

Laboratori Nazionali di Frascati

LNF-56/35 (1956)

C. Canarutto: METODO PER LA MISURA DI CAMPI MAGNETOSTATICI.

Estratto da: L'Elettrotecnica 43, 364 (1956)

CLAUDIO CANARUTTO

---

# Metodo per la misura di campi magnetostatici

---

Estratto da « L'ELETTROTECNICA »

Vol. XLIII - N. 7 - 1956

# METODO PER LA MISURA DI CAMPI MAGNETOSTATICI

CLAUDIO CANARUTTO (\*)

*Descrizione di un metodo a ponte ed a bobinette rotanti, per misurare gradienti di campi magnetostatici. La sensibilità del metodo è indipendente dal valore del gradiente e dipende solo dalla intensità media del campo. Vengono misurate differenze di campi magnetici statici dell'ordine di  $1/10^5$  dell'intensità del campo stesso. Si indica anche una applicazione del metodo per la misura istantanea di campi magnetici variabili nel tempo con legge periodica.*

## INTRODUZIONE.

Presso la Sezione Acceleratore dell'I.N.F.N., che, come è noto, si occupa della costruzione dell'Elettrosincrotrone italiano da 1 GeV [1] ci si è dovuti occupare di misure di campi magnetostatici.

Esigenze di carattere teorico prescrivono per il campo magnetico di guida degli elettroni negli elettrosincrotroni caratteristiche molto severe. In particolare, stabilita in sede teorica la legge di distribuzione del campo magnetico nello spazio, si vuole che a questa corrisponda una distribuzione effettiva, che ne differisca in ciascun punto per non più di alcune unità su  $10^{-5}$  del valore del campo magnetico.

Questa esigenza ha portato a studiare ed a sperimentare diversi metodi di misura [4].

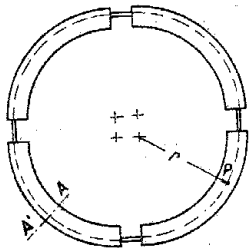


Fig. 1. — Vista dall'alto di un elettrosincrotrone (schematica).

Oggetto della presente nota è la descrizione di un metodo a bobinette rotanti, che opera la misura attraverso un circuito a ponte. Il sistema ha permesso di valutare differenze di flusso dell'ordine di 3 maxwell.

Viene indicata inoltre in appendice una possibile applicazione del metodo a misure di campi magnetici variabili.

## 0-1 - GENERALITÀ.

Si presenta la necessità nella costruzione di alcune macchine acceleratrici di particelle, quali per esempio gli elettrosincrotroni [2], di conoscere con grande precisione la legge di distribuzione nello spazio e nel tempo del campo magnetico, che ha funzione contemporanea-

mente di guida e focalizzazione sugli elettroni. In generale, nei casi considerati, si può scrivere:

$$(1) \quad B = B(P, t, \dot{B})$$

relazione che esprime che il campo magnetico  $B$  è funzione delle coordinate spaziali  $P$ , del tempo  $t$ , e della sua derivata parziale rispetto al tempo  $\dot{B}$ .

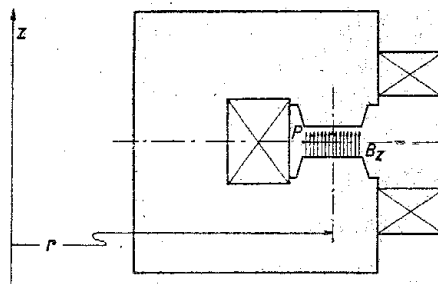


Fig. 2. — Sezione A-A' (schematica) della fig. 1.

Normalmente per valori di campo compresi tra  $3/100$  e  $7/10$  di  $\text{Wb/m}^2$  si può con ottima approssimazione ritenere che la (1) si riduca al tipo

$$(2) \quad B = B(P) \cdot f(t)$$

ove con  $f(t)$  si vuole indicare una funzione del tempo adimensionale, generalmente periodica ed indipendente da  $B$ ,  $P$  e  $\dot{B}$ .

Che a campi molto bassi e molto alti non possa valere la (2), risulta evidente a chi pensi agli effetti di campo rimanente, alla saturazione ed alle correnti di Foucault nel ferro e nel rame.

Pertanto sono necessari metodi che per valori di  $B$  esterni ai limiti indicati permettano di determinare istante per istante il valore del campo stesso. Tuttavia si è soliti progettare e costruire gli elettrosincrotroni in modo tale che entro tali limiti la geometria del ferro e degli avvolgimenti di eccitazione, sia sufficiente a creare la distribuzione di  $B$  richiesta.

