

Laboratori Nazionali di Frascati

LNF-60/9 (8.4.60)

G. Sacerdoti: PROPOSTA PER UN CICLOTRONE PER ELETTRONI DA
150-800 MeV.

Laboratori Nazionali di Frascati del C.N.R.N.
Servizio Documentazione

Nota interna: n° 31

22 Giugno 1960 (edizione definitiva)

G. Sacerdoti : PROPOSTA PER UN CICLOTRONE PER ELETTRONI DA
150 + 800 MeV.

In questa nota si propone un nuovo tipo di macchina acceleratrice a campo magnetico costante per accelerare elettroni. Date le evidenti analogie con il ciclotrone tale macchina sarà chiamata 'ciclotrone per elettroni'. Nel testo sono descritti i principi di funzionamento di una tale macchina: nell'esempio numerico si riportano i dati di dimensionamento di una macchina di questo tipo. E' riportato un sommario confronto economico e tecnico con altri tipi di macchina, come il sincrotrone e l'acceleratore lineare.

Descrizione del 'ciclotrone per elettroni'

Questa macchina è costituita da una guida d'onda curvata a spirale e posta tra le espansioni polari di un magnete circolare con campo magnetico crescente dal centro alla periferia. (v. fig. 1).

La guida d'onda ha il compito di accelerare gli elettroni, mentre il compito di costringere le particelle a rimanere nella guida d'onda è affidato al campo magnetico e alla sua particolare forma.

Il magnete è diviso in due o quattro settori per potere alimentare sia la guida d'onda, sia le bobine di correzione del campo ad ogni mezzo o quarto di giro.

Ammettendo un valore ben determinato per l'energia che la particella può acquistare per unità di percorso entro la guida d'onda, otteniamo la relazione :

$$\Delta E = 2 \pi R K_1 \quad (1)$$

ove

ΔE = l'energia che la particella acquistata in un giro di spirale

R = raggio medio della spirale

K_1 = energia che la particella può acquistare per unità di lunghezza.

Inoltre per l'equilibrio delle particelle si ha :

$$\Delta E = K_2 \left[\bar{B} \Delta R + R \Delta \bar{B} \right] = K_2 \Delta R \left[\bar{B} + R \frac{\Delta \bar{B}}{\Delta R} \right] \quad (2)$$

ove

ΔR = valore della spiralizzazione della traiettoria

\bar{B} = induzione magnetica sulla traiettoria media

K_2 = coefficiente che lega l'energia cinetica della particella al prodotto tra il raggio di curvatura della traiettoria e l'induzione magnetica.

Dall (1) o (2) si ottiene, sostituendo a $\Delta \bar{B} / \Delta R$ la derivata di \bar{B} rispetto ad R , l'equazione differenziale che lega R a \bar{B} (equaz. 3)

$$C_0 R = \bar{B} + R \frac{d\bar{B}}{dR} \quad (3)$$

ove

$$C_0 = \frac{2\pi K_1}{\Delta R K_2} \quad (3')$$

La soluzione della (3) è data da

$$\boxed{\bar{B} = \frac{C_0}{2} R} \quad (4)$$

Il campo magnetico medio di un ciclotrone per elettroni deve aumentare linearmente dal centro della periferia del magnete se si assume che la variazione di energia per unità di lunghezza di traiettoria è costante.

Il campo magnetico entro la guida deve aumentare localmente in funzione del raggio in modo da ottenere foccheggiamento delle particelle. Se il foccheggiamento è di tipo debole d'andamento di B è il seguente

$$B = \bar{B} \left(1 - \frac{rn}{R}\right) \quad -\frac{\Delta R}{2} < r < \frac{\Delta R}{2}$$

ove R = raggio della spirale.

n = coefficiente di campo compreso tra 0 e 1 il cui valore va scelto tenendo conto da una parte delle proprietà ottiche del sistema in relazione alla lunghezza delle

sezioni diritte ecc..., dall'altra dalla difficoltà delle lavorazioni meccaniche.

r = variazione di raggio rispetto al raggio medio

Calcolo delle oscillazioni di sincrotrone delle particelle

E' importante esaminare il comportamento di una particella che abbia scostamenti di fase rispetto alla fase giusta di accelerazione: il calcolo approssimato delle oscillazioni indotte da piccoli sfasamenti è fatto nelle righe che seguono secondo gli schemi e le semplificazioni ormai classiche in questo genere di problemi [1] [2].

