

Laboratori Nazionali di Frascati

LNF-5714 (28. 12. 57)

G. Sacerdoti: CONSIDERAZIONI SULL'EFFETTO DELLE CORRENTI PARASSITE NELLA METALLIZZAZIONE DELLA CIAMBELLA CHE CORRE TRA LE ESPANSIONI POLARI DI UN MAGNETE DI UN SIN-CROTRONE.

Relazione n°: DO 14  
28 Dicembre 1957.

G. Sacerdoti: CONSIDERAZIONI SULL'EFFETTO DELLE CORRENTI PARASSITE NELLA METALLIZZAZIONE DELLA CIAMBELLA CHE CORRE TRA LE ESPANSIONI POLARI DI UN MAGNETE DI UN SINCROTRONE.-

§ 1 - Introduzione

E' necessario che le pareti della ciambella di un sincrotrone <sup>(1)(2)</sup> siano conduttrici per evitare che le particelle che vi urtano contro si accumulino localmente perturbando le traiettorie di quelle che devono successivamente circolare. Però, d'altro lato, la conduttività di queste pareti deve essere limitata per non divenire sede di correnti parassite che provocherebbero una perturbazione della forma del campo magnetico <sup>(x)</sup> all'atto dell'iniezione delle particelle, tale da compromettere il funzionamento della macchina.

Questo problema è più importante nel caso di un elettrosincrotrone che in quello di un protosincrotrone perchè a parità di raggio e di energia di iniezione della particella l'induzione magnetica  $B_i$  all'atto dell'iniezione è minore nel primo caso che nel secondo. Perciò una perturbazione di fissato valore ha minore peso, cioè è percentualmente più piccola nel secondo caso che nel primo.

In questa nota calcoliamo appunto i limiti minimi della resistività della ciambella.

---

(x) Il campo magnetico deve essere realizzato con notevolissima precisione e quindi anche piccole perturbazioni possono avere effetti disastrosi. <sup>(3)(4)</sup>

§ 2 - Calcolo dell'induzione magnetica in presenza delle correnti indotte sulla ciambella.

In fig.1 è indicata la posizione della ciambella tra le espansioni polari del magnete del sincrotrone.

Le correnti parassite che si hanno nella ciambella creano un campo magnetico che la presenza del ferro rende sensibilmente parallelo all'asse z almeno nella parte centrale dello intraferro lontana dagli spigoli. Perciò almeno nella zona centrale è valida la formula (2).<sup>(xx)</sup>

Resta, fatta questa premessa, completamente valida l'ipotesi che la metallizzazione della ciambella è equivalente, agli effetti della deformazione del campo magnetico, all'effetto di una lastra metallica di spessore  $\delta$  (ove  $\delta/2$  è lo spessore della metallizzazione della ciambella), di resistività  $S$  del materiale della metallizzazione della ciambella e di larghezza  $2a$  (larghezza radiale della ciambella) posta nella mezzaria dell'intraferro (vedi fig.2). Infatti la mezzaria dell'intraferro rappresenta un ferro virtuale (per ragioni di simmetria): Considerando la parte superiore dello intraferro si vede che è perfettamente uguale perciò, in base a quanto già detto sulla forma del campo, avere la metallizzazione affacciata contro il ferro virtuale (mezzaria) o il ferro vero (espansioni polari).

---

(xx) Per rendersi conto di questo con maggiore persuasione consideriamo due strati uniformi di corrente affacciati rispettivamente ai poli inferiori e superiori di un magnete a faccie piane e parallele. Per calcolare il campo in un punto di posizione radiale  $r$  lo scomponiamo in due componenti: una dovuta alle correnti radialmente simmetriche rispetto al punto, l'altra al resto delle correnti. La prima componente è rigorosamente parallela all'asse z: la seconda a causa della presenza del ferro ed essendo le correnti distanti dal punto considerato è pure parallela all'asse z.-

Chiamiamo:

$u(x)$  = densità di corrente che percorre azimutalmente la lamiera

$B(x)$  = induzione magnetica nell'intraferro

$A(x)$  = amperspire che agiscono sulle linee di campo passanti per il punto di coordinate  $x$

$u(x) \delta dx$  = corrente nella lamiera nel tratto  $dx$

$\delta$  = spessore della lamiera

$\rho$  = resistività della lamiera

$h$  = altezza intraferro

$2d$  = larghezza radiale della lamina

$j$  = unità immaginaria  $\sqrt{-1}$ .

