

Laboratori Nazionali di Frascati

LNF-60/33 (29. 7. 60)

G. Barbiellini: DISLOCAZIONI NEL RETICOLO DI UN CRISTALLO DI  
SILICIO ESPOSTO AL FASCIO DI BREMSSTRAHLUNG DEL SINCROTRO  
NE DI FRASCATI.

Nota interna: n° 45.  
29 Luglio 1960

G. Barbiellini: DISLOCAZIONI NEL RETICOLO DI UN CRISTALLO DI SILICIO ESPOSTO AL FASCIO DI BREMSSTRAHLUNG DEL SINCROTRONE DI FRASCATI.

Riassunto.

Si considerano gli effetti dei fotoni di alta energia (da qualche MeV fino a 1000 MeV) nell'attraversamento del reticolo di un monocristallo di silicio. Si deduce una sezione d'urto per dislocazione di un atomo dal reticolo da parte dei quanti gamma e si valuta il numero delle dislocazioni avvenute dopo un'esposizione di circa 100 ore corrispondenti a  $1,37 \cdot 10^{13}$  quanti equivalenti per  $\text{cm}^2$  della superficie del cristallo.

E' stato assunto il massimo valore dell'intensità del sincrotrone ( $\approx 10^{11}$  q.eq/minuto) e si è considerato il cristallo posto a 10 metri dalla sorgente sull'asse del cono di bremsstrahlung. Il cristallo ha diametro piccolo rispetto alla sezione del fascio di bremsstrahlung.

Il numero di atomi dislocati diviso il numero di atomi presenti risulta dopo il passaggio di  $1,37 \cdot 10^{13}$  q.eq/ $\text{cm}^2$  pari a  $7 \cdot 10^{-8}$ .

La sezione d'urto per dislocazione di un atomo dal reticolo risulta quindi di circa  $5 \cdot 10^{-21}$   $\text{cm}^2/\text{atomo q.eq.}$

1) Probabilità di dislocazione di un atomo del reticolo cristallino.

Nei calcoli delle sezioni d'urto per dislocazioni di solito si suppone che un atomo del reticolo cristallino venga dislocato ogni qualvolta l'atomo riceve un'energia maggiore di un certo valore  $E_d$ .  $E_d$  viene definita energia di dislocazione.

Quando un atomo del reticolo riceve un'energia  $E$  la probabilità che questo sia dislocato è dunque rappresentata da una funzione  $P(E)$  che ha l'andamento di fig. 1

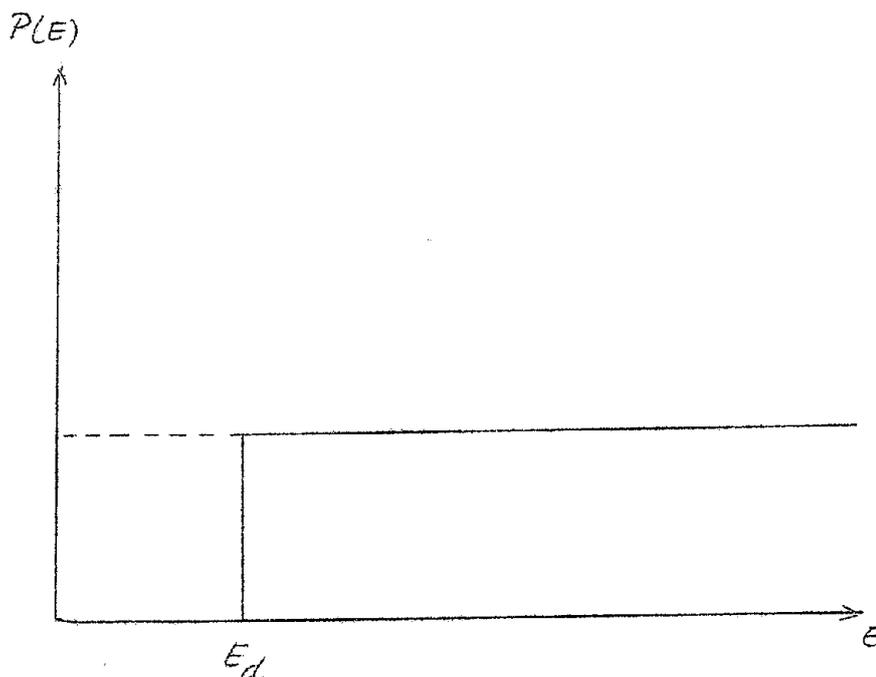


FIG. 1

2) Perdite di energia dei fotoni attraverso la materia.

