

Laboratori Nazionali di Frascati

LNF-60/10 (11. 4. 60)

S. Costa, R. Evangelisti: TEORIA E CALCOLO DELL'OTTICA PER UNA
COPPIA DI QUADRUPOLI.

Nota interna: n° 32
11 Aprile 1960

Costa S.^(x) e Evangelisti R.: TEORIA E CALCOLO DELL'OTTICA PER
UNA COPPIA DI QUADRUPOLI.

Riassunto

Nella presente nota si espongono i risultati dei calcoli eseguiti per progettare l'ottica di un sistema di lenti magnetiche atto a focalizzare a distanza opportuna un fascio di β^- da 100 MeV proveniente dal Sincrotrone dell'Istituto di Fisica dell'Università di Torino.

1 - Introduzione

Il principio della 'strong focusing' magnetica può essere sfruttato per focalizzare fasci rettilinei di particelle cariche basandosi sul fatto che, quando uno di questi fasci attraversa un sistema costituito da due lenti magnetiche ruotate l'una rispetto all'altra di $\pi/2$ e aventi ciascuna azione focalizzante e defocalizzante su piani sfasati

^(x) dell'Istituto di Fisica dell'Università di Torino

rispettivamente di 90° , L'effetto globale del sistema risulta essere di focalizzazione purchè i parametri siano scelti in modo opportuno.

Una coppia di lenti magnetiche con siffatte caratteristiche è quella formata da due quadrupoli, ciascuno dei quali ha poli alternativamente nord e sud (v. fig. 1), allineati e ruotati l'uno rispetto all'altro di $\pi/2$. Le superfici polari sono foggiate a iperboli equilatera, onde il campo bidimensionale esistente nel traferro ha gradiente costante e le sue componenti lungo gli assi x e y sono:

$$(1) \quad \begin{cases} B_x = Ky \\ B_y = Kx \end{cases}$$

L'equazione che esprime il gradiente misto k in funzione di quantità misurabili è la seguente (v. app. A):

$$(2) \quad K = \frac{3.2 \pi n I}{d^2} \text{ gauss cm}^{-1} \quad (I \text{ in Amp; } d \text{ in cm})$$

dove n è il numero delle spire per polo, e d la minima distanza tra poli omonimi. Le linee di induzione sono la famiglia di iperboli di equazione $x^2 - y^2 = \cos \phi$.

In tali condizioni un elettrone che attraversi il sistema di lenti subirà un'azione dapprima divergente e poi convergente, o viceversa, a seconda del piano in cui è contenuta la sua traiettoria.

Il requisito essenziale di un tale sistema è la possibilità di realizzare la doppia focalizzazione (nel seguito DF) cioè quella particolare disposizione ottica

per cui gli elettroni vengono focalizzati tutti alla stessa distanza dal secondo quadrupolo, indipendentemente dal piano meridiano cui appartiene la traiettoria all'ingresso del I° quadrupolo. Avendo fissato la distanza oggetto e le caratteristiche geometriche dei quadrupoli, esiste un unico valore della distanza immagine a cui si può ottenere la DF, e questo in corrispondenza ad una opportuna scelta dei gradienti di campo nei due quadrupoli. Nel caso particolare di lenti otticamente e geometricamente uguali, la distanza a cui si ha DF è uguale alla distanza oggetto. (a meno di piccoli scarti prodotti da imperfezioni costruttive).

Prevedendo le esigenze di sperimentazione una distanza immagine molto maggiore della distanza oggetto, ed essendo inoltre quest'ultima fissata da condizioni di laboratorio in circa 80 cm, non è possibile prendere in esame una tale soluzione.

E' necessario quindi rinunciare alla simmetria delle due lenti per quel che riguarda o il loro spessore o il gradiente di campo: si è preferito seguire questa seconda via, ritenendo sia in tal modo più agevole un'eventuale messa a punto del sistema ottico in sede sperimentale attraverso regolazione del rapporto fra le correnti nelle due lenti.

2- Traiettoria degli elettroni nel sistema formato da due quadrupoli.

Introducendo un sistema di coordinate cartesiane

con l'asse z coincidente con l'asse dei due quadrupoli, le traiettorie degli elettroni, la cui sorgente sia posta nell'origine delle coordinate, sono sostanzialmente diverse a seconda che le si consideri nel piano xz oppure nel piano yz . Limitandoci ad una sorgente di elettroni puntiforme, due di queste traiettorie sono sommariamente schematizzate in fig. 2. Analiticamente, trascurando gli effetti di carica spaziale e della gravità, le equazioni delle traiettorie si ricavano come segue: le forze agenti sugli elettroni sono nulle fuori dei due quadrupoli, mentre nell'interno di questi, rappresentati con rettangoli in fig. 2, è attiva la forza di Lorentz

$$(3) \quad m\vec{a} = -\frac{e}{c} \vec{V} \wedge \mathbf{B}$$

(m =massa relativistica in gr., e in ues, \mathbf{B} in gauss)

Il sistema delle tre eq. diff. scalari derivato dalla (3) è del tipo:

$$(3') \quad \begin{cases} \ddot{x} = \alpha x \dot{z} \\ \ddot{y} = -\alpha y \dot{z} \\ \ddot{z} = -\frac{1}{2} \alpha \left[\frac{d}{dt} (x^2 - y^2) \right] \end{cases} \quad \alpha = \omega \sin t = \frac{ek}{mc}$$

dove i punti indicano derivate rispetto al tempo. È possibile integrare il sistema (3) per serie, ma con scarsa utilità pratica.

Nell'approssimazione di Gauss, ponendo cioè

$$V = V_z \simeq C \quad (C = \text{velocità della luce})$$

il sistema (3') diventa semplicemente

$$(4) \quad \begin{cases} \ddot{x} = \frac{ekV_z}{mc} x \\ \ddot{y} = -\frac{ekV_z}{mc} y \end{cases}$$

E' possibile, tenendo conto che $\dot{z} = V_z = \text{cost}$, e-
liminare il tempo dallo (4); infatti

$$\begin{cases} \ddot{y} = \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} \dot{z}^2 + \frac{\partial y}{\partial z} \ddot{z} = y'' V_z^2 \\ \ddot{x} = x'' V_z^2 \end{cases}$$

Pertanto le eq. diff. delle traiettorie nel primo
quadrupolo sono

$$(5) \quad \begin{cases} x'' = \omega_1^2 x \\ y'' = -\omega_1^2 y \end{cases}$$

dove $\omega_1^2 = K_1 / B^2$ (K_1 in gauss/cm⁻¹, B in gauss. cm
e quindi ω_1^2 in cm⁻²) e l'indice 1 significa trattarsi
del primo quadrupolo.

Il sistema (5) ammette le soluzioni

$$(6) \quad \begin{cases} x = x_0 \cosh \omega_1 z + (x'_0 / \omega_1) \sinh \omega_1 z \\ x' = x_0 \omega_1 \sinh \omega_1 z + x'_0 \cosh \omega_1 z \end{cases}$$

$$(6') \quad \begin{cases} y = y_0 \cos \omega_1 z + (y'_0 / \omega_1) \sin \omega_1 z \\ y' = -y_0 \omega_1 \sin \omega_1 z + y'_0 \cos \omega_1 z \end{cases}$$

essendo x_0 e x'_0 rispettivamente la distanza dall'asse z e la pendenza della traiettoria dell'elettrone quando entra nel primo quadrupolo. Analogamente per y_0 e y'_0 .

Come si vede dalle (6) e (6'), la prima lente ha effetto focalizzante per gli elettroni che si muovono nel piano (y, z) e defocalizzante per quelli nel piano (x, z) . Nello spazio libero da campo magnetico fra le due lenti, le traiettorie sono rettilinee, mentre nella seconda lente esse sono ancora rappresentate dalle (6) e (6') dove si cambi x in y e ω_1 in ω_2 .