Assumiamo come origine dell'asse  $x$  il centro dell'intraferro ove per ragioni di simmetria  $u(x) = 0$ .

Sarà allora per relazioni note dell'elettrotecnica elementare:

$$\rho u(x) = \frac{d}{dt} \int_0^x B(x, t) dx \quad (1)$$

$$\frac{h}{\mu_0} B(x) = A(0) - \int_x^{d/2} u(x) \delta dx \quad (2)$$

Dalla (1) e dalla (2) si ottiene facilmente la (3)

$$\frac{\rho h}{\mu_0 \delta} B_x''(x, t) = B_t'(x, t) \quad (3)$$

Per ragioni di simmetria per variazioni sinusoidali nel tempo di pulsazione  $\omega$  e dell'induzione si ottiene:

$$B(x) = A_1 \left( e^{(1+j)\sqrt{\frac{\omega \mu_0 \delta}{2sh}} x} + e^{-(1+j)\sqrt{\frac{\omega \mu_0 \delta}{2sh}} x} \right) \quad (4)$$

La formula (4) può essere semplificata sviluppando in serie i termini tra parentesi ed arretandosi al secondo termine dello sviluppo.

Questo è lecito perchè  $\frac{\omega \mu_0 \delta}{sh} x^2$  ha un valore numerico molto minore di 1 con i valori delle grandezze soli-

(x)  $B_t'$  sta a indicare la derivata parziale di  $B$  rispetto al tempo.-

tamente in gioco (vedi esempio alla fine del paragrafo).

Si ha allora:

$$B(x) = B_0 \left( 1 + j \frac{\omega \mu_0 \delta}{S h} x^2 \right) \quad (5)$$

L'angolo di sfasamento tra il campo ai bordi della ciambella e quello nel centro dell'intraferro essendo molto piccolo, come si vede dalle sostituzioni numeriche fatte alla fine del paragrafo, sarà dato con buona approssimazione da:

$$\varphi \approx \operatorname{tg} \varphi \approx \frac{\omega \mu_0 \delta}{S h} d^2 \quad (6)$$

La formula (6) ci darà pure l'angolo di sfasamento dovuto alle correnti parassite tra le componenti alternate del campo nel centro e ai bordi anche nel caso di eccitazione polarizzata.

Se nella (6) sostituiamo i valori  $d = 0,1$  m;  $h = 0,08$  m;  $\delta/S = \frac{1}{10} \text{ } 1/\Omega$ ;  $\mu_0 = 1,256 \times 10^{-6}$ ;  $\omega = 126$  Hz;  $\varphi$  risulta uguale a  $\sim 2 \times 10^{-6}$  rad.

### § 3 - Calcolo della perturbazione del campo magnetico vicino al tempo di iniezione.

Rileviamo prima di iniziare i calcoli che la perturbazione è da imputarsi allo sfasamento  $\varphi$  più che alla variazione del modulo di  $B$  tra il centro ed il bordo.

Distinguiamo due casi:

#### A) Eccitazione in alternata pura.

Nel centro dell'intraferro avremo una induzione pari a:

$$B(0, t) = B_0 \sin \omega t \quad (7)$$

Ai bordi della ciambella sarà invece (essendo  $\varphi$  piccolo):

$$\begin{aligned} B(d, t) &= B_0 \sqrt{1 + \left( \frac{\omega \mu_0 \delta}{S h} x^2 \right)^2} \sin(\omega t + \varphi) = \\ &= B_0 \left( 1 + \frac{1}{2} \varphi^2 \right) \sin(\omega t + \varphi) \approx B_0 \sin(\omega t + \varphi) \end{aligned} \quad (8)$$