Chiamiamo θ_e l'angolo azimutale della cresta dell'onda migrante per l'accelerazione della particella.

Sarà:

$$d\theta_e = \frac{c dt}{R_0} \quad (6)$$

ove

c = velocità dell'onda (pari alla velocità della luce)

t = tempo

R_0 = raggio medio della curvatura della guida d'onda

Inoltre sarà

$$d\theta_p = \frac{c}{R_0 + r} \cdot t \simeq \frac{c}{R_0} \left(1 - \frac{r}{R_0}\right) dt \quad (7)$$

ove

θ_p = azimut della particella

L'angolo di fase della particella (rispetto all'onda) sarà data da:

$$\begin{aligned} \psi &= \frac{f_v}{f_r} \int d(\theta_p - \theta_0) + \psi_i = - \frac{f_v}{f_r} \frac{c}{R_0^2} \int r dt + \psi_i = \quad (8) \\ &= - \frac{f_v}{f_r} \frac{c}{R_0^2} \int r dt + \psi_0 + \Delta \psi_i \end{aligned}$$

ove

f_v = frequenza dell'onda

f_r = frequenza di rivoluzione della particella

ψ_0 = fase in cui all' "energia giusta", vi è stabilità

$\Delta \psi_i$ = differenza di fase iniziale (all'inizio di un giro) rispetto alla fase giusta.

Chiamiamo

$$\Delta \psi = \Delta \psi_i - \frac{f_v}{f_r} \frac{c}{R_0^2} \int r dt = \Delta \psi_i - \frac{f_v}{f_r} \frac{1}{R_0^2} \int r ds \quad (9)$$

Se indico con \mathcal{E} l'energia della particella e con \mathcal{E}_0 quella che comporterebbe in condizioni di equilibrio otten_{go}

$$\begin{aligned} \Delta \mathcal{E} &= \mathcal{E} - \mathcal{E}_0 = \Delta \mathcal{E}_1 + \int \Delta E ds \simeq \\ &\simeq \Delta \mathcal{E}_1 + \int E_0 \cos \psi_0 \Delta \psi ds \end{aligned} \quad (10)$$

ove $E_0 \sin \psi$ è il campo di accelerazione associato all'onda.

Derivando la equazione (10) rispetto ad s si ottiene

$$\frac{d \Delta \mathcal{E}}{ds} = E_0 \cos \psi_0 \Delta \psi$$

derivando per due volte la (10) tenendo conto della (9) si ottiene

$$\frac{d^2 \Delta \mathcal{E}}{ds^2} = - \frac{f_v}{f_r} \frac{1}{R_0^2} + E_0 \cos \psi_0 \quad (11)$$

D'altro canto se si ammette il carattere adiabatico della oscillazione si può trovare la relazione che lega $\Delta \varepsilon$ a r con la formula

$$\Delta \varepsilon = \varepsilon_0 \left(\frac{r}{R_0} + \frac{\Delta B}{B} \right) = \varepsilon_0 \frac{r}{R_0} (1-n) \quad (12)$$

Dalla (11) e (12) si ottiene la relazione

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta^2 \varepsilon}{ds^2} &= - \frac{f_v}{f_r} \frac{1}{R_0^2} \varepsilon_0 \omega \gamma_0 \frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon_0} \frac{R_0}{(1-n)} = \\ &= - \frac{f_0}{f_r} \frac{\varepsilon_0 \omega \gamma_0}{\varepsilon_0} \frac{\Delta \varepsilon}{(1-n)} \end{aligned} \quad (13)$$