I principali fenomeni che subiscono i quanti gamma nella materia sono:

- 1) Effetto fotoelettrico
- 2) Effetto Compton

## 3) Produzione di coppie:

Le dislocazioni degli atomi del reticolo da parte del fascio  $\gamma$  si producono nella seguente maniera: i fotoni provocano nell'interno della targhetta un flusso di elettroni (fotoelettroni, elettroni Compton, coppie di elettroni) i quali interagendo con il campo coulombiano del nucleo cedono all'atomo energia provocando così una o più dislocazioni.

Nel caso della produzione di coppie la dislocazione può essere provocata anche dall'interazione diretta del quanto  $\gamma$  con il nucleo, infatti l'energia corrispondente al momento di rinculo del nucleo può essere maggiore dell'energia di dislocazione  $E_d$ .

Il fascio  $\gamma$  che si considera è ottenuto mediante produzione di bremsstrahlung da elettroni di 1000 MeV, in targhetta di tantalio. La maggior parte dell'energia trasportata dal fascio è dovuta a fotoni energetici ( $E \geq 10$  MeV). Considereremo pertanto l'effetto fotoelettrico trascurabile rispetto all'effetto Compton e alla produzione di coppia.

3) Dislocazioni provocate per effetto Compton.

Per valutare le dislocazioni generate dai  $\gamma$  per effetto Compton si calcola il flusso  $\bar{J}_e(E, E_\gamma)$  degli elettroni Compton generati da fotoni di energia  $E_\gamma$  nello interno del cristallo, si moltiplica poi questo flusso per la sezione d'urto di dislocazione degli atomi nell'urto atomo-elettrone.

Nelle ipotesi fatte la sezione d'urto per dislocazione da elettroni è semplicemente l'integrale della sezione d'urto per perdita di energia compresa tra  $E$  e  $E + dE$ , dovuta all'interazione dell'elettrone con il campo del nucleo, l'integrale va esteso tra i limiti  $E_d$  e  $E_{max}$  (massima energia trasferibile).

Il numero delle dislocazioni provocate da fotoni

di energia  $E_\gamma$  per secondo e per  $\text{cm}^3$  del materiale sarà quindi

$$(1) \quad R_d^c = \int_{E_t}^{E_{\max}} n_0 \sigma_d(E) \Phi_{\beta}^c(E, E_\gamma) dE$$

Con

$E_t$  = minima energia di un elettrone in grado di produrre una dislocazione

$n_0$  = numero di atomi per  $\text{cm}^3$  del cristallo.

$\sigma_d(E)$  = sezione d'urto per dislocazione da elettroni

$\Phi_{\beta}^c(E, E_\gamma)$  = flusso degli elettroni Compton di energia  $E$  generati da fotoni di energia  $E_\gamma$ .

Il numero totale di dislocazioni provocate dagli elettroni Compton  $N_{cl}^c$  si ricava integrando  $R_d^c(E_\gamma)$  sulla variabile  $E_\gamma$ .

Per ottenere l'espressione di  $\Phi_{\beta}^c(E, E_\gamma)$  si procede come di seguito.

Un flusso monocromatico di fotoni  $\Phi_\gamma$  genera nell'interno del cristallo un numero di elettroni per  $\text{cm}^3$  e per sec e con energia  $E$  dato da

$$(2) \quad \Phi_\gamma \int n_0 \sigma_c(E, E_\gamma)$$

dove

$$\sigma_c(E, E_\gamma) = \text{sezione d'urto Compton}$$

Il numero di elettroni che nell'interno del cristallo passano da energie  $E$  a valori inferiori è

$$(3) \quad \Phi_\gamma \int \sigma_c(E, E_\gamma) \left(-\frac{dE}{dx}\right)$$

per la conservazione del numero totale di elettroni si deve avere:

$$(4) \quad \frac{d}{dE} \left[ \Phi_\gamma \int \sigma_c(E, E_\gamma) \left(-\frac{dE}{dx}\right) \right] = \Phi_\gamma n_0 \sigma_c(E, E_\gamma)$$

e integrando con la condizione  $\Phi_{\beta}(E_{max}, E_{\gamma}) = 0$  si ha

$$(5) \quad \Phi_{\beta}(E, E_{\gamma}) = n_0 \left(-\frac{dE}{dx}\right)^{-1} \int_E^{E_{max}} \Phi_{\gamma} \sigma_c(E', E_{\gamma}) dE'$$