La perturbazione  $K$  al tempo  $t_i$  di iniezione è definita dalla:

$$\frac{B(d, t_i) - B(0, t_i)}{B(0, t_i)} = K \quad (9)$$

Sostituendo nella (9) la (7) e la (8), essendo in pratica  $\omega t_i$  piccolo, si ottiene:

$$K = \frac{\varphi}{\omega t_i} \quad (10)$$

Inoltre  $B(0, t_i) = B_0 \omega t_i = B_i$  e quindi la (10) diventa:

$$K = \frac{B_0}{B_i} \frac{\omega \mu_0 S d^2}{S h} \quad (11)$$

B) Eccitazione in alternata più componente continua di polarizzazione.

In tale caso si ha con approssimazioni analoghe a quelle fatte per ottenere la (8):

$$B(0, t) = \frac{B_0}{2} (1 - \cos \omega t) \quad (12)$$

$$B(d, t) = \frac{B_0}{2} [1 - \cos(\omega t + \varphi)] \quad (13)$$

La perturbazione secondo la definizione (9) diventa al tempo  $t_i$  di iniezione:

$$K = \frac{B_0 \sin \omega t_i}{B_0 (1 - \cos \omega t_i)} \varphi \quad (14)$$

dalla (13) si ottiene:

$$K = \frac{2}{\omega t_i} \varphi \quad (15)$$

dalla (12) si ricava ( $\omega t_i$  piccolo):

$$B_0 \left( \frac{\omega t_i}{2} \right)^2 = B_i \quad \omega t_i = 2 \sqrt{\frac{B_i}{B_0}} \quad (16)$$

per cui risulta:

$$K = \varphi \sqrt{\frac{B_0}{B_i}} = \frac{\omega \mu_0 S d^2}{S h} \sqrt{\frac{B_0}{B_i}} \quad (17)$$

§ 4) - Limiti da dare alle perturbazioni.-

Le forze che tendono a focalizzare gli elettroni in un sincrotrone a focalizzazione debole (5) (6) e di raggio  $r$  sono ottenute realizzando nell'intraferro del magnete campi magnetici la cui componente lungo l'asse  $z$  (vedi fig.1) soddisfa a una relazione del tipo

$$-\frac{dB}{dr} \frac{r}{B} = n \quad (18)$$

ove  $n$  è una costante di valore compreso di solito tra 0,5 e 0,8.

Dalla (18) si ottiene che la differenza  $\Delta B$  tra le induzioni magnetiche nei punti  $P_0$  ( $z = 0$ ,  $x = 0$ ),  $P_1$  ( $z = 0$ ,  $x = d$ ) è data da :

$$\frac{\Delta B}{B} = n \frac{d}{r} \approx \frac{d}{r} \quad (19)$$

Se imponiamo una precisione sul valore di  $\frac{\Delta B}{B}$  pari all'1/100 per esempio, noi otteniamo che deve essere

$$K \leq \frac{1}{100} \frac{d}{r} \quad (20)$$

la (11) e la (17) diventano per la (20) rispettivamente

$$\frac{\delta}{S} < \frac{1}{r} \frac{1}{100} \frac{h}{w_{mod}} \frac{B_i}{B_0} \quad (21)$$

$$\frac{\delta}{S} < \frac{1}{r} \frac{1}{100} \frac{h}{w_{mod}} \sqrt{\frac{B_i}{B_0}} \quad (22)$$

Le (21) e (22) ci forniscono le limitazioni cercate per la resistività della metallizzazione della ciambella.

Si vede che tale limitazione è più severa nel caso di eccitazione alternata pura che nel caso di eccitazione polarizzata.