Questa relazione (12) ci dice che con $n < 1$ e $\cos \psi_0 > 0$ le oscillazioni di sincrotrone sono limitate. In relazione all'ampiezza ammessa (in base alla dimensione della guida d'onda) si può risalire ai valori $\Delta \varepsilon$ e $\Delta \psi_i$ accettati. Dalla (13) si ottiene

$$\Delta \varepsilon(s) = A \cos R s + A_2 \sin R s \quad (14)$$

ove:

$$R^2 = \frac{f_v}{f_r} \frac{\varepsilon_0 \omega \gamma_0}{\varepsilon_0} \frac{1}{1-n}$$

A_1, A_2 sono funzioni lineari di $\Delta \psi_i$ o $\Delta \varepsilon_i$.

Se s_1, s_2, s_n sono le lunghezze dei settori della guida d'onda alimentati ciascuno da un proprio klystron e se $\Delta \psi_1, \Delta \psi_2, \Delta \psi_3, \Delta \psi_n$ sono le differenze di fase tra la onda del primo tratto e quello della seconda^(x), tra l'on-

(x) - La differenza di fase deve essere intesa nel senso di differenza $(\psi_{p1} - \psi_{o1}) - (\psi_{p2} - \psi_{o2})$ ove ψ_{pi} è la fase della particella rispetto l'onda nel tratto i -esimo e ψ_{oi} è la fase corrispondente alle condizioni di eq.

da del secondo e quello del terzo ecc., possiamo scrivere

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} \Delta \varepsilon_1 \\ \Delta \varphi_1 \end{vmatrix} &= |M| \begin{vmatrix} \Delta \varepsilon_i \\ \Delta \varphi_i \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} \Delta \varepsilon_2 \\ \Delta \varphi_2 \end{vmatrix} &= |M| \left\{ |M| \begin{vmatrix} \Delta \varepsilon_i \\ \Delta \varphi_i \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ \Delta \varphi'_1 \end{vmatrix} \right\} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{vmatrix} \Delta \varepsilon_n \\ \Delta \varphi_n \end{vmatrix} = |M|^n \begin{vmatrix} \Delta \varepsilon_i \\ \Delta \varphi_i \end{vmatrix} + \sum_{K=n-1}^1 M^K \begin{vmatrix} 0 \\ \Delta \varphi'_K \end{vmatrix}$$

ove $|M|$ è la matrice caratteristica del sistema ricavabile dalla (14)

La formula (15) ci permette di stabilire la tolleranza della differenza di fase ammessa tra i vari settori

della guida d'onda (in relazione a $\Delta \varphi$ e quindi in ultima analisi in relazione a r_{\max} semilarghezza della guida d'onda) e il calcolo è semplificato se si pone per semplicità un

$$\Delta \varphi_k = \Delta \varphi_{k-1} = \dots = \text{cost.}$$

Alcuni problemi costruttivi

Esaminiamo ora come tale macchina potrebbe realizzarsi: in figura 1 sono portate alcune sezioni del magnete. Il magnete è ad H come i magneti soliti per i ciclotroni ma è diviso in due metà distanziate a sufficienza per lasciare il posto per gli alimentatori della guida d'onda, per le uscite delle bobine di correzione, per le pompe del vuoto e per i rivelatori movibili del fascio di elettroni e, nel centro per la sorgente di elettroni preaccelerati.

La bobina si divide in 4 semibobine, due ciascun semi magnete e corre nell'apposita wava, ma i ritorni sono in numero pari ai giri di rivoluzione della spirale percorsa dalle particelle e tra un ritorno e l'altro, che formano archi di spirali, passa la guida d'onda. Con una simile bobina se la superficie dei poli fosse piana si otterrebbe un campo magnetico crescente linearmente tra il centro del magnete e la periferia. Tra un ritorno e l'altro si dà ai poli una opportuna pendenza onde realizzare il valore di n prescelto; inoltre tra la guida d'onda e l'espansione polare si possono prevedere bobine per le piccole correzioni. Il circuito di raffreddamento della bobina e della guida d'onda ha le entrate e le uscite dell'acqua nella zona compresa tra i due semimagnet.

