

Laboratori Nazionali di Frascati

LNF-57/13 (9. 12. 57)

G. Diambrini: SULL'ESTRAZIONE DEL FASCIO DI ELETTRONI DAL SINCROTRONE ITALIANO MEDIANTE RISONANZA CON FASE DI INGRESSO A 90° IN DUE ZONE DI CAMPO MAGNETICO ALTERNATO (METODO PING-PONG).

ISTITUTO NAZIONALE DI FISICA NUCLEARE
Laboratori di Frascati

Relazione n°: T 33
9 Dicembre 1957.

G. Diambrini-Palazzi: SULL'ESTRAZIONE DEL FASCIO DI ELET-
TRONI DAL SINCROTRONE ITALIANO MEDIANTE RISONANZA CON FA-
SE DI INGRESSO A 90° IN DUE ZONE DI CAMPO MAGNETICO ALTE-
RATO (Metodo ping pong).-

Edito e stampato presso i
Laboratori di Frascati dell'I.N.F.N.
Frascati - 1957.

Riassunto dei simboli usati

- θ_1 = angolo compreso tra il nodo dell'oscillazione di betatrone immediatamente precedente la zona alterata e l'ingresso nella zona stessa;
- $\theta_1' = \theta_1 \sqrt{1-n}$ angolo della fase di ingresso nella zona alterata dell'oscillazione di betatrone misurato dal nodo immediatamente precedente la zona stessa;
- θ_2 = angolo azimutale compreso tra il nodo immediatamente precedente una zona alterata ed il nodo immediatamente seguente questa zona, di una oscillazione di betatrone;
- s = scostamento dell'elettrone dall'orbita d'equilibrio;
- $\dot{s} = \frac{ds}{d\theta}$;
- $\bar{\Phi}$ = spostamento di fase dell'oscillazione elettronica prodotto dalla zona alterata;
- $\omega_r = \sqrt{1-n}$; $\omega_v = \sqrt{n}$;
- $\omega_0 = \frac{d\theta}{dt}$ velocità angolare dell'elettrone;
- A = ampiezza delle oscillazioni di betatrone;
- B_z = componente verticale del campo magnetico;
- B_0 = componente verticale del campo magnetico sull'orbita di equilibrio;
- e = carica dell'elettrone;
- g = guadagno di ampiezza per le oscillazioni di betatrone;
- $n = -\frac{dB_z}{ds} \frac{R}{B_z}$ = indice di campo;
- n_s = valore dell'indice di campo nelle zone alterate;
- m = massa dell'elettrone;
- R = 360 cm raggio dell'orbita stabile;
- V = velocità dell'elettrone.

G. Diambri-Palazzi: SULL'ESTRAZIONE DEL FASCIO DI ELETTRONI DAL SINCROTRONE ITALIANO MEDIANTE RISONANZA CON FASE DI INGRESSO A 90° IN DUE ZONE DI CAMPO MAGNETICO ALTERATO (Metodo ping pong).-

Introduzione -

In questo lavoro vengono presentati gli elementi necessari per lo studio della estrazione del fascio di elettroni dal Sincrotrone Italiano mediante un nuovo adattamento del metodo cosiddetto del 'peeler' e del 'regenerator'. Chiameremo questo metodo, per brevità, metodo 'ping pong'. Questi elementi vengono calcolati in modo elementare ed approssimato, prendendo in considerazione un sincrotrone circolare invece di quello a sezioni diritte sul quale il metodo di estrazione potrà essere sperimentato.

Si fa l'ipotesi di disporre di due peeler, (cioè di due zone con indice di campo n_z alterato) una interna, l'altra esterna all'orbita stabile, allo stesso azimut (vedi fig.1).

Prendendo per semplicità il caso di un sincrotrone circolare con $n_z = 0,60$, si trova che solo con questa disposizione (che permette alle due zone alterate di agire sui massimi e sui minimi delle oscillazioni di betatrone) è possibile ottenere risonanze su un giro per le oscillazioni radiali con una fase di ingresso nella zona alterata $\theta_1 = 90^\circ$.

I vantaggi prevedibili che possono derivare dalla applicazione di questo metodo sono i seguenti:

- 1°) Il guadagno in ampiezza per giro è alto ($g_r = 1,48$) per cui l'estrazione può avvenire in pochissimi giri e lo spessore della parete del canale magnetico può essere dell'ordine del centimetro.
- 2°) Si fa coincidere la fase di ingresso effettiva con quella con cui si ha risonanza (lo spostamento di fase prodotto dalla zona alterata è una funzione della fase

di ingresso nella zona stessa). Allora si può sperare di ottenere l'estrazione degli elettroni ad un azimuth meglio definito con minore sparpagliamento dei massimi, e gli elettroni raggiungeranno così in maggior numero il canale magnetico che li attende. Questa condizione sarà tanto meglio realizzata quanto più netto sarà il confine tra la zona di campo alterato e quella normale.

Vengono calcolate le intensità $T = (1-n_2)\theta_2$ dell'alterazione uguale per le due zone, e il guadagno di ampiezza per le oscillazioni radiali e per le verticali. Si conclude che si deve avere $T = 0,68$ per le due zone, e che a questi valori corrisponde un guadagno in risonanza $g_r = 1,48$ per le oscillazioni radiali. Le oscillazioni verticali si manterranno entro una ampiezza di due centimetri se si verificheranno le seguenti condizioni iniziali per le ampiezze radiali A_r , verticali A_v :

$$A_v \leq 1 \text{ cm}; \quad A_r \approx 2 \text{ cm}.$$

L'estrazione avverrà con queste condizioni iniziali in due giri e tre ingressi nella zona alterata. Infine viene elaborato un criterio orientativo per la realizzazione sperimentale della estrazione ping pong in una sezione diritta.

Tanto meglio l'andamento del campo magnetico nelle zone alterate approssimerà quello teorico, tanto maggiore sarà il rendimento dell'estrazione.