Adottando il ben noto delle matrici, è comodo interpretare le (6) e (6') nel senso che, nello spazio 'punto-tangente', il 'punto' $\begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{pmatrix}$ viene trasformato dalla prima lente, di lunghezza L , nel 'punto' $\begin{pmatrix} x_1 \\ x'_1 \end{pmatrix}$ secondo la

$$(7) \quad \begin{pmatrix} x_1 \\ x'_1 \end{pmatrix} = \phi_1 \begin{pmatrix} x_0 \\ x'_0 \end{pmatrix} \quad \text{dove} \quad \phi_1 = \begin{pmatrix} \cosh \omega_1 L & \frac{1}{\omega_1} \sinh \omega_1 L \\ \omega_1 \sinh \omega_1 L & \cosh \omega_1 L \end{pmatrix}$$

$$|\phi_1| = 1$$

Analogamente

$$(8) \quad \begin{pmatrix} y_1 \\ y'_1 \end{pmatrix} = \psi_1 \begin{pmatrix} y_0 \\ y'_0 \end{pmatrix} \quad \text{essendo} \quad \psi_1 = \begin{pmatrix} \cos \omega_1 L & \frac{1}{\omega_1} \sin \omega_1 L \\ -\omega_1 \sin \omega_1 L & \cos \omega_1 L \end{pmatrix}$$

$$|\psi_1| = 1$$

La matrice per il tratto di lunghezza a compreso fra le due lenti, è evidentemente

$$(9) \quad \Theta = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

in quanto quivi le traiettorie sono rettilinee.

Poichè la seconda lente agisce semplicemente nel senso di operare le sostituzioni

$$\phi_1 \rightarrow \psi_2 \quad \psi_1 \rightarrow \phi_2$$

si ha in definitiva alla fine della seconda lente,

$$(10) \quad \begin{pmatrix} x_2 \\ x_2' \end{pmatrix} = X_{12} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_0' \end{pmatrix}$$

$$(10') \quad \begin{pmatrix} y_2 \\ y_2' \end{pmatrix} = Y_{12} \begin{pmatrix} y_0 \\ y_0' \end{pmatrix}$$

Le matrici X_{12} e Y_{12} , i cui elementi indicheremo rispettivamente con h_{ik} e e_{ik} , valgono

$$(11) \quad X_{12} = \psi_2 \Theta \phi_1 \quad |X_{12}| = 1$$

$$(11') \quad Y_{12} = \phi_2 \Theta \psi_1 \quad |Y_{12}| = 1$$

In appendice B sono date per esteso le espressioni di e_{ik} e h_{ik} .

3 - Ottica elettronica

Indichiamo con p la distanza dell'oggetto (sorgente di β^2) dal piano d'ingresso della prima lente; con q_x e

q_y le distanze dal piano d'uscita della seconda lente a cui si ha focalizzazione rispettivamente nel piano (xz) e (yz) (v. fig. 2 a) e b). Allora:

$$(12) \quad \left\{ \begin{array}{l} \mu = x_0/x'_0 = y_0/y'_0 \\ q_x = -x_2/x'_2 \\ q_y = -y_2/y'_2 \end{array} \right.$$

Tenendo conto delle (10) e (10'), si ha

$$(13) \quad q_x = - \frac{h_{11}\mu + h_{12}}{h_{21}\mu + h_{22}}$$

$$(13') \quad q_y = - \frac{e_{11}\mu + e_{12}}{e_{21}\mu + e_{22}}$$

Le (13) e (13') sono le equazioni dei punti coniugati rispetto al sistema dei due quadrupoli.

A questo punto prendiamo in esame separatamente le proprietà ottiche del sistema nei due piani caratteristici, xz e yz. Iniziando dal secondo, la forma consueta dell'equazione dei punti coniugati è:

$$(14) \quad \frac{1}{\mu + P_y} + \frac{1}{q_y + Q_y} = \frac{1}{F_y}$$

avendo indicato con P_y la distanza dal primo piano principale dal piano d'ingresso della prima lente, con Q_y la distanza del secondo piano principale dal piano di uscita del

la seconda lente e con F_y la distanza focale riferita al secondo piano principale.

Considerando che la (13') e la (14) sono la stessa equazione si ricava, essendo $|Y_{12}| = 1$

$$(15) \begin{cases} F_y = -\frac{1}{e_{21}} \\ P_y = (e_{22} - 1)/e_{21} \\ Q_y = (e_{11} - 1)/e_{21} \end{cases}$$

Le stesse considerazioni valgono per il piano xz , e pertanto si avrà similmente

$$(15') \begin{cases} F_x = -\frac{1}{h_{21}} \\ P_x = (h_{22} - 1)/h_{21} \\ Q_x = (h_{11} - 1)/h_{21} \end{cases}$$

4 - Doppia focalizzazione

La condizione di DF è

$$(16) \quad \boxed{q_x = q_y}$$

ovvero tenendo conto dell (13) e (13')

$$(16') \quad (e_{21}h_{11} - e_{11}h_{21})\mu^2 + (h_{12}e_{21} + h_{11}e_{22} - e_{12}h_{21} - e_{11}h_{22})\mu + (h_{12}e_{22} - e_{12}h_{22}) = 0$$

Gli elementi di matrice e_{ik} e h_{ik} sono funzioni complicate (v. app. B) di ω_1 , ω_2 , L , a .

Poichè nel nostro caso interessa, fissati p , L , a , ricavare i valori di ω_1 e ω_2 per cui la (16') è soddi-

sfatta, sviluppando in serie di potenze di ω_1 e ω_2 i vari e_{ik} e h_{ik} , ponendo $\omega_1/\omega_2 = R$ e arrestando lo sviluppo ai termini, ad es., del 4° ordine in ω sotto la ipotesi $\omega L \ll 1$ si avrà

$$(17) \quad \omega_2 = f(R, L, a, \mu)$$

Essendo fissati a priori L , a e p , e facendo variare R nell'intorno del valore $R = 1$, si ottengono valori di ω_2 (e quindi di $\omega_1 = R\omega_2$) per cui si ha DF. Corrispondente a ciascuna coppia di tali valori di ω_1 e ω_2 , la (13) o la (13') danno il valore di $q = q_x = q_y$.

Per tentativi è possibile quindi ottenere il valore di q desiderato.

Esplicitamente, la (17) calcolata come detto sopra, ha la forma

$$(18) \quad [\xi R^4 + \eta R^2 + \varepsilon] \omega_2^4 + [\lambda R^2 + \mu] \omega_2^2 + \nu = 0$$

dove i coefficienti $\xi, \eta, \varepsilon, \lambda, \mu, \nu$ sono funzioni di a, L, p le cui espressioni sono riportati in App. C.

5 - Risultati

La presenza di campo disperso altera i valori di a, L, p, q nel senso che la lunghezza magnetica effettiva di ciascuna lente risulta diversa dallo spessore L per un fattore $\Delta = \Delta(r)$ tale che, per $r > 0$

$$L + \Delta = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} B(r, z) dz}{B(r, 0)} = L_c$$

ove r indica

la distanza del punto dall'asse z ed L_c si definisce come la 'lunghezza efficace del campo'.

Con approssimazione molto scarsa, per valori del rapporto spessore lente - diametro gap tali che $1 < \frac{L}{d} < 1,8$ e per correnti nel magnete comprese fra 200 e 400 ampere, si potrebbe assumere (come risulta da una serie di misure effettuate su diversi quadrupoli) per il fattore di correzione un valore $\Delta = 3 - 4$ cm.

Per una determinazione delle caratteristiche ottiche della lente di gran lunga più precisa è necessario invece eseguire misure magnetiche sul quadrupolo già costruito con spessore L per ottenere sperimentalmente il valore L_c e quindi in base al valore di Δ trovato potere calcolare esattamente gli elementi delle matrici ψ e ϕ di cui a pag. 6, e quindi anche gli h_{ik} ed e_{ik} delle matrici X_{12} e Y_{12} . Detti h_{ik} ed e_{ik} i valori di tali elementi ottenuti in base alla lunghezza efficace di campo L_c e ricalcolati gli elementi cardinali della lente mediante le (15) e (15'), si procede nuovamente come indicato a pag. 10.