Sostituendo i seguenti valori che si riferiscono al caso pratico del Sincrotrone Italiano di Frascati

$$r = 3,6 \text{ m}$$

$$h = 0,08 \text{ m}$$

$$d = 0,1 \text{ m}$$

$$B_1 = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ wb/mq}$$

$$B_0 = 1 \text{ wb/mq}$$

$$\mu_0 = 1,256 \cdot 10^{-6}$$

La (21) e la (22) ci danno rispettivamente i seguenti limiti :

$$\frac{\delta}{s} < \frac{1}{25} \frac{1}{\Omega} \quad (\delta \text{ in metri; } s \text{ in } \Omega \times \text{ metri})$$
$$\frac{\delta}{s} < 1 \frac{1}{\Omega} \quad (23)$$

Se la metallizzazione fosse ottenuta con un foglio di acciaio amagnetico commerciale la cui resistività è dell'ordine di  $10^{-7} \Omega \times \text{m}$  lo spessore di tale acciaio dalla (23) dovrebbe risultare con i limiti inferiori imposti nel caso di eccitazione con bias a

$$10^{-4} \text{ mm.}$$

e nel caso di eccitazione alternata dovrebbe risultare ancora più piccola : in commercio spessori così piccoli di acciaio non si trovano.

Per queste ragioni nel caso del sincrotrone italiano si è preferito ottenere la metallizzazione usando strisce di acciaio inossidabile di spessore 5/100 mm. e larghe 15 mm. collegati elettricamente solo su una parete della ciambella.

Le correnti parassite si chiudono come indicato dalle frecce in fig. 3.

Le perturbazioni radiali del campo dovute a queste correnti sono limitate ai lati estremi radiali della ciambella ove già altre perturbazioni pesano notevolmente . Le perturbazioni lungo l'azimut sono ad alta ripetibilità e perciò meno pericolose al buon funzionamento della macchina.

Bisogna inoltre dire che calcolare tali perturbazioni con gli schemi indicati precedentemente non sarebbe esatto dato il rapporto tra lunghezza della striscia e



l'altezza dell'intraferro (tale rapporto è circa  $1/4$ ) e questo schema ci fornirebbe sul piano mediano dell'intraferro valori in eccesso della perturbazione. L'ampiezza dell'armonica azimutale della perturbazione secondo gli schemi precedenti sarebbe dell'ordine (in caso di eccitazione con bias) di  $K \approx 4/1000$  e con un passo di 1,5 cm.

Tale valore delle perturbazioni è come abbiamo detto parecchio maggiore di quello che si ha in realtà che è funzione crescente del rapporto tra larghezza striscia e altezza in traferro.

§ 5) - Alcune considerazioni su alcuni casi particolari di metallizzazione della ciambella.

Allo scopo di rendere più completa l'intelligenza del problema discuteremo alcuni tipi di soluzioni adottati per altri sincrotroni.

Elettrosincrotrone di Caltech<sup>(7)</sup> Schema sezione ciambella (vedi fig.4).

Pendenza del campo all'iniezione (equivalente ad  $\omega B_0$  delle formule precedenti (11) (21)) 64.000 gs/sec.  
 $B_i$  13 gs.  
Dimensioni intraferro 0,27x0,07 m<sup>2</sup>  
Spessore parete ciambella  $7 \cdot 10^{-4}$  m  
 $S$  (essendo acciaio inossidabile)  $10^{-7}$  n x m  
 $n$  0,6

Applicando le formule (11) (19) otteniamo che il  $\Delta B/B$  provocato dalle correnti parassite è ben maggiore di quello teorico che dovrebbe essere ottenuto con l'opportuna geometria del magnete.

Però in tale caso espansioni polari del magnete racchiuse nell'involucro metallico della ciambella hanno l'effetto benefico di schermare questo effetto (se la permeabilità del ferro delle espansioni polari fosse infinita la schermatura sarebbe completa: in realtà  $\mu$  non è infinito, anche a causa dei

fenomeni di saturazione).

Sincrotrone dell'Università di Cambridge (Massachusetts) USA (progettazione Prof. Livingston).

$\omega$ = frequenza:	30 p/sec.
$B_{max}$	10.000 gauss
$B_L$	26 gauss
Dimensioni intraferro	0,27x0,07 m <sup>2</sup>
$r$ =	26 metri
$h$ =	100

In base alla formula (22) che va modificata introducendo un fattore  $n$  nel secondo termine si ottiene che deve essere:

$$\frac{\delta}{S} < \frac{1}{26} \frac{1}{100} \frac{0,07 \cdot 100}{0,13 \cdot 156 \cdot 1,256 \cdot 10^{-6}} \sqrt{\frac{26}{10000}} =$$

$$= \frac{1}{5 \cdot 10^{-2}} \frac{1}{2} \frac{100}{156} = \frac{100}{15} = 7$$

Se si usasse una metallizzazione continua in acciaio inossidabile di  $S = 10^{-7}$  lo spessore dovrebbe essere limitato a qualche micron.