Introducendo nell'integrale della (5) l'espressione della sezione d'urto Compton  $\sigma_c(E, E_{\gamma})$  (1) ed eseguendo l'integrazione su  $E'$  si ottiene

$$(6) \quad \Phi_{\beta}(E, E_{\gamma}) = \sigma_0 n_0 \left(\frac{dE}{dx}\right)^{-1} E_{\gamma} \Phi_{\gamma} \left\{ f \ln \frac{E_{\gamma} - E_{max}}{E_{\gamma} - E} + \right. \\ \left. + l(E_{max} - E) - \frac{1}{2E_{\gamma}^2} (E_{max}^2 - E^2) + s \frac{E_{max} - E}{E_{\gamma} - E} \right\}$$

con

$$f = \frac{-\gamma'^2 + 2\gamma' + 2}{\gamma'^2} \quad ; \quad l = \frac{1}{E_{\gamma}} \left(\frac{\gamma' + 1}{\gamma'}\right)^2 \quad ;$$

$$s = \frac{E_{\gamma}}{\gamma'^2 (E_{\gamma} - E_{max})} \quad ; \quad \gamma' = \frac{E_{\gamma}}{mc^2} \quad ; \quad \sigma_0 = \frac{\pi r_0^2 z mc^2}{E_{\gamma}^2}$$

La formula della perdita di energia per unità di percorso  $(dE/dx)$  usata nei calcoli numerici è

$$(7) \quad -\frac{dE}{dx} \begin{cases} = 2\pi e^4 n_0 z L \left[ \frac{1 + E/mc^2}{E} \right] & E \leq 18 \text{ MeV} \\ = n_0 E \sigma_{rad} & E \geq 18 \text{ MeV} \end{cases}$$

dove  $L$  è un coefficiente numerico il cui valore è circa 10 e

$$\sigma_{rad} = \frac{r_0^2 z^2}{137} \left[ 4 \ln \left( 183 z^{-\frac{1}{3}} \right) + \frac{2}{9} \right]$$

è la sezione d'urto per irraggiamento nell'approssimazione estremo relativistica (2).

I valori di  $\Phi_{\gamma}(E_{\gamma})$  sono stati ricavati da alcuni calcoli eseguiti da Sona (3).

4) Sezione d'urto di dislocazione da elettroni

Dalla conoscenza del flusso di elettroni nell'interno del cristallo si risale al numero di dislocazioni per  $\text{cm}^3$  e per sec moltiplicando il flusso per la sezione d'urto di dislocazione da elettroni e per  $n_0$ , integrando tale prodotto per i valori dell'energia degli elettroni.

I limiti di integrazione sono

$$E_t = \left( -\frac{2m}{M} + \sqrt{\frac{4m^2}{M^2} + \frac{2m}{M} \frac{E_d}{mc^2}} \right) \frac{Mc^2}{2}$$

minima energia che deve avere un elettrone per produrre una dislocazione.

$$E_{max} = \frac{2E_\gamma}{mc^2 + 2E_\gamma}$$

massima energia degli elettroni Compton generati da fotoni di energia  $E_\gamma$ .

$M$  rappresenta la massa di un atomo del cristallo

L'espressione della sezione d'urto di dislocazione da elettroni in funzione della loro energia è

$$(8) \quad \sigma_d(E) = \frac{\pi z^2 e^4 (E + mc^2)^2}{E^2 (E + 2mc^2)^2} \left\{ \varepsilon - 1 - \frac{E + 2mc^2}{(E + mc^2)} \ln \varepsilon \right. \\ \left. \frac{\pi \alpha \sqrt{E(E + 2mc^2)}}{E + mc^2} [2(\varepsilon^{\frac{1}{2}} - 1) - \ln \varepsilon] \right\}$$

con

$$\alpha = \frac{z^2 e^2}{\hbar c} \quad \varepsilon = \frac{2m}{M} \frac{E}{mc^2} \frac{E + 2mc^2}{E_d}$$

Per valori dell'energia  $E \geq 10 mc^2$  nel caso del silicio vale la seguente formula asintotica della sezione d'urto di dislocazione da elettroni

$$(9) \quad \tilde{\sigma}_d = \frac{8\pi a_h^2 z^2 R_h^2}{E_d mc^2}$$

Con

$$a_h = \frac{h^2}{4\pi^2 mc^2} = 5,29 \cdot 10^{-9} \text{ cm}$$

$R_h = 13,54$  ev energia di Rydberg per l'idrogeno.

