

Laboratori Nazionali di Frascati

LNF-56/21 (15. 12. 56)

G. Cristiani, A. Lovati, M. Panetti: STUDIO DI DISPOSITIVI MAGNETICI  
PER ESPERIENZE AL SINCROTRONE NAZIONALE DA 1000 MeV.

ISTITUTO NAZIONALE DI FISICA NUCLEARE

Sezione Acceleratore

Relazione n°: AS 8

15 Dicembre 1956.

G.Cristiani<sup>+</sup>, A.Lovati<sup>+°</sup> e M.Panetti<sup>+°</sup>:

STUDIO DI DISPOSITIVI MAGNETICI PER ESPERIENZE AL SINCROTRONE  
NAZIONALE DA 1000 MeV.-

Nella presente relazione sono esposte le caratteristiche di alcuni dispositivi magnetici per studiare la radiazione gamma di alta energia e per focalizzare ed analizzare le particelle cariche prodotte ad un elettrosincrotrone da 1000 MeV. Una parte delle considerazioni e dei dati esposti sono contenuti in relazioni presentate alla Sezione Acceleratore ( 21 febbraio, 31 marzo e 4 aprile 1956) e nelle comunicazioni fatte al Congresso di Torino del 6-12 settembre ed alla riunione dell'INFN del 1-2 ottobre.

Scopo della relazione è fornire a chi intende progettare esperienze al sincrotrone i dati orientativi circa le prime apparecchiature magnetiche che si propone di costruire per il laboratorio esperienze del sincrotrone e le formule che permettono di calcolare rapidamente le caratteristiche degli stessi dispositivi in altre condizioni di lavoro e di altri analoghi che potranno essere costruiti in futuro.

Ci è gradito ringraziare i professori E.Persico e G.Salvini per le numerose ed utili discussioni ed i professori K.M.Crowe e R.M.Sternheimer per i dati che ci hanno cortesemente fornito.

---

<sup>+</sup>Istituto Nazionale di Fisica Nucleare, Sezione di Milano

<sup>°</sup>Istituto di Scienze Fisiche dell'Università, Milano

La relazione comprende:

Introduzione

- 1.- Cenno ad alcune esperienze fondamentali al sincrotrone da 1000 MeV e dispositivi magnetici occorrenti.
- 2.- Definizioni.

Spettrometro a coppie

- 3.- Elementi della teoria dello spettrometro a coppie.
- 4.- Proposte per la costruzione di uno spettrometro a coppie di discreto potere risolutivo e di uno di elevato potere risolutivo.
- 5.- Bibliografia.

Analizzatori magnetici e spettrometri

- 6.- Elementi della teoria degli analizzatori e degli spettrometri magnetici in campi:
  - (a) uniformi, con incidenza ed emergenza normale delle particelle;
  - (b) uniformi, con incidenza ed emergenza non normale delle particelle;
  - (c) non uniformi.
- 7.- Proposte per la costruzione di spettrometri.
- 8.- Proposte per la costruzione di analizzatori magnetici.
- 9.- Bibliografia.

Considerazioni finali

- 10.- Conclusioni. Dati costruttivi di massima delle apparecchiature proposte.-

INTRODUZIONE

- 1.- Cenno ad alcune esperienze fondamentali al sincrotrone da 1000 MeV e dispositivi magnetici occorrenti.

Uno dei primi problemi che si prospettano ad ogni sincrotrone è la determinazione dell'intensità e della distribuzione spettrale del fascio dei gamma primari provenienti dalla macchina. La distribuzione spettrale può essere ricavata mediante uno spettrometro a coppie e con la misura dell'intensità forma la base di ogni successiva esperienza, che utilizza il fascio primario.

Il fascio dei gamma può essere impiegato per la produzione di particelle (fotoproduzione di pioni e particelle K nel caso di una macchina da 1000 MeV). Processi elementari di alto interesse sono le reazioni contro idrogeno e deuterio: tali studi richiedono in generale l'analisi magnetica delle particelle cariche prodotte. In questo caso l'angolo fra la direzione del fascio primario e quella delle particelle deve essere ben definito e variabile in un grande intervallo, il campo dei momenti misurabili il più esteso possibile (fino a 1000 MeV/c).

I pioni e le particelle K prodotte possono essere impiegate per lo studio delle loro proprietà. Si pone allora il problema di concentrare, su bersagli opportuni, fasci di pioni e di particelle K di alta energia. In questo caso l'angolo di accettazione dello strumento che focalizza deve essere il più grande possibile; conviene che il campo dei momenti selezionato sia il più piccolo possibile, compatibilmente con la intensità richiesta dalla esperienza.

E' importante tenere presente che per i due problemi sopra indicati occorre dimensionare la geometria della disposizione in base alla vita media delle particelle in studio (un fasci di pioni di 1000 MeV/c si riduce del 10% dopo circa 5 metri di percorso).

La radiazione gamma primaria può essere pure impiegata per lo studio di processi che involgono la produzione di pioni neutri o di radiazione gamma. Per lo studio della radiazione gamma secondaria è molto utile l'impiego di uno spettrometro a coppie di elevato potere risolutivo e con alta efficienza fino all'energia di 500 MeV.

Infine nel campo della fisica dei fenomeni elettromagnetici si può pensare ad esperienze sui fenomeni di creazione di coppie di elettroni e di muoni. Sono ancora di grande interesse esperienze di scattering di elettroni e di muoni: per

queste occorre poter disporre di fasci ben collimati e di grande intensità e di dispositivi atti a misurare il momento dopo l'interazione.

Un primo esame delle esperienze sopra accennate suggerisce la costruzione delle seguenti apparecchiature:

- (a) uno spettrometro a coppie di discreto potere risolutivo per misure su radiazione gamma di grande intensità (energia fino a 1000 MeV);
- (b) uno spettrometro a coppie di grande potere risolutivo per misure su radiazione gamma di piccola intensità (energia fino a 750 MeV);
- (c) un analizzatore magnetico di discreto potere risolutivo per particelle di momento fino a 1000 MeV/c;
- (d) uno spettrometro di elevato potere risolutivo per particelle di momento fino a 500 MeV/c e possibilmente oltre.

## 2.- Definizioni.

Si ritiene utile precisare talune denominazioni che verranno impiegate in seguito e che sono riferite da alcuni autori con significato diverso.

Come è noto i dispositivi elettrici e magnetici per deflettere le particelle cariche hanno un analogo ottico. I sistemi magnetici che verranno descritti trovano l'equivalente in lenti spesse e non posseggono simmetria di rivoluzione ossia non sono sistemi centrati.

Verranno considerati i seguenti tre tipi di campi:

- a) campi magnetici uniformi, prodotti da espansioni polari a facce piane e parallele;
- b) campi magnetici non uniformi, prodotti da due espansioni polari a profilo tale da determinare un campo:

$$H = H_0 \left( R/R_0 \right)^{-n} \quad (1)$$

dove  $H_0$  ed  $R_0$  sono i valori dell'intensità del campo e del raggio di curvatura sulla traiettoria centrale di riferimento ed  $R$  è la distanza del punto considerato dal centro di curvatura della traiettoria centrale, mentre il parametro:

$$n = - \frac{R \partial H}{H \partial R} \quad ( I \text{ bis } )$$

si chiama indice del campo (vedi fig. 1a) ).

- c) campi magnetici non uniformi, prodotti da quattro espansioni polari alternate a profilo iperbolico, come indicato nella fig. 1b) ( $R_0$  ed  $n$  risultano infinitamente grandi).

In questi tre casi conviene separare lo studio delle traiettorie delle particelle nel piano mediano del traferro (casi a e b) o in un piano di antisimmetria magnetica (caso c) (che chiamiamo piano orizzontale) da quello delle traiettorie sulla superficie cilindrica che passa per la traiettoria centrale ed è ortogonale al piano orizzontale (che chiamiamo piano verticale). Si hanno così due coppie di fuochi, due coppie di piani principali, due distanze immagini, ....., una riferentesi al piano orizzontale e l'altra al piano verticale (contrassegnate rispettivamente dalle lettere h e v). Vedi fig. 2a).

Definiamo distanza oggetto (immagine) la distanza dell'oggetto (immagine) dal bordo d'ingresso (uscita) del magnete. Scelta così l'origine, viene mantenuta la convenzione dell'ottica geometrica per quello che riguarda il segno.

La distanza immagine orizzontale e quella verticale non sono di norma uguali. E' però possibile in generale trovare valori dei parametri tali che ciò avvenga: si ha allora la doppia focalizzazione (vedi fig. 2b)).

Un sistema si dice anastigmatico quando realizza la doppia focalizzazione per qualsiasi distanza oggetto.

I dispositivi magnetici di cui tratteremo verranno distinti in spettrometri ed in analizzatori, a seconda della funzione alla quale devono assolvere.

Con il nome di spettrometro indichiamo un dispositivo che permette di determinare in un grande intervallo di energia lo spettro dei momenti di particelle provenienti da una

sorgente. Esso è costituito da un magnete (eccezionalmente da due), che contemporaneamente focalizza e disperde. La posizione dei punti coniugati, ove sono sorgente e collettore di particelle, è fissata dalla geometria del dispositivo, mentre il momento delle particelle che giungono al collettore è determinato da un unico parametro (per esempio l'intensità di corrente nel magnete). Si possono raggiungere poteri risolutivi molto elevati.

Con il nome di analizzatore indichiamo uno strumento che permette di concentrare in una regione particelle di dato momento. Qualunque spettrometro può evidentemente assolvere a questa funzione, ma si preferisce spesso ricorrere a dispositivi più semplici poichè non si richiedono in generale poteri risolutivi molto elevati e poichè gli spettrometri per alta energia risultano generalmente costosi e difficili da costruire, a causa della loro mole, della forma dei poli, ecc. I magneti che costituiscono un analizzatore sono generalmente più di uno; la focalizzazione e la dispersione sono attuate da magneti distinti. A differenza di quanto avviene per gli spettrometri la posizione dei punti coniugati è funzione anche della intensità di corrente dei magneti. Ciò non rappresenta un inconveniente, se l'esperienza richiede particelle di un dato momento, costante nel tempo (per questa ragione dispositivi di questo tipo sono adottati presso le macchine acceleratrici per definire canali di particelle). Per le misure di uno spettro il sistema risulta invece impreciso, in quanto una incertezza sul valore della corrente non incide solo sulla definizione del momento, ma anche sulle condizioni di focalizzazione.

Spettrometro ed analizzatori sono caratterizzati dalle seguenti grandezze:

la dispersione in momento, definita come rapporto  $D = dx/dp$ , essendo  $dp$  la variazione del momento delle parti-

celle che cadono in un intervallo  $dx$ ; si misura in  $\text{cm}/(\text{MeV}/c)$ ;  
il potere risolutivo, dato dal rapporto  $R = p/\Delta p$ , es-  
sendo  $p$  il momento e  $\Delta p$  l'incertezza della misura dello  
stesso, dovuta a tutte le cause di errore (larghezza dei ri-  
velatori, incostanza del campo, posizione non ben definita  
dei rivelatori, .....).

### SPETTROMETRO A COPPIE

#### 3.- Elementi della teoria dello spettrometro a coppie.

Lo spettrometro a coppie è un dispositivo per la misura  
della energia della radiazione gamma, costituito da un con-  
vertitore, un campo magnetico ed almeno due rivelatori in  
coincidenza.

