

Laboratori Nazionali di Frascati

LNF-60/25 (1960)

R. Marenesi, G. Sacerdoti; R. Toschi: L'INDUTTORE DI BLOCCO DEL
CIRCUITO DI ALIMENTAZIONE DEL SINCROTRONE ITALIANO DA 1100 MeV.

Estratto da: L'Elettrotecnica, 47, 432 (1960)

L'INDUTTORE DI BLOCCO DEL CIRCUITO DI ALIMENTAZIONE DEL MAGNETE DEL SINCROTRONE ITALIANO DA 1000 MeV

R. MARENESI - G. SACERDOTI - R. TOSCHI (*)

Il magnete del sincrotrone italiano da 1000 MeV è alimentato da correnti continue ed alternata sovrapposte.

In serie all'alimentazione a corrente continua si è posto un circuito antirisonante che blocca la corrente alternata. L'induttore di blocco risulta percorso da una corrente continua di 2715 A e soggetto ad una tensione alternata di 4615 V.

Nella presente nota si descrive il progetto di questo induttore. Dopo aver accennato ai criteri in base ai quali si è fissato il valore dell'induttanza, si giustifica il tipo di costruzione prescelto, senza ferro. Si forniscono poi i dati costruttivi illustrando i problemi incontrati e risolti.

1. - GENERALITÀ.

Il magnete di un sincrotrone deve, come è noto, produrre nel traferro un campo magnetico atto ad esercitare la voluta azione centripeta sugli elettroni. A questo scopo la induzione deve avere una opportuna distribuzione radiale (che si ottiene agendo sulla forma del traferro) ed un determinato andamento temporale. Nel caso del sincrotrone italiano da 1000 MeV (1) l'andamento nel tempo del flusso Φ_t nel traferro risulta dal diagramma di fig. 1;

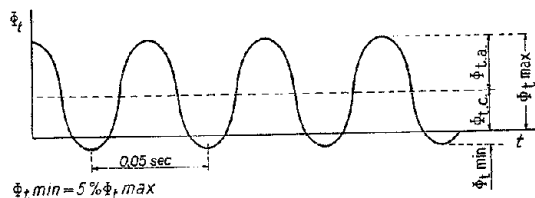


Fig. 1. — Andamento del flusso nel traferro del magnete.

esso è la somma di un termine costante Φ_{tc} e di uno sinusoidale Φ_{ta} alla frequenza di 20 p/s. Il valore massimo negativo deve essere circa il 5% del massimo positivo. Ciò comporta che il termine sinusoidale deve avere una ampiezza superiore del 10% a quello continuo.

Data la preponderante riluttanza del traferro è lecito affermare che anche la corrente di eccitazione del magnete ha un andamento simile.

In particolare si ha:

Componente continua della corrente	2715 A
Ampiezza della corrente alternata	3015 A
Valore efficace della corrente alternata	2135 A

L'induttanza del magnete è di 17,2 mH, il che comporta, alla frequenza di 20 p/s, una tensione alternata, ai capi del magnete, di 4615 V efficaci.

(*) Prof. ing. R. MARENESI dell'Istituto Elettrotecnico Nazionale « G. Ferraris » di Torino Dr. ing. G. SACERDOTI e Dr. ing. R. TOSCHI dei Laboratori di Frascati del C.N.R.N.

(1) Vedi G. SALVINI: *The project of the italian electron synchrotron*. « Nuovo Cimento » 1955.

L'alimentazione della bobina di eccitazione del magnete con intensità di corrente continua ed alternata dei valori sopra specificati, non è di semplice attuazione. Tra le diverse soluzioni possibili si è scelta quella rappresentata nel circuito di fig. 2: come appare, la bobina M del magnete è alimentata con due distinti generatori di corrente alternata e continua.

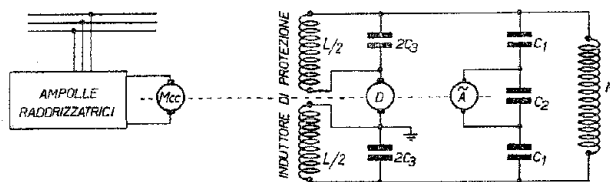


Fig. 2. — Circuito di alimentazione del magnete.

L'alternatore A fornisce, alla frequenza di 20 p/s, solo la potenza reale dissipata nel circuito. La potenza reattiva viene infatti ottenuta con il banco di condensatori C_1 e C_2 .

La dinamo D fornisce la corrente continua. I condensatori C_1 impediscono la circolazione di questa corrente nell'alternatore. Onde evitare che la dinamo ponga praticamente in corto circuito il sistema risonante condensatori-magnete, è necessario un circuito antirisonante alla frequenza di 20 p/s, in serie ad essa. Questo è composto dalla batteria di condensatori C_3 e dall'induttore L .

L'induttore L risulta dunque soggetto ad una tensione alternata di 4615 V e percorso da una corrente continua di 2715 A. È evidente che la sua realizzazione pone dei problemi di progetto e collaudo non del tutto comuni e di un certo interesse. Si ritiene perciò non inutile riferire in questa nota; l'induttore è stato costruito dalle Officine Elettliche Ansaldo S. Giorgio in base ad un progetto dovuto essenzialmente al prof. G. Someda, cui gli Autori hanno prestato la loro collaborazione.

2. - SPECIFICAZIONE E CRITERI DI DIMENSIONAMENTO.

Come si è già riferito, i dati relativi all'induttore sono i seguenti:

Componente continua della corrente	2715 A
Valore efficace della tensione alternata	4615 V

Il valore di L va determinato in base ai criteri di costo del totale circuito antirisonante, ovviamente considerando anche le spese di installazione, il consumo di energia, la minor vita probabile dei condensatori rispetto all'induttore ecc. Si può però affermare che l'incidenza fondamentale è quella del costo di costruzione.

Si può allora procedere come segue: il circuito L, C deve risonare alla frequenza di 20 p/s e dunque deve essere:

$$(1) \quad L \times C = \frac{1}{\omega^2} = 6,35 \times 10^{-5}$$

Il costo P del circuito è dato dalla somma dei costi P_1 dei condensatori e P_2 dell'induttore. P_1 può essere fissato in prima approssimazione pari a:

$$(2) \quad P_1 = 30 \times 10^3 \times C \text{ milioni di lire}$$

dove C è espresso in farad. Tale valore tiene conto della tensione di esercizio del banco dei condensatori.

Il costo P_2 dell'induttore si può valutare tenendo conto che esso è in prima approssimazione proporzionale al suo peso e questo è proporzionale alla terza potenza delle dimensioni lineari.

Il valore dell'induttanza, invece, una volta fissata la forma dell'induttore, è proporzionale al prodotto delle dimensioni lineari per il quadrato del numero delle spire. Ma, come si potrà constatare, la corrente alternata che circola nell'induttore, il cui valore dipende da L , è tale da non modificare apprezzabilmente il valore efficace della corrente totale, che dipende dunque essenzialmente dalla componente continua. Si può così supporre che al variare di L e di N non si modifichi la sezione dei conduttori, rimanendo inalterata la densità di corrente.

Se ne deduce che il valore di L è proporzionale alla quinta potenza delle dimensioni lineari. Si ha così, se d è una dimensione lineare:

$$P_2 \equiv d^3$$

$$L \equiv d^5$$

da cui:

$$P_2 \equiv L^{0,6}$$

Da alcuni progetti eseguiti si può, con larga approssimazione, fissare il valore della costante di proporzionalità e scrivere:

$$(3) \quad P_2 = 333 L^{0,6} \text{ milioni di lire}$$

dove L è espresso in Henry.