L'integrazione del prodotto  $\tilde{\Phi}_3(E, E_x) \tilde{\sigma}_d$  è stata eseguita numericamente per vari valori di  $E$ .

I risultati degli integrali  $n_0 \int_{E_L}^{E_{max}} \tilde{\Phi}_3 \tilde{\sigma}_d dE$  presentati in tabella 1 sono stati riportati in grafico in funzione di  $E$ .

L'area racchiusa dalla curva congiungente i punti e dall'asse delle  $E$  rappresenta il numero di dislocazioni per  $\text{cm}^3$  e per secondo  $N_d^e$  prodotte nel cristallo di silicio dal fascio di bremsstrahlung del sincrotrone di Frascati per il solo effetto Compton

$$N_d^e = \int R_d^c(E_x) dE_x = 5,13 \cdot 10^8 \frac{\text{atomi}}{\text{cm}^3 \text{ sec}}$$

Nella tabella 1 sono riportati anche i valori della sezione d'urto di dislocazione da fotoni per il solo effetto Compton.

### 5) Nuclei dislocati da fotoni nella produzione di coppie di elettroni.

Un fotone che dà origine a una coppia di elettroni può provocare la dislocazione di un nucleo in due maniere:

- 1) per rinculo del nucleo
- 2) per urto di un nucleo con uno degli elettroni della coppia

La dislocazione per il processo 1) avviene quando l'energia cinetica corrispondente al momento di rinculo del

TABELLA 1

$E_{\gamma}$ (MeV)	$\Phi_{\gamma} \frac{\text{fotoni}}{\text{cm}^2 \text{ sec}}$	$E_m$ (MeV)	$R_d \frac{\text{atomi}}{\text{cm}^3 \text{ sec}}$	$\sigma_d^r \text{ cm}^2$
1	24,3 $10^7$	0,80	6,25 $10^6$	0,51 $10^{-24}$
2	12,2 ' "	1,77	9,92 ' "	1,61 ' "
3	9,03 ' "	2,76	13,2 ' "	2,90 ' "
4	6,07 ' "	3,76	11,8 ' "	3,86 ' "
5	4,87 ' "	4,76	11,5 ' "	4,67 ' "
6	4,06 ' "	5,75	10,9 ' "	5,33 ' "
7	3,47 ' "	6,75	10,8 ' "	5,89 ' "
8	3,19 ' "	7,75	10,3 ' "	6,39 ' "
9	2,69 ' "	8,75	9,47 ' "	6,87 ' "
10	2,44 ' "	9,75	9,62 ' "	7,82 ' "
20	1,21 ' "	19,75	6,96 ' "	11,41 ' "
50	0,48 ' "	49,75	2,87 ' "	11,91 ' "
100	0,23 ' "	99,75	1,11 ' "	9,54 ' "
150	0,15 ' "	149,75	0,58 ' "	7,87 ' "
200	0,11 ' "	199,75	0,36 ' "	6,73 ' "
300	0,06 ' "	299,75	0,18 ' "	5,36 ' "

nucleo, nel cui campo è avvenuta la produzione della coppia, è maggiore dell'energia di dislocazione  $E_d$ .

Le dislocazioni prodotte nel processo 1) si ottengono moltiplicando il numero totale di fotoni incidenti sul cristallo per la probabilità che essi hanno di generare una coppia nel campo di un nucleo, con trasferimento di impulso maggiore di un valore  $Q_d$ .

Se consideriamo un fascio di fotoni di energia  $E_{\gamma}$  il numero di dislocazioni che avvengono in questo processo è dunque:

$$(10) \quad R_d^{\gamma}(E_{\gamma}) = n_0 \Phi_{\gamma} \int_{Q_d}^{Q_{max}} P(Q, E_{\gamma}) dQ$$

dove

$Q_d$  = momento in unità 2 mc corrispondente ad un'energia trasferita al nucleo pari ad  $E_d$

$Q_m$  = momento massimo trasferito al nucleo (in unità 2 mc) nella produzione di una coppia di energia totale E

$P(Q, E_{\gamma})$  = funzione di distribuzione dei magneti di rinculo.