La radiazione gamma si converte in coppie elettrone -  
positrone; le due particelle vengono deflesse da un campo  
magnetico ed arrivano ai rivelatori. Il convertitore è sem-  
pre nel campo magnetico, i rivelatori possono essere disposti  
all'interno, ai bordi o all'esterno del traferro. Anzichè  
due soli rivelatori (che richiedono la variazione del campo  
magnetico per esaminare energie diverse) si impiegano soven-  
te molti rivelatori, collegati in coincidenza in modo oppor-  
tuno.

Consideriamo, riferendoci alla fig. 3a) uno spettrome-  
tro a coppie con rivelatori interni al traferro, posti sui  
due lati di un triangolo isoscele e con il convertitore nel  
vertice. Nella figura è mostrata una coppia elettrone-posi-  
trone e sono indicate le posizioni  $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$  dei con-  
tatori su un lato e  $j = 1, 2, \dots, 6$  dei contatori sull'altro  
lato. Si definisce canale ogni valore della somma  $i + j$ . Ad  
ogni canale corrisponde un valore dell'energia del gamma da-  
to dall'espressione:

$$E = E_- + E_+ = (p_-^2 c^2 + m_-^2 c^4)^{1/2} + (p_+^2 c^2 + m_+^2 c^4)^{1/2}$$



che nel caso di grandi energie si riduce a:

$$E = c (p_- + p_+) = K (r_- + r_+)$$

dove E, p, m, r rappresentano l'energia, il momento, la massa ed il raggio di curvatura dei frammenti della coppia (negativi e positivi) e K è una costante definita solo dalle unità di misura scelte.

Il numero dei modi con il quale è possibile ottenere il valore  $i + j$  determina l'efficienza del canale.

Si sono eseguiti calcoli, non riportati nel seguito, per determinare il potere risolutivo P dello spettrometro a coppie: prendendo in considerazione energie di qualche centinaio di MeV, influiscono apprezzabilmente sul valore del potere risolutivo i seguenti fattori:

- 1° - larghezza finita del rivelatore;
- 2° - larghezza del convertitore;
- 3° - incidenza non normale dei gamma sul convertitore;
- 4° - scattering multiplo coulombiano delle particelle nel convertitore;
- 5° - perdita di energia delle particelle nel convertitore.

Si è trovato che per percorsi delle particelle di circa 1 metro in un campo di intensità di 15.000 Oe e con rivelatori interni al traferro larghi 2 cm il valore di  $1/P$  risulta, considerando separatamente i fattori prima elencati, intorno a:

- 5 % per il 1°;
- « 1 % per il 2°, 3° e 5°;
- 0,5 - 1 % per il 4°.

L'incertezza dovuta al 1° fattore può essere resa minore, pur mantenendo gli stessi rivelatori, impiegando cammini nel traferro più lunghi (si viene così ad aumentare la dispersione del dispositivo).

L'incertezza dovuta al 4° fattore si può ridurre usando un magnete con espansioni triangolari, con convertitore nel vertice e disponendo i rivelatori lungo una particolare linea

esterna al traferro (linea di focalizzazione). Vedi fig. 3b). Si può infatti dimostrare che, trascurando l'effetto del campo ai bordi e supponendo puntiforme il convertitore, esiste sempre una semiretta che ha l'origine nel convertitore sulla quale si incontrano le traiettorie aventi lo stesso raggio ma direzione iniziale diversa. Detto  $\alpha$  l'angolo al vertice e  $b$  quello formato fra il bordo dell'espansione e la semiretta, la relazione fra  $a$  e  $b$  è data in buona approssimazione (per  $\alpha$  compreso fra  $30^\circ$  e  $120^\circ$ ) dalla espressione:  $b = 0,11 \alpha + 8,9$ . La retta va sostituita da una curva se si tiene conto dell'effetto del campo ai bordi.

Si possono così ottenere spettrometri a coppie con elevati poteri risolutivi (per esempio  $1/P$  inferiore all'1%).

#### 4.- Proposte per la costruzione di uno spettrometro a coppie di discreto potere risolutivo e di uno di elevato potere risolutivo.

Per un primo spettrometro a coppie di discreto potere risolutivo per misure su radiazione gamma di grande intensità (come per esempio quella del fascio primario) viene ritenuto adatto un magnete ad espansioni polari rettangolari ( $1 \times 0,5$  m) e campo massimo  $H = 13.000$  Oe. Poichè ci si propone di impiegare lo strumento per misure su fasci di alta intensità e d'altra parte coincidenze doppie possono raggiungere tempi risolutivi molto più brevi di quelli ottenibili con coincidenze multiple, risulta conveniente l'impiego di 2 soli rivelatori in un campo magnetico di intensità variabile. La coincidenza è caratterizzata da una certa distribuzione dell'energia fra i due frammenti della coppia come è indicato, per esempio, nella fig. 4. Nella stessa figura sono indicate diverse disposizioni di contatori ed i poteri risolutivi corrispondenti, come pure il valore del campo richiesto per un'energia di 1000 MeV del gamma incidente.

Come spettrometro a coppie di precisione per radiazione gamma secondaria conviene impiegare un magnete ad espansione triangolare con contatori posti sulla linea di focalizzazione. In fig. 3b) è illustrato uno spettrometro triangolare, con angolo al vertice di  $60^\circ$  ed espansione polare di circa  $1.30m^2$ . Usando un campo di intensità  $H = 10.000$  Oe, i rivelatori posti agli estremi dei lati dell'angolo al vertice raccolgono frammenti di energia 300 e 450 MeV, assicurando così un'alta efficienza fino a 500 MeV. La forma asimmetrica del polo offre la possibilità di usare il magnete anche come analizzatore (vedi paragrafi 6b e 8).

5.- Bibliografia su gli spettrometri a coppie.

La teoria su gli spettrometri a coppie e la descrizione di dispositivi realizzati sono riportate nei seguenti articoli:

nel campo delle basse energie (inferiori ai 100 MeV):

R.L.Walker e B.D.McDaniel	Phys.Rev.74,315 (1948)
J.L.Lawson	Phys.Rev.75,433 (1949)
J.Terrel	Phys.Rev.80,1076(1950)
A.Rae	Proc.Phys.Soc.A,63,775 (1950)
J.W.DeWire, A.Askin e L.A.Beach	Phys.Rev.83,505(1951)
B.B.Kinsey e G.A.Bartholomew	Can.Jour.Phys.31,537(1953)

nel campo delle alte energie:

tipo a  $90^\circ$  con contatori ai bordi:

W.K.H.Panofski, R.L.Aamodt e J.Hadley	Phys.Rev.81,565(1951)
W.E.Crandall e B.J.Moyer	Phys.Rev.92,749(1953)

Lo stesso con i contatori sulla linea di focalizzazione:

K.M.Crowe e R.H.Phillips	Phys.Rev.96,470(1954)
	Phys.Rev.96,484(1954)
K.M.Crowe	Tesi (1954)

tipo a  $60^\circ$  con contatori interni:

D.Cooper	Tesi (1954)
----------	-------------

ANALIZZATORI MAGNETICI E SPETTROMETRI

6.- Elementi della teoria degli analizzatori e degli spettrometri.

(a) campo magnetico uniforme - incidenza ed emergenza normale.

Si vogliono analizzare mediante un campo magnetico particelle cariche di momento  $p$  e si consideri il caso di incidenza ed emergenza normale del fascio ai bordi di un magnete a settore. Siano  $S$  e  $T$  le distanze oggetto ed immagine espresse in unità di raggio della traiettoria centrale ed  $f$  l'angolo di deviazione, uguale in questo caso all'angolo  $\alpha$  del settore.

Non è possibile realizzare la doppia focalizzazione, ma si può ottenere la focalizzazione orizzontale (vedi fig.5).

La distanza immagine orizzontale e la dispersione sono date rispettivamente da:

$$T_h = \frac{\text{tg } f + S}{S \text{ tg } f - 1} \quad (2)$$

$$D = (1 - \cos f + T \sin f) (R/p) \quad (3)$$

La lunghezza totale della traiettoria risulta minima nel caso di simmetria ( $S = T$ ): in questo caso per  $f = 90^\circ$  ed un campo  $H = 15.000$  Oe la lunghezza della traiettoria risulta circa 4 m e 6 m, con dispersione  $2R/p$  e  $R/p$  per particelle di momento 500 e 1000 MeV/c rispettivamente.

Per  $f = 180^\circ$  il valore di  $D$  è sempre  $2R/p$ .

(b) campo magnetico uniforme - incidenza ed emergenza non normale.

Con campo magnetico uniforme a settore, ma con incidenza ed emergenza non normale ai bordi è possibile ottenere la doppia focalizzazione, in quanto il campo ai bordi agisce anche sulla componente verticale della velocità (vedi fig.6). Il sistema non è anastigmatico.

Mantenendo i simboli precedentemente introdotti, indichiamo con  $\underline{s}$  e  $\underline{t}$  gli angoli di incidenza e di emergenza, presi positivi se dalla stessa parte del vertice del magnete rispetto alla normale ai bordi, e con  $I_h$  l'ingrandimento orizzontale.

Le formule che caratterizzano questa disposizione sono:

$$T_h = \cos t \frac{\sin f \cos s + S \cos (f - s)}{S \sin (f - t - s) - \cos (f - t) \cos s} \quad (4)$$

$$T_v = \frac{f + S (1 - f \operatorname{tg} s)}{S \operatorname{tg} s + S (1 - f \operatorname{tg} s) \operatorname{tg} t - (1 - f \operatorname{tg} t)} \quad (5)$$

$$I_h = \left\{ \cos (f + s) (1 + T_h \operatorname{tg} t) - T_h \sin (f + s) \right\} \sec s \quad (6)$$

$$D = \left\{ (1 - \cos f) (1 + T_h \operatorname{tg} t) + T_h \sin f \right\} R/p \quad (7)$$

Fissati ad esempio  $S$ ,  $f$  ed  $s$  ( $s$  è scelto di solito positivo per evitare un effetto defocalizzante all'ingresso) le condizioni di doppia focalizzazione si trovano ponendo

$T_h = T_v = T$ : in tal modo si ricava il valore di  $t$ , che determina quello di  $T$ .

E' possibile rinunciare alla doppia focalizzazione senza avere effetti troppo dannosi per quanto riguarda la raccolta delle particelle. In previsione di impiegare il magnete triangolare dello spettrometro a coppie (rappresentato nella figura 3b) come analizzatore magnetico per momenti di 1000 MeV/c con  $H = 17500$  Oe, abbiamo calcolato come variano  $RT_h$  e  $RT_v$  e il rapporto  $D/I_h$  in funzione di  $R/S$ , per  $a = 60^\circ$ ,  $s = 20^\circ$  e  $t = -55^\circ$  (gli ultimi due valori sono praticamente imposti dalla geometria). I grafici sono mostrati nella fig. 7).

Per le applicazioni successive merita qualche considerazione il caso in cui un fascio di particelle di momento compreso in un intervallo stretto venga fatto passare attraverso al campo generato da un magnete rettangolare, in modo che l'angolo di incidenza sia uguale a quello di emergenza per

il valore medio del momento. Per esempio si usi un tale elemento come magnete dispersivo dopo un sistema che focalizzi senza disperdere. Le formule (4) e (5), per  $f = s + t$  e  $s=t$ , consentono di rilevare che, pur non essendo possibile in generale mantenere rigorosamente la doppia focalizzazione, a causa del campo ai bordi del magnete rettangolare e dell'incidenza e dell'emergenza non normale del fascio, le due distanze immagini orizzontale e verticale rimangono pressochè uguali fra di loro. Inoltre il magnete rettangolare così usato non modifica nè il valore della distanza immagine orizzontale, nè l'ingrandimento determinati dal precedente sistema foccheggiante.

