultati si vede che, per piccole correnti, il funzionamento del circuito è completamente alterato dalle variazioni di temperatura: ciò è dovuto ad un aumento della corrente inversa. Per correnti più grandi, da 50  $\mu$ A in su, si hanno piccole variazioni della tensione, del 5 - 10%, per variazioni di temperatura da 25°C a 50°C. Si può ragionevolmente ritenere che la temperatura dei diodi, nelle condizioni di lavoro, oscilli fra i limiti di 20°C e 30°C, dato il modo in cui sono stati montati.

Quindi possiamo concludere che il circuito, nelle condizioni in cui sarà usato, funziona correttamente ed in modo indipendente dalla temperatura, per valori delle correnti nei diodi comprese fra 50  $\mu$ A ed 1 mA.

Alcune considerazioni sulla sensibilità del dispositivo. Possibilità di costruire un dispositivo di maggiore sensibilità usando lo spettrometro a coppie.

Con il dispositivo descritto sopra non sono state ancora eseguite misure, in quanto non è stato possibile avere contemporaneamente disponibili il fascio e due derivatori.

Tuttavia, dall'esame delle precedenti esperienze, si possono fare alcune previsioni sulla sensibilità di questo dispositivo. Infatti, nella esperienza di Frisch-Olson<sup>(9)</sup>, si ha una curva A/B in funzione di  $\theta$  con una semilarghezza a mezzo massimo di 10 mrad. (Fig. .16); inoltre, intorno a  $\theta = 0$ , non si ha nessuna variazione apprezzabile di A/B per un intervallo di 3 - 4 mrad. Nel caso dell'esperienza di Saxena<sup>(10)</sup>, la situazione non è migliore.

Si vede quindi che, con questo metodo, non si può sperare di ottenere un allineamento del cristallo con una precisione migliore di 2-3 mrad, mentre la sensibilità dei comparatori è di circa 0.2 mrad., cioè 10 volte migliore. Questo metodo può essere utile nel caso si voglia fare una prima ricerca grossolana della posizione di allineamento del cristallo.

La causa della cattiva sensibilità di questo dispositivo è da ricercarsi nello scarso potere risolutivo in energia. Infatti poichè le camere a ionizzazione rivelano tutti i fotoni di energia  $\gtrsim 50$  MeV, per rendersi conto di ciò basta esaminare le curve di Uberall di  $R(\theta)$  (fig. I.8 o I.10): per ogni energia dei fotoni,  $K$ , la curva ha il massimo ad un angolo  $\theta$  inversamente proporzionale a  $\mathcal{J}$ , cioè a  $K$ ; sovrappo-  
ndo le curve relative ai diversi  $K$ , si ha la sovrapposizione dei massimi ad angoli diversi, il che porterebbe ad una curva quasi piatta, ma poichè al diminuire di  $K$  il rapporto fra  $R_{\max}(\theta)$  e  $R_{\min}(\theta)$  aumenta, si ottiene una curva risultante, che potremmo indicare con  $\int_{K_{\min}}^{E_0} R(K, \theta) dK$ , con un massimo nella parte centrale e decrescente per grandi valori di  $\theta$ ; per  $\theta = 0$  si dovrebbe avere un minimo, ma per osservarlo bisognerebbe collimare il fascio  $\gamma$  molto stretto. Naturalmente questa curva decresce molto lentamente al crescere di  $\theta$ .

Per avere uno strumento di migliore sensibilità occorre lavorare con un potere risolutivo in energia di qualche %, per esempio con lo spettrometro a coppie, per il quale

$$\Delta E/E = 4\%.$$

Per realizzare quest'idea si è pensato di utilizzare i segnali di coincidenza tripla  $A_1 + A_2 + A_3$ , all'uscita del discriminatore rapido DR 22 ed inviarli all'ingresso di un circuito del tipo "counting rate meter", che fornisca un segnale continuo proporzionale alla frequenza degli impulsi in ingresso, ed indipendente dalla loro ampiezza e durata.

Per evitare che si possano attribuire a rotazioni del cristallo variazioni dovute a fluttuazioni del fascio, basterà dividere questo segnale per quello del derivatore M/07, proporzionale al segnale del quantmetro di Wilson.