Il ferro del magnete ha spessore sottile in centro e si alza verso la periferia secondo il quadrato del raggio: questo facilita la sistemazione della varia apparecchiatura.

Le dimensioni della guida d'onda e la conseguente scelta

della frequenza sono stati già ampiamente studiati per gli acceleratori lineari [3] [4] in relazione alla possibilità di costruire i tubi di alimentazione adatti e alle potenze in gioco. Anche per quel che riguarda la influenza della curvatura della guida sulla distribuzione del campo elettromagnetico è stato già eseguito ampio studio sia teorico che sperimentale [5] e quindi mi limiterò a riportare in tabella 1 alcuni dati indicativi per la dimensione delle guide, l'energia che si può fornire alla particella e per la scelta della frequenza di eccitazione.

Gli altri problemi tecnici relativi a questa macchina (per es. quello del vuoto della rivelazione del fascio, della sincronizzazione dell'alimentazione, della preaccelerazione degli elettroni) di tipo standard è inutile riportare notizie note o facilmente ritrovabili sulla letteratura dei ciclotroni e acceleratori lineari.

TAB. I

Dati informativi sulla guida d'onda

	Quadro di dati consigliabili
Frequenza ecc. guida d'onda	2.500 Mc
Dimensioni guida d'onda (diametro medio)	una decina cm
Energia per unità di lung. acquistata dalle particelle	10 McV/metro
Tubi usati	Klystron, Magnetron
Lungh. che può alim. un tubo	7 * 10 metri

Alcuni elementi di confronto tra il ciclotrone per elettroni e l'acceleratore lineare.

Il ciclotrone per elettroni come proposto in questa nota non è altro che un acceleratore lineare avvolto a spirale. Viene naturale domandarsi quale differenza sia funzionale sia economica può presentare la costruzione proposta rispetto ad un acceleratore lineare.

Una differenza funzionale sta nella focalizzazione delle particelle: la presenza di un campo magnetico avente proprietà focheggianti dovrebbe riuscire a catturare un maggior numero di particelle di un certo momento. La macchina dovrebbe dare inoltre un fascio di elettroni molto più monocromatico di quello dato da un acceleratore lineare e meglio collimato.

Un'altra differenza funzionale sta nella precisione con cui bisogna realizzare la velocità di fase dell'onda: in questa macchina è evidente che la precisione della velocità di fase è minore di quella richiesta in un acceleratore lineare perchè cambiando la velocità di fase cambia semplicemente il raggio dell'orbita di equilibrio e le particelle non si perdono. Dal punto di vista costruttivo si dovrebbe avere una costruzione più compatta più 'concentrata' di quello che sia un acceleratore lineare: perchè invece di sviluppare la guida d'onda su una retta, per tutta la sua lunghezza, si attorciglia a spirale entro l'intraferro di un magnete. Questa maggiore compattezza della costruzione, con evidente risparmio negli edifici e nei servizi generali dovrebbe più che compensare il costo del magnete (che per altro è più leggero del magnete per un ciclotrone per protoni).

Valutando il costo del tunnel per un acceleratore lineare in 6.000.000 lire (metà $\sqrt[3]{3}$ un acceleratore linea-

re lungo quanto lo sviluppo della guida d'onda della macchina proposta e cioè 60 metri verrebbe a costare 360 milioni : questa cifra è come si vede nettamente superiore al costo del magnete della nostra macchina il cui prezzo può essere contenuto entro 100.000.000.

Non è stata fatta però ancora un'analisi accurata e definitiva di confronto.

Esempio numerico

L'esempio numerico si riferisce ad un ciclotrone per elettroni da 800 MeV.

Assumiamo per il calcolo del raggio del magnete (v. formula 3) i seguenti dati :

$$\Delta R = 7 \text{ cm}$$

$$K_1 = 107 \text{ Volt/metro (x)}$$

$$K_2 = 3 \times 10^8$$

$$B_{\text{max}} = 2 \text{ Wb/m}^2$$

Si ottiene quindi :

$$R = 1,40$$

$$E = 800 \text{ MeV}$$

$N = n^\circ$ di giri di rivoluzione della spirale = 20 e si può assumere ragionevolmente:

$$= \text{dimensione della guida d'onda} = 0,06 \times 0,04 \text{ m}^2$$

$$= n^\circ \text{ di klystron} = 34$$

La potenza di alimentazione del magnete è di : 150 kW.