Il costo totale del circuito antirisonante diviene:

$$(4) \quad P = 30 \times 10^3 C + 333 L^{0,6} \text{ milioni di lire.}$$

Dalla (1) e dalla (4) si ha ancora:

$$(5) \quad P = 30 \times 10^3 \times \frac{6,35 \times 10^{-5}}{L} + 333 L^{0,6} \text{ milioni di lire}$$

Il valore della induttanza che rende minimo il costo è fornito dalla equazione ottenuta uguagliando a zero la derivata di P rispetto ad L :

$$(6) \quad -\frac{1,9}{L^2} + 200 L^{-0,4} = 0$$

da cui:

$$L = 54 \times 10^{-3} \text{ H.}$$

Come si vede nella fig. 3, in cui è riportato il costo P al variare di L , il minimo della curva risulta sufficientemente acuto, sì da poter fissare il valore di L in base a questo criterio.

Fissato il valore dell'induttanza a 54×10^{-3} H, che è pari a circa tre volte quello dell'induttanza del magnete, si ottengono i seguenti valori delle correnti:

Corrente continua	2715 A
Corrente alternata (valore efficace)	680 A
Corrente totale (valore efficace)	2800 A
Corrente massima	3675 A
Corrente minima	1755 A

La massima energia che viene immagazzinata dall'induttore risulta espressa dalla:

$$W = 1/2 L I_M^2 = 365 000 \text{ J.}$$

È interessante osservare che le correnti alternate nell'induttore e nel magnete hanno fase opposta, con riferimento al verso della corrente continua. Ciò fa sì che nell'istante in cui è massima l'energia del magnete, essa è minima nell'induttore e viceversa. In questi istanti, di massima corrente alternata, è nulla la tensione alternata e dunque nulla l'energia immagazzinata in tutti i condensatori. Si può concludere che si ha uno scambio di energia tra il magnete e l'induttore: la differenza tra l'energia massima e quella minima immagazzinata dall'induttore è dunque pari all'analogo differenza per il magnete e non dipende così dal valore di L .

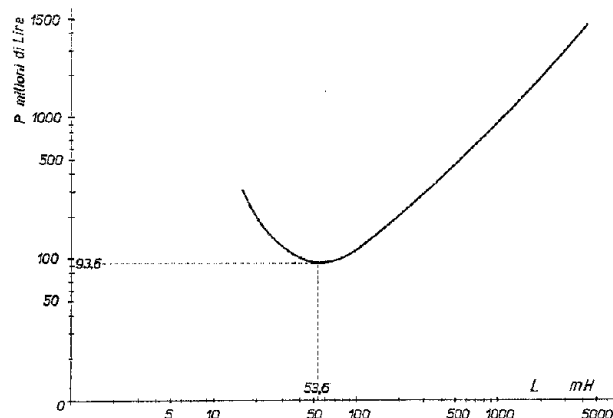


Fig. 3. — Costo del circuito antirisonante in funzione dell'induttanza.

Per il dimensionamento dell'induttore è possibile pensare ad una soluzione in ferro (con traferro), o totalmente in aria; in sede di progetto sono state infatti sviluppate entrambe, traendo però la conclusione di una netta convenienza per quella in aria. Di ciò ci si può rendere facilmente conto in base alle seguenti considerazioni: nel caso in cui l'induttore abbia il nucleo di ferro, trascurando in prima approssimazione l'energia immagazzinata nel ferro, è facile valutare il volume di intraferro necessario. Si ha infatti:

$$(7) \quad W = \frac{1}{2} \frac{B_{max}^2}{\mu_0} v$$

dove:

B_{max} = valore massimo dell'induzione magnetica
 v = volume dell'intraferro

Ponendo:

$$W = 365 000 \text{ J}$$

$$B_{max} = 1,4 \text{ Wb/m}^2$$

si ottiene:

$$v = 0,47 \text{ m}^3.$$

Un tale volume d'aria è così grande da rendere la riluttanza del circuito magnetico con ferro non sufficientemente inferiore a quella con soluzione globalmente in aria, per giustificare l'uso del ferro.

Da alcune valutazioni fatte, si è potuto concludere che la soluzione in aria comporta un numero di spire circa 1,4 volte maggiore che col ferro e dunque un maggior peso di rame; ma, in totale, un risparmio di costo di circa il 30 % e di peso di circa il 60 %. A ciò va aggiunta una riduzione delle perdite per l'assenza di quelle nel ferro, con minori consumi di energia e più economici mezzi di raffreddamento; ed, infine, la costanza dell'induttanza, che è un fattore importante poichè l'induttore

fa parte di un circuito risonante ad alto coefficiente di qualità. D'altro lato, la soluzione in aria ha imposto, come sarà detto nei successivi paragrafi, di studiare gli avvolgimenti in modo da ridurre a valori accettabili le correnti parassite e di circolazione dovute agli elevati valori dell'induzione che investe i conduttori ed alla disuniforme distribuzione del flusso non più guidato.

A causa degli elevati valori del flusso disperso è stato anche necessario tenere l'induttore lontano da apparecchi di misura che siano influenzati dalla presenza del campo magnetico; si è così ritenuto opportuno disporre l'induttore fuori della sala esperienze del sincrotrone, a circa 20 m dalla zona utile per le misure. Si noti anche che gli elevati flussi dispersi impongono di allontanare dal solenoide eventuali piastre o pareti metalliche per evitare perdite addizionali per correnti parassite.

3. - PROGETTO DI MASSIMA.

Si è dunque deciso di realizzare l'induttore senza ferro, totalmente in aria.

Il dimensionamento definitivo dell'induttore è stato il risultato di una serie di tentativi effettuati fissando arbitrariamente alcuni parametri e verificando il progetto che ne derivava: così, ad esempio, fissata la densità di corrente, occorre poi valutare le perdite, le superfici raffreddate, i mezzi più idonei ad un efficace raffreddamento; la scelta della sezione delle piattine è legata alla verifica delle perdite addizionali; la forma dell'induttore e il numero delle spire debbono soddisfare alla condizione di ottenere il voluto valore dell'induttanza con il minimo peso di rame, ecc. Dati i molti problemi che occorreva risolvere ed il costo non indifferente dell'induttore, si è ricorsi anche alla costruzione di qualche modello per eseguire le opportune modifiche e verifiche. Qui si forniranno solo la traccia del progetto ed i dati definitivi accennando via via ai problemi incontrati ed alle verifiche effettuate.

La corrente efficace risultante è, come si è detto, di 2800 A. Fissata una densità di corrente di 1,5 A/mm², quale è quella normalmente prevista per trasformatori a raffreddamento con aria forzata, risulta una sezione di rame, somma delle sezioni dei circuiti in parallelo, di 1870 mm². Non tutti i conduttori in parallelo sono stati dimensionati con uguale sezione, ma un primo calcolo approssimato può farsi fissando la sezione di ciascun conduttore pari a $4 \times 18 = 72$ mm².

Il lato lungo della sezione della piattina verrà disposto nel senso assiale dell'induttore per ridurre le perdite addizionali. Il numero di conduttori in parallelo risulta così:

$$\frac{1870}{72} = 26.$$

Si è ritenuto di realizzare l'induttore come schizzato in fig. 4 con 52 bobine a disco, coassiali. Le 26 bobine della metà superiore sono tra loro in parallelo e così pure quelle della metà inferiore: la metà superiore è poi posta in serie con quella inferiore attraverso il generatore a corrente continua: questa disposizione è stata adottata per ridurre la massima tensione verso terra dell'impianto. Le bobine sono opportunamente distanziate per permettere all'aria di raffreddamento di fluire radialmente tra bobina e bobina.