§ 1) - È possibile^(1,2,3) trovare dei valori dei parametri della zona alterata per cui il comportamento asintotico, cioè dopo molti giri, è quello di una crescita progressiva e discreta dell'ampiezza delle oscillazioni radiali di betatrone, mentre quelle verticali restano limitate.

Matematicamente questo insieme di valori è trovato imponendo la condizione che il modulo della traccia della matrice M che corrisponde a un giro della particella sia maggiore di 2 per le oscillazioni radiali e minore di 2 per le verticali. In questo caso, allora, si hanno autovalori λ reali e positivi della

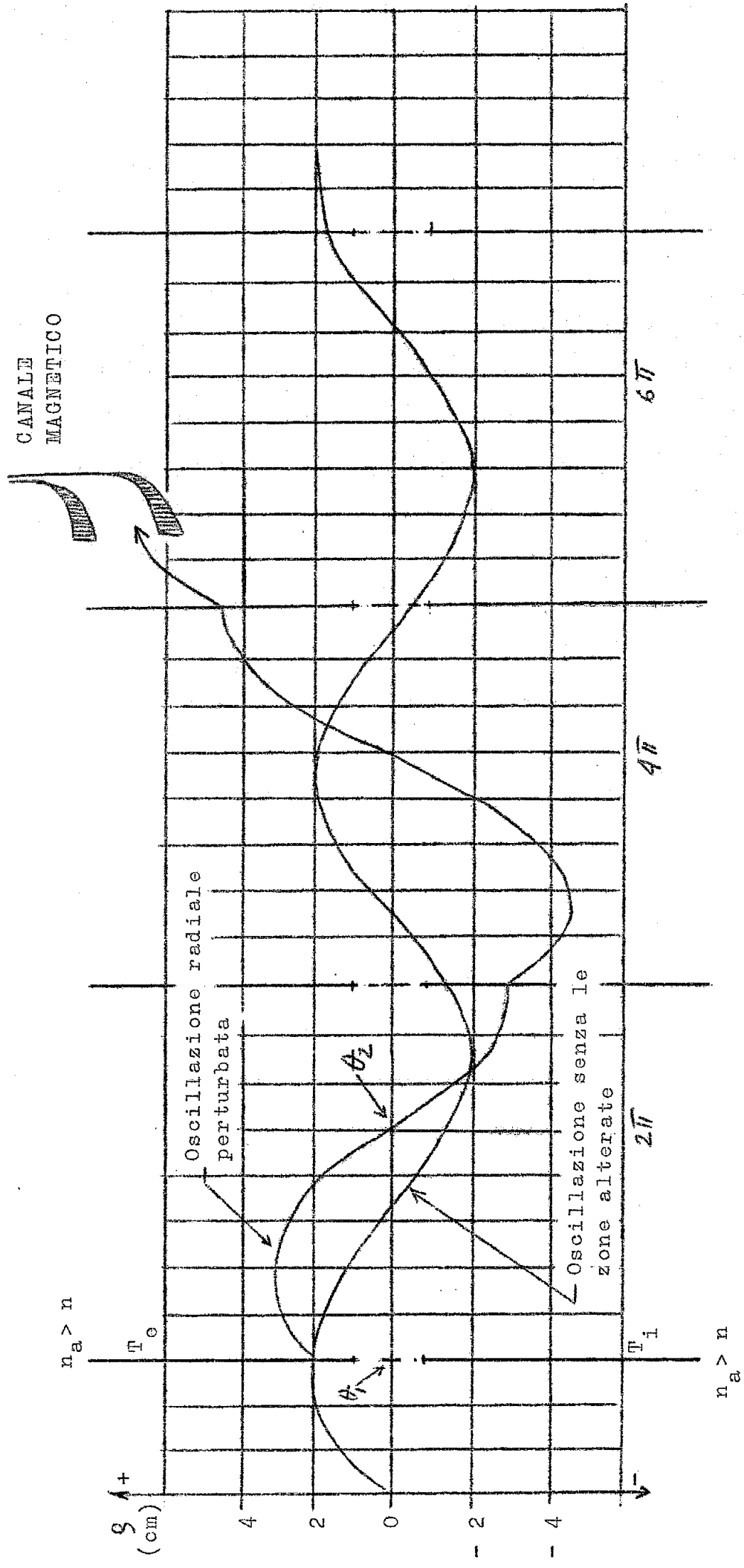


FIG. 1 -

matrice M per le oscillazioni radiali. Se s e $\dot{s} = \frac{ds}{d\theta}$ sono lo spostamento dall'orbita di equilibrio della particella e la sua derivata rispetto all'angolo, si ha che:

$$\begin{vmatrix} s \\ \dot{s} \end{vmatrix} = M^n \begin{vmatrix} s \\ \dot{s} \end{vmatrix} = M^n (\alpha \bar{U} + \beta \bar{V}) = \alpha \lambda_1^n \bar{U} + \beta \lambda_2^n \bar{V} \quad (1)$$

dove: \bar{U} e \bar{V} ; λ_1 e λ_2 sono gli autovettori e gli autovalori della matrice di rango due M , n è il numero di giri della particella⁽⁴⁾. Ciò che a noi importa è che se la intensità della zona alterata, per esempio $T = (1-n_3)\theta_3$, è scelta in modo che la traccia t di M sia $t \leq -2$ oppure $t \geq +2$, allora si ha $\lambda_1 = e^{+\Lambda}$; $\lambda_2 = e^{-\Lambda}$ con Λ reale. Il risultato è che dopo molti giri il secondo termine a ultimo membro di (1) diventa trascurabile e l'ampiezza aumenta stabilmente di e^{Λ} per giro. Questo accade perchè lo spostamento di fase causato dalla zona alterata è funzione della fase di ingresso in questa zona e questa fase generalmente non è quella di risonanza (in questo caso l'ultimo termine di (1) sarebbe nullo) per quella certa alterazione di campo. Perciò occorrono molti giri prima che la particella trovi la fase giusta. Questo fatto tipico per un metodo di estrazione che sfrutti una sola zona alterata, potrebbe abbassare il rendimento di estrazione dal sincrotrone Italiano per le seguenti ragioni. La zona utile dell'indice di campo n al di fuori dell'orbita centrale nel sincrotrone Italiano sarà di 5,5 cm al campo massimo, mentre la zona alterata dovrebbe essere posta ancora due centimetri all'infuori⁽⁵⁾. Rimangono dunque 3,5 cm circa per l'aumento dell'ampiezza delle oscillazioni di betatrone con una intensità della zona alterata tale da garantire come comportamento asintotico dopo molti giri un guadagno di almeno 1 cm per giro (non meno, per la necessità di superare con un buon rendimento le paroti del canale magnetico), gli spostamenti causali ai primi giri possono già fare uscire la particella dai tre centimetri di zona