Il valore di Ω risulta dell'ordine di 3 m^{-1} . La precisione con cui deve essere realizzata la velocità di fase dell'onda da calcoli sommari deve risultare dell'ordine dell'1%.

(x) - Questo valore è inferiore di metà a quello realizzati nell'acceleratore lineare da 1000 MeV della Stanford University.

Bibliografia

- 1 - C. Simane Acc. of Ions and Electrons pg. 136 + 139
Artia Prague
- 2 - Persico E.: Lezioni sulle macchine acceleratrici -
pag. 91 + 103 C.N.R.N. (1958 - 59)
- 3 - Proposal for two miles linear electron accelerator-
Stanford University (April 1957)
- 4 - Chodorow M. and al.: Stanford High-Energy linear
Electron Accelerator (Mark III) - The Rev. of Sc.
Instr. 26, 134, (1955).
- 5 - Moreno T.: Microwave Transmission design data - pag.
162 + 165. - Dover Publ. Inc. New York (1958)
- 6 - B. Fainberg : Alternating Phase Focusing pg. 91-96
CERN. Symposium 1956.
- 7 - A. Roberts : The Microtron as a high - Energy,
high current particle accelerator.
Dep. of Physics - University of Rochester.
Roch. N.Y. - NYO-8055, 1958.