Il numero di spire va fissato in funzione del valore di L desiderato e ciò è possibile mediante formule approssimate fornite da diversi autori. In particolare possono essere usate quelle di Korndorfer che sono assai semplici e, come si è potuto verificare anche su modello, forniscono valori sufficientemente in accordo con i valori reali, con approssimazioni non inferiori a quelle ottenibili con altre formule, più laboriose. Esse sono:

a) per $D/U = 0,1$:

$$(8) \quad L = 10,5 N^2 D \sqrt{D/U} \times 10^{-6} \text{ mH}$$

b) per $D/U = 1,3$:

$$(9) \quad L = 10,5 N^2 D \sqrt{D/U} \times 10^{-6} \text{ mH}$$

dove:

N = numero di spire tra loro in serie (nel caso in oggetto è il doppio del numero di spire di una bobina);

U = $2(a + r)$ in cm

D = diametro medio in cm

a = altezza in cm

r = spessore radiale in cm.

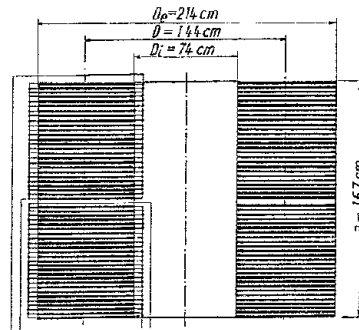


Fig. 4. — Schizzo dell'induttore.

Dopo qualche tentativo è risultato:

$N = 284$ (numero di spire per bobina = 142)

$D_i = 74$ cm

$D_e = 214$ »

$D = 144$ »

$r = 70$ »

$a = 131$ ».

In realtà la lunghezza effettiva del solenoide è di 167 cm, a causa dei distanziamenti previsti tra bobina e bobina e tra la metà superiore e quella inferiore. L'altezza effettiva del rame è però 95 cm; si è così ritenuto di porre per a un valore pari alla media tra l'altezza effettiva e quella del rame.

Risulta così:

$$U = 402 \text{ cm}$$

$$D/U = 0,36$$

da cui infine:

$$L = 56,5 \text{ mH.}$$

Le perdite elettriche nell'induttore si possono dividere in:

a) perdite dovute alla componente continua della corrente;

b) perdite dovute alla componente alternata della corrente.

Le prime sono facilmente valutabili e con i dati nominali risulta:

$$\text{a } 20^\circ\text{C} \quad r = 1,21 \times 10^{-2} \text{ ohm} \quad P_{c.c.} = 89 \text{ kW}$$

$$\text{a } 75^\circ\text{C} \quad r = 1,45 \times 10^{-2} \text{ ohm} \quad P_{c.c.} = 107 \text{ kW.}$$

Per le seconde, di più difficile calcolo, si riferisce nel paragrafo che segue.

3.1. - Perdite in corrente alternata.

Le perdite in corrente alternata non sono solo quelle valutabili in base alla resistenza di ciascuna bobina ed alla totale corrente alternata supposta uniformemente distribuita tra le diverse bobine in parallelo. Occorre infatti

considerare la possibilità di una disuniforme distribuzione della corrente tra le diverse bobine, a causa della diversità dei flussi alternati con esse concatenati. A ciò bisogna aggiungere le perdite addizionali entro ciascun conduttore a causa dell'induzione variabile da cui esso è investito. Il calcolo di queste perdite è oltremodo complesso e praticamente impossibile. D'altro canto, in sede di progetto, era necessario fissare le dimensioni della piattina per le diverse bobine. Inoltre le perdite risultanti in corrente alternata dovevano essere contenute in limiti prefissati soprattutto perchè queste potevano incidere in modo non trascurabile sulla potenza di dimensionamento dell'alternatore e provocare un eccessivo riscaldamento in alcune spire o bobine dell'avvolgimento.

3.1.1. - *Perdite ohmiche.* — Le perdite ohmiche per corrente alternata sono facilmente calcolabili e risultano, con il valore nominale della corrente:

$$\begin{aligned} P_{ca} &= 6 \text{ kW} & \text{a } 20 \text{ }^\circ\text{C} \\ P_{ca} &= 7 \text{ kW} & \text{a } 75 \text{ }^\circ\text{C} \end{aligned}$$

3.1.2. - *Perdite per correnti di circolazione.* — Questo tipo di perdite è quello che deriva dalla non uniforme suddivisione della corrente tra le bobine in parallelo. Per ciò che riguarda la componente continua è evidente che risulta necessario che tutte le bobine abbiano la medesima resistenza. Ma ciò non è sufficiente per assicurare la uniforme distribuzione delle correnti alternate. Per convincersi di ciò si supponga che tutte le 52 bobine abbiano uguale numero di spire, come sin qui si è fatto, e risultino percorse dalla medesima corrente alternata.

Dato che il solenoide è corto e di grande sezione, risulta che il flusso concatenato con le diverse bobine va via via riducendosi man mano che ci si sposta assialmente dal centro verso le estremità. È stata rilevata la curva del flusso concatenato ottenuta in prove sperimentali su modello con bobine alimentate in serie. Da essa si è potuto dedurre che le bobine di estremità sono concatenate con un flusso che è circa 60 % di quello concatenato con le bobine centrali. Ogni singola bobina è sede di una f.e.m. indotta proporzionale al flusso e dunque anche le tensioni indotte variano con la medesima legge.

Ma, se le bobine sono alimentate in parallelo, la tensione applicata è la medesima per tutte le bobine. Questa tensione vale 4615 V; se la totale corrente alternata è di 680 A e la resistenza del solenoide di $1,45 \times 10^{-2}$ ohm, la caduta di tensione dovuta alla resistenza risulta, per ciascuna bobina, di appena 10 V circa, pari al $2,1 \frac{0}{100}$ della tensione applicata.

Si constata così che le tensioni indotte in ogni singola bobina debbono risultare praticamente uguali tra loro e dunque uguale il flusso concatenato; l'ipotesi di uguale corrente nelle singole bobine non può essere mantenuta.

Il calcolo delle singole correnti è assai laborioso e si mostreranno in appendice i criteri secondo i quali esso potrà essere svolto. Esso richiede, nel caso in esame, la soluzione di un sistema di 26 equazioni algebriche del primo ordine in 26 incognite. È evidente che la soluzione di questo sistema è praticamente possibile solo con l'uso di una macchina calcolatrice numerica; e ciò si è fatto. Tuttavia la soluzione ottenuta non può che fornire valori solo indicativi sia per le approssimazioni introdotte nella impostazione delle equazioni, sia per la difficoltà di prevedere le esatte distanze tra le bobine, a costruzione ultimata.

Si possono intuire i risultati forniti dalla calcolatrice mediante le seguenti considerazioni di grossolana approssimazione. Si può applicare il principio di sovrapposizione degli effetti, scomponendo la corrente in ogni singola bobina nella somma di quella che si avrebbe nella ipotesi di una ripartizione uniforme e di una corrente di circolazione. La corrente uniforme crea una distribuzione di flusso che è quella che si otterrebbe con bobine in serie. La differenza delle f.e.m. così indotte nelle singole bobine produce le correnti di circolazione. Si considerino

due bobine adiacenti; la differenza tra le f.e.m. in esse indotte produce una corrente di circolazione tra le due bobine. Questa corrente è limitata dalla reattanza offerta dalle due bobine in serie opposta e dalla loro resistenza. La reattanza è dunque dovuta ai soli flussi dispersi che non si concatenano con entrambe le bobine. Si intuisce che questi flussi dispersi sono, data una certa corrente, assai modesti rispetto al flusso principale dovuto a tutte le bobine in parallelo. D'altro lato anche la resistenza è assai modesta essendo la sezione di rame dimensionata per la corrente continua che è molto più elevata dalla alternata.