Nel nostro caso le esigenze contingenti richiedono approssimativamente

$$p \simeq 80 \text{ cm}$$

$$q \simeq 500 \text{ cm}$$

$$2L + a \sim 40 \text{ cm}$$

$$d = 10 \text{ cm}$$

I risultati riportati nelle figg. 3 + 10 sono stati ottenuti calcolando dapprima col metodo esposto nel §4 una coppia di valori opportuni di ω_1 e ω_2 , e quindi inserendoli insieme con i corrispondenti valori di L, a, d in un calcolatore elettronico di tipo IBM 650.

Il programma per il calcolatore era già stato elaborato dal Dr. A. Turrin sulla base dell'ottica elettronica svolta dal Dr. Sanna.

Tale programma consentiva ogni volta di svolgere i calcoli per un gruppo di 5 valori diversi di ω_2^2 , mantenendo fissi ω_1^2 , L, a e d. Inoltre esso era previsto per una sorgente estesa.

Nel nostro caso si è assunta una sorgente di 0,5 x 1,5 cm.

Nelle figg. 3 + 6 sono riportate curve che, in condizioni di DF, rappresentano p, q, e \mathcal{R}_5 (= angolo solido accettato dal I° quadrupolo) in funzione di ω_2^2 per diversi valori dei parametri L e a.

Le figg. 7 + 10 rappresentano gli ingrandimenti lineari (orizzontale, I_{LO} , e verticale, I_{LV}) che si ottengono corrispondentemente. Come si vede, I_{LO} risulta eccessivo. In fig. 11 è rappresentato l'andamento di I_{LO} e I_{LV} in funzione di a, mantenendo la q e gli spessori delle lenti costanti. Ora, mentre I_{LV} non varia diminuendo a, I_{LO} effettivamente diminuisce, ma non è possibile sfruttare questo fatto per ridurre I_{LO} in quanto i miglioramenti sono di entità piuttosto modesta.

A questo punto, sottoposte ad un attento esame le

esigenze di sperimentazione (necessità di focalizzare un fascio β^- il più possibile puro da γ) e scartate alcune soluzioni che, seppure accettabili sul piano teorico in vista di una riduzione dell'ingrandimento, avrebbero tuttavia in pratica comportato notevoli difficoltà di tipo analitico e aumentato la entità delle aberrazioni inevitabilmente presenti, pur costringendo comunque ad una certa perdita di intensità del fascio, si è pensato a due diverse soluzioni

- 1) Introduzione di un magnete deflettore a basso indice di campo vicino alla coppia di quadrupoli per allontanare il fascio β^- dalla zona interessata dai gamma senza dover a tal fine esigere una distanza immagine di circa 5 m, cosa che intrinsecamente comporta ingrandimenti notevoli.
- 2) Eventuale collimazione del fascio di elettroni all'interno della stessa macchina acceleratrice in modo da limitare l'estensione effettiva della sorgente.

I calcoli in tale nota descritti serviranno quindi di base per la realizzazione della coppia di quadrupoli indipendentemente dalla adozione dell'una e dell'altra soluzione cui si è accennato.

Ringraziamenti

Ringraziamo l'Ing. G. Sacerdoti per il costante incoraggiamento e consiglio ed il Dr. A. Turrin la cui cortesia ci ha consentito di eseguire i calcoli con il calcolatore IBM 650.

APPENDICE A

CALCOLO DEL GRADIENTE MISTO

La formula (2) si ricava semplicemente circuitando il campo H lungo la linea a tratto - punto di fig. 1.

Si ha:

$$H = \frac{1}{\mu_0 \mu} B$$

$$4\pi(2nI) = \oint \vec{H} \times \vec{ds} = \frac{1}{\mu_0} \int_{y_A}^{y_B} B_y dy + \frac{1}{\mu_0 \mu} \int \vec{B} \times \vec{ds}$$

$$4\pi(2nI) = K X_A (y_B - y_A) = K \frac{d^2}{4} \text{ (sistema uem)}$$

$$K = \frac{32\pi n I}{d^2}$$

APPENDICE B
=====

Riportiamo le espressioni degli elementi delle due matrici di trasferimento spazio oggetto - spazio immagine.

Ponendo:

$$\begin{aligned}c_1 &= \cos \omega_1 L & s_1 &= \operatorname{sen} \omega_1 L \\c_2 &= \cos \omega_2 L & s_2 &= \operatorname{sen} \omega_2 L \\C_1 &= \cos h \omega_1 L & S_1 &= \operatorname{sen} h \omega_1 L \\C_2 &= \cos h \omega_2 L & S_2 &= \operatorname{sen} h \omega_2 L\end{aligned}$$

risulta

$$\begin{aligned}h_{11} &= c_2 (c_1 + a \omega_1 s_1) + \frac{\omega_1}{\omega_2} s_2 s_1 \\h_{12} &= c_2 \left(\frac{1}{\omega_1} s_1 + a c_1 \right) + \frac{1}{\omega_2} s_2 c_1 \\h_{21} &= -\omega_2 s_2 (c_1 + a s_1 \omega_1) + c_2 \omega_1 s_1 \\h_{22} &= -\omega_2 s_2 \left(\frac{1}{\omega_1} s_1 + a c_1 \right) + c_2 c_1\end{aligned}$$

e analogamente

$$\begin{aligned}e_{11} &= c_2 (c_1 - a \omega_1 s_1) - \frac{\omega_1}{\omega_2} s_1 s_2 \\e_{12} &= c_2 \left(\frac{1}{\omega_1} s_1 + a c_1 \right) + \frac{1}{\omega_2} c_1 s_2 \\e_{21} &= \omega_2 s_2 (c_1 - a \omega_1 s_1) - \omega_1 s_1 c_2 \\e_{22} &= \omega_2 s_2 \left(\frac{1}{\omega_1} s_1 + a c_1 \right) + c_1 c_2\end{aligned}$$

APPENDICE C

Sviluppando in serie di potenza di ω_1 ed ω_2 gli elementi e_{ik} ed h_{ik} riportati in appendice B, ponendo $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \mathcal{R}$ si giunge alla equazione (18); i coefficienti che compaiono hanno le seguenti espressioni (funzioni di L, p, a).

$$\lambda = \left[\frac{4}{3} L^3 + Lp \left(\frac{7}{2} L + 2p \right) \right] + a \left(\frac{L^2}{2} + pL \right)$$

$$\xi = \left[\frac{1}{2} p^2 L^3 + \frac{1}{24} L^5 + \frac{29}{24} pL^4 \right] + a \frac{L^3}{2} \left(p - \frac{1}{12} L \right)$$

$$\eta = \left[\frac{5}{3} L^5 - \frac{23}{12} pL^4 - \frac{23}{24} p^2 L^3 - \frac{1}{4} pL - \frac{L^2}{2} \right] -$$

$$- a \left[pL^2 + p^2 L^2 + \frac{83}{24} pL^3 - \frac{11}{12} L^4 + \frac{1}{2} p + \frac{5}{4} L \right] -$$

$$- a^2 \left[2pL^2 + \frac{1}{2} - \frac{L^3}{2} \right]$$

$$\mu = \left[-\frac{13}{12} L^2 p - 2 Lp^2 - \frac{16}{3} L^3 \right] - a \left[4pL + \frac{13}{2} L^2 \right] - a^2 2 L$$

$$\Sigma = -\frac{1}{30} L^5 - a \left[\frac{2}{3} L^4 + \frac{p}{6} + \frac{1}{3} L \right] - \frac{1}{6} a^2$$

$$\nu = (p + 2 L) + a$$

Bibliografia

- Courant, Livingston and Snyder, Phys. Rev. 88, 1190(1952)
- J. Lynch - D.J. Zaffarano: tests and analysis of magnetic quadrupole lenses.
- L.C. Teng - Rev. Sci. Inst. 25, 264. (1954)
- L. Smith and R. Gluckstern Rev. Sci. Inst. 26, 220 (1955)
- Sternheimer R.M. - Rev. Sci. Inst. 24, 573 (1953)
- Elmon - Garrett - Mozley - Rev. Sci. Instr. 25, 480 (1954)
- Dayton Shoemaker - Rev. Sci. Instr. 25, 485 (1954)
- Enge Rev. Sci. Inst. 29, 885 (1958)
- Enge - Rev. Sci. Inst. 30, 248 (1959)
- Grivet and Septier : Nuclear Instr. N° 1 (1960).