Commettiamo certamente un sensibile errore applicando le formule che sono state calcolate sotto ipotesi valide nel caso di piccoli valori di gradienti del campo magnetico in questo caso ove a causa della focalizzazione forte abbiamo in 20 \* 30 cm. variazioni del 35% nel valore del campo. Le considerazioni fatte nel §2 sono valide con molta minore approssimazione; anche ammettendo la loro validità nella formula (2)  $h$  non è più una costante ma una funzione di  $x$  con variazioni da un bordo all'altra dell'espansione polare minori ma dell'ordine del 35%. È verosimile che gli errori sulla perturbazione di  $B$  siano di tale ordine. Egualmente però le formule precedentemente calcolate possono essere utilizzate nel caso di focalizzazione forte per ottenere l'ordine della perturbazione.

B i b l i o g r a f i a :

- (1) - G.Salvini: THE ITALIAN DESIGN OF A 1000 MEV ELECTRO=SYNCHROTRON: A COMPARISON BETWEEN THE STRONG AND THE WEAK FOCUSING - Nuovo Cimento, n° 1 del supplemento al vol. 2, serie X, pag. 442 (1955).
- (2) - M.S.Livingston: THE CAMBRIDGE ELECTRON ACCELERATOR - CERN Symposium on high energy accelerators and pion physics, vol. 1, pag. 439 (1956).
- (3) - G.Lueders: FURTHER CONTRIBUTIONS TO THE THEORY OF LINEAR DISTURBANCES OF THE BETATRON OSCILLATIONS IN A A.G. SYNCHROTRON - CERN/PS/GL 6 (1953).
- (4) - G.Lueders: EFFECT OF TWISTS ON BETATRON OSCILLATIONS - CERN/PS/GL 9 (1953).
- (5) - The Review of Scientific Instruments, vol. 24, n° 9, (1953).
- (6) - D.M.Denison and T. Berlin: THE STABILITY OF SYNCHROTRON ORBITS - The Physical Review, vol. 70, n° 1, pag. 58 (1946).
- (7) - E.Emery and R.L.Walker: THE MAGNETIC FIELD OF THE CALTECH SYNCHROTRON, PHASE II - California Institute of Technology, Pasadena, California (1955).