Ne discende che le correnti di circolazione possono assumere valori molto elevati, anche maggiori della corrente alternata che si avrebbe con una ripartizione uniforme. Il fenomeno è tanto più vistoso quanto maggiore è il numero delle bobine perchè percentualmente più elevato è il flusso principale rispetto a quello disperso.

Si presenta dunque la necessità di ridurre a valori sufficientemente modesti queste correnti.

Si è tentato di risolvere il problema connettendo in serie ed in parallelo le bobine in modi diversi; per ogni tipo di connessione si sono calcolate le correnti di circolazione risolvendo le corrispondenti equazioni con la macchina calcolatrice, ottenendo però risultati insoddisfacenti.

La soluzione che infine si è adottata è quella di costruire le singole bobine con numero di spire via via crescente dalla zona centrale verso le estremità; ciò consente, al limite, una ripartizione uniforme delle correnti, essendo uguali le tensioni indotte solo perchè è variato il numero delle spire.

Occorre però che le bobine con maggior numero di spire abbiano anche maggiore sezione onde ottenere resistenze pressochè uguali e così una uniforme ripartizione della corrente continua. Il numero di spire di ciascuna bobina è stato fissato in sede di progetto mediante prove su modello, ma, data la difficoltà di prevedere esattamente le condizioni a costruzione finita, si è cercato di realizzare il solenoide in modo da poter facilmente aggiungere o togliere qualche spira alle singole bobine, in sede di collaudo. Pur con gli artifici appena descritti, le prove su modello hanno mostrato come sia difficile raggiungere una equilibratura perfetta delle correnti.

Per una generica bobina s -esima siano rispettivamente I ed I_{cs} la corrente alternata uniforme e di circolazione. Le perdite nella bobina s -esima dipendono dal valore efficace della corrente risultante I_s ; si ha:

$$(10) \quad I_s^2 = I^2 + I_{cs}^2 + 2 II_{cs} \cos \alpha_s$$

dove α_s è l'angolo di sfasamento tra I ed I_{cs} . La sovratemperatura raggiunta dalla bobina s -esima dipende dunque anche dall'angolo α_s ed essa è massima per $\alpha_s = 0$; ciò accade se l'impedenza offerta alla corrente di circolazione è essenzialmente reattiva, come quella offerta alla corrente I .

Da quanto più sopra detto riguardo alle modeste cadute ohmiche, considerando anche che col rendere diverso il numero delle spire delle singole bobine si aumenta fortemente la reattanza offerta alle correnti di circolazione, si può affermare che è opportuno e prudentiale supporre $\alpha_s = 0$. Le prove eseguite a induttore finito, pur mostrando che la resistenza non è del tutto trascurabile, hanno poi confermato che l'impedenza offerta alle correnti di circolazione è essenzialmente reattiva.

Supponendo così che la corrente di circolazione possa raggiungere in una bobina un valore pari a quello della corrente uniforme e che sia con essa in fase, le perdite in corrente alternata divengono quattro volte più elevate che con la sola corrente uniforme. Agli effetti del sovrariscaldamento occorre però osservare che esso è dovuto essenzialmente alle perdite per corrente continua: una corrente di circolazione pari alla corrente alternata uniforme provoca, infatti, un aumento della potenza perduta, e dunque della temperatura, solo del 18 % circa.

Per il calcolo delle perdite in tutto il solenoide occorre fare la somma delle perdite in tutte le N bobine. Si ha:

$$(11) \quad \begin{aligned} \sum_1^N (I^2 + I_{cs}^2 + 2 I I_{cs} \cos \alpha_s) &= \\ = N I^2 + \sum_1^N I_{cs}^2 + 2 I \sum_1^N I_{cs} \cos \alpha_s. \end{aligned}$$

La somma vettoriale delle N correnti di circolazione è evidentemente nulla. Se allora si fa l'ipotesi che l'angolo α_s abbia il medesimo valore assoluto per tutte le N bobine, ci si convince facilmente che l'ultimo termine della (11) è sempre nullo.

Il rapporto σ tra la potenza perduta in presenza delle correnti di circolazione e quella in assenza di esse, risulta così:

$$(12) \quad \sigma = \frac{I^2 + \frac{1}{N} \sum_1^N I_{cs}^2}{I^2} = \frac{I^2 + I_{c\text{eff}}^2}{I^2}$$

dove per $I_{c\text{eff}}^2$ si intende il valore medio quadratico delle correnti di circolazione nelle N bobine. Nell'ipotesi che in tutte le bobine sia $I_{cs} = I$, σ risulta uguale a 2 e le perdite per correnti di circolazione divengono pari a 6 kW a 20 °C. Si noti che nell'ipotesi che l'impedenza offerta alle correnti di circolazione sia essenzialmente reattiva, queste perdite aumentano con la temperatura di funzionamento proporzionalmente alla resistività del rame. Si avrà così a 75 °C una perdita di 7 kW.

3.1.3. - *Perdite addizionali nei singoli conduttori.* — Come già si è affermato, la determinazione delle perdite addizionali si presenta assai laboriosa e non può fornire che risultati assai poco approssimati.

Queste perdite sono però certamente assai elevate e maggiori di quelle ohmiche; esse andranno dunque valutate almeno nel loro ordine di grandezza.

Data la simmetria cilindrica si può ammettere che la induzione che investe i conduttori abbia direzione che giace sempre in piani passanti per l'asse del solenoide e dunque paralleli alla sezione della piattina. Si può così ammettere che la densità di corrente indotta nei singoli conduttori dalle variazioni di B sia sempre ortogonale alla sezione della piattina.

La densità di corrente in ciascun conduttore è allora in ogni istante espressa dalla:

$$(13) \quad g = g_c + g_{ma} + g_p$$

dove:

g_c = densità di corrente continua

g_{ma} = densità media nella sezione della corrente alt.

g_p = densità della corrente parassita: il suo valore medio nella sezione è nullo.

Siano G_c , G_{ma} , G_p i corrispondenti valori efficaci. Se si ammette che G_p sia in fase con il campo elettrico indotto dalla variazione di B e se si suppone ancora B in fase con G_{ma} , allora risulta G_p in quadratura con G_{ma} . Si potrà così scrivere, per il valore efficace della densità di corrente risultante:

$$(14) \quad G = G_c^2 + G_{ma}^2 + G_p^2.$$

La (14) mostra come sia possibile valutare le perdite dovute alla G_p separatamente da quelle dovute alla G_c ed alla G_{ma} .

Le perdite dovute alla densità di corrente G_p possono essere valutate scindendo gli effetti delle componenti assiale e radiale dell'induzione. È infatti facile verificare che le perdite risultano espresse dalla:

$$(15) \quad P = \frac{v \omega^2}{12 \rho} (B_a^2 a^2 + B_r^2 b^2)$$

dove:

ω = pulsazione

B_a, B_r = valori efficaci delle componenti rispettivamente assiale e radiale dell'induzione, supposti costanti su ogni sezione

ρ = resistività della piattina

v = volume della piattina interessata dalle correnti parassite

a = lato della piattina disposto radialmente

b = lato della piattina disposto assialmente.