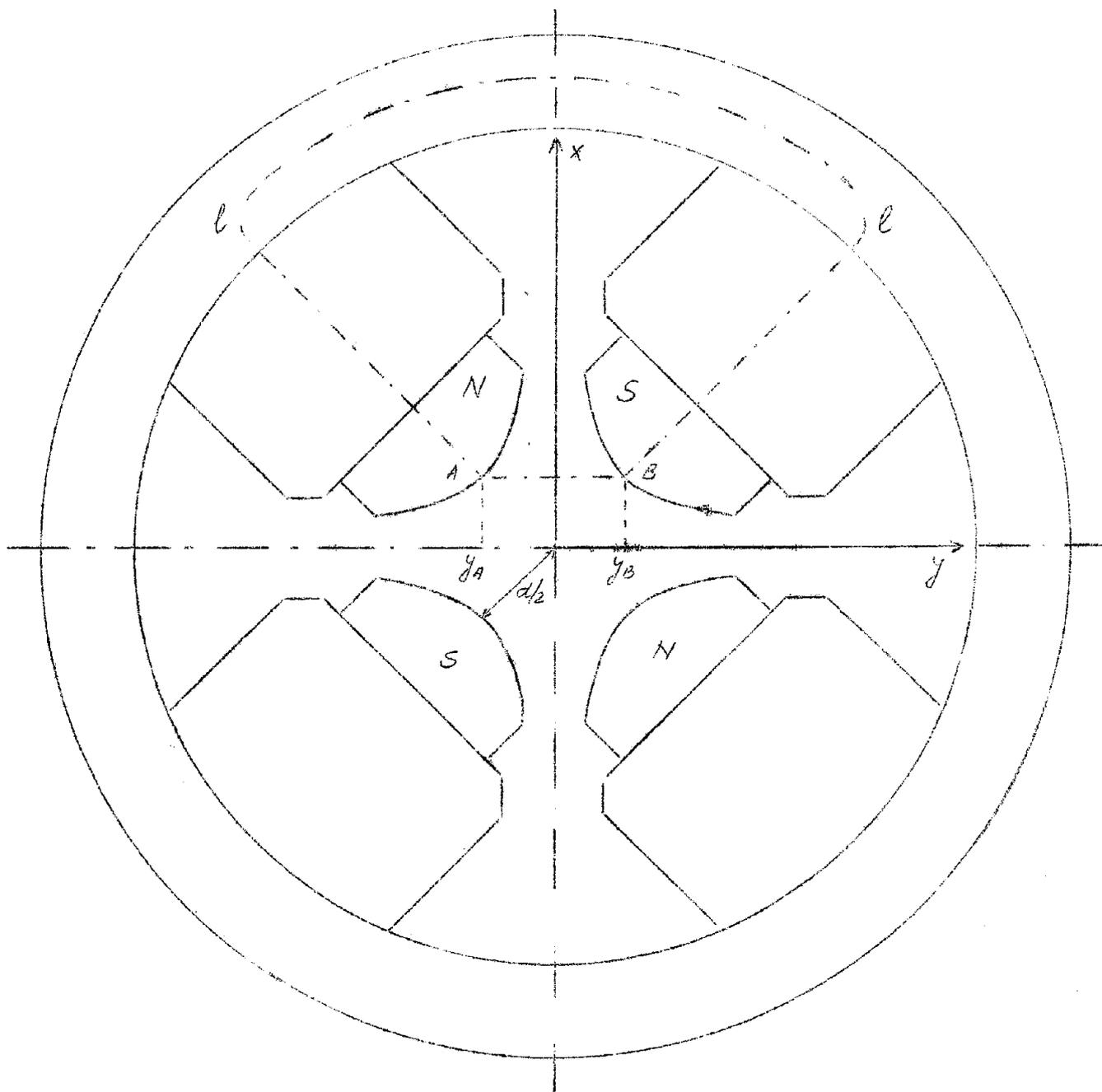


FIG. 1 - VISIONE FRONTALE DEL QUADRUPOLO

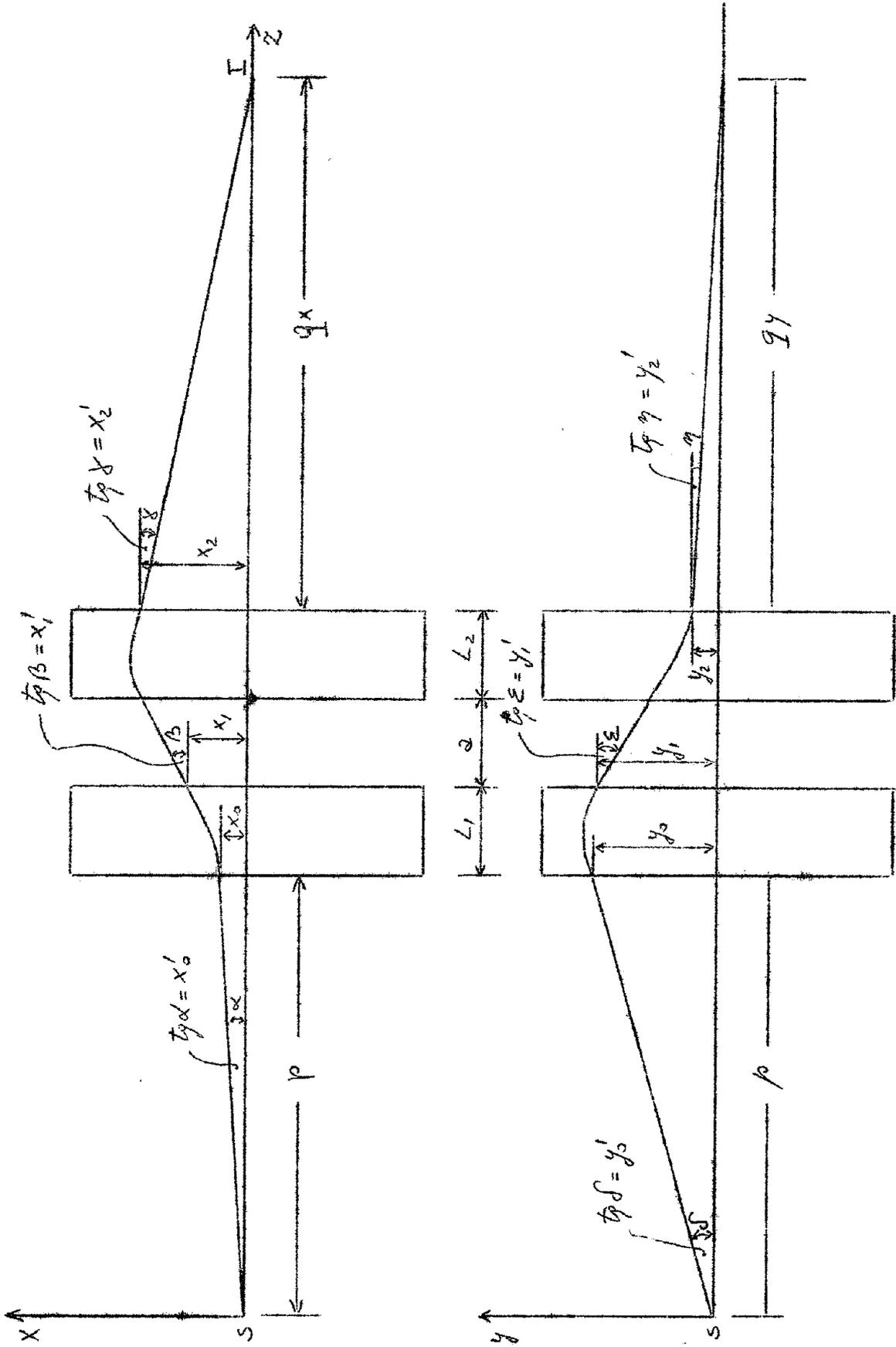


FIG. 2 a) e b) - GRANDEZZE CARATTERISTICHE DELLE TRAIETTORIE NEI PIANI XZ E YZ

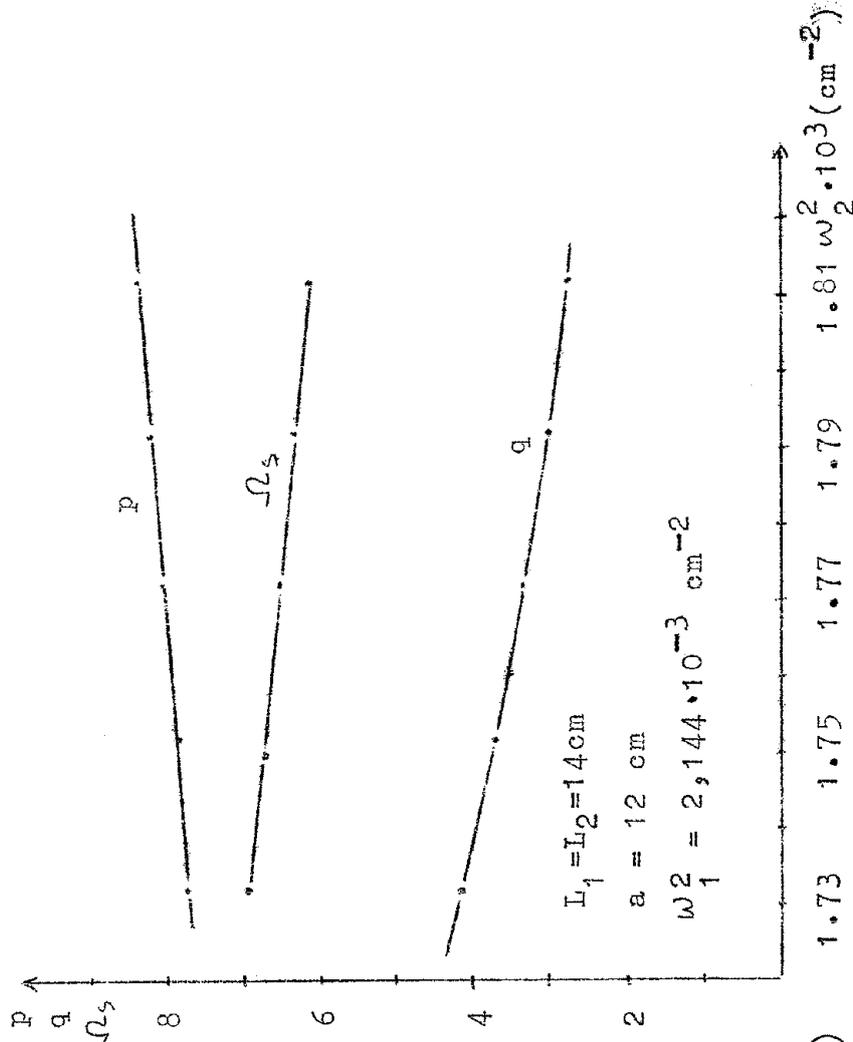