La  $P(Q, E_{\gamma})$  è stata calcolata da Luttinger e Slotnik (4) e soddisfa la seguente condizione.

$$(11) \quad \int_{Q_{min}}^{Q_{max}} P(Q, E_{\gamma}) dQ = \sigma_p(E_{\gamma})$$

dove

$Q_{min}$ ,  $Q_{max}$  rappresentano il minimo e il massimo momento (unità 2 mc) trasferiti al nucleo.

Nella tabella 2 sono riportati per vari valori di E le dislocazioni per  $cm^3$  e per sec che avvengono nel cristallo di silicio quando i fotoni del fascio producono una coppia nel campo del nucleo, con cessione di un momento maggiore di  $Q_d$ .

Il numero delle dislocazioni totali  $N_d^{\gamma}$  che avvengono in questo processo è stato calcolato per via grafico e si è ottenuto

$$N_d^{\gamma} = 2,39 \cdot 10^7 \frac{\text{atomi}}{cm^3 \text{ sec}}$$

6) Dislocazioni provocate dai fotoni convertiti in coppie di elettroni nell'interno del monocristallo.

Nel considerare il flusso di elettroni prodotti nell'interno del cristallo nel processo della creazione di coppie possiamo trascurare le perdite di energia nell'inter

TABELLA 2

$E_V$	$V$ (MeV)	$\Phi_Y$	$\sigma_d^r$	$R_d^r$
4		$6,07 \cdot 10^7$	$6,77 \cdot 10^{-26}$	$2,07 \cdot 10^5$
10		2,38 '	16,5 '	1,98 '
16		1,50 '	17,3 '	1,30 '
30		0,80 '	24,3 '	1,00 '
40		0,61 '	24,3 '	0,74 '
50		0,48 '	28,0 '	0,66 '
100		0,23 '	52,0 '	0,60 '
200		0,11 '	70,2 '	0,38 '
300		$6,50 \cdot 10^5$	77,5 '	0,25 '
400		4,56 '	80,9 '	0,19 '
500		3,46 '	82,0 '	0,14 '
600		3,08 '	83,7 '	0,13 '
700		2,37 '	84,9 '	0,10 '
800		2,09 '	85,4 '	0,09 '
900		1,89 '	86,0 '	0,08 '

no del monocristallo, essendo lo spessore della targhetta piccolo in confronto al range medio degli elettroni di alta energia. Trascurando le perdite di energia il flusso  $\Phi_p(E, E_f)$  degli elettroni generati in coppia nell'interno del cristallo dopo uno spessore  $dx$  diviene semplicemente:

$$(12) \quad \Phi_p(E, E_f) = \Phi_Y n_0 \sigma_p(E, E_f) dx$$

dove

$\sigma_p(E, E_f)$  = sezione d'urto per produzione di una coppia con un ramo di energia compresa tra  $E$  ed  $E + dE$ .

Procedendo ora in maniera analoga a quanto fatto per le dislocazioni dagli elettroni Compton si ha

$$(13) \quad R_d^N = \Delta x \int_{E_t}^{E_{max}} n_0^2 \Phi_Y \sigma_p(E, E_f) \sigma_d(E) dE$$

dove

$E_m = E_\gamma - 2mc^2$  rappresenta la massima energia di un elettrone della coppia. Nella risoluzione dell'integrale che compare nella (13) consideriamo la  $\sigma_p(E, E_\gamma)$  costante nel tratto di valori di  $E$  tali che,  $0,05 \leq E/(E_\gamma - 2mc^2) \leq 0,95$  e nulla fuori di questo intervallo. Il valore della costante si calcola tenendo conto che l'area del rettangolo che ha per base l'intervallo di valore  $0,05 \leq E/(E_\gamma - 2mc^2) \leq 0,95$  e per altezza la costante deve essere uguale a  $\sigma(E_\gamma)$  sezione d'urto totale per produzione di coppie, si ricava quindi:

$$\sigma_p(E, E_\gamma) \begin{cases} = \frac{\sigma(E_\gamma)}{0,90} \\ = 0 \end{cases} \quad \begin{aligned} 0,05 &\leq \frac{E}{E_\gamma - 2mc^2} \leq 0,95 \\ \frac{E}{E_\gamma - 2mc^2} &< 0,05 \quad \frac{E}{E_\gamma - 2mc^2} < 0,95 \end{aligned}$$

Considerando lo spessore del cristallo  $\Delta x$  pari a 0,1 cm sono stati riportati in tabella 3 i valori di  $R_d^h$  in funzione di  $E_\gamma$ .