Per il calcolo corretto delle perdite è necessario conoscere il valore delle componenti assiale e radiale della induzione in ogni punto. In appendice si mostrerà come si siano sviluppati i calcoli introducendo ipotesi approssimate. I risultati ottenuti hanno però consentito di fissare degli ordini di grandezza e le prove finali hanno mostrato come essi non fossero molto lontani dai valori reali. Si è ricavato:

	a 20 °C	a 75 °C
Perdite dovute alla componente assiale dell'induzione (massima nelle bobine centrali) . .	8 kW	7 kW
Perdite dovute alla componente radial. dell'induzione (massima nelle bobine di testa) . .	15 kW	12 kW
Perdite totali per correnti parassite	23 kW	19 kW

3.2. - Cenni su di una diversa disposizione costruttiva.

Prima di fornire i dati definitivi di progetto dell'induttore si ritiene opportuno accennare che si è studiata anche un'altra disposizione costruttiva.

Essa prevede (vedi fig. 5) la costruzione dell'induttore in 16 strati concentrici di forma cilindrica, a due a due distanziati per permettere il passaggio in senso assiale dell'aria di raffreddamento. I due semiavvolgimenti che

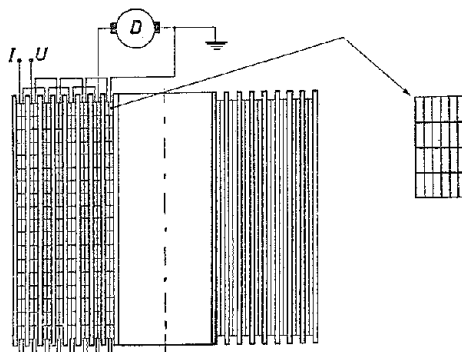


Fig. 5. — Ulteriore disposizione costruttiva.

fanno capo ai morsetti della dinamo sono costituiti da coppie alterne di strati tra loro in serie. Il numero totale di spire in serie è 288, essendo ogni strato costituito da 18 spire. Il conduttore principale che porta la corrente totale è composto di un certo numero di piattine affiancate e sovrapposte (vedi particolare in fig. 5) che vengono trasposte al fine di ridurre le correnti di circolazione che sorgono fra le bobine a causa del diverso flusso abbracciato da ciascuna di esse.

Si è però scartata questa soluzione per le seguenti ragioni:

1) essa offre delle difficoltà di costruzione se si adotta una suddivisione del conduttore atta a limitare le perdite addizionali locali; una volta suddiviso il conduttore in un numero sufficiente di piattine, risultano infatti difficili le trasposizioni necessarie a limitare efficacemente le correnti di circolazione tra le piattine adiacenti;

2) non sarebbe facile correggere il numero di spire

dei vari circuiti in sede di collaudo. L'efficacia delle trasposizioni previste in sede di progetto sarebbe, d'altro lato, incerta data la dissimmetria fra i diversi circuiti in parallelo.

4. - DATI DEFINITIVI DI PROGETTO.

In base a quanto esposto nei paragrafi precedenti si sono così potuti fissare i dati di progetto definitivi. La tabella I fornisce (per una delle due metà del solenoide)

TABELLA I

Bobina n.	Sezione del conduttore	N. spire di progetto
1	2 (2,7 × 16,5)	202
2	»	192
3	»	180
4	»	174
5	3,6 × 20,5	158
6	»	158
7	»	152
8	»	152
9	»	149
10	4 × 18	146
11	»	146
12	»	144
13	»	144
14	»	142
15	»	142
16	»	142
17	»	140
18	»	140
19	»	140
20	»	140
21	»	140
22	»	140
23	»	140
24	»	140
25	»	140
26	»	140

la sezione di piattina usata ed il numero di spire previsto per ogni bobina. Come si è già avvertito, è stato neces-

sario variare la sezione della piattina in proporzione diretta al numero di spire di ogni singola bobina, onde rendere le bobine di resistenza pressochè uguale. Per ridurre le perdite addizionali dovute alla *B_r*, le quattro bobine di testa, ai due lati, sono state previste con piattina di altezza ridotta (da 18 a 16,5 mm). Per ottenere la sezione di rame voluta e per non allargare troppo la piattina, con conseguenti difficoltà di lavorazione, le quattro bobine di testa sono state avvolte con due piattine affiancate.

Le varie bobine hanno altresì, per evidenti ragioni costruttive, uguale diametro esterno ed interno. Ciò è stato ottenuto interponendo opportuni spessori tra una spira e l'altra, ove necessario. I conduttori sono isolati con elettrovetro ed impregnati in autoclave con vernice gli-cero oftalica.

La fig. 6 e la fotografia di fig. 7 rappresentano l'induttore completo. Le uscite di ciascuna bobina sono ottenute fissando con viti la piattina ad una barra di rame di raccolta: questo ha permesso, in sede di collaudo, di aggiungere o togliere qualche spira per ottenere la uniforme ripartizione delle correnti alternate.

L'insieme delle bobine è tenuto da tiranti di ottone ancorati, sopra e sotto, a traverse di bronzo. Il raffreddamento è stato previsto come schizzato in fig. 6: l'aria entra radialmente tra una bobina e l'altra ed esce dalle bocche disposte alle due estremità. La portata d'aria è di 5,7 m³/s e la pressione di 70 mm di Hg. La temperatura raggiunta dalle bobine in corrispondenza all'ingresso ed all'uscita dell'aria viene misurata mediante 52 termometri a resistenza, disposti uno per bobina.

Il peso dell'induttore completo è di 30 000 kg (di cui circa 27 000 di rame).

5. - MESSA A PUNTO IN OFFICINA E COLLAUDO.

Prima dell'impregnazione in autoclave si è alimentato il solenoide con una modesta tensione alternata (450 V), alla frequenza di 20 p/s, per controllare la distribuzione delle correnti e si è modificato di conseguenza il numero di spire delle singole bobine per rendere tale distribuzione la più uniforme possibile. Ciò è stato necessario perchè i dati ricavati dalle prove su modello non erano direttamente trasferibili all'induttore finito: non era stato infatti possibile, per esigenze costruttive, riprodurre in scala tutte le dimensioni: ciò vale in particolare per la sezione dei conduttori e la distanza tra le bobine.

La messa a punto è risultata particolarmente laboriosa

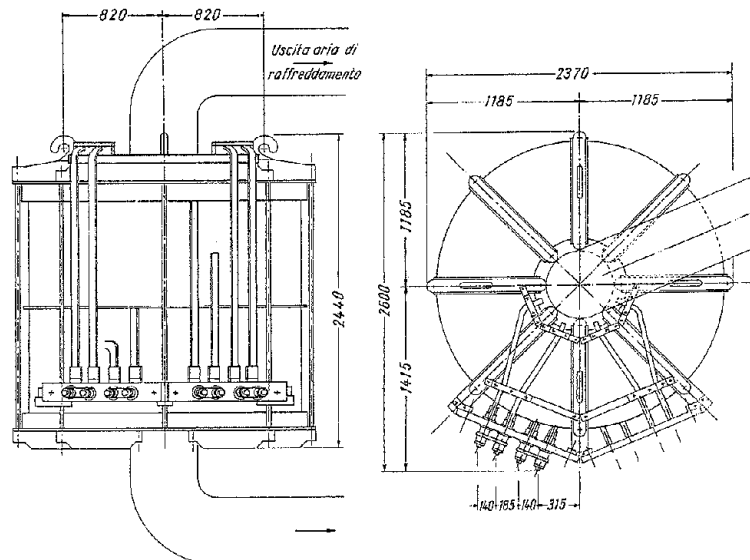


Fig. 6. — Disegno dell'induttore.