Si domanda invece a circuiti magnetici aggiunti il compito di correggere il campo stesso al di fuori dei limiti indicati.

È di solito richiesto da considerazioni teoriche [3] sulla focalizzazione delle orbite delle particelle accelerate, che nella zona occupata dalle orbite stesse sia costante (nello spazio e nel tempo) il numero:

$$n = \frac{r}{B_z} \cdot \frac{dB_z}{dr}$$

ove con  $r$  (figg. 1 e 2) si indica il raggio dell'orbita della particella che passa per il punto  $P$  di misura e con  $B_z$  la componente lungo  $z$  del campo magnetico  $B$  nel punto  $P$ .

Ancora considerazioni teoriche richiedono che  $n$  sia conosciuto con la precisione di  $\pm 1\%$ .

(\*) Dr. Ing. CLAUDIO CANARUTTO, della Sezione Acceleratore - dell'Istituto Nazionale di Fisica Nucleare - Roma.

O-2.

Sullà base delle considerazioni che precedono si è sperimentato un metodo che permette di misurare la quantità  $\Delta B/B$  a campi costanti con la precisione richiesta nella costruzione del sincrotrone italiano. Per esso si ha:

$$n = 0,6 \quad r = 3,6 \text{ m}$$

Si è prefissato:

$$\Delta r = 10^{-2} \text{ m}$$

e pertanto la quantità da misurare è:

$$\frac{\Delta B}{B} = \frac{1}{600}$$

quantità che deve essere nota a meno del  $\pm 1\%$ . È pertanto necessaria una sensibilità del metodo di misura di  $\Delta B/B$  non inferiore a  $3 \cdot 10^{-5}$ .

I.1 - DESCRIZIONE DEL METODO.

Si è usato per fare le misure il ponte schematizzato in fig. 3. Esso consiste di due bobinette  $A_1$  e  $A_2$  rotanti intorno ad uno stesso asse che ha la direzione del raggio dell'orbita delle particelle nel punto di misura (fig. 4). Gli assi delle bobinette sono perpendicolari all'asse di rotazione e paralleli tra loro. L'interasse  $\Delta r$  è di 1 cm.  $R_1$  e  $R_2$  sono due cassette di resistenza,  $G$  è un sistema di zero costituito da un amplificatore e da un tubo oscillografico a raggi catodici.

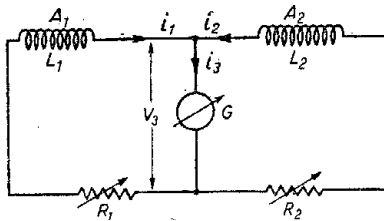


Fig. 3. — Schema di principio del ponte di misura.

La tensione  $V_3$  ai morsetti di ingresso di  $G$  è data da

$$(3) \quad V_3 = \frac{e_1 z_2 + e_2 z_1}{(z_1 z_2 / z_3) + z_1 + z_2}$$

ove si sono indicate con  $e_1$  ed  $e_2$  le forze elettromotrici generate dalle due bobinette, e con  $z_1$ ,  $z_2$  le impedenze rispettivamente percorse dalle correnti  $i_1$  e  $i_2$  (fig. 3) e con  $z_3$  l'impedenza d'ingresso di  $G$ .

In primissima approssimazione si può porre generalmente:

$$z_1 = R_1 \\ z_2 = R_2$$

Per  $V_3 = 0$ , allora si ha:

$$-\frac{e_1}{e_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

Ma è:

$$e_1 = B_1 S_1 \omega; \quad e_2 = B_2 S_2 \omega$$

con  $S_1$  ed  $S_2$  prodotti dell'area per il numero di spire delle due bobinette;  $B_1$  e  $B_2$  campi medi misurati rispettivamente da  $A_1$  ed  $A_2$ ;  $\omega = 2\pi f$ , ove  $f$  è la frequenza di rotazione del sistema. Perciò si potrà scrivere:

$$-\frac{B_1}{B_2} = \frac{S_2}{S_1} \frac{R_1}{R_2}$$

relazione che in primissima approssimazione permette di calcolare, ove sia noto il rapporto  $S_2/S_1$ , il rapporto dei valori dei campi magnetici in due punti, dalla lettura dei valori di due cassette di resistenze.