(c) campo magnetico non uniforme.

Si consideri un campo magnetico non uniforme, caratterizzato da un indice  $n$ , come definito dalla formula (1).

Si distinguono tre casi:

- i)  $n$  compreso fra 0 ed 1 (focalizzazione debole) - di particolare interesse il caso  $n = 1/2$ ;
- ii)  $n$  in valore assoluto maggiore di 1 (focalizzazione forte) - particolare interesse riveste il caso di due elementi in successione con  $n$  a segno opposto;
- iii)  $n$  tendente all'infinito - verrà considerato il caso di un quadrupolo e studiata l'ottica per due elementi di questo tipo posti in successione, ruotati di  $90^\circ$  l'uno rispetto all'altro.

i)  $n$  compreso fra 0 ed 1 (confronta fig. 1a).

I valori della distanza immagine orizzontale, della distanza immagine verticale, dell'ingrandimento e della dispersione si possono ricavare dalle formule indicate nella tabella di fig.8) (tali formule valgono solo per  $n$  positivo).

Le condizioni di doppia focalizzazione si trovano ponendo  $T_h = T_v = T$ . Fissati ad esempio  $S, s, f$  ed  $n$  si trova il valore di  $t$ , che determina il valore della distanza immagine  $T$ .

Nel caso di incidenza ed emergenza normale ed  $n = 1/2$  le formule mostrano che il valore di  $T_h$  è sempre uguale al valore di  $T_v$ : il sistema risulta per conseguenza anastigmatico.

ii) n in valore assoluto maggiore di 1.

Tralasciando la trattazione del caso di un singolo elemento, consideriamo il caso di due elementi posti in successione, alla distanza  $d$  fra i bordi affacciati, aventi  $n_a = -n_b = n$  positivo ed  $H_0$  uguale per i due magneti. I valori delle distanze immagini (nel caso che la traiettoria centrale esca dal primo magnete ed entri nel secondo normalmente ai bordi) si ricavano risolvendo rispetto a  $T_h$  ed a  $T_v$  separatamente le due equazioni:

$$(\bar{S}_h + U_{ha})(\bar{T}_h + U_{hb}) = J_h \quad (8)$$

$$(\bar{S}_v + U_{va})(\bar{T}_v + U_{vb}) = J_v \quad (9)$$

avendo contrassegnato con a e b le grandezze che si riferiscono al primo ed al secondo magnete rispettivamente.  $\bar{S}$  e  $\bar{T}$  indicano i valori di  $S$  e di  $T$  in particolari unità. Il loro valore, insieme con le espressioni delle  $U$  e delle  $J$  sono indicati nella tavola di fig.9). Non sono riportate le formule dell'ingrandimento orizzontale e della dispersione perchè troppo complesse.

E' possibile realizzare con una particolare disposizione geometrica e con opportuni valori degli indici dei campi la condizione di doppia focalizzazione. Una volta fissati i valori di  $n$ ,  $f_a$  e  $f_b$  e quello di  $d$ , si determinano i valori delle  $U$  e delle  $J$ . Per mezzo delle formule della tavola di fig.9) si esprimono le  $\bar{S}$  e le  $\bar{T}$  in termini di  $S$ ,  $T_h$  e  $T_v$  (nonchè dei parametri prima fissati). Fatte queste sostituzioni si risolve il sistema composto dalle (8) e (9) e dall'equazione  $T_h = T_v$ .

Il dispositivo non è in generale anastigmatico.

iii) n tendente all'infinito.

Le formule relative al caso n molto grande, si possono ottenere dalle (8) e (9), facendo tendere

$$m = - \frac{R}{H} \frac{\partial H}{\partial R} \quad \text{ed} \quad R_0$$

entrambi all'infinito, in modo tale che il prodotto  $R_0 n^{-1/2}$  tenda ad un valore costante, indicato con  $K^{-1/2}$ .

Nel seguito si fa riferimento al caso in cui questa focalizzazione venga realizzata con un sistema a quattro poli aventi profilo iperbolico e polarità alternate (vedi fig.1b).

In questo caso risulta:

$$\frac{1}{H'R'} \frac{\partial H'_y}{\partial z} = \frac{1}{H'R'} \frac{\partial H'_z}{\partial y} = K \quad (10)$$

avendo definito con  $H'R'$  la rigidità magnetica corrispondente al momento p. La lunghezza del magnete, l, viene introdotta attraverso la relazione:

$$n f^2 = - K l^2 \quad (11)$$

Dati due quadrupoli posti in successione alla distanza d e ruotati di 90° l'uno rispetto all'altro, i valori delle distanze immagine orizzontale e verticale si ricavano con lo stesso procedimento indicato per il caso di due magneti a gradiente alternato in successione (utilizzando le stesse equazioni (8) e (9) e le stesse formule della tabella di figura 9), tenendo conto della relazione (11).

Notiamo che  $T_h$  e  $T_v$  risultano funzioni delle lunghezze  $l_a$  ed  $l_b$  dei due quadrupoli, della distanza d fra i magneti e del rapporto K fra gradiente del campo e rigidità magnetica.

Un dispositivo di due quadrupoli dà dispersione nulla.

Il sistema di due quadrupoli offre la possibilità di variare i valori di S e di T (in condizione di doppia focalizzazione), mantenendo costanti tutti i parametri eccetto la distanza fra i due elementi. Nella fig.10) sono mostrati



S e T in funzione di  $d$  (tutti in unità  $K^{-1/2}$ ) per il caso particolare  $K^{1/2}l_a = \sqrt{3}/4$  e  $K^{1/2}l_b = 3\sqrt{3}/6$ , tratte da R.M. Sternheimer, R.S.I., 24, 573 (1953).

7.- Proposte per la costruzione di spettrometri.

In base a quanto detto nel paragrafo precedente è possibile realizzare uno spettrometro con:

- (a) un campo magnetico uniforme con incidenza ed emergenza non normale ai bordi;
- (b) un campo magnetico non uniforme a focalizzazione debole (si ricordi che per  $n=1/2$  ed incidenza ed emergenza normale il sistema risulta anastigmatico);
- (c) due magneti a campo non uniforme a focalizzazione forte con gradienti di segno opposto.

A parità di momento e di distanza complessive oggetto-immagine, gli spettrometri del tipo (a) e (b) risultano di dimensioni molto maggiori di quelli realizzabili secondo (c).

La dispersione, a parità di  $R/p$ , è pure molto maggiore per gli spettrometri di tipo (a) e (b), in quanto dipende soprattutto dalla lunghezza del percorso delle particelle entro il campo magnetico.

Nelle fig. 11), 12), 13), 14) e 15) sono riportati in scala esempi di modi con i quali realizzare uno spettrometro ed i valori dei diversi parametri (S e T sono espressi in unità di raggio). Sulla traiettoria centrale è stato scelto  $H = 15.000$  Oe per il campo uniforme, 12.500 Oe per il campo a focalizzazione debole e 10.000 per il campo a focalizzazione forte.

In particolare:

Nelle figure 11) e 12) sono riportati due spettrometri a grande angolo di deviazione (rispettivamente  $135^\circ$  e  $180^\circ$ ); il primo del tipo (a), il secondo di tipo (b) con  $n = 0,5$ . Per entrambi la dispersione è circa  $5 R/p$ .

Nelle figure 13) e 14) sono riportati due spettrometri ad angolo di deviazione di  $90^\circ$ , il primo di tipo (a) ed il secondo

di tipo (b) con  $n = 0,4$ . La loro dispersione è di circa  $1 R/p$ .

Nella figura 15) è riportato infine un sistema di due magneti a focalizzazione forte con gradiente di segno opposto ( $n_a = -n_b = 20$ ). La dispersione risulta circa  $0,15 R/p$ .

L'esame dei vari esempi mostra che per momenti fino a 500 MeV/c è realizzabile la costruzione di uno spettrometro a grande angolo di deviazione sia a campo uniforme, sia a focalizzazione debole con elevato potere risolutivo ( $I/P$  inferiore all'1%). Per momenti superiori a 500 MeV/c è possibile mantenere le dimensioni dei magneti entro limiti ragionevoli solo ricorrendo ad un sistema di due magneti a focalizzazione forte. Poichè la dispersione varia approssimativamente con  $I/n$  si ha una conseguente riduzione del potere risolutivo.

#### 8.- Proposte per la costruzione di analizzatori magnetici.

Un primo tipo di analizzatore magnetico può essere costituito combinando un complesso di due quadrupoli con un magnete rettangolare, come mostrato in fig.16).

Un sistema siffatto è caratterizzato dal gradiente dei due quadrupoli, dall'intensità del campo magnetico disperdente, dalle dimensioni dei magneti e dalla distanza fra i vari elementi. Nella fig. 16) sono stati pure indicati gli elementi caratteristici della disposizione formata da varie coppie di quadrupoli con uno stesso magnete disperdente (a poli rettangolari di dimensioni  $0,5 \times 1 \text{ m}^2$  ed intensità  $17.500 \text{ Oe}$ ). Gli angoli solidi di accettazione sono stati calcolati tenendo conto delle traiettorie nell'interno dei quadrupoli.

Dall'esame dei dati riportati sembra opportuno poter disporre di un complesso di 4 - 5 quadrupoli differenti per ottenere analizzatori magnetici con differenti angoli di accettazione.

Un magnete a poli triangolari può servire pure da analizzatore: come esempio citiamo il magnete già proposto per lo spettrometro a coppie di precisione (mostrato in fig. 3b). Volendo limitare la distanza oggetto-immagine si è costretti a rinunciare alla doppia focalizzazione (vedi fig. 7 ove è mostrato l'andamento di  $T_h$  e di  $T_v$  e del rapporto  $D/I_h$  al variare di  $S$ ).

#### 9.- Bibliografia sugli spettrometri e sugli analizzatori.

La teoria generale degli analizzatori e spettrometri è sviluppata in modo organico ed esauriente in:

R.M. Sternheimer: R.S.I. 23,629 (1952)  
R.S.I. 24,573 (1953)

Articoli sulla teoria o su apparecchiature sperimentali che riguardano il caso:

di campi uniformi, con incidenza ed emergenza non normale:

W.G. Cross R.S.I. 22,717 (1951)  
M. Camac R.S.I. 22,197 (1951)  
A. Lovati e H. Tyrèn J.S.I. 33,151 (1956)

di campi non uniformi (bipolari):

D. Judd R.S.I. 21,213 (1950)  
E.S. Rosenblum R.S.I. 21,586 (1950)  
C.W. Snyder, S. Rubin, W.A. Fowler e C.C. Lauritsen  
R.S.I. 21,852 (1950)  
R. Hofstadter Phys. Rev. 103,1456 (1956)

di quadrupoli (e quadrupoli con magneti rettangolari):

H. Courant, M.S. Livingstone e C.W. Snyder  
Phys. Rev. 88,1190 (1952)  
R. Sternheimer Report R.S. /30 e /35 (Brookhaven)  
R.M. Sternheimer Report R.M.S./35 (Brookhaven)

#### CONSIDERAZIONI FINALI

10.- Conclusioni. Dati costruttivi di massima delle apparecchiature proposte.