perchè la variazione anche di una sola spira poteva determinare in una bobina una variazione di corrente sino al 100 % della corrente media: si vedano ad esempio i valori forniti a titolo illustrativo dalla tabella II. Si è

perchè la variazione anche di una sola spira poteva determinare in una bobina una variazione di corrente sino al 100 % della corrente media: si vedano ad esempio i valori forniti a titolo illustrativo dalla tabella II. Si è

però notato che la variazione di una spira in una bobina aveva effetto sensibile solo sulla corrente di quella bobina e delle due adiacenti. In base a questa osservazione, cercando di uguagliare le correnti in ciascuna terna di bobine separatamente, si è potuto procedere in modo rela-

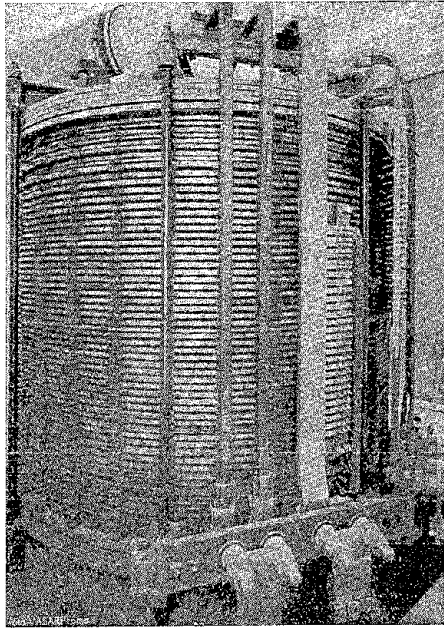


Fig. 7. — Fotografia dell'induttore.

tivamente spedito. Nella tabella III si forniscono i numeri di spire definitivi per ciascuna bobina ed i corrispondenti valori di corrente espressi in rapporto a quella uniforme. Tali valori corrispondono alla distribuzione ritenuta migliore tra 80 disposizioni sperimentate. Non si è comunque riusciti a contenere le correnti di circolazione che al

TABELLA II.

Bobina n.	Correnti prima delle variazioni delle spire	Variazione spire	Correnti dopo le variazioni
.....
.....
3	0,67	—	0,7
4	0,35	—	0,45
5	0,3	—	0,76
6	1,25	+1	0,3
7	0,45	—	0,94
8	0,75	+1	0,52
9	0,4	—	0,52
10	0,98	—	0,95
.....
.....
.....
.....
.....
16	0,95	—	0,98
17	0,55	—	0,56
18	0,54	—	0,55
19	0,64	—	0,36
20	1,86	+1	0,25
21	0,58	—	0,4
22	0,64	—	0,68
23	0,73	—	0,75

± 50 % circa della corrente uniforme, mentre nel modello (in cui la resistenza era, in rapporto all'induttanza, notevolmente più elevata) era stato possibile scendere al ± 15 %.

TABELLA III.

Bobina N.	N. di spire definitive	Corrente riferita alla distribuzione uniforme	Bobina N.	N. di spire definitivo	Corrente riferita alla distribuz. uniforme
1	202	1,10	52	202	1,40
2	191	0,85	51	191	0,85
3	181	0,95	50	181	0,95
4	173	1,45	49	173	1,00
5	161	1,05	48	160	1,20
6	158	1,50	47	157	0,70
7	155	0,65	46	155	0,50
8	153	0,90	45	153	0,55
9	151	1,50	44	151	0,65
10	147	0,75	43	150	1,25
11	146	0,85	42	145	1,30
12	143	0,90	41	145	1,00
13	144	0,65	40	145	0,65
14	142	1,30	39	144	0,70
15	144	0,85	38	144	0,70
16	144	1,20	37	144	0,60
17	142	0,85	36	143	1,40
18	142	1,50	35	143	1,00
19	142	0,85	34	143	1,00
20	142	0,60	33	142	1,05
21	142	0,70	32	142	0,80
22	141	1,10	31	142	1,25
23	141	1,50	30	141	1,05
24	141	1,50	29	141	0,75
25	141	0,65	28	141	0,85
26	141	0,80	27	141	1,35

Non è forse inutile ricordare che nella misura delle correnti, date le basse impedenze in gioco, si è dovuto tener conto della perturbazione introdotta dalla resistenza dell'amperometro (data la bassa frequenza la sua reattanza era trascurabile); ciò si è fatto ponendo una resistenza variabile in serie allo strumento ed estrapolando dalle curve ottenute i valori corrispondenti a resistenza nulla. Si veda ad esempio la fig. 8 da cui comunque si deduce che la lettura eseguita con la sola resistenza dell'amperometro (pari a 0,045 ohm) non era affetta da errore superiore a 20 %.

Le misure sono state effettuate, oltre che a 20 p/s, anche a frequenze diverse (sino a 60 p/s). Si è così potuto verificare, in base alla variazione delle correnti con la frequenza, di che natura sia l'impedenza offerta alle correnti di circolazione; si è constatato che essa non è la medesima per tutte le bobine, risultando per alcune essenzialmente reattiva, per altre resistiva.

La misura della totale corrente assorbita, alla frequenza di 20 p/s, ha consentito anche di controllare il valore della induttanza equivalente del solenoide. Si è ottenuto:

$$L = 56 \text{ mH}$$

che è in ottimo accordo col valore calcolato.

Si è poi cercato di misurare le perdite dell'induttore in corrente alternata. Tale determinazione non era di facile esecuzione, essendo il fattore di potenza (a 20 p/s) minore di 0,02. Per non introdurre gli errori di fase dei trasformatori di misura si è preferito eseguire la misura a bassi valori di corrente e tensione con un wattmetro inserito direttamente nel circuito. Si è usato uno strumento a fattore di potenza 0,05 a piccolo errore di fase. La precisione della misura risultava comunque modesta anche perchè il consumo della bobina voltmetrica era del medesimo ordine di grandezza delle perdite da misurare. Riportando il valore misurato alla tensione e corrente nominali si è ottenuta una perdita in corrente alternata di 40 kW a 20 °C; essa concorda sufficientemente con la somma delle perdite calcolate (35 kW).

Altre misure di potenza sono state eseguite con correnti più elevate shuntando la bobina amperometrica del wattmetro: con una accurata scelta dei derivatori, la cui costante di tempo doveva risultare pressochè uguale a quella del circuito amperometrico del wattmetro, si sono ottenuti risultati in sufficiente accordo con il precedente.

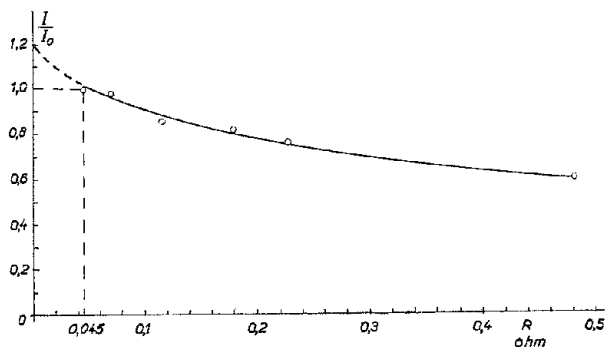


Fig. 8.

Si è così tracciata la curva di fig. 9 che fornisce l'andamento delle perdite, con tensione costante, al variare della frequenza: esso concorda abbastanza con quanto si era previsto nei calcoli perchè, in questi, il termine preponderante è dato dalle perdite per correnti parassite che, a parità di tensione, sono costanti al variare della frequenza.

È stato anche eseguito, a costruzione finita, un collaudo dell'induttore nella sede definitiva. Oltre alle normali prove di isolamento, si sono rilevate le temperature delle bobine con termoresistori.