In effetti il ponte è leggermente più complesso, in quanto le f.e.m.  $e_1$  e  $e_2$  non sono generalmente in fase tra loro (e pertanto occorre provvedere il ponte di un elemento rifasatore) ed inoltre occorre tenere conto delle

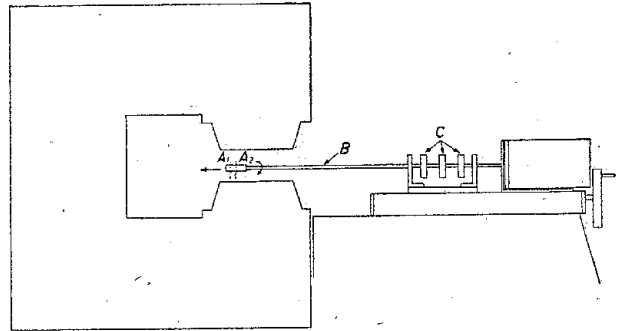


Fig. 4. — Disposizione sperimentale:  $A_1$  ed  $A_2$  assi delle bobinette;  $C$  contatti rotanti.

impedenze che inevitabilmente sono comprese nel circuito.

Se per esempio si utilizza come elemento rifasatore una capacità  $C_1$ , lo schema del ponte diventa come quello di fig. 5, ove  $L_1$  e  $L_2$ ,  $R_{01}$  e  $R_{02}$  sono rispettivamente induttanza e resistenza delle due bobinette.

Vale allora la relazione seguente:

$$(4) \quad \frac{B_1 S_1}{B_2 S_2} (\cos \varphi + j \sin \varphi) = \frac{(R_{01} + R_1)(R_{02} + R_2) + \omega^2 L_1 L_2}{(R_{02} + R_2)^2 + \omega^2 L_2^2} - \frac{\omega^2 L_1 R_1 [L_1 (R_2 + R_{02}) - L_2 R_{01}]}{(R_{02} + R_2)^2 + \omega^2 L_2^2} + j \left\{ \frac{\omega L_1 (R_2 + R_{02}) - \omega L_2 (R_1 + R_{01})}{(R_{02} + R_2)^2 + \omega^2 L_2^2} + \frac{\omega C_1 R_1 [R_{01} (R_2 + R_{02}) + \omega^2 L_1 L_2]}{(R_{02} + R_2)^2 + \omega^2 L_2^2} \right\}$$

con  $\varphi = \varphi_a + \varphi_b$ ,

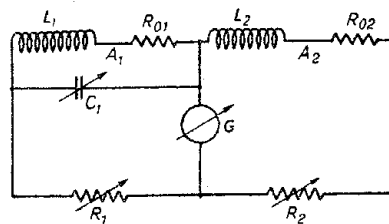


Fig. 5. — Schema del ponte di misura:  $A_1$  ed  $A_2$  sono le due bobinette rotanti.

ove  $\varphi_a$  è l'angolo residuo tra gli assi magnetici delle due bobinette e  $\varphi_b$  è l'angolo tra la direzione dei campi magnetici in corrispondenza dei due punti di misura.

Dalla relazione ora scritta risulta evidente che  $C_1$  contribuisce a rifasare sia lo sfasamento tra le f.e.m., sia la differenza

$$\omega L_1 (R_2 + R_{02}) - \omega L_2 (R_1 + R_{01}).$$

Per questa ragione in generale  $C_1$  non sarà mai nullo, neppure per  $\varphi = 0$  e per  $L_1 = L_2$ .

Nota  $S_1/S_2$ , dalla misura delle quantità note si ricavano anche  $B_1/B_2$  e  $\varphi$ .

Nota il rapporto  $B_1/B_2$ , da esso in modo ovvio si ricava la quantità

$$\frac{B_1 - B_2}{(B_1 + B_2)/2} = \frac{\Delta B}{B}$$

richiesta.

I.2 - SENSIBILITÀ E PRECISIONE:

Avuto cura di costruire il sistema rotante in modo da rendere minimo l'angolo tra gli assi delle bobinette, tenuto conto che (almeno nel nostro caso specifico) si può assumere con buona approssimazione identica la direzione del campo magnetico abbracciato dalle due bobine, si è costantemente assunto il valore  $\varphi = 0$ .