Le considerazioni ed i calcoli dei paragrafi precedenti permettono ora di precisare i dispositivi magnetici indicati nell'introduzione come occorrenti per un primo gruppo di es-

perienze all'elettrosincrotrone da 1000 MeV.

Sarebbe conveniente disporre di:

per il primo spettrometro a coppie un magnete rettangolare R-1 con due rivelatori in coincidenza;

per il secondo spettrometro a coppie un grande magnete con poli a forma triangolare T-1, con diversi contatori in coincidenza posti sulla linea di focalizzazione;

per l'analizzatore magnetico una coppia di quadrupoli (scegliendo di volta in volta fra 4 Q-1, Q-2, Q-3 e Q-4 di caratteristiche diverse) ed un magnete rettangolare R-1,

ed

il magnete a poli a forma triangolare T-1;

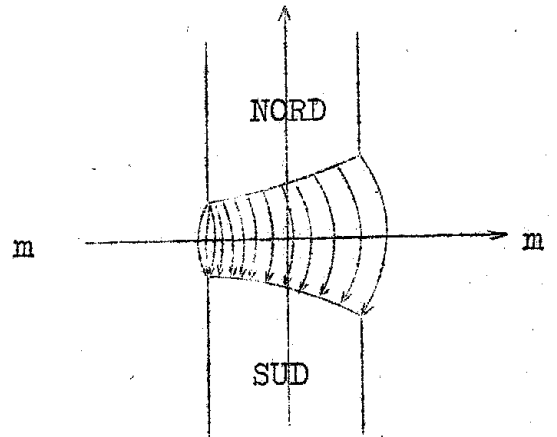
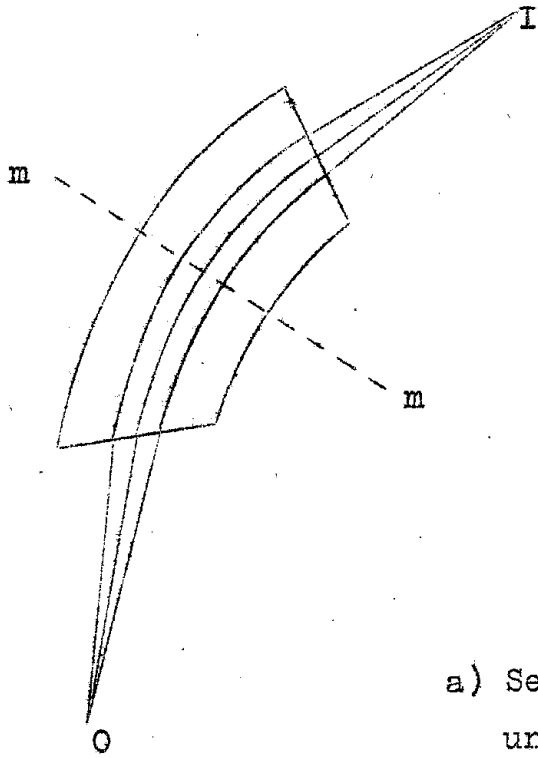
per lo spettrometro

fino a momenti di 1000 MeV/c due elementi a focalizzazione forte S-1 e S-2;

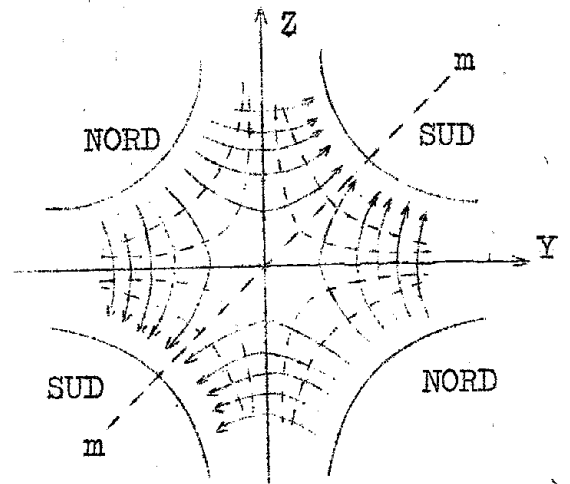
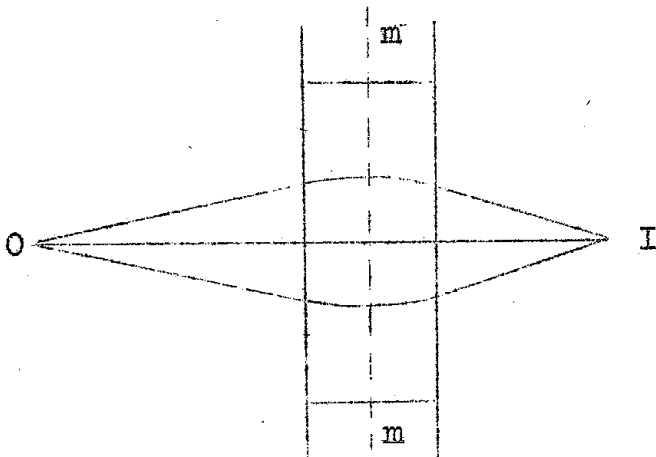
limitandosi a 500 MeV/c un magnete a grande angolo di deflessione a campo uniforme (S-3) o a campo non uniforme ed  $n = 1/2$  (S-4).

I dati di massima delle apparecchiature proposte sono riassunti nel seguito.

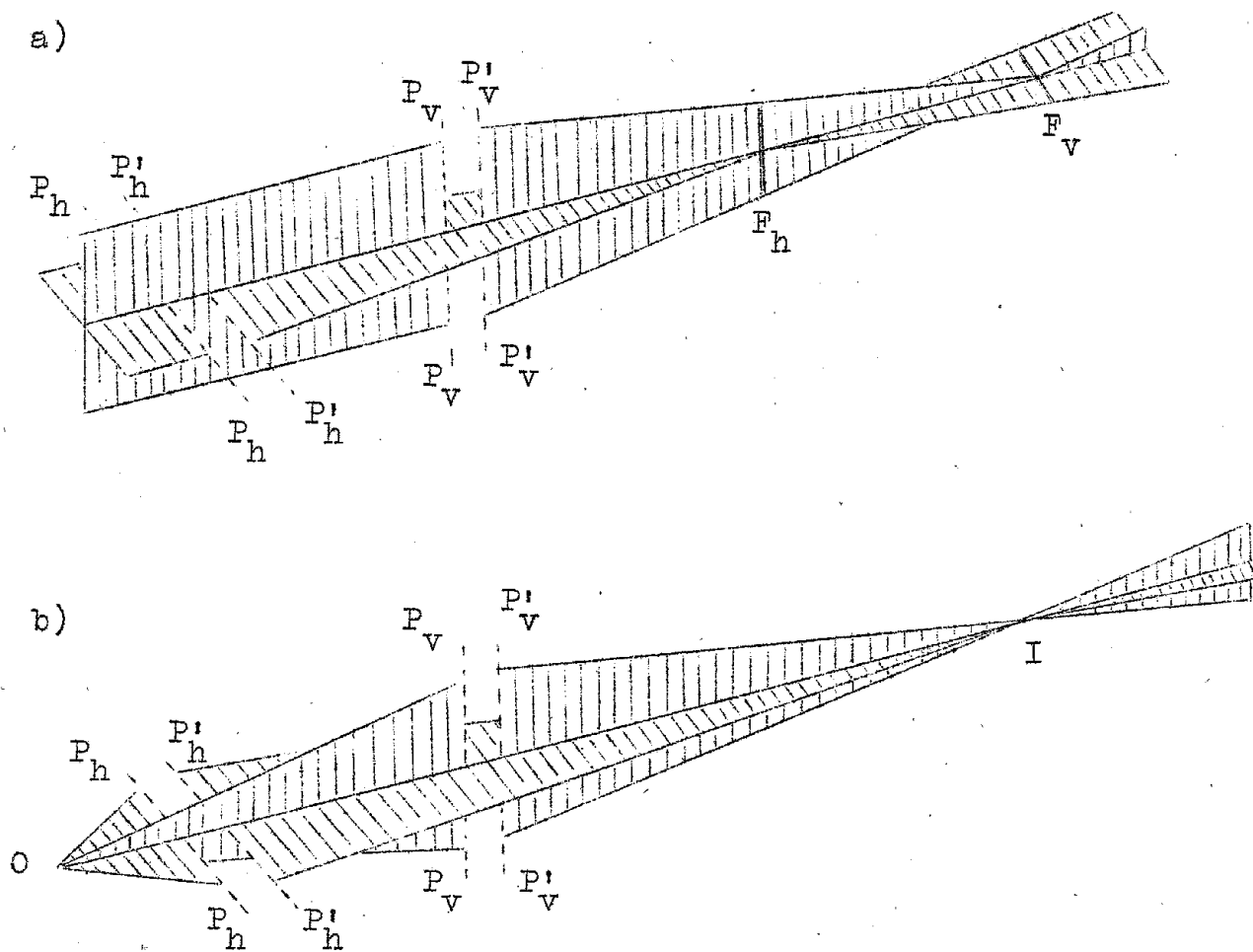
denominazione	uso	zona utile del campo	intensità del campo	peso ton	potenza kW
R-1	spettrometro a coppie ed elemento disperdente dell'analizzatore	50x100 cm <sup>2</sup> x 10 cm	17,5 kOe	25	60
T-1	spettrometro a coppie e analizzatore magnet.	13.000 cm <sup>2</sup> x 10 cm	17,5	50	100
Q-1	elementi focalizzatori dell'analizzatore magnetico	( $\sqrt{2}$ x3,75 <sup>2</sup> )cm <sup>2</sup>	7,5	1	10
Q-2		x 30 cm			
Q-3	idem	( $\sqrt{2}$ x7,5 <sup>2</sup> )cm <sup>2</sup>	7,5	2,5	15
Q-4		x 50 cm			
S-1	spettrometro 1000MeV/c	20x80 cm <sup>2</sup>	10	10	25
S-2		x 5 cm			
S-3	spettrometro 500MeV/c (campo uniforme)	20x220 cm <sup>2</sup> x 5 cm	15	40	80
S-4	spettrometro 500MeV/c (campo non uniforme)	20 x400 cm <sup>2</sup> x 5 cm	12,5	60	100



a) Settore a campo magnetico non uniforme



b) Elemento di quadrupolo



CLP 2

Rappresentazione delle proprietà ottiche di una lente magnetica con caratteristiche diverse su due piani ortogonali.