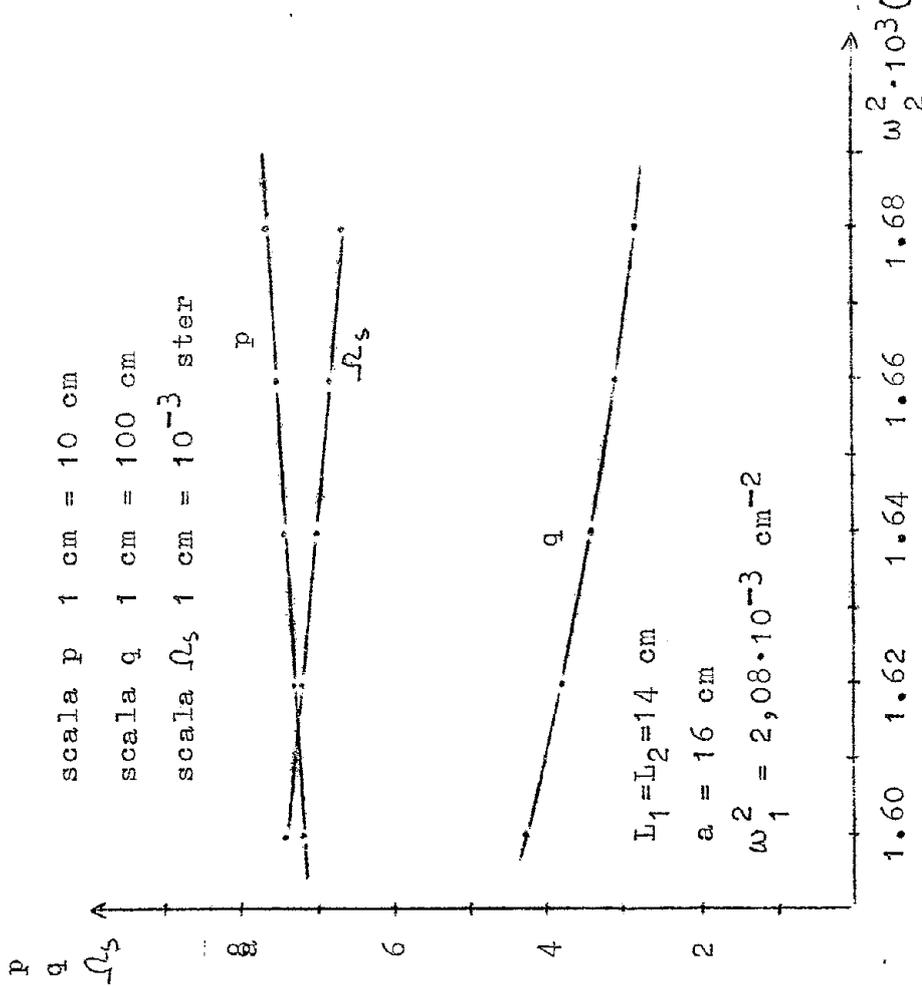


FIG. 3 - FIG. 5 - DISTANZA OGGETTO p, DISTANZA IMMAGINE q E ANGOLO SOLIDO Ω_s ACCETTATO DAL I° QUADRUPOLO IN FUNZIONE DI ω_1^2 PER DETERMINATI VALORI DEI PARAMETRI L_1, L_2, a E ω_1^2 (in condizioni di DF)