Inoltre, nel nostro caso è sempre

$$\omega L_1 \ll \omega L_2 \ll R_1 + R_{01} \ll R_2 + R_{02}$$

ed anche

$$\omega^2 L_1 C_1 \ll 1$$

per cui si è potuto costantemente assumere

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{S_2}{S_1} \frac{R_{01} + R_1}{R_{02} + R_2}$$

relazione notevolmente più semplice della (4).

A volerne tener conto, l'influenza di tutti i termini trascurati sarebbe sufficientemente costante nel campo di misura e dell'ordine di  $1 \cdot 10^{-5}$ .

Quanto alla sensibilità, essa ha praticamente come unico limite quella di lettura di  $V_3$ .

Consideriamo il seguente caso tipico:

Supponendo per semplicità valida la (3), da questa, supponendo

$$z_1 \ll z_2; \quad S_1 \ll S_2; \quad z_3 \gg z_1 \ll z_2$$

ricaveremo

$$\Delta V_3 \ll \frac{\omega S}{2} \Delta B$$

od anche

$$S \Delta B \ll 2 \Delta V_3 / \omega.$$

Se

$$\Delta V_3 = 10^{-3} \text{ V}; \omega = 314 \text{ rad/sec } (f = 50 \text{ Hz})$$

si ha una sensibilità

$$S \Delta B \ll 7 \text{ Maxwell } (= 7 \cdot 10^{-8} \text{ Wb}).$$

Se invece

$$V_3 = 10^{-3} \text{ V}; \omega = 785 \text{ rad/sec } (f = 125 \text{ Hz})$$

si ha una sensibilità

$$S \Delta B \ll 3 \text{ Maxwell } (= 3 \cdot 10^{-8} \text{ Wh}).$$

Le misure sono state da noi compiute essenzialmente a velocità di rotazione di 125 giri/sec.

Per rendersi indipendenti dagli errori di taratura delle cassette di resistenze, basta fare due misure, scambiando tra di loro le cassette stesse. La media geometrica delle due letture è, a meno di errori del secondo ordine, indipendente dagli errori di taratura delle cassette di resistenza.

I-3. - DETTAGLI COSTRUTTIVI.

Il problema essenziale che si presenta costruttivamente è quello dei contatti rotanti che devono permettere di collegare le bobinette con gli elementi non rotanti del ponte. Si sono sperimentati alcuni tipi di contatti in bagno di mercurio. I risultati non sono stati del tutto soddisfacenti, poichè durante il funzionamento, per effetti termici, veniva a variare la resistenza di contatto, in tal modo rendendo imprecisa la misura. Si sono allora adottati normali contatti formati da un collettorino ad anello in rame di  $\Phi = 10 \text{ mm}$  e da una spazzola, su

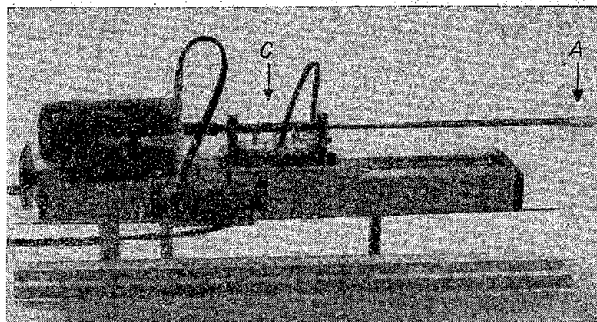


Fig. 6. — Sistema rotante: A bobinette; C contatti.

di esso strisciante, pure di rame (figg. 6 e 7). Naturalmente questi contatti danno origine a notevoli scintillamenti che deformano notevolmente il segnale di zero con frequenze multiple della frequenza di rotazione. Si è pertanto reso altamente selettivo l'amplificatore con l'applicazione in controreazione di una rete a doppio T [5].

Le fluttuazioni del valore della resistenza di contatto sono di alcuni decimi di ohm. Per ridurne l'influenza al disotto della sensibilità necessaria si è dovuto aumentare  $R_1$  e  $R_2$  sino a circa 50 000 ohm. In tal modo si è ottenuta una sensibilità di circa  $\pm 3$  Maxwell con una velocità di rotazione delle bobinette di circa 7 500 giri/min. Nel caso fosse necessario, è pensabile di mi-



Fig. 7. — Magnete su cui si è sperimentato (a sinistra) e ponte di misura (a destra).

gliorare questa sensibilità migliorando il sistema di amplificazione ed aumentando la velocità di rotazione delle bobine.

2. - ALTRI CAMPI DI APPLICAZIONE.