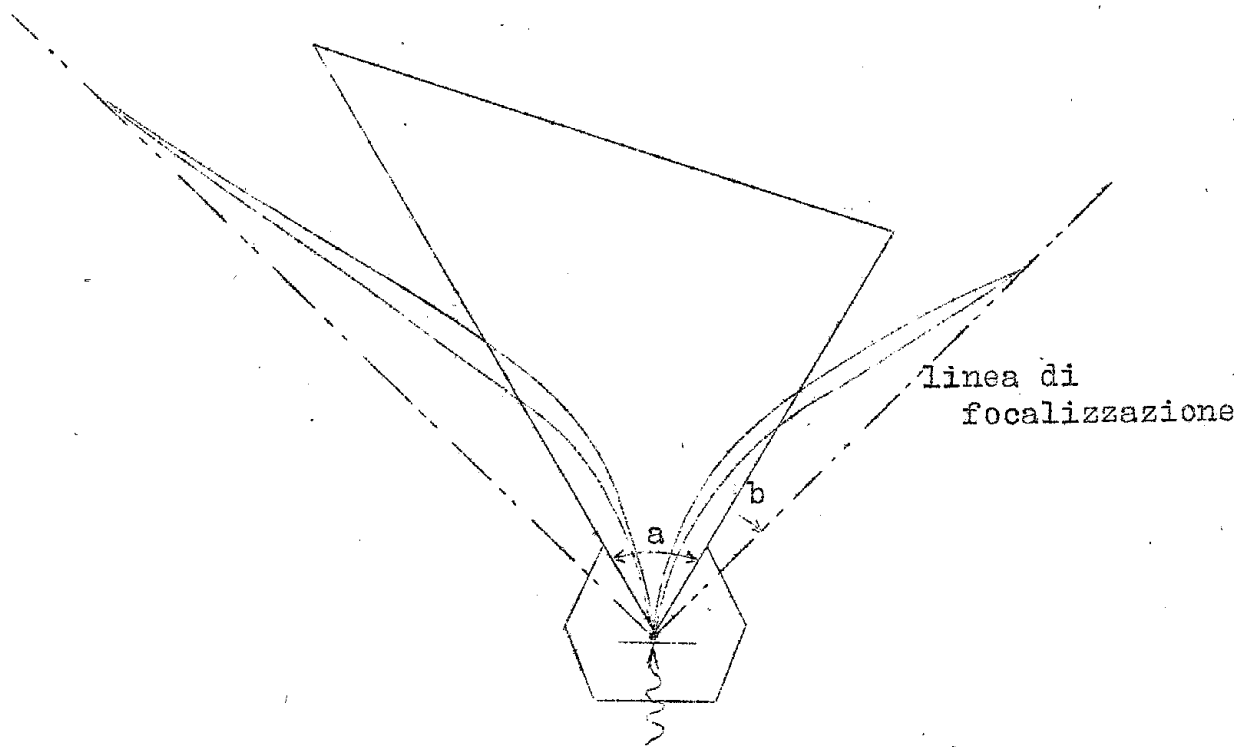
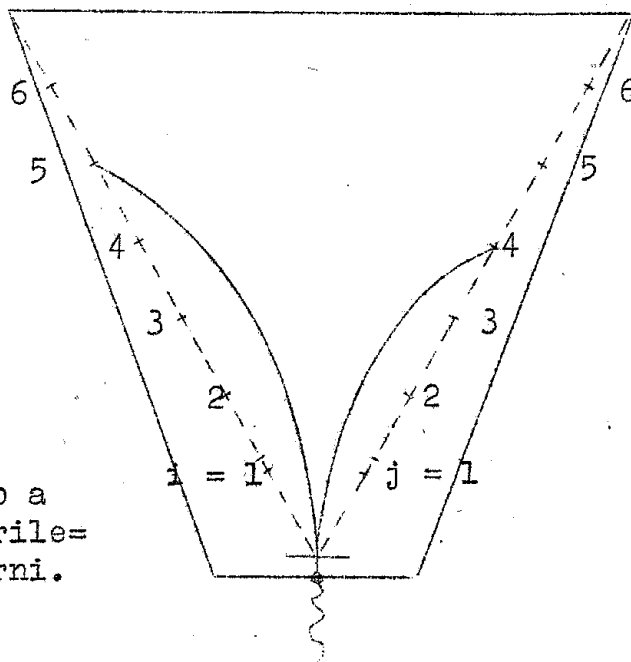
CLP 2

Rappresentazione delle proprietà ottiche di una lente magnetica con caratteristiche diverse su due piani ortogonali.

a) posizioni dei fuochi (F) e dei piani principali (P e P') nel piano orizzontale (h) e nel piano verticale (v);

b) esempio di doppia focalizzazione (O oggetto, I immagine).

a) Spettrometro a  
coppie con rile-  
vatori interni.

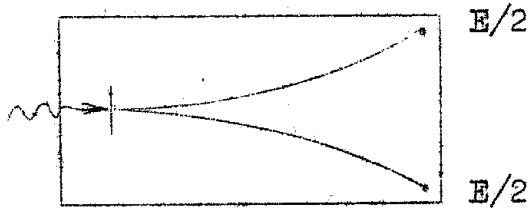


b) Spettrometro a coppie con rilevatori esterni.

SCALA 1 / 20

CLP 3

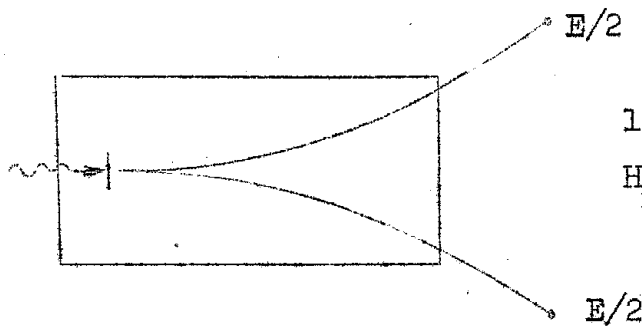
a)



$$1/P = 10 \%$$

$$H_{\max} = 9000 \text{ Oe}$$

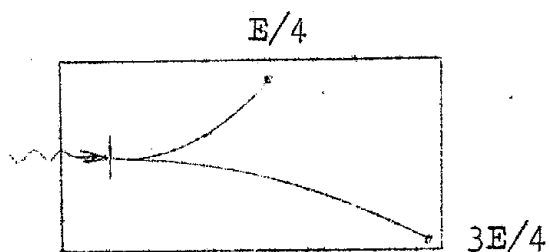
b)



$$1/P = 5 \%$$

$$H_{\max} = 7500 \text{ Oe}$$

c)



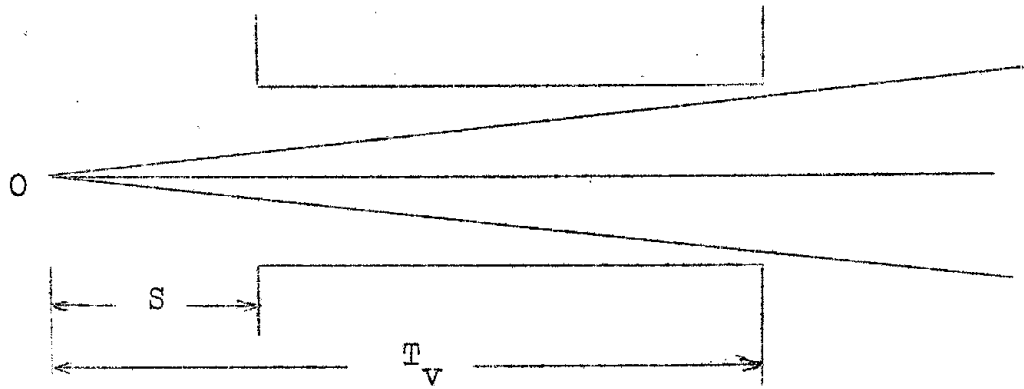
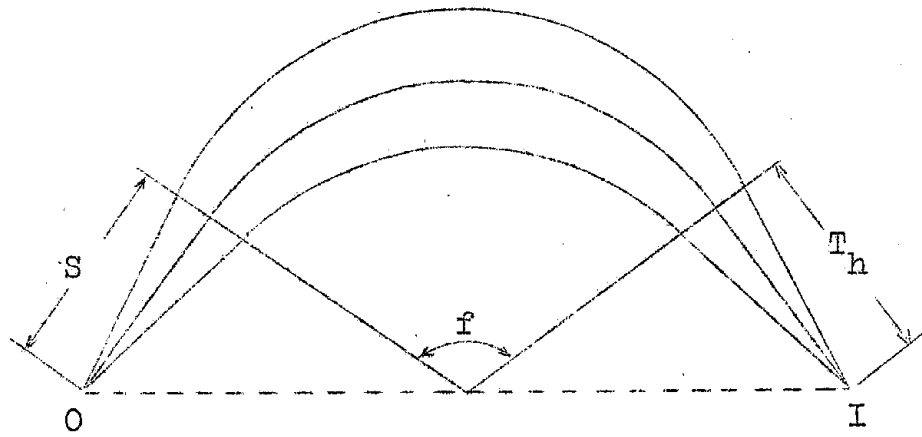
$$1/P = 12 \%$$

$$H_{\max} = 13000 \text{ Oe}$$

CLP 4

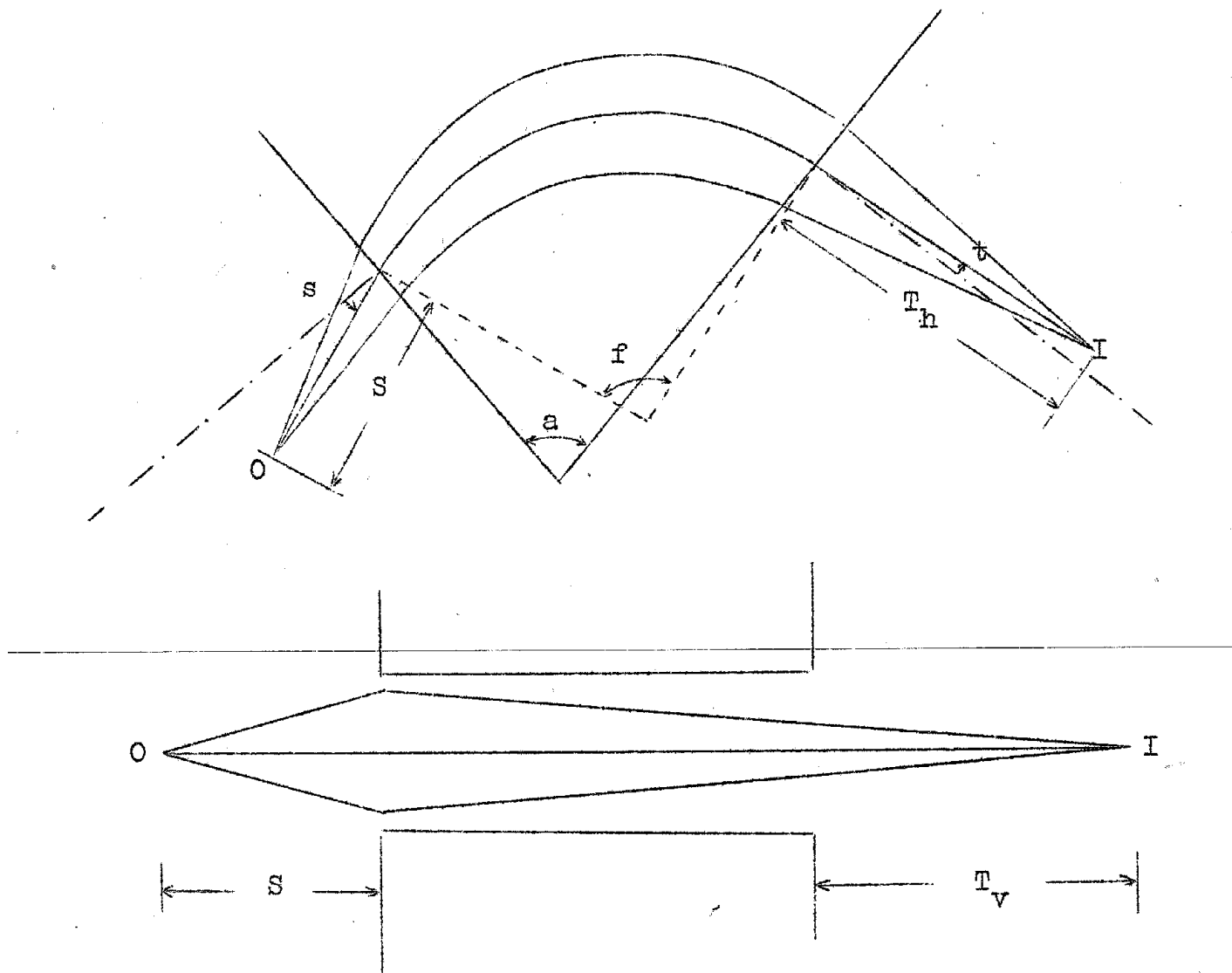
Disposizione di 2 rivelatori in coincidenza in uno spettrometro a coppie con espansioni rettangolari. ( $H_{\max}$  è il campo richiesto per  $E = 1000 \text{ MeV}$ )