Il numero di dislocazioni per  $\text{cm}^3$  e per secondo provocate nel cristallo dai fotoni del fascio convertiti in coppie è stato calcolato per via grafica ottenendo

$$N_d^h = 1,008 \cdot 10^{11} \frac{\text{atomi}}{\text{cm}^3 \text{ sec}}$$

E' da notare che le dislocazioni prodotte dalla coppia di elettroni si ottengono dalle dislocazioni di un solo ramo della coppia moltiplicate per 2.

Sommando a  $N_d^h$  i precedenti contributi alla dislocazione totale si trova

$$N_d = N_d^c + N_d^r + N_d^h = 1,013 \cdot 10^{11} \frac{\text{atomi}}{\text{cm}^3 \text{ sec}}$$

TABELLA 3

$E_{\gamma}$ (MeV)	$\sigma \frac{k}{d} \text{ cm}^2$	$\frac{dR_d}{dx} \frac{\text{atomi}}{\text{cm}^3 \text{ sec}} \cdot \text{cm}^{-1}$	$R_d \frac{\text{atomi}}{\text{cm}^3 \text{ sec}}$
3	$2,01 \cdot 10^{-25}$	$8,90 \cdot 10^6$	$8,90 \cdot 10^5$
4	5,37 †	14,38 †	14,38 †
5	8,72 †	19,32 †	19,32 †
6	12,94 †	26,28 †	26,28 †
7	16,6 †	28,8 †	28,8 †
8	23,4 †	37,4 †	37,4 †
9	28,1 †	38,0 †	38,0 †
10	33,8 †	41,4 †	41,4 †
20	107,2 †	65,6 †	65,6 †
30	187,2 †	75,2 †	75,2 †
40	287,0 †	86,4 †	86,4 †
50	388,0 †	93,4 †	93,4 †
100	954 †	110,6 †	110,6 †
200	$219 \cdot 10^{-24}$	117,4 †	117,4 †
300	343 †	112,4 †	112,4 †
400	$47,4 \cdot 10^{-23}$	109 †	$109,1 \cdot 10^5$
500	60,3 †	105 †	105 †
600	73,6 †	103 †	103 †
700	85,7 †	102 †	102 †
800	98,5 †	104 †	104 †
900	111 †	105 †	105 †
950	118 †	106 †	106 †
995	132 †	38 †	38 †

Il numero di dislocazioni per  $\text{cm}^3$  e per sec diviso per il numero di atomi in un  $\text{cm}^3$  del cristallo da un ordine di grandezza degli effetti provocati nel reticolo cristallino dall'irraggiamento

$$\frac{N_d}{n_0} = 2 \cdot 10^{13} \text{ sec}^{-1}$$

Per un'esposizione del cristallo di circa 100 ore al fascio gamma corrispondenti a  $7,2 \cdot 10^{13}$  q.eq/ $\text{cm}^2$ , il numero di atomi dislocati diviso il numero di atomi presenti è  $7,2 \cdot 10^{-8}$ , il cristallo non subisce quindi modificazioni apprezzabili.

I calcoli precedenti sono stati effettuati assumendo  $E_d$  pari a 13 e.v.

Riportiamo appresso in grafico un confronto tra le sezioni d'urto per dislocazioni da fotoni in un cristallo di silicio assumendo i valori di  $E_d$  pari a 13; 15 e 30 e.v.

Per i valori di  $E_d$  pari a 15 e 30 e.v. i calcoli sono stati eseguiti in maniera alquanto diversa da Julius Cahn (5).

La precedente stima del numero delle dislocazioni avvenute nel reticolo del cristallo esposto al fascio di bremsstrahlung del Sincrotrone di Frascati non tiene conto degli effetti nucleari.

Bibliografia

- (1) - H.A. Bethe, J. Ashkin - Experimental Nuclear Physics  
Vol. 1.
- (2) - Heitler, Quantum Theory of Radiation
- (3) - G. Sona: Esperienze con l'Elettrosincrotrone, II. INFN.  
(Sezione Acceleratore) pg. 22
- (4) - R. Jost, Lutting Slotnick: Distribution of Recoil Nu-  
cleus in Pair Production by Photons - Phys. Rev. 80,  
189, (1950)
- (5) - Julius Cahn: Irradiation Damage in Germanium and Sili-  
con due to Electrons and Gamma Rays - Journal of Ap-  
plied Physics - 30, n°8, 1310, (1959).

