

Laboratori Nazionali di Frascati

LNF- 59/9 (12. 3. 59)

C. Bernardini: EFFETTO DELLE CORRENTI IMMAGINE DEL BEAM SUL
BEAM STESSO E LIMITAZIONI PER L'INTENSITA'.

Nota interna: n° 12

12 Marzo 1959

Carlo Bernardini: EFFETTO DELLE CORRENTI IMMAGINE DEL BEAM
SUL BEAM STESSO E LIMITAZIONI PER L'INTENSITA'

- 1 - Oltre ai ben noti effetti di carica spaziale, che si possono tradurre in una variazione equivalente dell'indice del campo n :

$$\Delta n = -\frac{1}{2} (1-\beta^2)^{3/2} N_e \frac{R r_e}{r_0^2} \cdot \frac{1}{\Delta\phi} \quad (1)$$

(dove β è la velocità degli elettroni in unità c , N_e il numero totale di elettroni circolanti, R il raggio della macchina, r_0 il raggio della sezione del beam, $r_e = 2.8 \times 10^{-13}$ cm, $\Delta\phi$ la lunghezza (in radianti) di uno dei 4 bunches), sono possibili anche effetti di interazione tra il beam e le sue immagini magnetiche dovute alla presenza dei poli.

Si calcola l'effetto di queste immagini nelle seguenti ipotesi:

- a) beam a sezione puntiforme
- b) μ del ferro = ∞
- c) poli infinitamente estesi
- d) contributo di una sola immagine calcolata come se i poli

(1) - C. Bernardini, space charge effects etc. Nuovo Cim. serie X; 10 - pg. 804 - 1958.

fossero piani

e) conducibilità dei poli = 0

Com'è noto⁽²⁾ le correnti immagine sono concorrenti con la corrente principale. Poichè due correnti parallele e dello stesso segno esercitano una forza attrattiva l'una sull'altra si capisce che se il beam è inizialmente più vicino ad un polo che all'altro è sollecitato verso il polo più vicino da una forza dovuta alla differenza tra la corrente immagine su un polo e quella sull'altro polo.

La presenza del campo magnetico principale con la sua curvatura fa sì che il moto del beam resti ancora stabile se l'intensità è sufficientemente bassa. L'equazione del moto nel piano verticale per un elettrone del beam si può scrivere, includendo il campo dovuto alle immagini:

$$z'' + (n - 2\delta n) z = 0$$

con le solite notazioni e con

$$\delta n = \frac{RI}{\pi H_0 b^2}$$

dove R è il raggio della macchina, I la corrente di elettroni circolante

$$I = \frac{N_e e Q}{2 \pi R}$$

H_0 il campo principale e b l'altezza del traferro.

Per R = 360 cm, b = 7 cm si ha

$$\delta n = 2.8 \frac{I_{Amp}}{H_0 G_s}$$

(2) Weber - Electromagnetic fields I, pg. 233

Per la stabilità dev'essere

$$\int n < \frac{n}{2}$$

Nel nostro caso $n = 0.3$ e quindi $\int n < 0.3$, cioè

$$I_{amp} \leq 0.1 H_0 g_s$$

2 - Per studiare l'effetto delle dimensioni trasversali del beam studiamo il seguente problema: due beams con coordinate x_1, z_1 e x_2, z_2 interagiscono tramite le loro immagini magnetiche. Le correnti dei due beams sono rispettivamente I_1 e I_2 ; posto

$$\int n_i = \frac{RI_i}{\pi H_0 b^2} \quad i = 1, 2$$

e

$$\xi = \frac{b^2}{(x_1 - x_2)^2 + b^2} < 1$$

si ha per le eq. del moto al primo ordine per i due beams:

$$\begin{cases} z_1'' + (n - \xi \int n_2 - 2 \int n_1) z_1 - \xi \int n_2 z_2 = 0 \\ z_2'' + (n - \xi \int n_1 - 2 \int n_2) z_2 - \xi \int n_1 z_1 = 0 \end{cases}$$

Per decidere della stabilità bisogna ridurre il problema alle coordinate normali e studiare le frequenze caratteristiche. Si trova facilmente che le frequenze in questione sono:

$$\begin{aligned} V_{\alpha, \beta}^2 &= n - (1 + \frac{1}{2} \xi) (\int n_1 + \int n_2) \mp \sqrt{(1 - \frac{1}{2} \xi)^2 (\int n_1 - \int n_2)^2 + \xi^2 \int n_1 \int n_2} = \\ &= n - (1 + \frac{1}{2} \xi) (\int n_1 + \int n_2) \mp \left\{ (1 - \frac{1}{2} \xi) (\int n_1 - \int n_2)^2 + \frac{1}{4} \xi^2 (\int n_1 + \int n_2)^2 \right\}^{1/2} \end{aligned}$$

La condizione di stabilità è

$$n > (1 + \frac{1}{2} \xi) (\delta n_1 + \delta n_2) + \left[(1 - \xi) (\delta n_1 - \delta n_2)^2 + \frac{1}{4} \xi^2 (\delta n_1 + \delta n_2)^2 \right]^{1/2}$$

Se si calcola il massimo del secondo membro in funzione di ξ per $0 \leq \xi \leq 1$, si ha che dev'essere

$$n > 2 (\delta n_1 + \delta n_2)$$

ovvero

$$I_1 + I_2 < 0.1 H_0 \quad \begin{cases} I \text{ in Amp} \\ H \text{ in Gs} \end{cases}$$

per la nostra macchina.

- 3 - Concludendo, la condizione generale per la stabilità è che la corrente totale circolante sia $< 0.1 H_0$ misurando la corrente in ampere ed H_0 in Gs, con i dati della macchina di Frascati.