Si può trascurare la correzione dovuta alle coincidenze ritardate, in quanto si riesce ad ottenere una frequenza di circa 100 impulsi/sec con circa l'1% di ritardate, con

una intensità del fascio di  $2 \cdot 10^9$  quanti equivalenti/min.

Lo schema a blocchi di questo dispositivo, utilizzando alcuni degli apparecchi già esistenti, è il seguente:

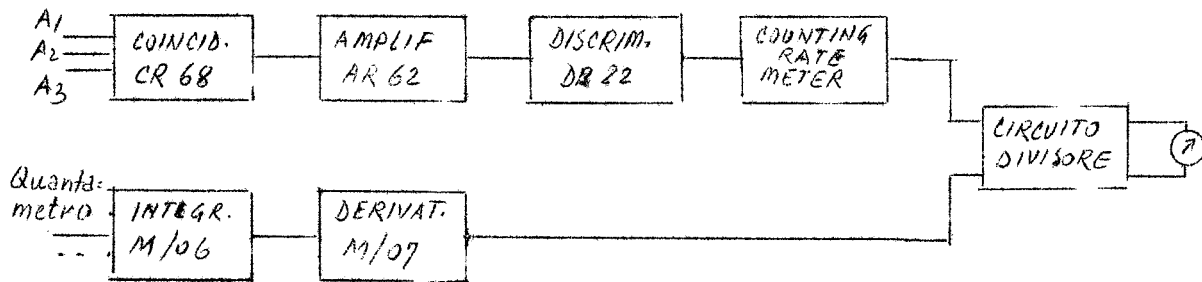


Fig. III.14

In questo modo si possono esplorare istantaneamente con minor precisione, ma con maggior rapidità, le curve  $R(\theta)$ , già ottenute contando per dosi.

Questo dispositivo presenta il vantaggio di avere una sensibilità variabile a piacere, variando soltanto l'energia dei fotoni rivelati: infatti, come si è detto, al diminuire di  $K$ , i massimi delle curve  $R(\theta)$  si spostano verso il centro ed il rapporto  $R_{\max}(\theta)/R_{\min}(\theta)$  aumenta. Pertanto, per una prima ricerca grossolana della posizione di allineamento, si può lavorare ad un'energia  $K$  di 400 - 500 MeV, mentre per una ricerca più precisa si può scendere sotto a 100 MeV (per questa energia dei fotoni si ha una variazione di  $R(\theta)$  di un fattore 3 in un intervallo di 2 mrad, come si vede dai punti sperimentali della fig. I.10).

Inoltre, rispetto al dispositivo che utilizza le camere a ionizzazione e gli spessori di grafite, si hanno anche vantaggi di carattere organizzativo, quali quello di utilizzare un solo complesso integratore-derivatore, e quello di poter lavorare senza perturbare, con gli spessori di grafite, il fascio, che può essere utilizzato contemporaneamente per altre misure.

Vediamo ora come costruire il circuito "counting rate meter" in base alle caratteristiche degli impulsi del discriminatore, che ha un'impedenza d'uscita di  $125\Omega$  questi impulsi sono squadrati, positivi, di ampiezza 7-8 V e durata 80-100 nsec, con una frequenza media di 50 - 100 imp/sec.: essi sono concentrati in 20 intervalli/sec. di 2 nsec. ciascuno, cioè con un duty cycle di  $4 \cdot 10^{-2}$ .

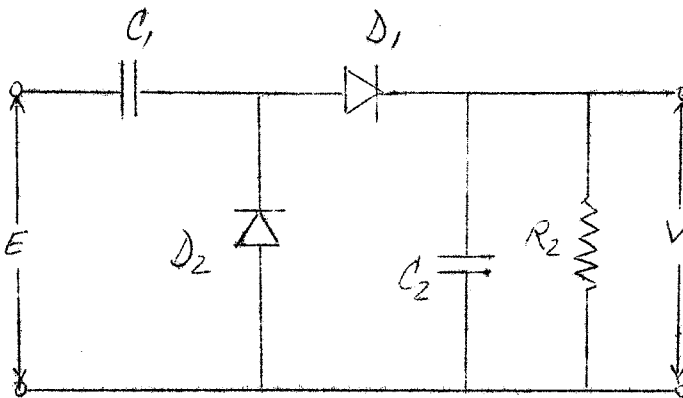


Fig.III.15

Un circuito di questo tipo è quello mostrato in figura III.15<sup>(30)</sup>: ogni impulso carica il condensatore  $C_1$ , il quale, a sua volta, attraverso il diodo  $D_1$ , carica  $C_2$ ; in parallelo a questo è posta la resistenza  $R_2$ , ai cui estremi si preleva la tensione continua  $V$  con uno strumento ad alta impedenza. I diodi servono a trasmettere soltanto impulsi positivi: per le code negative  $D_1$  presenta la resistenza inversa e  $D_2$  la resistenza diretta verso massa.