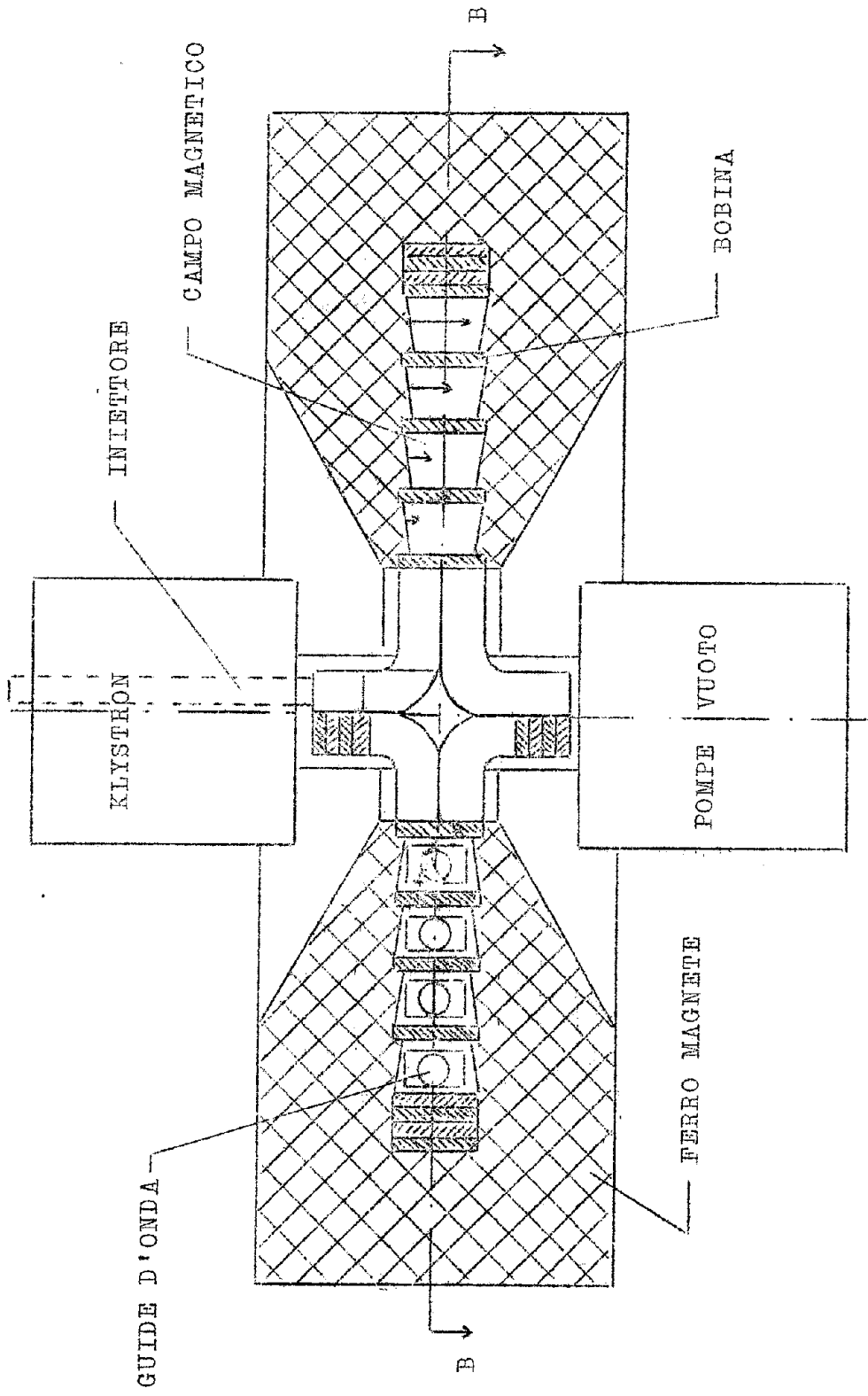


FIG. 1 a)