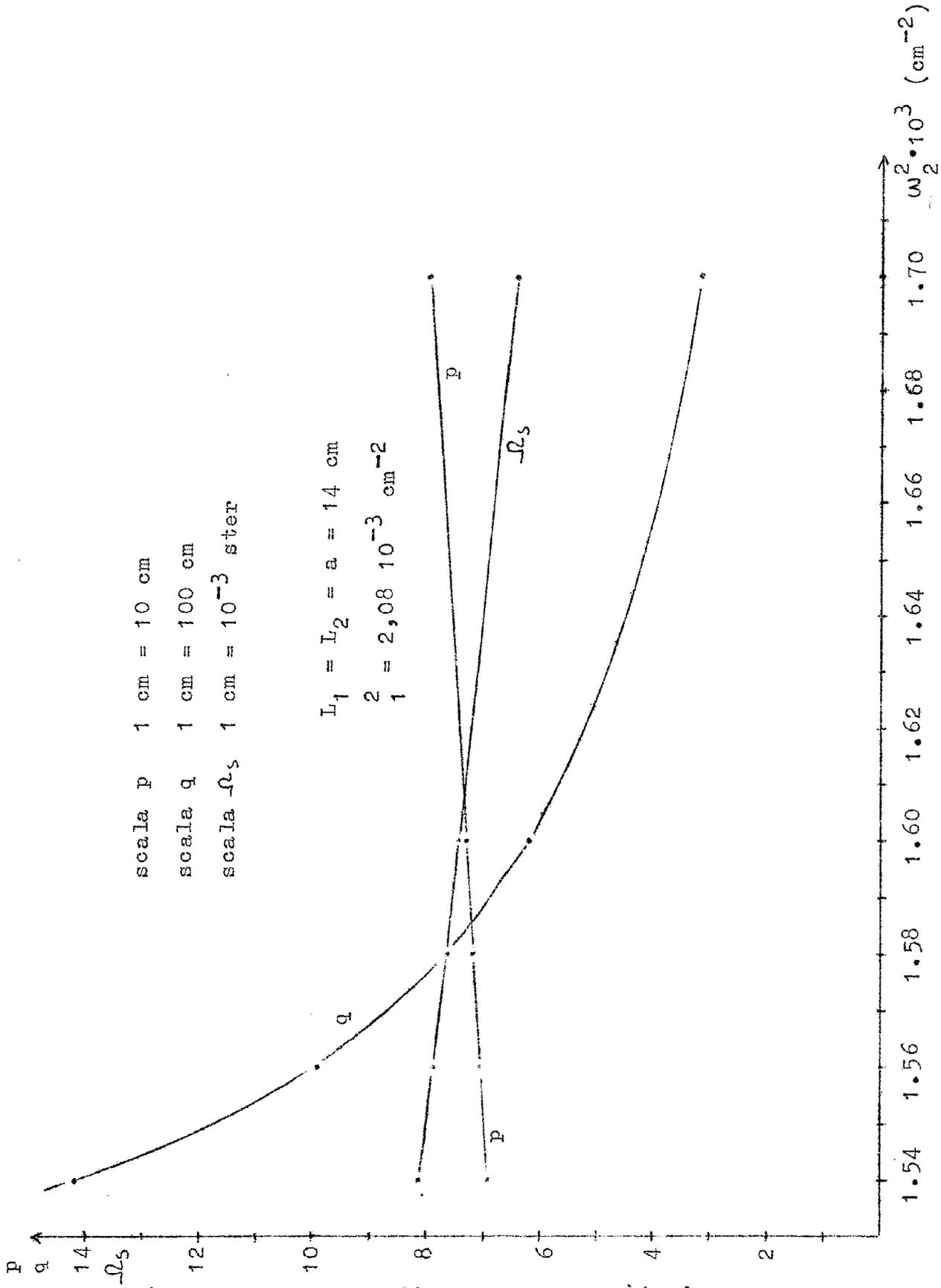


FIG. 4 -- DISTANZA OGGETTO p, DISTANZA IMMAGINE q E ANGOLO SOLIDO Ω_s ACCETTATO DAL I. QUADRUPOLO IN FUNZIONE DI ω_2^2 PER DETERMINATI VALORI DI L_1, L_2, a, ω_1^2 (in condizioni di DF)

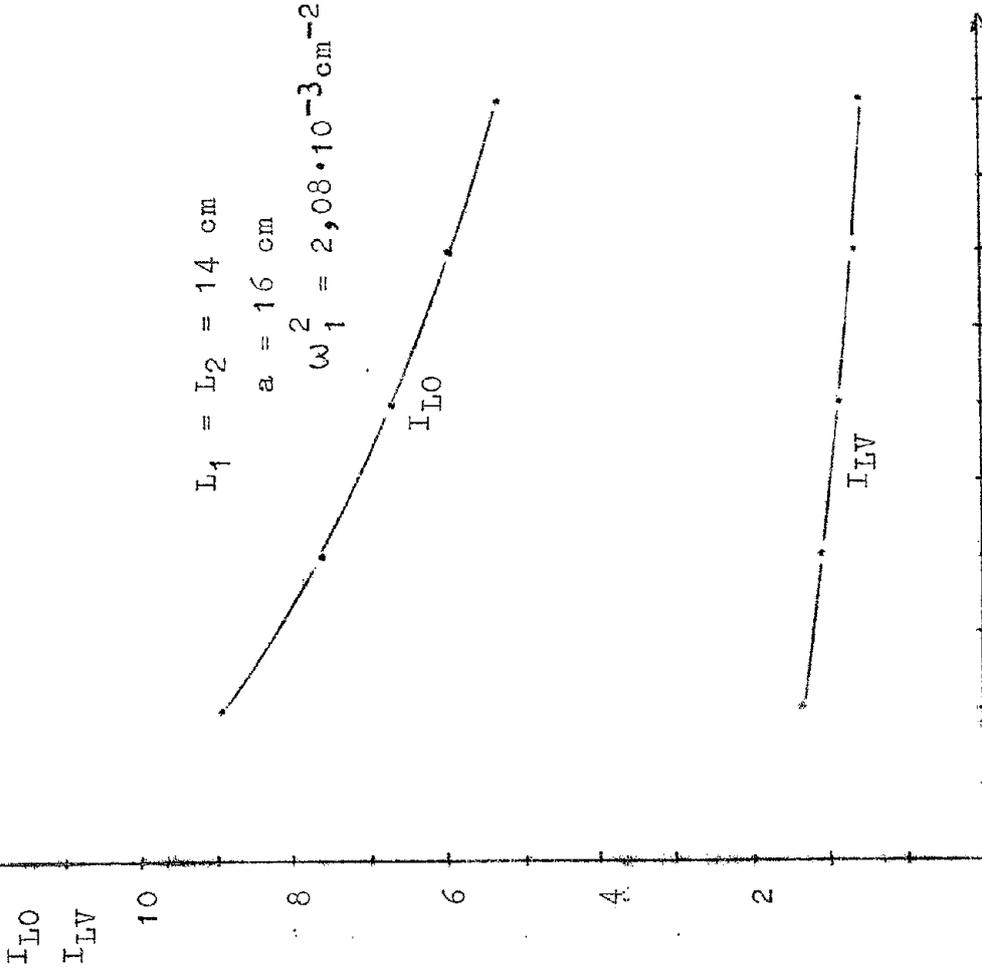


FIG. 7 - INGRANDIMENTI LATERALI ORIZZONTALE (I_{LO}) E VERTICALE (I_{LV}) IN FUNZIONE DI ω_1^2 PER DETERMINATI VALORI DI L_1, L_2, a, ω_1^2 (in condizioni di DF)