2.1 - Il sistema descritto può servire, ed in effetti viene da noi usato, per tarare, con sensibilità analoga a quella descritta, il rapporto area spire di due bobine (fig. 8).

Basta disporre di un campo magnetico sufficientemente uniforme, nel quale vengano fatte ruotare le due bobine. Il ponte è come quello di fig. 5 e la relazione utile (semplificata) è la seguente:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{B_2}{B_1} \frac{R_1 + R_{01}}{R_2 + R_{02}}$$

In effetti occorre ridurre gli errori di taratura dovuti alle inevitabili imprecisioni del campo magnetico e delle cassette di resistenza. Si fanno allo scopo quattro letture, scambiando tra di loro le posizioni nel campo magnetico delle due bobine e, per ciascuna posizione, scambiando tra di loro le cassette di resistenza. La media geometrica delle quattro letture è, a meno di errori del secondo ordine, indipendente dagli errori del campo e delle resistenze tarate. Questa taratura può venir compiuta indifferentemente sia in un campo magnetico costante, facendo ruotare le due bobinette, sia fissando le bobinette ed eccitandole in un campo magnetico alternato.

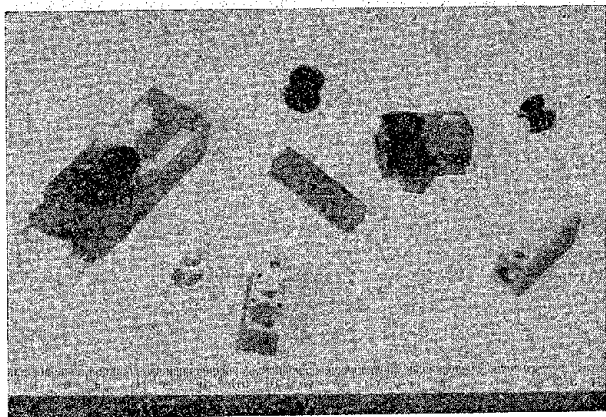


Fig. 8. — Alcuni tipi di bobinette e relativi supporti usati.

2.2 - Lo stesso ponte può venire usato per determinare l'interasse magnetico tra due bobinette rigidamente fissate tra loro.

Basta disporre di un campo magnetico a gradiente in ciascun punto noto. Dalla misura del gradiente si risale con brevi considerazioni analitiche alla distanza tra gli assi magnetici delle due bobine. Naturalmente essendo le spire delle bobine di area non infinitesima, gli assi magnetici definiti come quelle rette lungo le quali il campo  $B^*$  è dato da

$$B^* = \frac{I}{S} \int B \, dS$$

(con  $S$  prodotto area spire della bobinetta) varieranno col variare del gradiente. Pertanto ha senso determinare gli assi magnetici di due bobine solo in un campo campione a gradiente poco dissimile da quello nel quale le bobinette verranno a loro volta usate per compiere la misura gradiente.

### 2.3 - RIEPILOGO.

Per compiere con la massima precisione possibile la misura del gradiente di un campo magnetico col metodo delle bobinette rotanti, occorre disporre di un campo magnetico uniforme e di un campo magnetico a gradiente noto e di valore non troppo dissimile da quello che deve venire misurato. Con l'ausilio del primo si determina il rapporto area spire tra le due bobinette, con

l'altro si determina l'interasse magnetico. Infine si misura il campo magnetico; con l'ausilio dei dati precedentemente ottenuti si ricava la quantità

$$\frac{I}{B} \frac{\Delta B}{\Delta r}$$

Per ogni  $B$  si ha pertanto il gradiente del campo magnetico.

### 3. - APPENDICE: Applicazione del metodo per misure di campi magnetici variabili nel tempo con legge periodica.

Il metodo studiato può presentare anche una applicazione per lo studio di campi magnetici variabili nel tempo con legge periodica.

L'applicazione è ovvia nel caso di campi magnetici sinusoidali, per i quali sia sufficiente conoscere la quantità  $\Delta B/B$  (ove  $\Delta B/B$  e  $B$  sono per es. i rispettivi valori efficaci).

Basta allora disporre il nostro sistema di misura con le bobinette fisse. Il ponte (dal punto di vista elettrico) è analogo a quello precedentemente descritto ed analoghe sono ancora la sensibilità e la precisione.