Indichiamo con  $E$  l'ampiezza degli impulsi

$T$  la loro durata

$f$  la loro frequenza

$R_1$  l'impedenza d'uscita del generatore

Se sono verificate le condizioni  $R_1 C_1 \ll T$ ;  $C_2 \gg C_1$ ;  $f C_1 R_2 \ll 1$ , si ha in uscita una tensione continua  $V = f C_1 E R_2$ .

Nel nostro caso si ha:  $E = 10$  V;  $T = 10^{-7}$  sec.;

$R_1 = 125 \Omega$  ;  $f = 100 \text{ imp./sec.}$

Deve essere  $R_1 C_1 \ll T$  cioè  $C_1 \ll T/R_1$ ;  $C_1 \ll 10^{-9} \text{ F.}$ ;  
poniamo  $C_1 = 100 \text{ pF.}$  Inoltre  $f R_2 C_1 \ll 1$  cioè  $R_2 \ll 1/f C_1$ ,  
 $R_2 \ll 10^8 \Omega$  ; poniamo  $R_2 = 1 \text{ M}\Omega$  .

Infine  $C_2 \gg C_1$  cioè  $C_2 \gg 100 \text{ pF}$ ; poniamo  $C_2 = 0.5 \mu\text{F}$  in modo che abbia una costante di tempo di scarica di  $0.5 \text{ sec.}$  In queste condizioni si ha una tensione  $V = 0.1 \text{ V}$ , che è troppo piccola per i nostri scopi.

Convieni allora utilizzare gli impulsi del discriminatore per comandare un univibratore che dia un segnale di ampiezza  $\simeq 100 \text{ V}$  e durata  $\simeq 5 \mu\text{sec.}$ ; questi impulsi si inviano al "counting rate meter"; tale circuito ha un'alta impedenza d'uscita ed il segnale non può essere prelevato direttamente all'uscita di esso per inviarlo ad uno dei diodi del circuito divisore, quindi conviene inviare detto segnale alla griglia di una valvola in modo da avere un'impedenza d'uscita minore.

Il fatto di aumentare la durata degli impulsi da  $0.1 \mu\text{sec}$  a  $5 \mu\text{sec}$  non determina apprezzabili perdite di conteggi dovute ad eventuali sovrapposizioni di segnali: se si presentano due impulsi distanziati di un tempo inferiore a  $5 \mu\text{sec}$  il secondo non fa partire l'univibratore e quindi non viene contato.

Valutiamo le perdite di conteggi dovute a questo motivo: indichiamo con  $n$  la frequenza degli impulsi, con  $m$  la frequenza degli impulsi rivelati, con  $\tau$  il tempo di inattività dell'univibratore; si ha la seguente relazione:

$$n - m = n(m\tau) \quad \text{da cui} \quad m = \frac{n}{1 + n\tau}$$

Sostituendo in essa i valori relativi al nostro caso:

$$\tau = 5 \cdot 10^{-6} \text{ sec} , \quad n = \frac{f}{\text{duty cycle}} = \frac{100}{4 \cdot 10^{-2}} = 2.5 \cdot 10^3 \text{ imp/sec}$$

si ha  $m = 2.47 \cdot 10^{-3} \text{ imp/sec}$ , con una perdita di conteggi dell'1%.

E' stato realizzato il circuito mostrato in figura III.16.