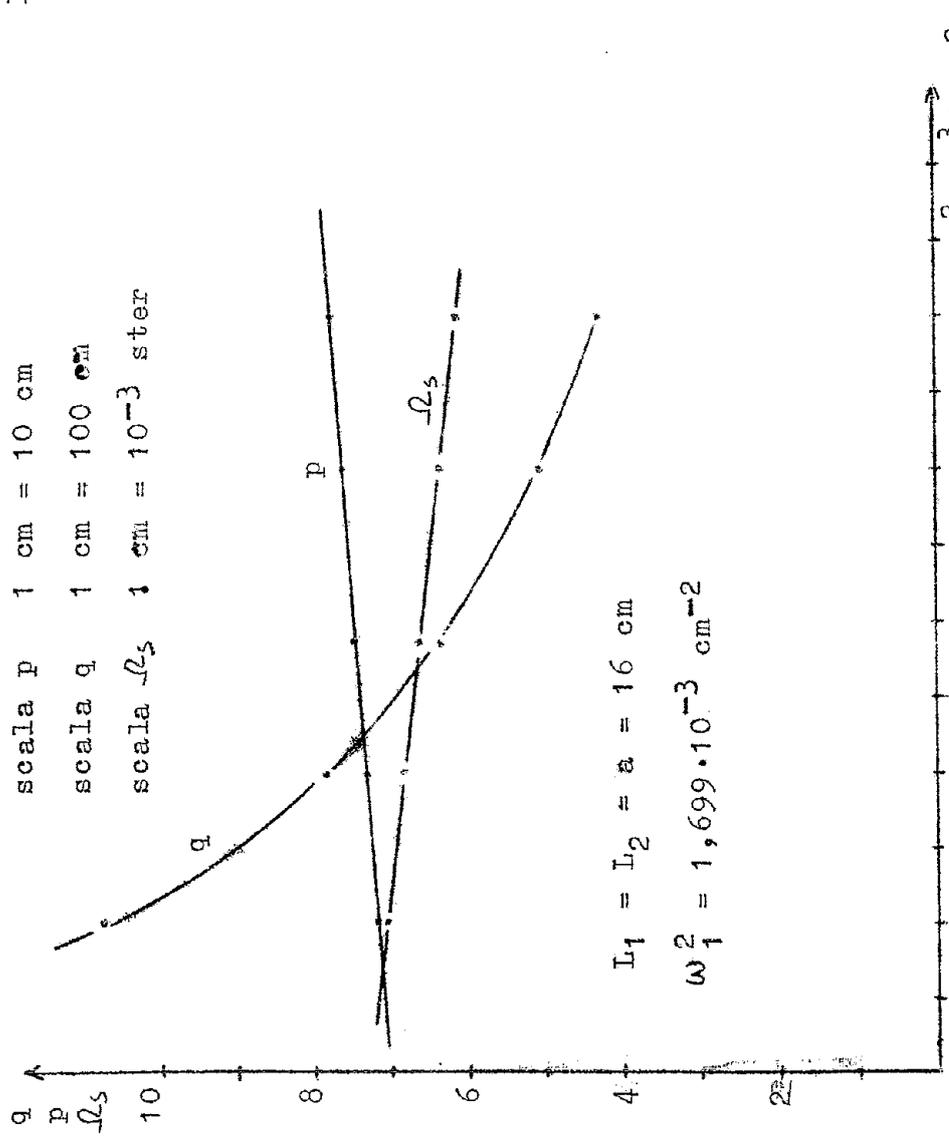


FIG. 6 - DISTANZA OGGETTO p, DISTANZA IMMAGINE q E ANGOLO SOLIDO ρ_s ACCETTATO DAL 1° QUADRUPOLO IN FUNZIONE DI ω_1^2 PER DETERMINATI VALORI DI L_1, L_2, a, ω_1^2 (in condizioni di DF)

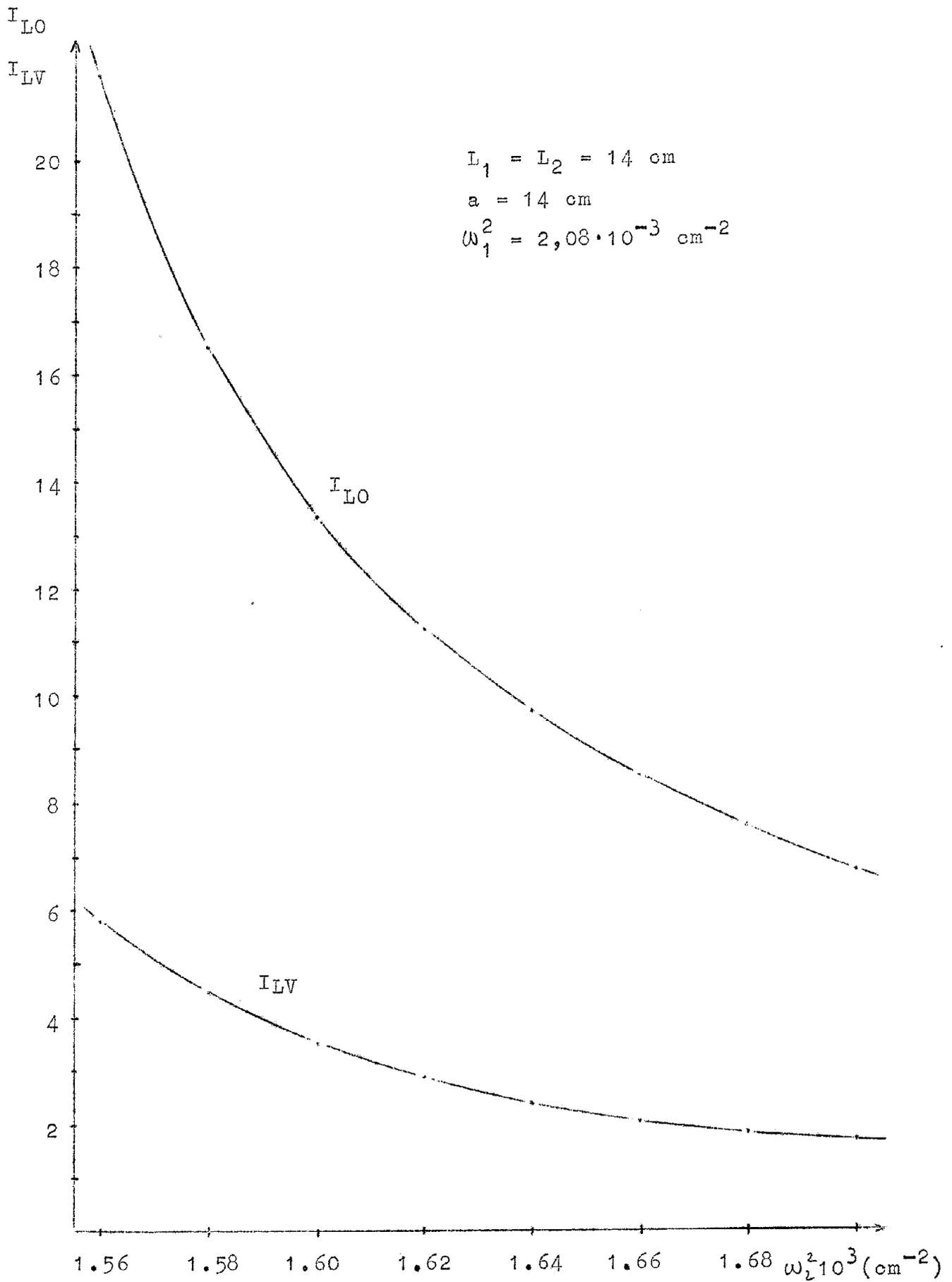


FIG. 8 - INGRANDIMENTI LATERALI ORIZZONTALE (I_{LO}) E VERTICALE (I_{LV}) IN FUNZIONE DI ω_1^2 PER DETERMINARE VALORI DI L_1 , L_2 , a , ω_1^2 (in condizioni di DF)