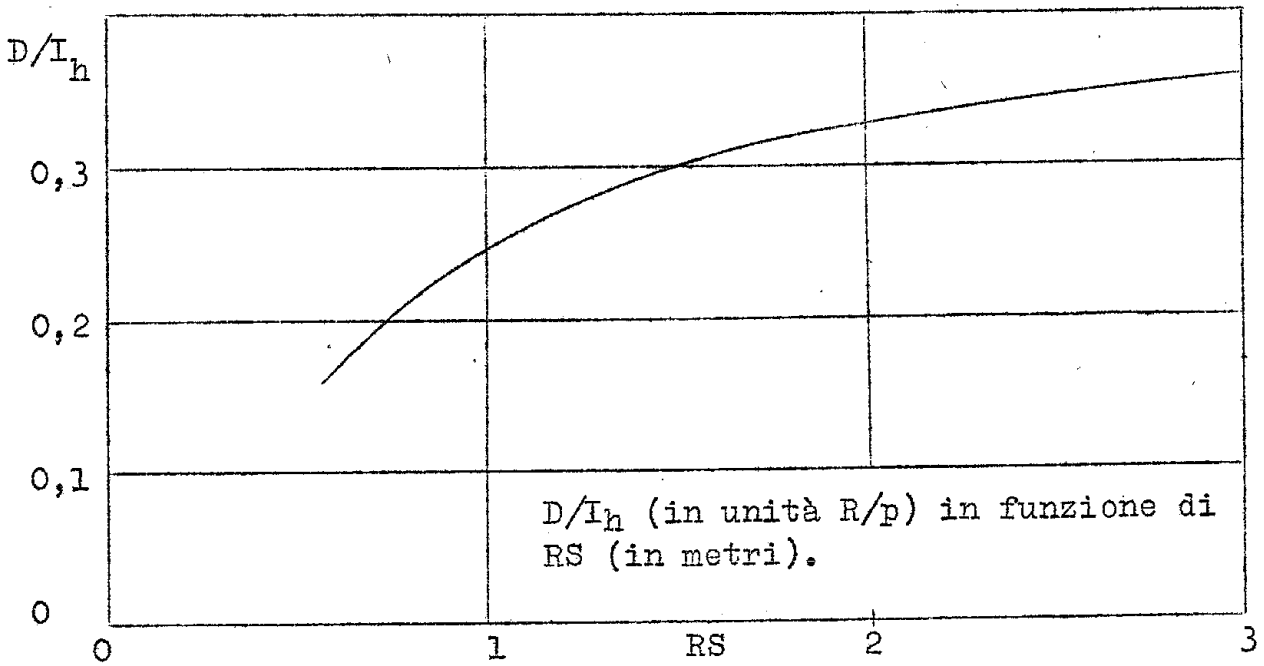
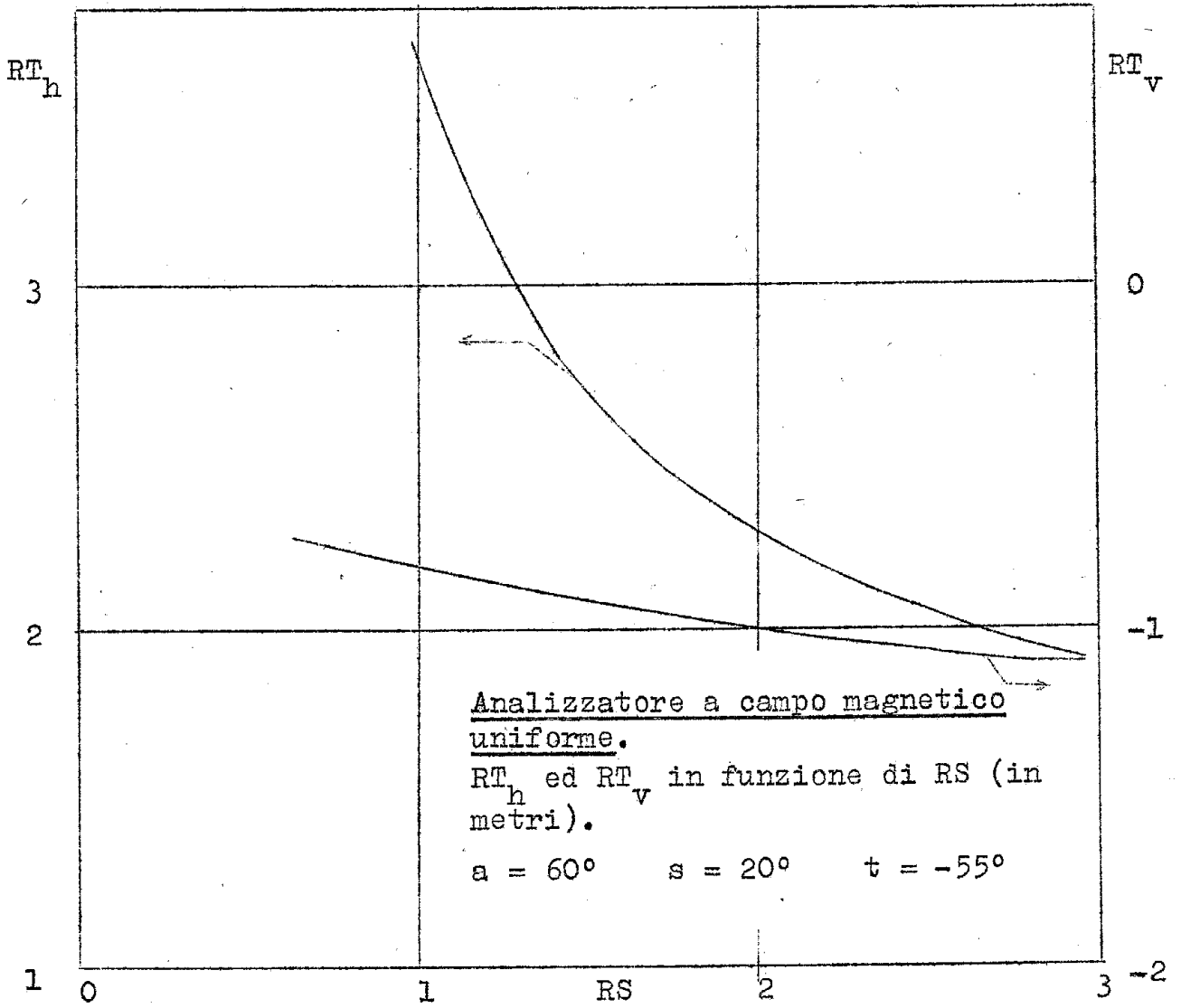
CLP 5

Settore a campo magnetico uniforme, con incidenza ed emergenza normale (caso simmetrico).



CLP 6

Settore a campo magnetico uniforme, con incidenza ed emergenza non normale.



$$T_h = \frac{\operatorname{ctg} [(1-n)^{1/2} \varphi + \delta]}{(1-n)^{1/2} - \operatorname{tg} t \operatorname{ctg} [(1-n)^{1/2} \varphi + \delta]}$$

$$\operatorname{tg} \delta = -(1-n)^{1/2} (1/S + \operatorname{tg} s)$$

$$T_v = \frac{\operatorname{ctg} (n^{1/2} \varphi + \xi)}{n^{1/2} + \operatorname{tg} t \operatorname{ctg} (n^{1/2} \varphi + \xi)}$$

$$\operatorname{ctg} \xi = \frac{-n^{1/2} S}{1 - S \operatorname{tg} s}$$

$$I_n = \sec \delta_m \left\{ \cos [(1-n)^{1/2} \varphi + \delta_m] (1 + T_h \operatorname{tg} t) - (1-n)^{1/2} T_h \operatorname{sen} [(1-n)^{1/2} \varphi + \delta_m] \right\}$$

$$\delta_m = \operatorname{tg}^{-1} \left[ -(1-n)^{1/2} \operatorname{tg} s \right]$$

$$D = \left[ R/p(1-n) \right] \left\{ \left[ 1 - \cos (1-n)^{1/2} \varphi \right] (1 + T \operatorname{tg} t) + (1-n)^{1/2} T_h \operatorname{sen} (1-n)^{1/2} \varphi \right\}$$

#### GLP 8

Espressioni per la distanza immagine orizzontale  $T_h$ , per la distanza immagine verticale  $T_v$ , per l'ingrandimento orizzontale  $I_h$  e per la Dispersione  $D$ , nel caso di campo magnetico non uniforme con  $n$  compreso fra 0 ed 1.

$$1/\bar{S}_v = |n|^{-1/2} (-\operatorname{ctg} s + 1/s) \quad 1/\bar{S}_h = (|n|-1)^{-1/2} (\operatorname{ctg} s + 1/s)$$

$$1/\bar{T}_v = |n|^{-1/2} (-\operatorname{ctg} t + 1/T_v) \quad 1/\bar{T}_h = (1+|n|)^{-1/2} (\operatorname{ctg} t + 1/T_h)$$