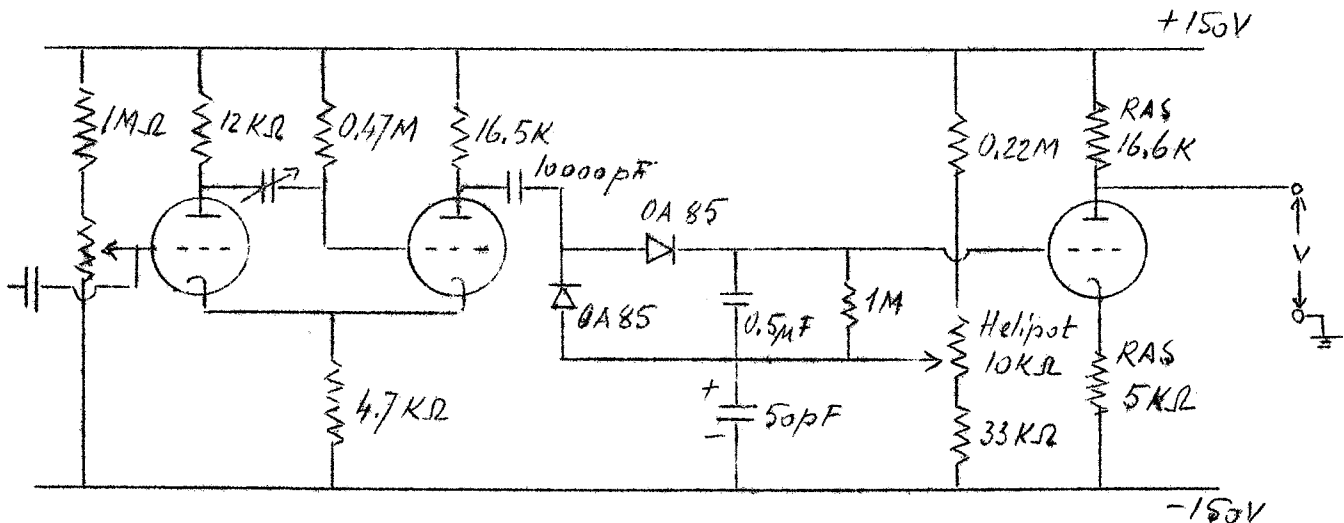


Fig.III.16

Esso consta di un univibratore che fornisce impulsi di 150 V, 8  $\mu$ sec; un counting rate meter il cui tempo di scarica è stato scelto di 0.5 sec, abbastanza grande perchè il condensatore non diminuisca apprezzabilmente la sua carica nell'intervallo di 50 msec fra due successivi impulsi della macchina (poichè  $V = V_0 e^{-t/RC}$ , nel nostro caso si ha  $V/V_0 = e^{-0.1} = 0.90$ ) e d'altra parte non troppo grande, in modo che il circuito possa seguire abbastanza rapidamente le variazioni della frequenza degli impulsi dovute a rotazioni del cristallo; infine si ha una valvola che si è preferito utilizzare come amplificatore, piuttosto che come cathode follower, per avere in uscita un segnale negativo, dello stesso segno di quello del derivatore. Questo amplificatore è in continua, con un guadagno pari a circa 3; regolando l'helipot opportunamente, si ha in uscita  $V = 0$  quando in ingresso non è presente alcun segnale, con una deriva inferiore a 0.5 V.



Il circuito è stato provato con un generatore di impulsi rapidi GI 4I, con frequenze comprese fra 0 e 100 imp/sec. Il suo funzionamento è indipendente dalla durata degli impulsi e dalla loro ampiezza, in un intervallo da 2 a 50 V. La tensione negativa in uscita varia linearmente con la frequenza degli impulsi: essa è stata misurata con un voltmetro a valvola "Simpson".

Nel grafico sono riportati i risultati delle misure di tensione in funzione della frequenza degli impulsi (fig.III.17).

Il segnale del counting rate meter va inviato ad uno dei due ingressi del circuito divisore; all'altro ingresso va il segnale del derivatore, secondo lo schema in fig.III.18.

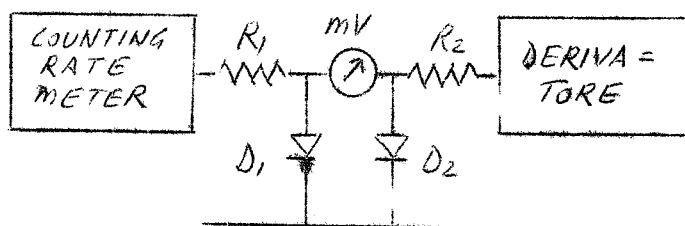


Fig.III.18

Le resistenze  $R_1$  e  $R_2$  vanno scelte in modo che le correnti nei diodi siano comprese fra  $50 \mu\text{A}$  ed  $1 \text{ mA}$ .