utile, ad un azimut qualsiasi fuori del canale magnetico. D'altra parte non sembra possibile fare avvenire l'estrazione con un guadagno di ampiezza per giro più grande di 1,1 + 1,2 se si usa una sola zona alterata. Questo renderebbe molto difficile la costruzione di un buon canale magnetico.

E' perciò interessante considerare la possibilità di ottenere una risonanza in corrispondenza di una fase di ingresso nella zona alterata di 90° e con un guadagno dell'ordine di 1,5. Si deve escludere la possibilità di ottenere questa risonanza per incontri con una sola zona alterata sia ad ogni giro che ad ogni due giri. Questa risonanza può essere ottenuta in un sincrotrone circolare con un giro si e due no (ma allora il guadagno resta piccolo), oppure con due zone alterate, una sulla zona esterna all'orbita stabile e una su quella interna, ambedue allo stesso azimut. Al fine di condurre un calcolo di questo dispositivo adotteremo un procedimento elementare strettamente aderente ai fatti fisici. Si tratta di calcolare quale deve essere la variazione (che chiameremo δ) di $\dot{s} = \frac{ds}{d\theta}$, che l'elettrone deve subire attraversando la zona alterata con un certo angolo di fase, affinché dopo un giro incontri l'altra zona alterata con questo stesso angolo di fase. Noto δ si ricava subito il rapporto tra le ampiezze della oscillazione di betatrone dopo e prima dello attraversamento della zona alterata. In questo calcolo si considera trascurabile l'estensione azimutale della zona alterata. Perciò se θ_1 indica l'angolo azimutale tra il nodo immediatamente precedente la zona alterata e l'entrata in questa zona; lo stesso angolo θ_1 indicherà pure l'angolo tra il suddetto nodo e l'uscita dalla zona alterata. Una volta noto δ sarà immediato trovare l'intensità della zona di campo alterato necessaria per avere la risonanza. Cominciamo dunque a trovare δ e g . In fig.1 si vede che, detti θ_1 e $\dot{\theta}_1$ rispettivamente lo spostamento dall'orbita stabile all'ingresso della zona alterata e la derivata $ds/d\theta$ nello stesso punto, queste

grandezze saranno espresse da:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Entrata nella} \\ \text{zona alterata} \end{array} \right\} \begin{cases} s_1 = \frac{\dot{s}_0}{\omega_r} \operatorname{sen} \omega_r \theta_1 \\ \dot{s}_1 = \dot{s}_0 \cos \omega_r \theta_1 \\ \frac{\dot{s}_0}{\omega_r} = \text{ampiezza dell'oscillazione} \\ \text{radiale} \\ \omega_r = \sqrt{1-n} \end{cases}$$

All'uscita della zona alterata (supposta di trascurabile) si suppone che s_1 non sia mutato la quantità δ si sia aggiunta la quantità δ . all'uscita dalla zona alterata noi avremo:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Uscita dalla} \\ \text{zona alterata} \end{array} \right\} \begin{cases} s_1 \approx \frac{\dot{s}_0}{\omega_r} \operatorname{sen} \omega_r \theta_1 \\ \dot{s}_1 = \dot{s}_0 \cos \omega_r \theta_1 + \delta \end{cases}$$

Noi ora vogliamo imporre che la particella intersechi l'orbita stabile ad un certo azimut θ_2 , cioè che a questo azimut si abbia $s(\theta_2) = s_2 = 0$.

Per conoscere che valore assumerà \dot{s}_2 in θ_2 , noti s_1 e \dot{s}_1 a θ_1 non è strettamente necessario scrivere tutta la matrice di trasformazioni. Basta pensare che se la particella fosse in θ_1 con $s = s_1$, ma con $\dot{s}_1 = 0$, il suo spostamento radiale all'azimut θ_2 sarebbe dato da

$$s_2 = s_1 \cos \omega_r (\theta_2 - \theta_1), \text{ mentre se la particella fosse all'azimut } \theta_1 \text{ con } \dot{s} = \dot{s}_1, \text{ ma } s_1 = 0 \text{ la sua posizione in } \theta_2 \text{ sarebbe } s_2 = \frac{\dot{s}_1}{\omega_r} \operatorname{sen} \omega_r (\theta_2 - \theta_1).$$

Nel caso di entrambi s e \dot{s} diversi da 0 in θ_1 in θ_2 si avrà:

$$s_2 = s_1 \cos \omega_r (\theta_2 - \theta_1) + \frac{\dot{s}_1}{\omega_r} \operatorname{sen} \omega_r (\theta_2 - \theta_1)$$

e quindi:

$$\dot{s}_2 = -s_1 \omega_r \operatorname{sen} \omega_r (\theta_2 - \theta_1) + \dot{s}_1 \cos \omega_r (\theta_2 - \theta_1)$$

Noi ora sostituiamo (2) in (3) e imponiamo la condizione $s_2 = 0$, ottenendo così le due equazioni:

$$0 = \dot{S}_0 \operatorname{sen} \omega_r \theta_1 \cos \omega_r (\theta_2 - \theta_1) + \dot{S}_0 \cos \omega_r \theta_1 \operatorname{sen} \omega_r (\theta_2 - \theta_1) + \delta \operatorname{sen} \omega_r (\theta_2 - \theta_1)$$

$$\dot{S}_2 = -\dot{S}_0 \operatorname{sen} \omega_r \theta_1 \operatorname{sen} \omega_r (\theta_2 - \theta_1) + [\dot{S}_0 \cos \omega_r \theta_1 + \delta] \cos \omega_r (\theta_2 - \theta_1)$$

Da queste due equazioni possiamo facilmente ricavare le due incognite δ o $g = \dot{S}_2 / \dot{S}_0$. Si ottiene infatti:

$$\delta = -\frac{\dot{S}_0 \operatorname{sen} \omega_r \theta_2}{\operatorname{sen} \omega_r (\theta_2 - \theta_1)} \quad \theta_2 = f(N)$$

onò.

$$g = \left| \frac{\dot{S}_2}{\dot{S}_0} \right| = \frac{\operatorname{sen} \omega_r \theta_1}{\operatorname{sen} \omega_r (\theta_2 - \theta_1)}$$

N = numero di giri tra un incontro e l'altro con la zona alterata.