$$U_{va} = -\phi_{va} - (\phi_{va}^2 + 1)/q_v$$

$$U_{vb} = \psi_{vb} - (\psi_{vb}^2 - 1)/q_v$$

$$J_v = (\phi_{va}^2 + 1)(\psi_{vb}^2 - 1)/q_v^2$$

$$U_{ha} = \psi_{ha} - c_h(\psi_{ha}^2 - 1)/q_h$$

$$U_{hb} = -\phi_{hb} - (\phi_{hb}^2 + 1)/q_h$$

$$J_h = c_h(\psi_{ha}^2 - 1)(\phi_{hb}^2 + 1)/q_h^2$$

$$\phi_{va} = \operatorname{ctg} |n|^{1/2} f_a$$

$$\psi_{vb} = \operatorname{ctg} h |n|^{1/2} f_b$$

$$q_v = d|n|^{1/2}/R - \phi_{va} + \psi_{vb}$$

$$\psi_{ha} = \operatorname{ctg} h (|n|-1)^{1/2} f_a$$

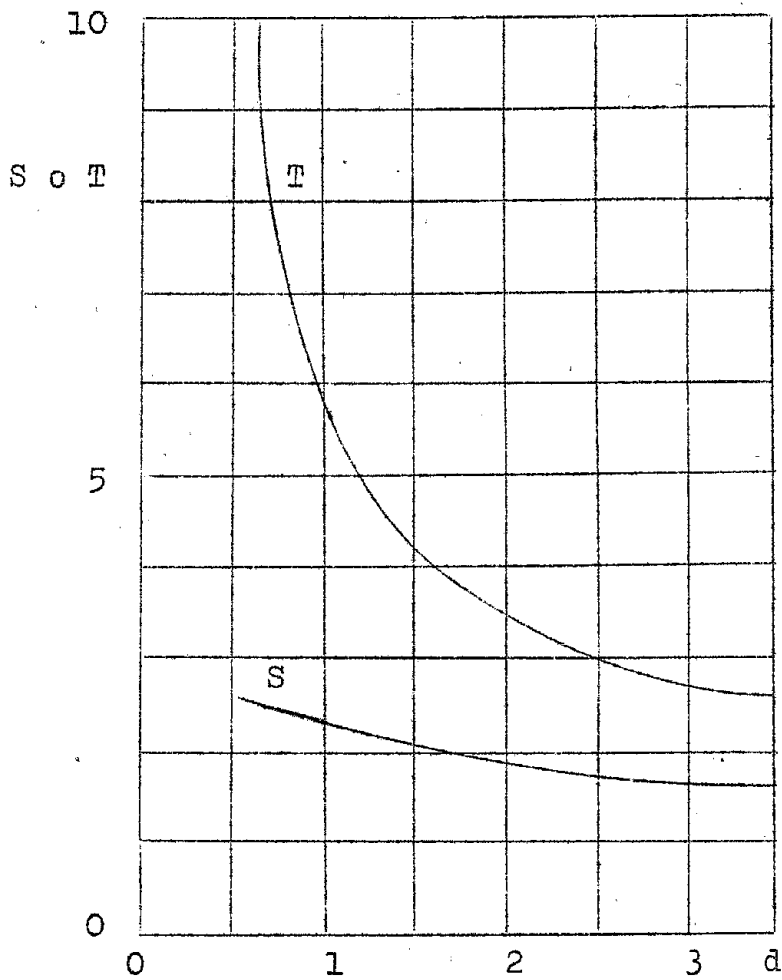
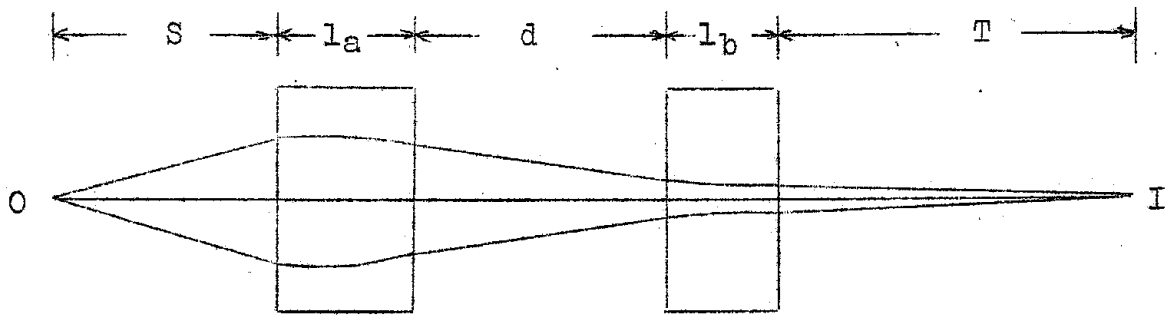
$$\phi_{hb} = \operatorname{ctg} (1+|n|)^{1/2} f_b$$

$$q_h = d(1+|n|)^{1/2}/R + c_h\psi_{ha} - \phi_{hb}$$

$$c_h = (1+|n|)^{1/2} (|n|-1)^{1/2}$$

CLP 9

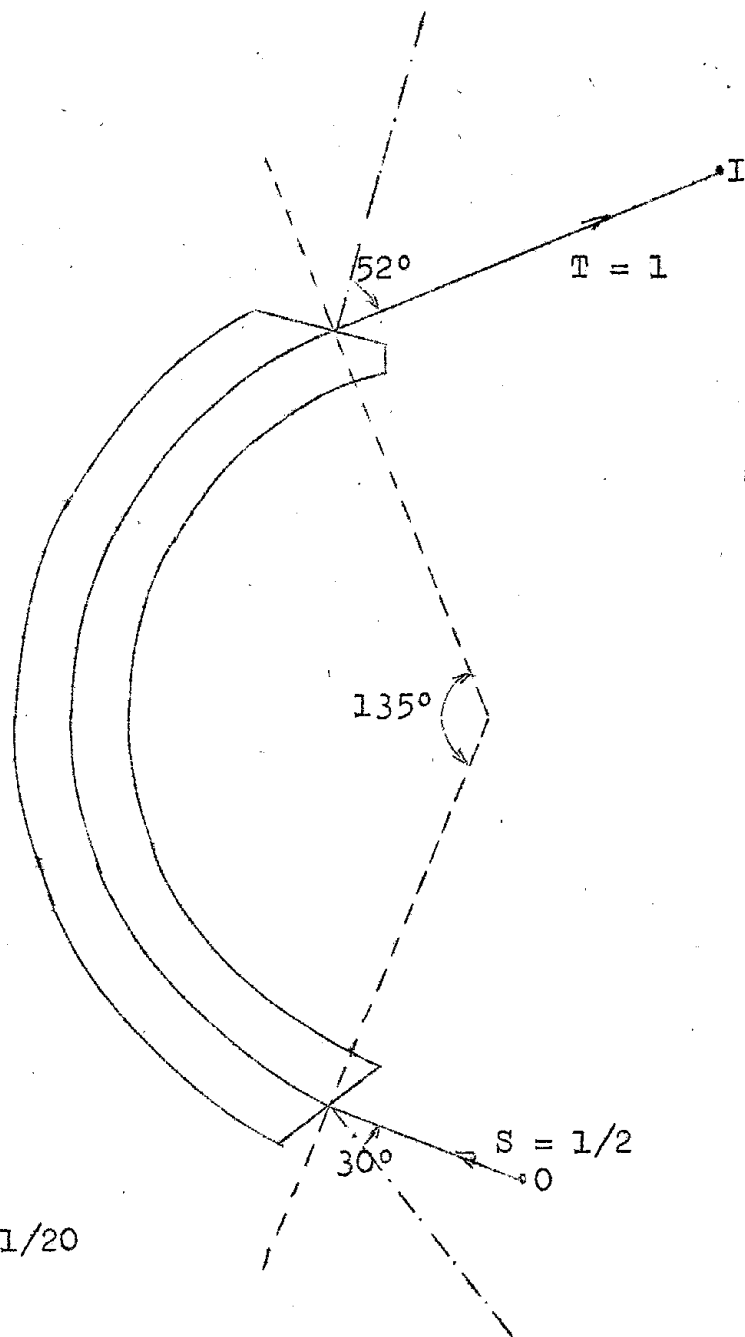
Espressioni per  $\bar{S}$ ,  $\bar{T}$ ,  $U$  e  $J$  relative ad un sistema di due magneti a campo non uniforme, con  $n_a = -n_b = n$  maggiore di 1.



CLP 10

S e T in funzione di d, espressi in unità  $K^{-1/2}$   
 (caso particolare per  $K^{1/2}l_a = \pi/4$  e  
 $K^{1/2}l_b = 3\pi/16$ )

(da R.M. Sternheimer, R.S.I. 24, 573 (1953)).

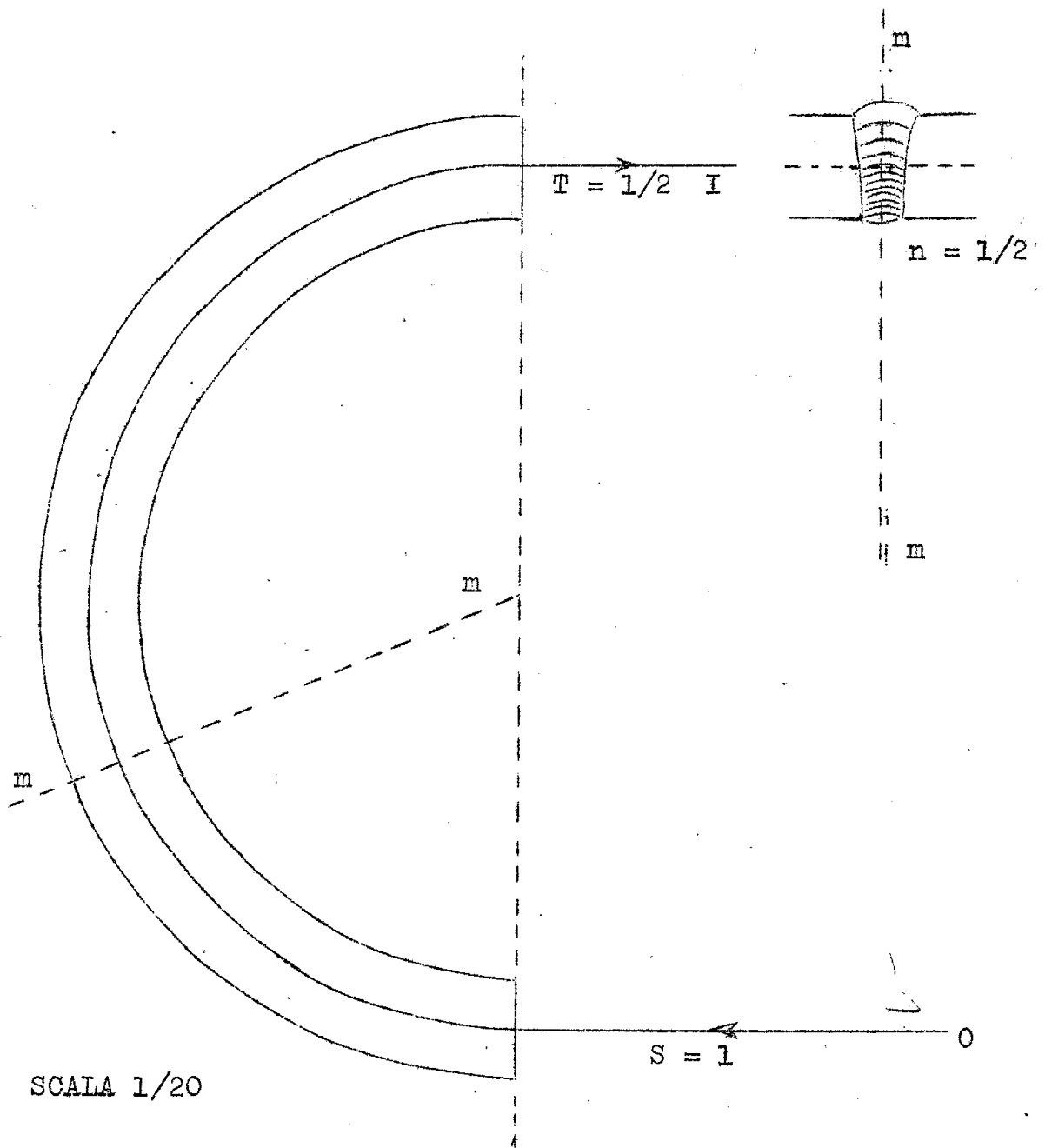


SCALA 1/20

CLP 11

Spettrometro a campo magnetico uniforme.