Il counting rate meter dà un segnale di 28 V per  $f = 100 \text{ imp/sec}$ ; supponiamo di lavorare con frequenze comprese fra 20 e 100 imp/sec (il che si può sempre fare, variando opportunamente il diametro del collimatore, lo spessore del convertitore, oppure l'intensità della macchina): si avrà un segnale di ampiezza compresa fra 5 e 25 V; ponendo  $R_1 = 100 \text{ K}$  si ha  $50 \mu\text{A} \leq I_1 \leq 250 \mu\text{A}$  e la resistenza del diodo varia da  $3 \text{ K}\Omega$  a  $850 \Omega$ ; ponendo  $R_1 = 50 \text{ K}\Omega$  si ha  $100 \mu\text{A} \leq I_1 \leq 500 \mu\text{A}$  e la resistenza del diodo varia da  $1.75 \text{ K}\Omega$  a  $500 \Omega$ . Quindi,

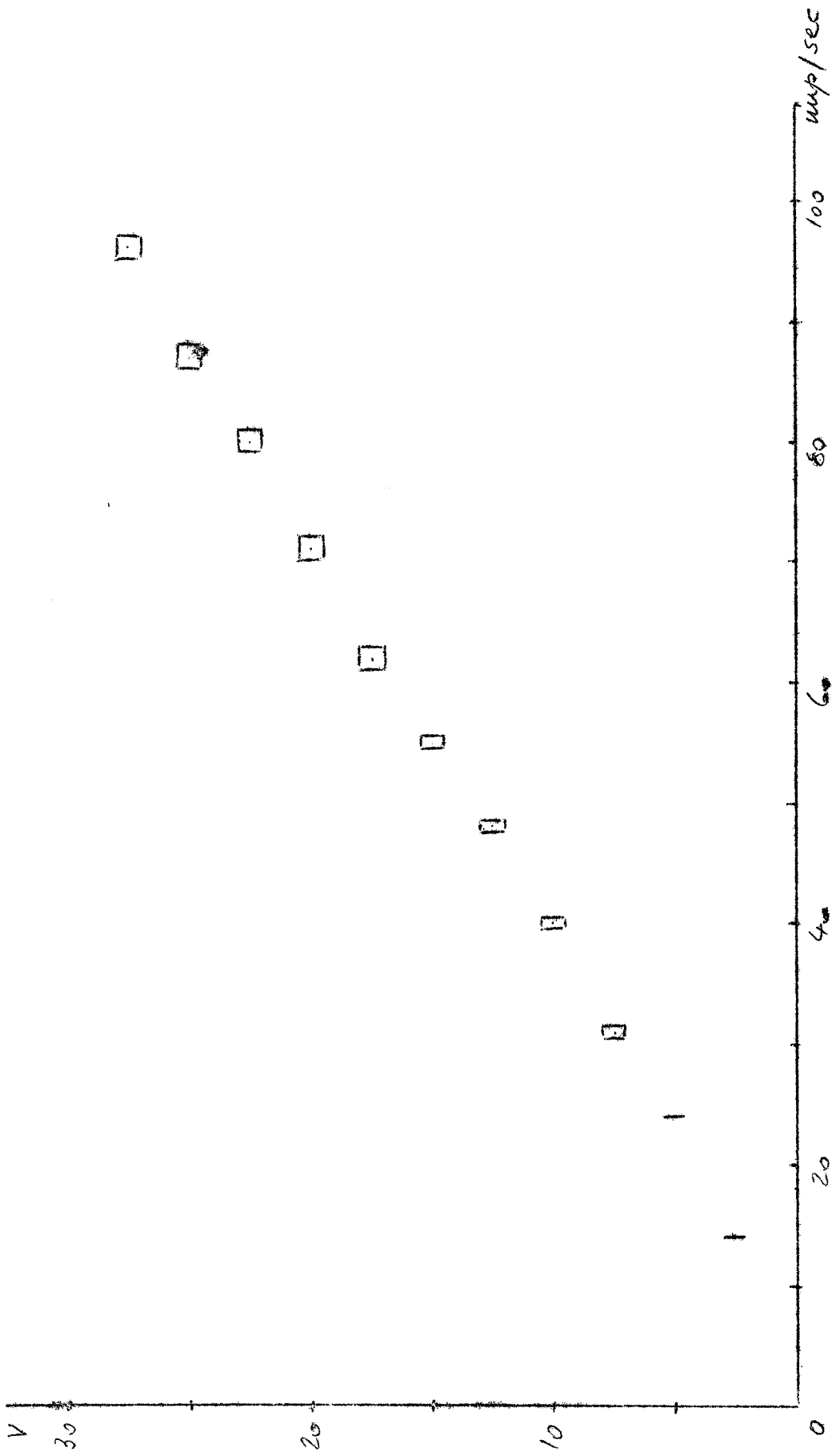


FIG. III.17 - Curve ampiezza-freuenza del counting rate meter

ponendo  $R_1 = 47 \text{ K}\Omega$  più una resistenza variabile da  $50 \text{ K}\Omega$ , si può regolare  $I_1$  in modo che, nel peggiore dei casi, la resistenza del diodo sia il 3% di  $R_1$ .

Il segnale del derivatore è di circa 3-5 V; ponendo  $R_2 = 50 \text{ K}\Omega$ , si ha  $60 \mu\text{A} \leq I_2 \leq 100 \mu\text{A}$ , con la resistenza del diodo variabile da 2.75 a 1.75  $\text{K}\Omega$ . Conviene porre  $R_2 = 33 \text{ K}\Omega$  più una resistenza variabile da  $50 \text{ K}\Omega$ .

Bibliografia

- (1) B. Ferretti: Nuovo Cim. 7, 118, (1950)
- (2) H. Uberall: Phys. Rev. 103, 1055, (1956)
- (3) Bethe-Heitler: Proc. Roy Soc. A146, 83, (1934)
- (4) Landau-Lifshitz: Quantum Mechanics (Pergamon Press 1958) p.18.