Vediamo ora qual'è l'intensità della zona alterata (che ci conviene definire nel caso in cui questa si trovi in un settore curvo $T = (1 - n_a) \theta_2$). Poichè l'impulso della forza deve essere eguale alla variazione della quantità di moto della particella, $\bar{F}_t = \bar{P}_2 - \bar{P}_1$, e poichè nel nostro caso nella zona alterata si ha (V):

$$F = -m \omega_0^2 (1 - n_a) S_1$$

dove: $\omega_0 = \frac{d\theta}{dt}$ velocità angolare; m massa della particella,

$$t = \frac{(R + S_1) \theta}{\omega_0 R} = (1 + \varepsilon) \frac{\theta}{\omega_0}$$

dove: $\varepsilon = \frac{S_1}{R}$; R = raggio dell'orbita stabile,

$$p = m \frac{ds}{dt} = \frac{\partial s}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial t} m = m \omega_0 \frac{\partial s}{\partial \theta}$$

si otterrà infine:

$$-(1 - n_a) S_1 (1 + \varepsilon) \theta_2 = \left(\frac{\partial s}{\partial \theta} \right)_2 - \left(\frac{\partial s}{\partial \theta} \right)_1$$

(V) Questa espressione della forza nella regione alterata dove $n = n_a$ è valida alla seguente condizione. Estrapolando l'andamento radiale di B_z fino all'orbita di equilibrio occorre trovare il valore B_0 che compete a questa orbita di equilibrio. Questo implica la necessità di un salto di campo al confine di una regione alterata (vedi fig.3). Questo fatto è stato messo in luce dal Dott. A. Turrin.

Essendo l'espressione a secondo membro uguale a δ , ed essendo $\epsilon \ll 1$ si avrà:

$$T = -\frac{\delta}{s_1}$$

essendo $T = (1-n_2) \theta_2$ l'intensità della zona alterata.

Nel caso si vogliono porre le zone alterate in una sezione diritta allora, considerando in questa un campo magnetico verticale B_z con gradiente $dB_z/dz = \text{costante}$ e $B_z = 0$ sull'orbita di equilibrio (vedi fig.3) allora si avrà per T l'espressione:

$$T = n'_2 \theta'_2, \quad n'_2 = -\frac{dB_z}{dz} \frac{R}{B_0}$$

dove $\theta'_2 = \frac{L\theta}{R}$ rapporto tra la lunghezza sperimentale della zona alterata ed il raggio dei settori curvi; B_0 è il campo magnetico all'estrazione nei settori curvi ($B_0 = 9250$ gauss).

Per le oscillazioni verticali la trattazione è identica. Basterà porre z invece di s , $\dot{z} = dz/d\theta$ invece di \dot{s} , w_v invece di w_r , essendo z la coordinata verticale dell'elettrone e $w_v = \sqrt{\eta}$. Allora si avrà:

$$T = n_2 \theta_2 = \frac{\delta}{z_1}$$

dove $w_v = \sqrt{\eta}$. Analogamente si procede per l'espressione di g . In una sezione diritta per le oscillazioni verticali si avrebbe ancora l'espressione precedente con $n'_2 \theta'_2$ sopra definiti al posto di $n_2 \theta_2$ (Vedi § 3 - B).

Poichè T è costante e $\delta/s_1 = \text{cost.}$, e poichè $w\theta = \delta/s_1$ dove θ è lo spostamento introdotto dalla zona alterata, risulta che quest'ultimo è indipendente dall'ampiezza. Allora l'intensità T necessaria perchè una particella che incontra la zona alterata con fase di ingresso $w_r \theta_1$ intersechi l'orbita stabile in θ_2 , è data da:

$$\begin{aligned} T &= -\frac{\delta}{s_1} = -\frac{\delta}{\frac{s_0}{w_r} \text{sen } w_r \theta_1} = \\ &= \frac{w_r \text{sen } w_r \theta_2}{\text{sen } w_r \theta_1 \text{sen } w_r (\theta_2 - \theta_1)} \end{aligned} \quad (4)$$

Il guadagno relativo a certi valori θ_2 e θ_1 sarà dato da:

$$g_r = \frac{\text{sen } \omega_r \theta_2}{\text{sen } \omega_r (\theta_2 - \theta_1)} \quad (5)$$