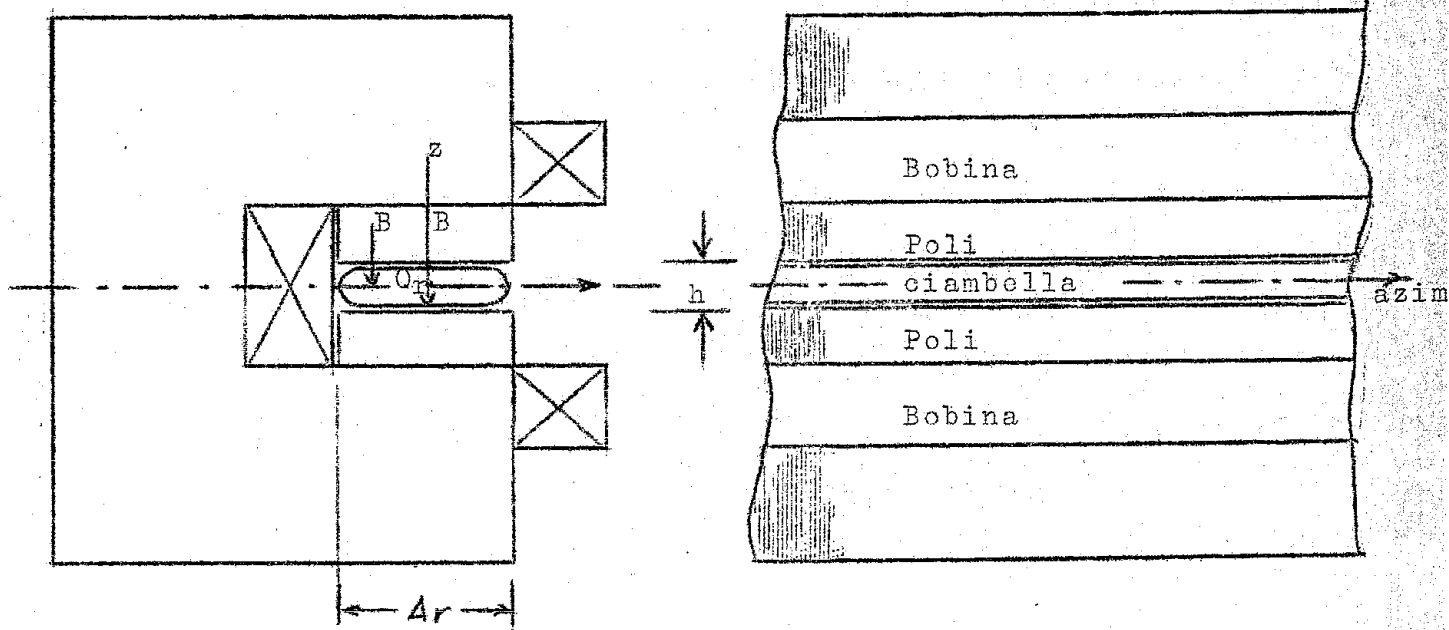


Fig.1 - Posizione della ciambella nell'intraferro del magnete del sincrotrone.

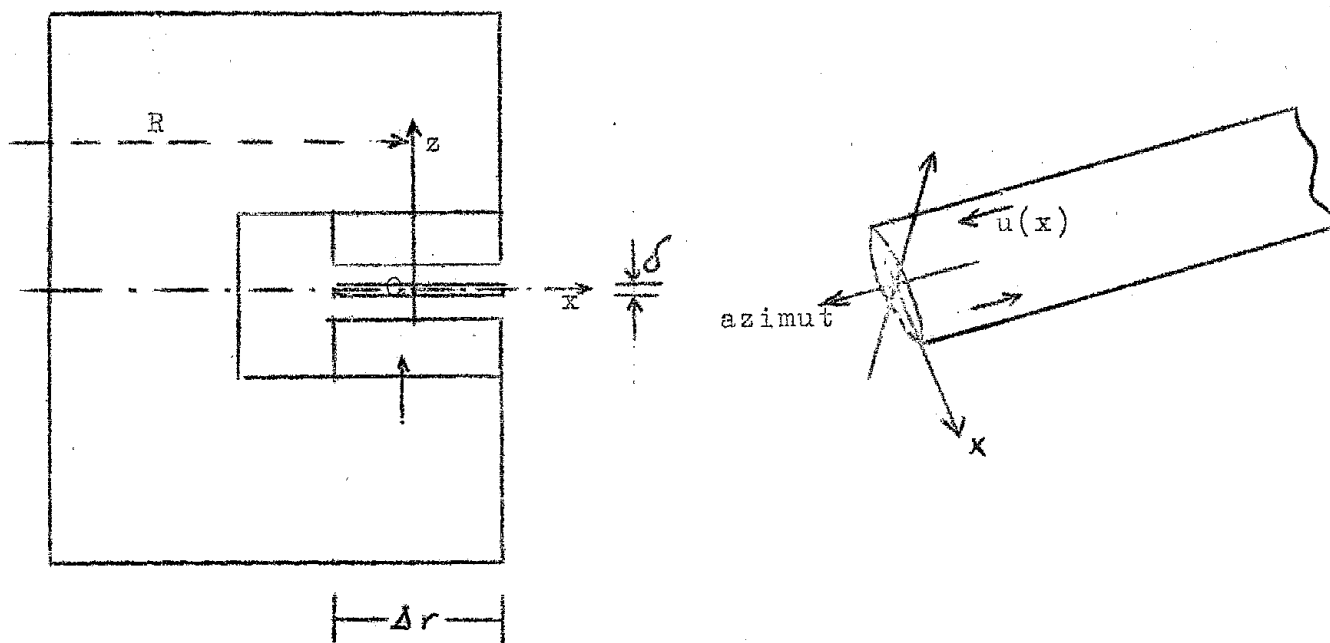


Fig.2 - Posizione della lamina nell'intraferro del magnete, equivalente alla metallizzazione della ciambella.