SEZ. A-A

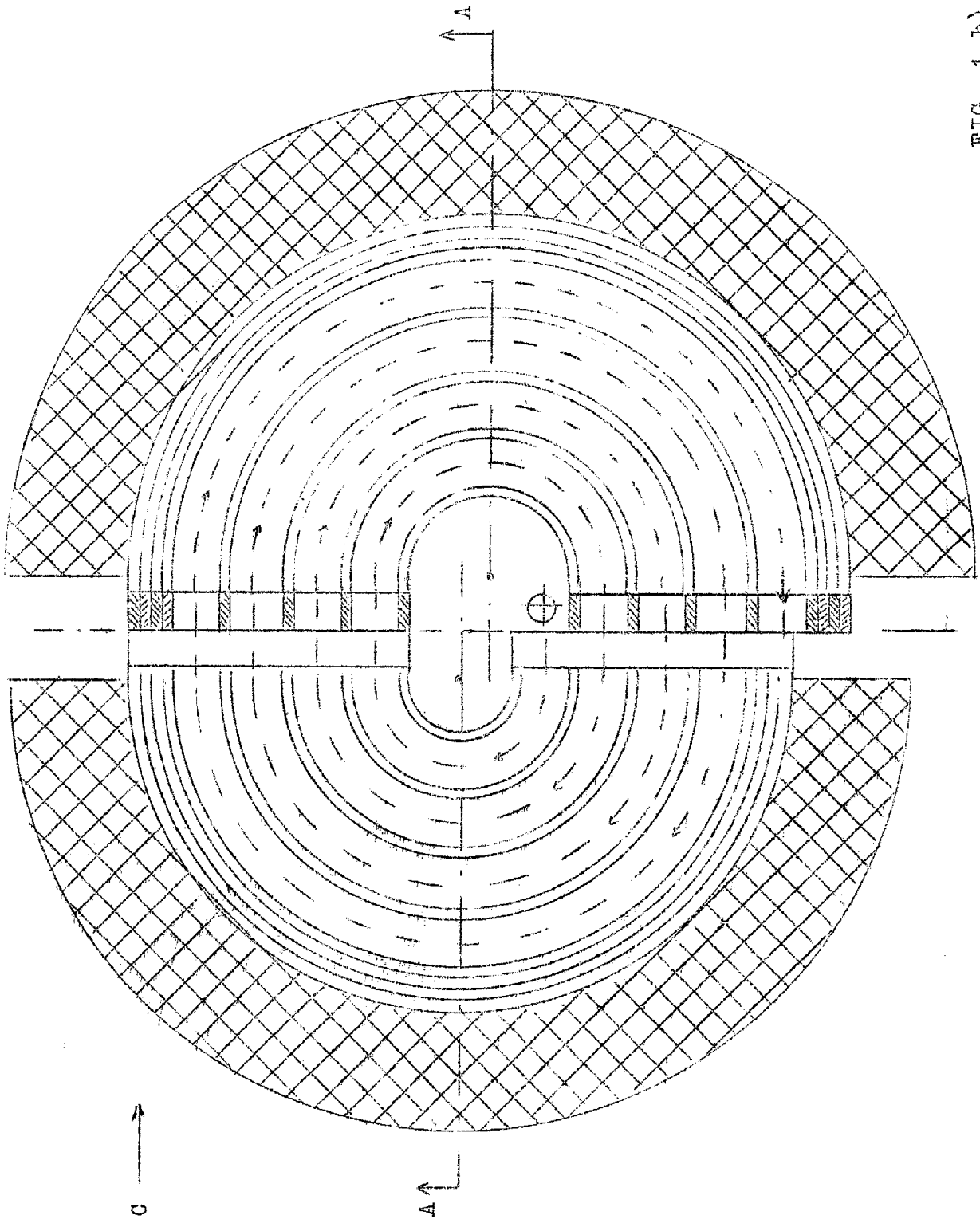
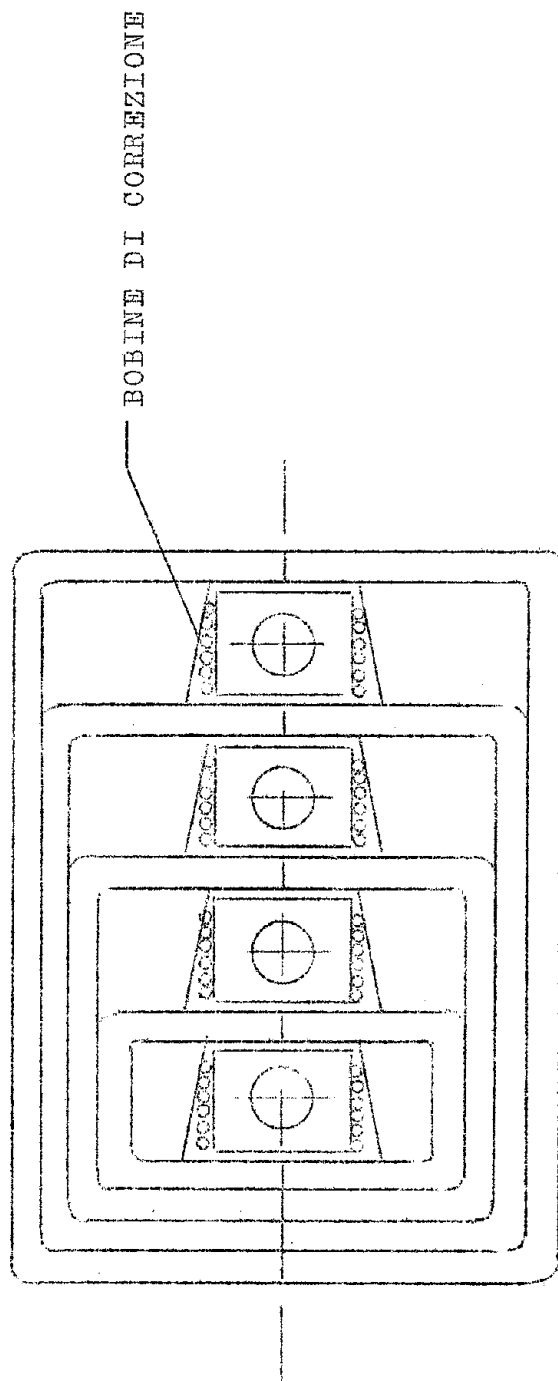


FIG. 1 b)

SEZ. B-B



Particolari collegamenti, circuiti di correzione e guide d'onda

FIG. 1 c)

VISTA DA C