Vediamo ora di calcolare l'intensità T delle due zone alterate necessarie a provocare la risonanza su un giro con fase di ingresso 90° . A questo scopo le due zone devono essere poste una internamente, l'altra esternamente all'orbita di equilibrio nel modo schematizzato in fig.1. Notiamo intanto che se le due zone di intensità T distano tra loro della quantità d , allora esse potranno essere create solo nel periodo di tempo in cui si ha $2A < d$, essendo A l'ampiezza delle oscillazioni elettroniche (vedi § 3). L'intensità T deve essere tale da fare cadere il prossimo minimo (o massimo interno) dell'oscillazione radiale in coincidenza della zona alterata interna. Si deve dunque avere (vedi anche fig.1):

$$\theta_2 = \frac{\pi}{\sqrt{1-n}} + (2\pi - \frac{\pi}{\sqrt{1-n}}) = 2\pi$$

$$\omega_r \theta_1 = \frac{\pi}{2} = \text{fase di ingresso}$$

Sostituendo in (4) si ottiene:

$$T = \frac{\omega_r \text{sen } \omega_r \theta_2}{\text{sen } \omega_r \theta_1 \text{sen } \omega_r (\theta_2 - \theta_1)} = \frac{\omega_r \text{sen } 2\pi \sqrt{1-n}}{1 \cdot \text{sen} (2\pi \sqrt{1-n} - \frac{\pi}{2})} =$$

$$= -\omega_r \text{tg} (2\pi \sqrt{1-n})$$

$$T = -0,68 = (1-n_0) \theta_2$$

Il guadagno corrispondente è:

$$g_r = \frac{1}{\text{sen} [2\pi \sqrt{1-n} - \frac{\pi}{2}]} = 1,48$$

§ 2) - Ricaveremo ora le funzioni $\theta_2' = f(\theta_1')$, $g = f(\theta_1')$ (dove $\theta_2' = \omega \theta_2$, $\theta_1' = \omega \theta_1$) sia per le oscillazioni verticali che per le orizzontali. A tale scopo con alcuni passaggi algebrici possiamo ottenere dalla (4):

$$\cot \theta'_1 - \frac{\omega}{T \sin^2 \theta'_1} = \begin{cases} \left. \begin{aligned} \omega &= \omega_r = \sqrt{1-n} \approx 0,63 \\ T &= (\text{---}) \theta'_2 = -0,68 \end{aligned} \right\} \text{radiali} \\ \left. \begin{aligned} \omega &= \omega_v = \sqrt{n} \approx 0,77 \\ T &= (\text{---}) \theta'_2 = +0,68 \end{aligned} \right\} \text{verticali} \end{cases}$$

Da questa relazione si ricavano graficamente le funzioni $\theta'_2 = f(\theta'_1)$ per le radiali e per le verticali. Note queste tramite la (5) si ricavano le analoghe $g(\theta'_1)$ per i guadagni.

I risultati sono riportati in fig.2. Nell'ordinata di sinistra sono riportati gli sfasamenti $\Phi = \theta'_2 - 180^\circ$ introdotti dalla zona alterata.

Per le oscillazioni radiali dobbiamo notare che la intensità della zona alterata è tale da focalizzare in fase gli elettroni per fasi di entrata tra 20° e 110° . Più precisamente il meccanismo è il seguente. Supponiamo che un elettrone entri nella zona alterata con angolo di fase $\theta'_1 = 90^\circ$. Esso incontrerà la zona interna a 270° cioè al minimo dell'oscillazione e così via, rimanendo sempre in fase. Se la incontra invece con $\theta'_1 = 80^\circ$ (cioè con 10° di anticipo) la zona alterata sposterà in avanti la fase di una quantità $\Phi = 41^\circ$, invece di $47^\circ 30'$, per cui la zona interna sarà incontrata con un anticipo di soli $10^\circ - 6^\circ 30' = 3^\circ 30'$ e così via. Questo accadrà per ogni ritardo o anticipo di fase compresi nella zona lineare del grafico di fig.2, cioè appunto con $10^\circ \leq \theta'_1 \leq 110^\circ$.

Il fatto che la risonanza si abbia per $\theta'_1 = 90^\circ$ permette però che la maggioranza degli elettroni all'ingresso nella zona alterata si trovi già molto vicino alla fase giusta di risonanza con una dispersione in azimuth minore. Tuttavia questo dipenderà dall'andamento del campo magnetico al confine tra la zona alterata e quella normale.

Per le oscillazioni verticali, tenuto conto del fatto che la zona alterata dà al massimo uno sfasamento di circa 90° contro i 97° necessari ad ottenere risonanza, si

può stimare un guadagno medio ogni due giri di 1,2 contro 2,2 per le oscillazioni radiali. Se si realizzano le condizioni iniziali per le ampiezze A_r, A_v delle oscillazioni di betatrone:

$$A_r = 2 \text{ cm} ; \quad A_v \leq 1 \text{ cm}$$

la estrazione potrà avvenire certamente in due giri e con tre sole azioni della zona alterata. In questo caso certamente nessun elettrone verrà perduto a causa delle oscillazioni verticali.

§ 3) - Daremo ora alcuni criteri orientativi per la realizzazione sperimentale dell'estrazione ping pong dall'elettrosincrotrone di 1000 MeV.

Elenchiamo di seguito alcuni dati necessari alle considerazioni che seguiranno.

- Estensione radiale probabile della zona utile di n all'iniezione (22,7 gauss): 13 cm

- Idem all'energia di 1000 MeV (9250 gauss): 11 cm

(Definiamo provvisoriamente come zona utile quella in cui si ha: $0,55 \leq n \leq 0,65$).

- Andamento teorico del campo magnetico in funzione del raggio:

$B_z = B_0(1 - n \frac{R}{R_0})$ nei settori curvi, $B_z = 0$ nelle sezioni diritte.

- B_0 varia tra - 150 gauss e + 9250 gauss con legge sinusoidale a 20 periodi al secondo.

Durante la salita di B_0 nella ciambella l'ampiezza A delle oscillazioni di betatrone si riduce proporzionalmente a $1/\sqrt{B_0}$. Per $B_0 >$ di 1000 gauss si avrà $2A < 2$ cm. Questo valore è puramente indicativo e potrà essere precisato solo a macchina funzionante.

A) Un meccanismo di estrazione può essere concepito nel modo seguente.