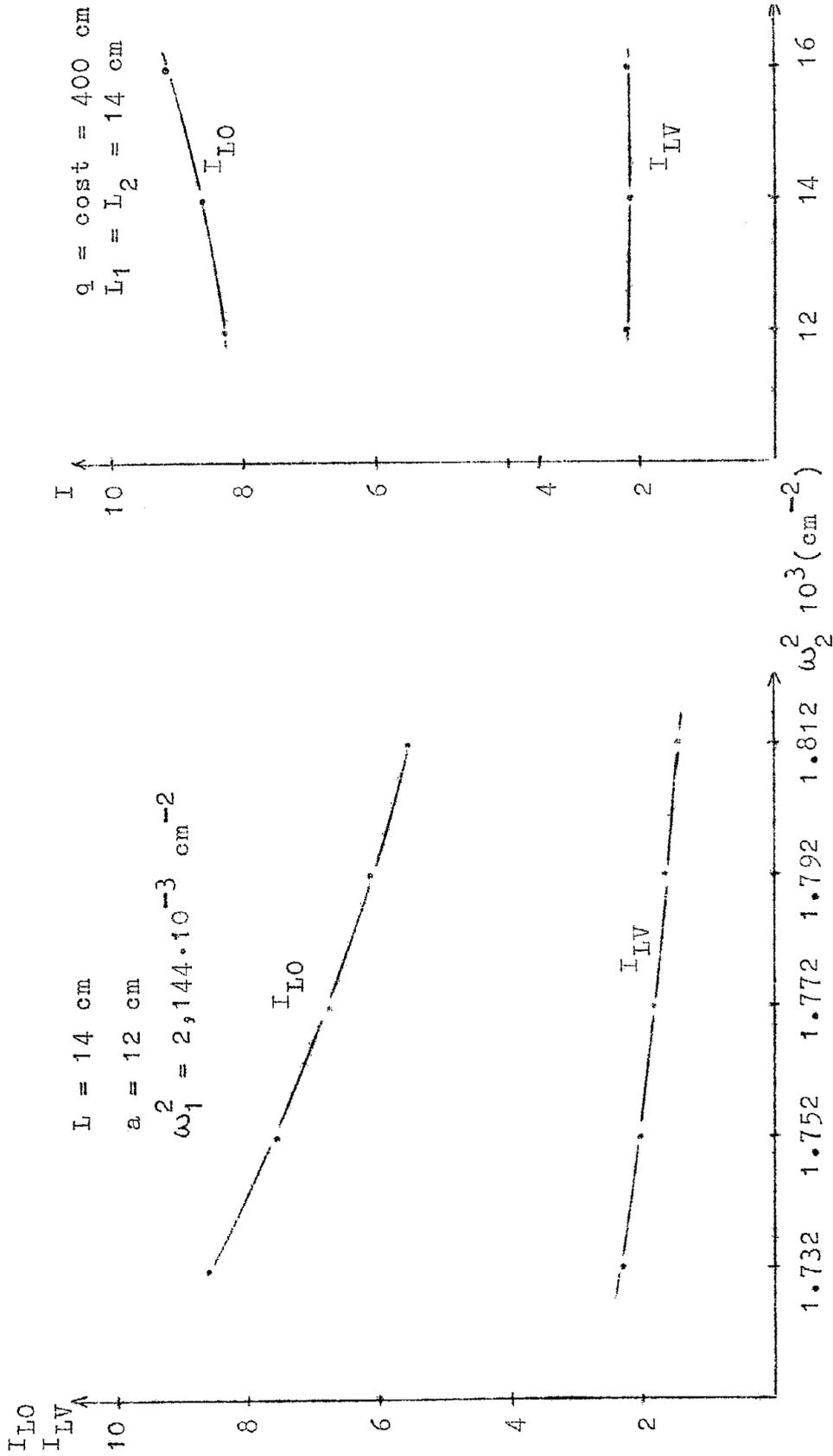


FIG. 2 - INGRANDIMENTI LATERALI ORIZZONTALE (I_{LO}) E VERTICALE (I_{LV}) IN FUNZIONE DI ω_2^2 PER DETERMINATI VALORI DI L_1, L_2, a, ω_1^2 (in condizioni di DF)

FIG. 11 - INGRANDIMENTI LATERALI ORIZZONTALE (I_{LO}) E VERTICALE (I_{LV}) IN FUNZIONE DELLA DISTANZA FRA I DUE QUADRUPLI PER $q=400\text{cm}, L_1=L_2=14\text{cm}$ (in condizioni di DF)

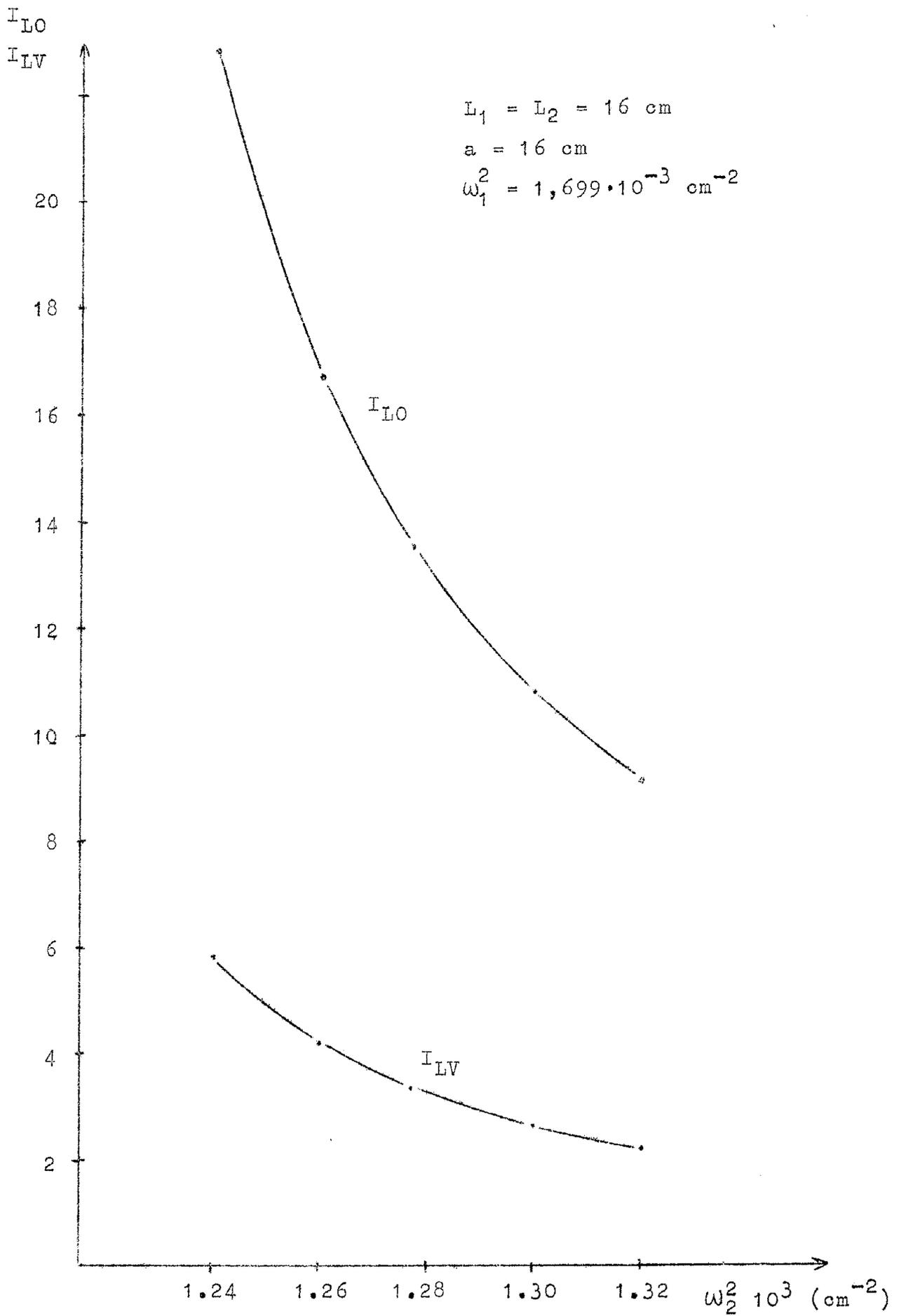


FIG. 10 - INGRANDIMENTI LATERALI ORIZZONTALE (I_{LO}) E VERTICALE (I_{LV}) IN FUNZIONE DI ω_2^2 PER DETERMINATI VALORI DI L_1 , L_2 , a , ω_1^2 (in condizioni di DF)