Nella tabella IV sono indicate le temperature misurate. L'aria di raffreddamento aveva una temperatura di 14 °C all'ingresso e di 33 °C all'uscita. Nota la portata del ventilatore (5,7 m³/s), è possibile eseguire un grossolano controllo delle perdite in base al calore asportato dall'aria refrigerante: si otterrebbe una potenza dissipata di circa 125 kW che è in buon accordo con i valori calcolati (124 kW a 20 °C e 140 kW a 75 °C); infatti la temperatura di funzionamento, come risulta dalla tabella IV, è dell'ordine di 50 °C.

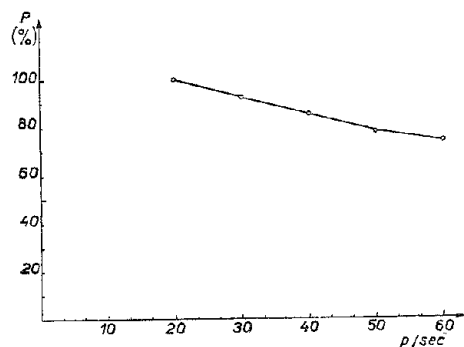


Fig. 9.

Occorre comunque aggiungere che il calore che il solenoide cede all'ambiente è certamente maggiore di quello valutabile in base alla portata d'aria del ventilatore.

APPENDICE

1) LE CORRENTI DI CIRCOLAZIONE.

Per fissare le idee si consideri un solenoide costituito da 4 bobine uguali e disposte come in fig. 10.

Per ogni singola bobina si possono calcolare i coefficienti di auto e di mutua induzione.

TABELLA IV.

Bobina	Posizione termoelemento	Temperatura
1	entrata aria	25
2	» »	25
3	» »	23
4	» »	25
5	» »	23,5
6	» »	23,5
7	» »	23,5
8	» »	22,5
9	» »	24
10	» »	24,5
11	» »	23,5
12	» »	25
13	» »	25
14	» »	24,5
15	» »	23,5
16	» »	23,5
17	» »	24,5
18	» »	23,5
19	» »	23
20	» »	23
21	» »	24
22	» »	24
23	» »	23,5
24	» »	24,5
25	» »	24
26	» »	24
27	uscita aria	43
28	» »	46
29	» »	47
30	» »	50
31	» »	48,5
32	» »	49,5
33	» »	49
34	» »	49
35	» »	47
36	» »	46,5
37	» »	46
38	» »	45
39	» »	45
40	» »	44
41	» »	43,5
42	» »	42,5
43	» »	43,5
44	» »	43
45	» »	43
46	» »	43
47	» »	42,5
48	» »	42,5
49	» »	45,5
50	» »	46,5
51	» »	46,5
52	» »	45,5

Si abbia:

$$L_1 = L_2 = L_3 = L_4 = L$$

$$M_{12} = M_{23} = M_{34} = \alpha L$$

$$M_{13} = M_{24} = \beta L$$

$$M_{14} = \gamma L$$

dove, ovviamente: $\alpha > \alpha > \beta > \gamma$.

Per il momento si suppongono trascurabili le resistenze di ogni bobina.

Si alimentino le quattro bobine in parallelo con una tensione alternata V , di pulsazione unitaria.

La corrente I , che fluisce in ciascuna bobina può essere supposta pari alla somma di una corrente I uguale per tutte le bobine e di una corrente I_c di circolazione tra le bobine; si ha:

$$\begin{aligned} I_1 &= I + I_{1c} \\ I_2 &= I + I_{2c} \\ I_3 &= I + I_{3c} \\ I_4 &= I + I_{4c} \end{aligned}$$

dove:

$$\Sigma I_{ic} = 0.$$

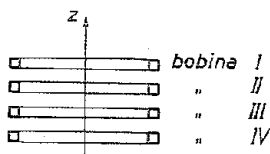


Fig. 10.

Per evidenti motivi di simmetria si può porre:

$$I_{1c} = I_{4c} = -I_{2c} = -I_{3c} = I_c$$

da cui:

$$\begin{aligned} I_1 &= I + I_c \\ I_2 &= I - I_c \\ I_3 &= I - I_c \\ I_4 &= I + I_c \end{aligned}$$

La tensione V applicata è valutabile in funzione dei coefficienti di auto e mutua induzione; separando i termini dovuti ad I da quelli dovuti ad I_c si può scrivere per la I e la IV bobina:

$$V = I L (1 + \alpha + \beta + \gamma) + I_c L (1 - \alpha - \beta + \gamma) = V_1 + V_{1c}$$

e per la II e la III:

$$V = I L (1 + 2\alpha + \beta) + I_c L (-1 + \beta) = V_2 + V_{2c}$$

V_1 e V_2 sono le tensioni che si indurrebbero nelle diverse bobine se esse venissero poste in serie.

Sottraendo membro a membro si ottiene:

$$(\alpha - \gamma) I = I_c (2 - \alpha - 2\beta + \gamma)$$

da cui:

$$I_c = \frac{I (\alpha - \gamma)}{1 - \alpha - (\beta - \gamma) + 1 - \beta}$$

Per un solenoide costituito da quattro bobine egualmente distanziate ci si convince che è:

$$1 - \alpha > \beta - \gamma \quad 1 - \beta > \alpha - \gamma$$

I quattro termini 1 , α , β , γ giacciono infatti, in funzione della distanza assiale tra la prima bobina e le altre, in una curva del tipo di quella di fig. 11.

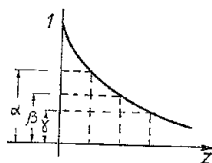


Fig. 11.

È dunque $I_c < I$. Si può però constatare che sarebbe anche possibile disporre le bobine in modo tale da dar luogo ad una corrente di circolazione infinita.

Questo esempio mostra come la corrente di circolazione possa venire calcolata nell'ipotesi di resistenza nulla, e come bastino piccole dissimmetrie nella disposizione delle bobine per far variare entro ampi limiti i valori delle correnti di circolazione.

Se il solenoide risulta costituito da un grande numero di bobine, i calcoli, se pur concettualmente semplici, divengono praticamente sempre più laboriosi. Occorre infatti calcolare dapprima i coefficienti di auto e mutua induzione delle diverse bobine (2). Occorre poi risolvere dei sistemi di equazioni algebriche il cui numero è tanto più elevato quanto maggiore è il numero delle bobine.

2) CALCOLO DELLE PERDITE PER CORRENTI PARASSITE.

I) La sezione della piattina sia rettangolare con i lati a e b disposti come in fig. 12.

Sia B_r il valore efficace della componente radiale dell'induzione e B_a quello della componente assiale. Si scelgano due assi cartesiani come indicato in fig. 12.

Si vuol calcolare la densità di corrente parassita G_a indotta dalla B_a . Si riconosce subito che G_a è funzione di x e non di y e che, date le condizioni di simmetria, è

$$G_a(x) = -G_a(-x).$$

Si ha allora:

$$\omega B_a x = \rho G_a(x)$$

da cui:

$$G_a(x) = \frac{\omega B_a x}{\rho}$$

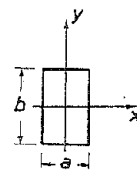


Fig. 12.

In modo analogo si ricava la $G_r(y)$ indotta dalla B_r , ottenendo:

$$G_r(y) = \frac{\omega B_r y}{\rho}$$

Si ha così in ogni punto:

$$G(x, y) = G_a(x) + G_r(y) = \frac{\omega}{\rho} [B_a x + B_r y]$$

Elevando a quadrato:

$$(16) \quad G^2(x, y) = \frac{\omega^2}{\rho^2} [B_a^2 x^2 + B_r^2 y^2 + 2 B_a B_r x y]$$

La potenza perduta per correnti parassite in un tratto di piattina lungo l diviene:

$$P = \rho l \int_a \int_b G^2(x, y) dx dy.$$

Si riconosce facilmente che il terzo addendo della (16) dà un integrale nullo se esteso all'intera sezione.