Un fiotto di elettroni viene iniettato all'energia di 2,5 MeV intorno all'istante in cui il campo magnetico B_0 nell'intraferro ha raggiunto il valore di 22,7 gauss. Quando l'ampiezza

$$\Phi = (\theta_2' - 180^\circ)$$

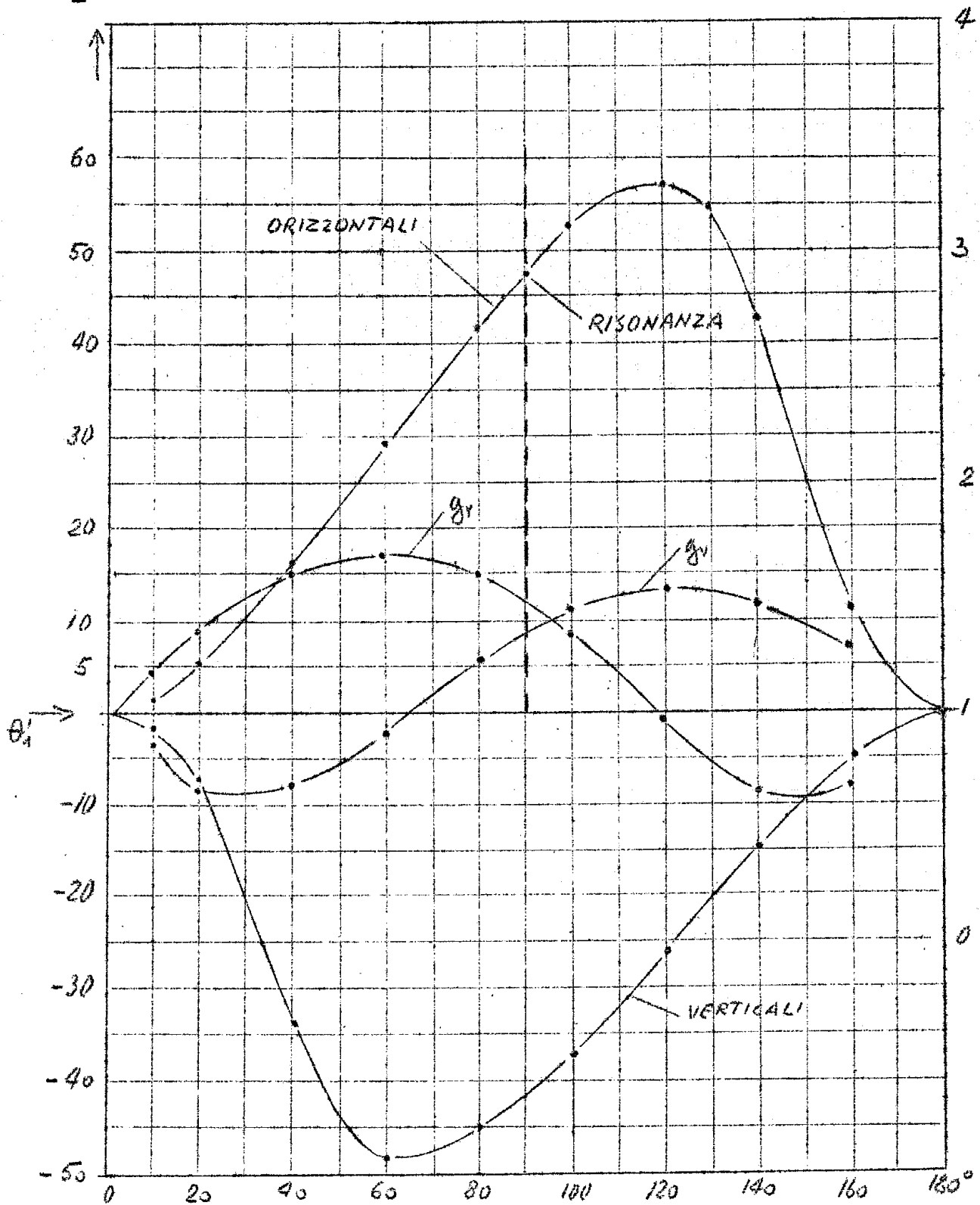
 $g_r \uparrow g_v$


FIG. 2 - SFASAMENTI E GUADAGNI DI AMPIEZZA IN FUNZIONE DELLA FASE DI ENTRATA NEL PEELER PER OSCILLAZIONI DI BETATRONE VERTICALI E ORIZZONTALI.-

A delle oscillazioni elettroniche radiali è diventata minore di 1 cm, presumibilmente quando $B_0 \approx 1000$ gauss, si incomincia ad alimentare un magnete posto in una sezione diritta, capace di formare un campo magnetico radiale di opportuno gradiente, internamente ed esternamente ad una fascia di ± 1 cm intorno all'orbita di equilibrio; la fascia dovrà restare libera da campi magnetici fino allo istante dell'estrazione. Questo istante sarà quello in cui si avrà $B_0 \approx 9250$ gauss e in cui gli elettroni avranno una energia di 1000 MeV. Allora verrà creato un campo perturbatore nella fascia fino ad ora priva di campo magnetico, che aumenterà incoerentemente l'ampiezza delle oscillazioni di betatrone fino a che i loro massimi incontreranno la zona alterata ed inizieranno l'amplificazione coerente in risonanza che porterà gli elettroni sulla bocca del canale magnetico. L'orbita di equilibrio potrà essere posta non al centro della fascia di due centimetri, ma leggermente asimetrica in modo che l'estrazione avvenga solo per i massimi esterni. Così tutti gli elettroni avranno la possibilità di raggiungere il canale magnetico.

Forniremo ora alcune precisazioni quantitative che potranno servire di orientamento per l'attività sperimentale preparatoria che dovrà precedere il progetto definitivo.

- B) Determiniamo la forma del campo magnetico nelle zone alterate. Volendo attuare le zone alterate in una sezione diritta, consideriamo l'espressione della forza radiale in una zona alterata posta in una sezione diritta. Essa sarà semplicemente la forza di Lorentz:

$$F_r = e B_z v = -e B_z \omega_0 R = -\frac{m \omega_0^2 R}{B_0} \frac{dB_z}{ds} S$$

dove con i simboli usuali (vedi elenco dei simboli), si

è posto:

$B_z = \frac{dB_z}{dS} S$ (perchè $\frac{dB_z}{dS} = \text{cost.}$) campo magnetico verticale nella zona alterata; $e = mw_0/B_0$ essendo B_0 il campo magnetico sull'orbita di equilibrio entro un settore curvo.