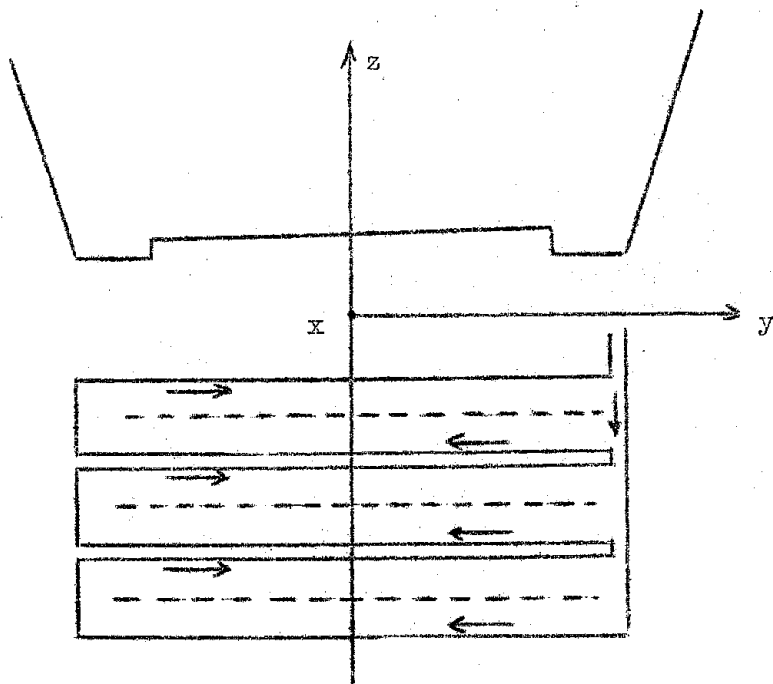


Fig.3 - Andamento delle correnti parassite in una metallizzazione della ciambella a striscie.

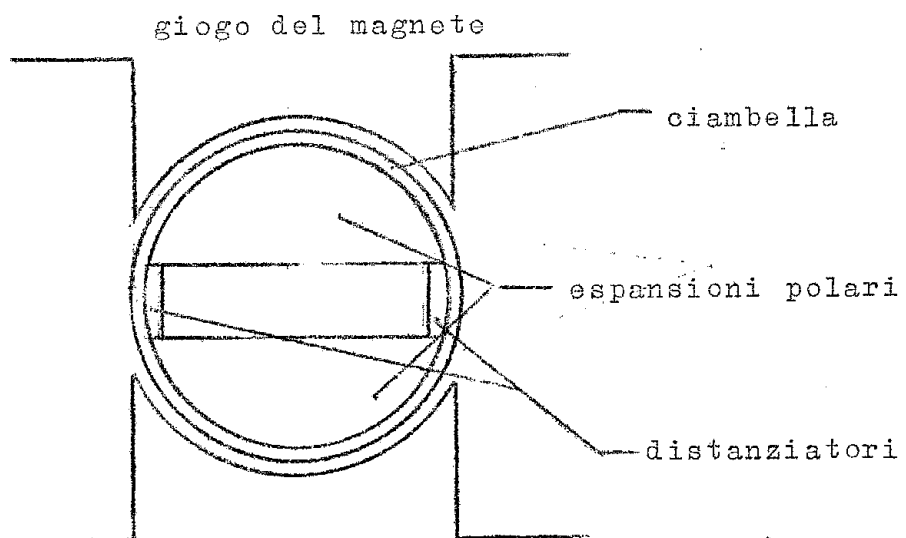


Fig.4 - Sezione ciambella di Caltech.