Attraverso facili passaggi si ottiene dunque:

$$P = \frac{\omega^2}{12 \rho} v (B_a^2 a^2 + B_r^2 b^2)$$

dove v = volume di piattina.

(2) Per questi calcoli può essere utile il volume di F. W. GROWER: *Inductance Calculations*, Van Nostrand, New York, 1946.

Le perdite possono così venire valutate sommando quelle dovute a B_a e quelle dovute a B_r .

II) *Determinazione di B_a .* — Sia R un raggio generico e z la quota rispetto alla mezzeria del solenoide. Il valore di $B_a(R, z)$ in ogni punto può essere approssimativamente valutato in base alle considerazioni che seguono.

Si ammetta che $B_a(R, z)$ sia così esprimibile:

$$B_a(R, z) = B(O, O) f(R) \varphi(z)$$

dove $f(R)$ e $\varphi(z)$ valgono 1 per $R = z = 0$ e sono ≤ 1 per R o $z \neq 0$. Ciò equivale a porre B_a massima per $R = z = 0$ e la distribuzione radiale indipendente dalla quota z . Occorre determinare $B(O, O)$, $f(R)$ e $\varphi(z)$.

Per $f(R)$ sembra lecito stabilire la seguente espressione:

$$f(R) = 1 \quad \text{per } 0 \leq R \leq R_i$$

$$f(R) = \frac{R_e - R}{R_e - R_i} \quad \text{per } R_i \leq R \leq R_e$$

dove R_i ed R_e sono rispettivamente i raggi interno ed esterno del solenoide; si suppone dunque che B_a sia costante, ad una data quota z , per $R \leq R_i$ e che decresca linearmente sino a zero per R variabile tra R_i ed R_e .

Per la determinazione di $B(O, O)$ occorre riferirsi alle bobine centrali del solenoide (26 esima e 27 esima); siano z_1, z_2, \dots, z_{52} le quote delle mezzerie delle 52 bobine.

Per le quote z_{26} o z_{27} si può ammettere che $\varphi(z)$ valga 1 e dunque che $B_a(R, z)$ sia praticamente coincidente con $B_a(R, O)$. Trascurando le cadute ohmiche, si può allora scrivere, per la bobina 26 esima:

$$V = \omega \Phi_N(z_{26}) =$$

$$= \omega N(z_{26}) B_a(O, O) \left[\pi R_i^2 + \int_{R_i}^{R_e} \left(\frac{R_e - R}{R_e - R_i} \right)^2 2 \pi R dR \right]$$

In questa espressione la sola incognita è $B_a(O, O)$ che può essere così determinata. Si ponga:

$$A = \pi R_i^2 + \int_{R_i}^{R_e} \left(\frac{R_e - R}{R_e - R_i} \right)^2 2 \pi R dR$$

si ha:

$$V = \frac{4615}{2} = 2307 \text{ V}$$

$$\omega = 126$$

$$N(z_{26}) = 141$$

$$R_e = 1,07 \text{ m}$$

$$R_i = 0,37 \text{ m}$$

da cui:

$$A = 1,2$$

Si ottiene infine: $B_a(O, O) = 0,11 \text{ Wb/m}^2$.

È ora possibile determinare $\varphi(z)$. Per ogni bobina la tensione applicata è infatti la medesima e si può dunque scrivere:

$$N(z) \varphi(z) = N(z_{26})$$

da cui:

$$\varphi(z) = \frac{N(z_{26})}{N(z)}$$

$\varphi(z)$ ha così un andamento inversamente proporzionale al numero di spire $N(z)$ della bobina la cui mezzeria è alla quota z . $N(z)$ è una funzione che può variare solo

per numeri interi e, come si può constatare dalla tabella III, ha un andamento irregolare e non simmetrico per le due metà del solenoide. Si può però fare la media delle spire per le due metà e cercare di approssimare la funzione $1/N(z)$ con una espressione analitica. Si ammetta di poter scrivere:

$$\varphi(z) = 1 - k z^x$$

Si ha:

$$k z^x = \frac{N(z) - N(z_{26})}{N(z_{26})}$$

e, passando ai logaritmi:

$$x + \frac{\lg k}{\lg z} = \frac{1}{\lg z} \lg \frac{N(z) - N(z_{26})}{N(z_{26})}$$

In fig. 13 si sono riportati i valori di

$$\frac{1}{\lg z} \cdot \lg \frac{N(z) - N(z_{26})}{N(z_{26})}$$

in funzione delle quote di ciascuna bobina. Dopo alcuni tentativi ci si è convinti che i valori di x e k che più ap-

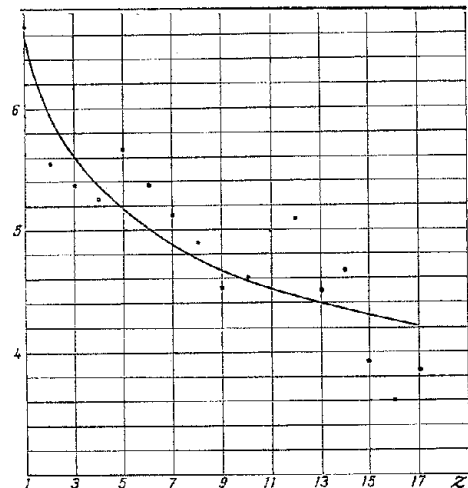


Fig. 13.

$$\bullet \quad \frac{1}{\lg z} \lg \frac{N(z) - N(z_{26})}{N(z_{26})}$$

$$= x + \frac{\lg k}{\lg z} \quad \text{con } x = 3,8 ; k = 0,6$$

prossimano i punti dati sono $x = 3,8$ e $k = 0,6$ (si veda la curva di fig. 13). Si ha così:

$$\varphi(z) = 1 - 0,6 z^{3,8}$$

ed infine:

$$B_a(R, z) = 0,11 (1 - 0,6 z^{3,8}) \quad \text{per } 0 \leq R \leq R_i$$

$$B_a(R, z) = 0,11 \frac{R_e - R}{R_e - R_i} (1 - 0,6 z^{3,8}) \quad \text{per } R_i \leq R \leq R_e$$

III) *Determinazione di B_r .* — I valori assunti dalla componente radiale B_r dell'induzione si ottengono facilmente una volta noto l'andamento di B_a . Si deve infatti avere che per ogni quota z e raggio R la diminuzione del flusso assiale attraverso il cerchio di raggio R per uno spostamento assiale dz , è uguale al flusso radiale che esce attraverso la superficie infinitesima $2\pi R dz$.

La componente radiale dell'induzione è dunque data da:

$$B_r = - \frac{d \Phi (R, z)}{d z} \frac{1}{2 \pi R}$$

dove:

$$\Phi (R, z) = \int_0^R B_a (R, z) 2 \pi R d R.$$

Si ottiene, attraverso facili calcoli, la seguente espressione di B_r :

$$B_r (R z) = 4 z^{2,8} \left(-2,98 R^2 + 4 R - \frac{0,08}{R} \right)$$

IV) *Determinazione delle perdite.* — Noti i valori delle componenti assiale e radiale dell'induzione si possono valutare le perdite mediante la (15) che va integrata in tutto il volume di ingombro del solenoide. Evidentemente il risultato andrà poi moltiplicato per un coefficiente di stipamento che tenga conto dell'effettivo volume di rame. Si sono ottenuti, così procedendo, i valori delle perdite riportati nel testo.

Manoscritto pervenuto il 27 gennaio 1960