L'impulso agente sull'elettrone sarà dunque:

$$F_{rt} = - \frac{mw_0^2}{B_0} R \frac{dB_z}{dS} S \frac{L_\theta}{w_0 R} = - \frac{mw_0}{B_0} \frac{dB_z}{dS} L_\theta S$$

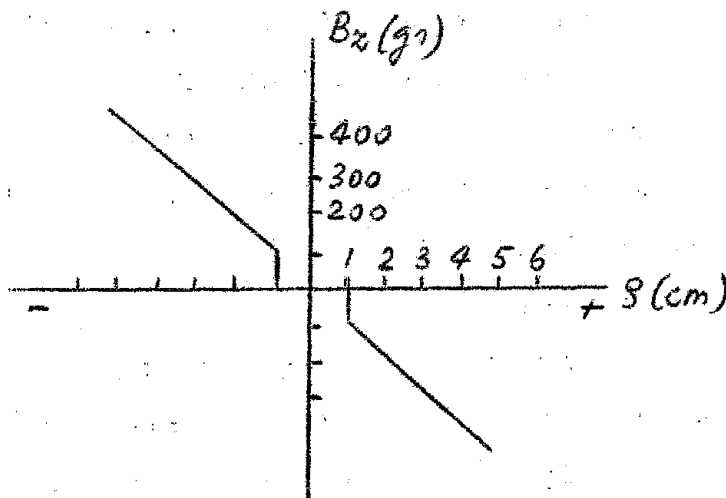
dove L_θ è l'estensione lungo l'orbita di equilibrio della zona alterata. Uguagliando questo impulso alla variazione della quantità di moto dell'elettrone si ottiene (vedi § 1):

$$T = \frac{dB_z}{dS} \frac{L_\theta}{B_0} = - \frac{J}{S} = - 0,68$$

Imponendo $L_\theta = 63$ cm si ha:

$$\frac{dB_z}{dS} = \frac{-0,68 \times 9250}{63} = - 100 \frac{\text{gauss}}{\text{cm}}$$

Perciò la forma ideale del campo magnetico sarebbe quella schematizzata qui sotto:



Si noti la necessità di formare due salti di campo di 100 gauss.

C) Ora ci occuperemo della realizzazione del campo magnetico. Alcuni criteri orientativi per iniziare una indagine sperimentale preliminare onde trovare la migliore soluzione, possono ottenersi considerando una soluzione provvisoria del tipo seguente.

Si consideri il magnete che, una volta alimentato, crei un

campo magnetico come quello indicato in fig.3, cioè un campo con gradiente uniforme di 100 gauss per cm lungo tutta la estensione radiale dell'intraferro, passante per 0 sull'orbita di equilibrio e che infine si inverte all'esterno di questo. Il problema è ora di creare un campo correttivo che sovrapposto al precedente generi un campo risultante che approssimi i due salti di campo e la zona centrale libera della figura precedente. Ciò può essere ottenuto disponendo quattro coppie dipolari di corrente disposte come in fig.3, cioè 4 conduttori sopra e 4 sotto il piano geometrico mediano paralleli all'orbita di equilibrio. In fig.3 sono pure riportati il campo delle correnti e il campo risultante per un caso particolare limite che ora calcoleremo. Il campo generato sul piano geometrico mediano (p.g.m.) alla posizione radiale ξ della gap, lontano dai bordi, da parte di due fili azimutali simmetrici sopra e sotto il p.g.m. distanti h_0 da esso, posti alla posizione radiale ξ_0 , percorsi dalla corrente + I, è dato da:

$$B_z^{(+)} = \frac{\mu_0 I}{4 h_0}$$

Se ora accostiamo ai fili precedenti altri due fili alla distanza $\Delta \xi_0$ e attraversati dalla corrente - I, otteniamo due dipoli uno sopra e uno sotto il p.g.m.. Il campo B_z generato da questi due dipoli al punto ξ sarà dato allora dal differenziale della precedente espressione fatto rispetto a ξ_0 :

$$B_z^{(+ -)} = \frac{\partial B_z}{\partial \xi_0} \Delta \xi_0 = - \frac{\mu_0 I (\Delta \xi_0)}{4 h_0^2} \frac{1}{\cos h^2 \pi \frac{(\xi - \xi_0)}{h_0}}$$

Questa espressione rappresenta una curva simile a una gaussiana e la curva sperimentale approssima quella teorica per $\Delta \xi_0 \rightarrow 0$ e $I \rightarrow \infty$. In realtà si avrà una situazione di compromesso. La larghezza di questa curva diminuisce con h_0 . Per ottenere l'andamento di campo

voluto occorre aggiungere un'altra coppia di dipoli di correnti opposte alla distanza radiale di 2 cm come illustrato in fig.3. Per ottenere una elevata efficienza di estrazione occorre che i salti di campo siano i più ripidi possibile, ovvero che h_0 sia la più piccola possibile; in effetti si può diminuire h_0 affacciando i poli del magnete nel vuoto a livello delle pareti interne della ciambella. Infatti l'altezza dell'intraferro nei settori curvi è di 86 mm mentre la distanza verticale massima tra le due pareti interne della ciambella è di 57 mm. E' quindi possibile in linea di principio ottenere $h_0 = 28,5$ mm. Tuttavia le curve di fig. 3 sono calcolate per $h_0 = 20$ mm, cioè con conduttori bipolari e poli ancor più ravvicinati. Questo corrisponde ad una perdita di apertura verticale di 17 mm in tutto il sincrotrone. Però il migliorato rendimento di estrazione potrà compensare in parte in tutto o in eccedenza la diminuzione di intensità finale del fascio di elettroni. Dovrà esserci comunque un massimo numero di elettroni estratti per una data altezza dell'intraferro, da trovarsi sperimentalmente. Calcoliamo infine il momento del dipolo di correnti necessario a creare un'ampiezza massima di 100 gauss. Si avrà per $h_0 = 20$ mm (caso di fig.3):

$$I \Delta S_0 = \frac{B_{z \max}^{(+)} \times 4 h_0^2}{\mu_0 \pi} = \frac{100 \times 4 \times 4}{1 \times 3,14 \times 1,26} \approx 440 \text{ Amp cm}$$