Più interessante è il caso di campo magnetico variante con legge periodica qualunque (basta che la curva di variazione in funzione del tempo sia regolare in senso analitico). Si propone il seguente metodo. Si abbiano ancora un sistema rotante ed un ponte di misura identici a quelli indicati. Il motore che fa ruotare le bobinette sia però ora sincrono ed alimentato attraverso uno sfasatore dalla armonica fondamentale del campo magnetico in misura.

Se si suppone che le impedenze nei rami del ponte siano puramente resistive, la (3) diventerà:

$$V_3 = \frac{e_1 R_2 + e_2 R_1}{R_1 + R_2 + R_1 R_2 / R_3}$$

Se con  $S$  si indica la proiezione dell'area spire  $S^*$  in una direzione perpendicolare alla direzione del campo magnetico, si ha:

$$e = - \frac{d(BS)}{dt} = - \left( B \frac{dS}{dt} + S \frac{dB}{dt} \right)$$

Se si dispongono le cose in modo da fare la misura in corrispondenza dell'istante  $t_0$  in cui  $S = 0$ , potremo anche scrivere per ponte equilibrato all'istante  $t_0$ :

$$- \left( \frac{B_1}{B_2} \right)_{t=t_0} = \frac{R_1}{R_2} \cdot \left( \frac{dS_2}{dt} \right)_{t=t_0} : \left( \frac{dS_1}{dt} \right)_{t=t_0}$$

Essendo:

$$S = S^* \cos(\omega t + \varphi)$$

e

$$\frac{dS}{dt} = -\omega S \sin(\omega t + \varphi)$$

per  $S = 0$  è

$$\frac{dS}{dt} = -\omega S^*$$

e pertanto

$$- \left( \frac{B_1}{B_2} \right)_{t=t_0} = \frac{R_1}{R_2} \frac{S_2^*}{S_1^*}$$

Variando ora la fase tra l'armonica fondamentale di  $B$  e l'angolo di rotazione delle bobinette, si può far coincidere lo zero di  $S$  con qualunque punto della curva di  $B(t)$ . Pertanto si può misurare la quantità  $B_1/B_2$  in qualunque istante della curva di  $B(t)$ .

Occorre solo avere un segnale sincrono con  $S = 0$  che permetta di determinare l'istante in cui si deve fare la misura.

Con questo metodo, in ogni caso, c'è da aspettarsi una sensibilità minore di quella ottenuta col metodo per misurare campi costanti. Ciò perchè se nella misura di campi costanti è stato possibile filtrare il segnale di zero di ogni armonica di ordine superiore alla fondamentale e pertanto eliminare per es. quelle dovute alle scintillazioni dei contatti rotanti ed al rumore di fondo, nel caso di misura di campi variabili ogni filtro può deformare i segnali di  $B(t)$  in misura e pertanto non è applicabile.

Manoscritto ricevuto il 4 Gennaio 1956.

#### BIBLIOGRAFIA

[1] G. SALVINI: *Il progetto italiano di un elettrosincrotrone*. - Supplemento al «Nuovo Cimento», 12-9-I, 1954.

[2] J. VEKSLER: «Journ. Phys. USSR», 9-153, 1945.

M. Mc MILLAN. «Phys. Rev.», 68-143, 1945.

(I due autori, in modo indipendente l'uno dall'altro, hanno scritto contemporaneamente entrambi le condizioni di funzionamento dei sincrotroni).

Sulla costruzione di un sincrotrone e sui problemi connessi, vedi: «Rev. Sci. Instr.», 24-9-1953, un numero intero dedicato alla costruzione del protosincrotrone (cosmotrone) di Brookhaven. Per le macchine acceleratrici in generale e sui sincrotroni in particolare, vedi anche:

E. PERSICO: *Lezioni sugli acceleratori di particelle*. Tipo-litogr. Conti e Pioda, 1954 (con ampia bibliografia).

[3] E. PERSICO: *Op. cit.*

M. LIVINGSTONE: *High energy accelerators*. - Interscience Publ. N. Y., 1954.

[4] Sui metodi di misura di campi magnetici in macchine acceleratrici, vedi:

GREEN-KASSNER-MOORE-SMITH: «Rev. Sci. Instr.», 24-9-1953 pagg. 743-754.

[5] M. PICCHI: *Amplificazione selettiva mediante reti di reazione a resistenza e capacità*. - «A. F.», XIX, 2, pagg. 58-85, 1950.

B. LAVIGNINO: *Particolari applicazioni delle reti a T semplice ed a doppio T*. - «A. F.», XXI, 3, pagg. 116-129, 1952.