- (5) G. Bologna et al.: A pair spectrometer for energies up to 2 GeV - Nucl. Instr. (in corso di stampa)
- (6) R.R. Wilson: Nucl. Instr. 1, 101, (1957)
- (7) Wheeler-Lamb: Phys. Rev. 55, 858, (1959)
- (8) Panofsky-Saxena: Phys. Rev. Lett. 2, 219, (1939)
- (9) Frisch-Olson: Phys. Rev. Lett. 3, 141, (1959)
- (10) A.N. Saxena: Phys. Rev. Lett. 4, 311, (1960)
- (11) L.I. Schiff: Phys. Rev. 117, 1394, (1960)
- (12) Auvil-Schiff: Bull. Am. Phys. Soc. 6, 109, (1961)
- (13) Bologna, Diambrini, Murtas: Phys. Rev. Lett. 4, 572, (1960)
- (14) Barbiellini, Bologna, Diambrini, Murtas: High energy pair production and bremsstrahlung in a silicon single crystal (Da pubblicare)
- (15) H. Uberall: Phys. Rev. 107, 223, (1957)
- (16) May-Wick: Phys. Rev. 81, 628, (1951)
- (17) M. May: Phys. Rev. 84, 265, (1951)
- (18) Jamnik-Axel: Phys. Rev. 117, 194, (1960)
- (19) Mozley-Taylor: Phys. Rev. 117, 835, (1960)
- (20) R.D. Evans: The Atomic Nucleus (Mc Graw Hill 1955) p 672 segg.
- (21) G.Barbiellini: Tesi (non pubblicata)
- (22) Maximon-Olsen Phys. Rev. 114, 887, (1959)
- (23) G. Diambrini et al.: Nuovo Cim. 19, 250 (1961) (Appendice)
- (24) Rossi: High Energy Particles (Prentice Hall 1956) cap. V.
- (25) Rossi-Greisen Rev. Mod. Phys. 13, 306, (1941)
- (26) Blocker, Kenney-Panofsky: Phys. Rev. 79, 419 (1950)
- (27) R.R. Wilson: Phys. Rev. 86, 261

- (28) Richards-Nordheim: Phys. Rev. 74, 1106 (1948)
- (29) J. Millmann: Circuiti elettronici con transistor  
(Laboratori di Frascati del CNEN,  
1960) p. 18
- (30) Elmore-Sands: Electronics (Mc Graw Hill 1949)  
p.249- segg.