Secondo il meccanismo di estrazione riassunto al principio di questo paragrafo quando si ha $A < 1$ cm si incomincia ad alimentare il magnete e contemporaneamente i conduttori dipolari di correzione, in modo da avere sempre campo nullo nella fascia centrale o il gradiente di campo nelle zone alterate crescente tra 0 e 100 gauss per cm. Questo gradiente raggiungerà il valore di 100 gauss per cm alla fine del ciclo di accelerazione ($B_0 = 9250$ gauss, $E = 1000$ MeV). A questo punto si diminuiscono le intensità delle correnti dipolari in modo da creare un campo magnetico perturbatore

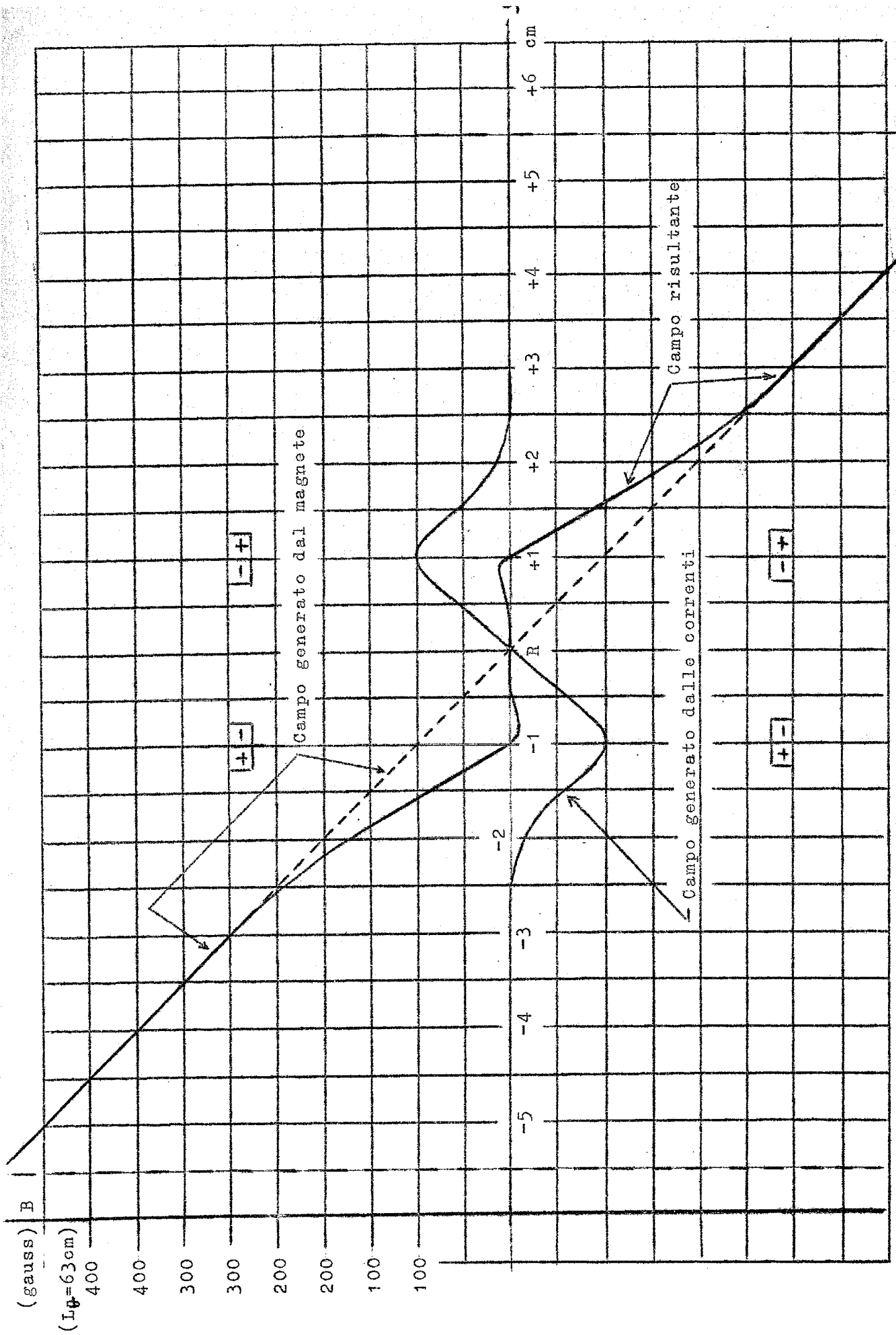


FIG. 3

nella fascia centrale, con conseguente sparpagliamento elettronico prima ed estrazione ping pong poi. Appena avvenuta l'estrazione, si porta a zero anche l'intensità della corrente di eccitazione del magnete, in modo che tutto possa ripetersi al prossimo ciclo di accelerazione.

E' da notare che il successo di questo metodo di estrazione dipende completamente dalla possibilità di creare delle adatte discontinuità di campo.

Dettagliate discussioni critiche sui principali argomenti di questo lavoro sono state condotte con il Dott. Angelo Turrin, il Dott. Piergiorgio Sona e il Prof. Giorgio Salvini. In particolare il Dott. Turrin ha messo in rilievo la necessità della formazione delle due discontinuità di campo magnetico ai confini radiali delle zone alterate.

Bibliografia:

- 1 - J.L.Tuck e L.C.Teng - Phys. Rev. 81 (1951) 305
- 2 - K.J.Le Couter - Proc.Phys.Soc. LXIV B (1951) 1073
- 3 - S.Cohen e A.V.Crowe - Nucl.Inst. 1 (1957) 31
- 4 - E.Persico - 'Lezioni sugli acceleratori di particelle' (Conti e Pioda 1954) 163
- 5 - A.Turrin - 'Possibilità di estrazione ecc..' - Esperienze in progetto con l'elettrosincrotrone' vol. II° - 25-26/1/1957 - I.N.F.N. Sezione Acceleratore Roma.