Momento 500 MeV/c -  $H_0 = 15.000$  Oe



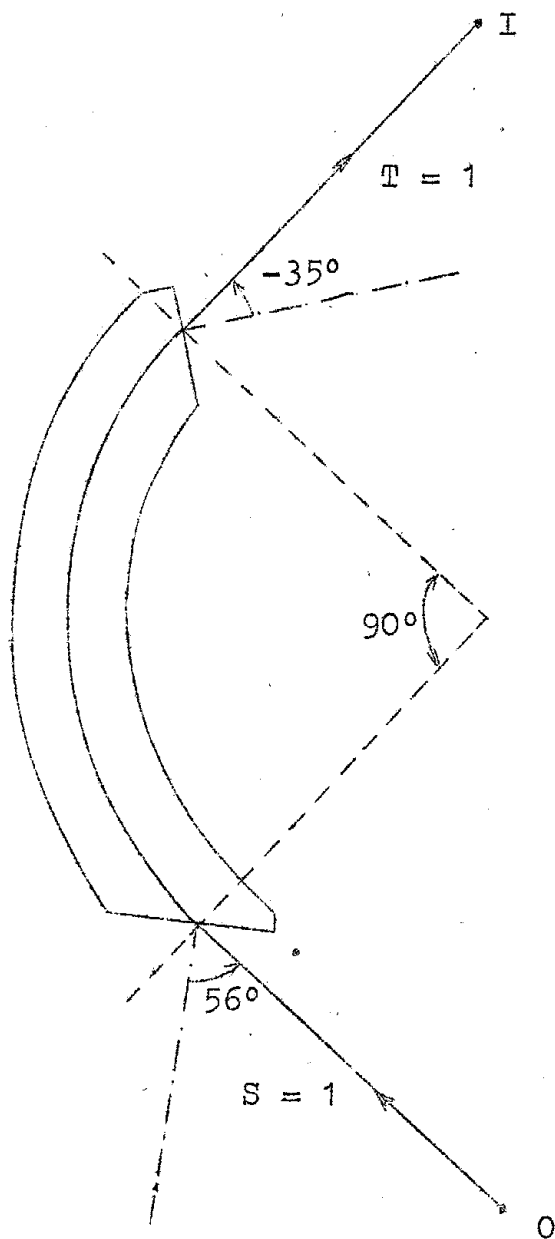
SCALA 1/20

CLP 12

Spettrometro a campo magnetico non uniforme (  $n = 1/2$  )

Momento 500 MeV/c -  $H_0 = 12.500$  Oe



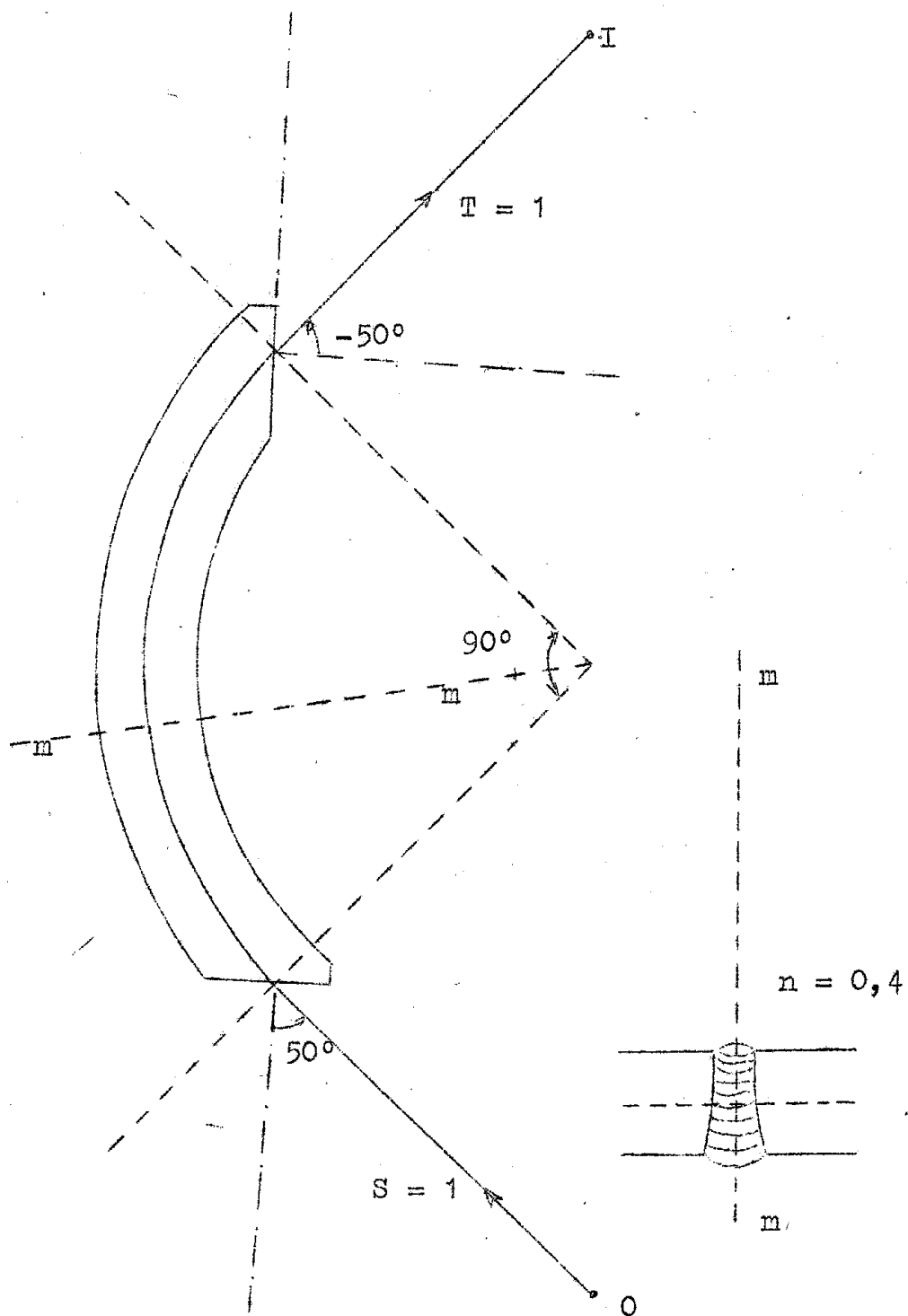


SCALA 1/20

CLP 13

Spettrometro a campo magnetico uniforme.

Momento 500 MeV/c -  $H_0 = 15.000$  Oe

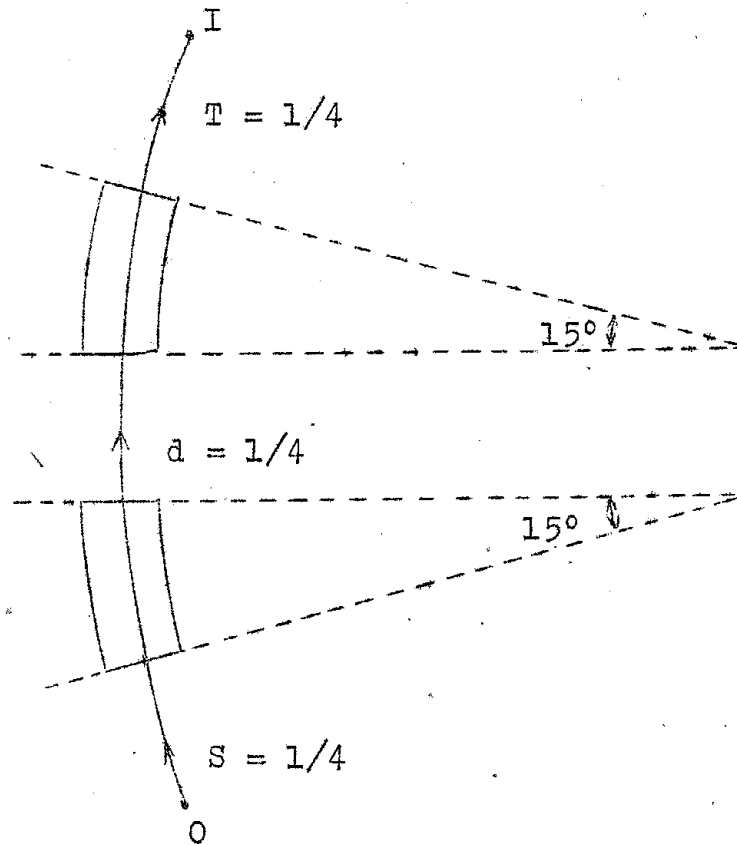


SCALA 1/20

CLP 14

Spettrometro a campo magnetico non uniforme (  $n = 0,4$  )

Momento 500 MeV/c -  $H_0 = 12.500$  Oe



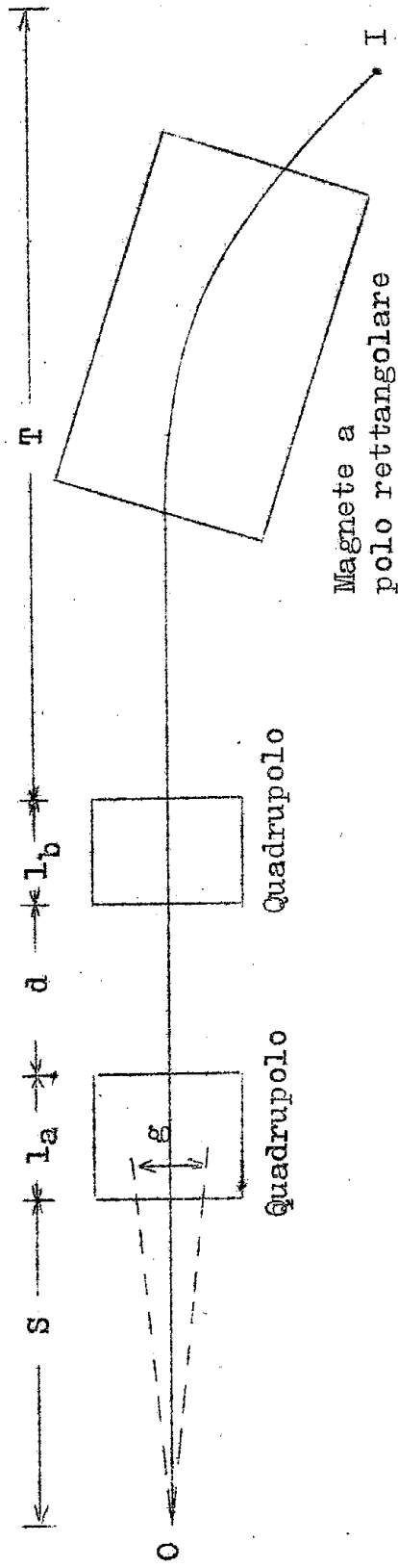
SCALA 1/20 per momento di 500 MeV/c

SCALA 1/40 per momento di 1000 MeV/c

CLP 15

Spettrometro a due elementi a focalizzazione forte ( $n = 20$ )

$H_0 = 10.000 \text{ Oe}$



Valori caratteristici dell'analizzatore per diverse combinazioni di coppie di quadrupoli (per i quadrupoli: gradiente x diam. traferro = 15.000 Oe; per il magnete a polo rettangolare: dimensioni 0,5 x 1 m<sup>2</sup>, H = 17.500 Oe; Dispersione dell'analizzatore: D = 0,4 R/p).

gradiente oersted. cm <sup>-1</sup>	diametro traferro cm	l <sub>a</sub> cm	d cm	l <sub>b</sub> cm	S cm	T cm	distanza OI cm	g sterad
2000	7,5	34 75	44 22	25 35	100 83	275 169	460 354	1,3 1,8
1000	15	53 58	45 45	47 48	132 110	227 199	504 460	2,6 3,1
500	30	80	60	60	160	410	770	6,2