

Laboratori Nazionali di Frascati

LNF-55/47 (1955)

G. Sacerdoti: STUDIO DELL'INFLUENZA DEL TIPO DI ECCITAZIONE
SULLA CONFIGURAZIONE DEL CAMPO MAGNETICO NELL'INTRAFER
RO DI UN MAGNETE.

Estratto da: L'Elettronica, 42, 212 (1955)

STUDIO DELL'INFLUENZA DEL TIPO DI ECCITAZIONE SULLA CONFIGURAZIONE DEL CAMPO MAGNETICO NELL'INTRAFERRO DI UN MAGNETE

GIANCARLO SACERDOTI (*)

Si traccia uno schema per la valutazione della deformazione del campo magnetico nell'intraferro di un magnete, dovuta alle correnti parassite nei lamierini del magnete stesso.

Data la tensione di eccitazione del magnete, si determina la permeabilità apparente (μ_{app}) che si viene a stabilire nel ferro.

Dal valore di μ_{app} , nota la disposizione dei conduttori di eccitazione, si determina la grandezza $G = \frac{I}{B} \frac{\partial B}{\partial y}$ che dà l'andamento del campo magnetico in un punto.

Calcolando $\frac{G(\mu) - G(\mu_{app})}{G(\mu)}$ si può valutare la deformazione della configurazione del campo magnetico nel caso di eccitazione variabile rispetto a quella che si ha nel caso di eccitazione stazionaria.

A illustrazione del procedimento viene esposto un esempio numerico.

I. - INTRODUZIONE.

In molte macchine acceleratrici di particelle o in genere per la focalizzazione di fasci di particelle cariche [1], [2] si rendono necessari campi magnetici rapidamente variabili e di ben determinata configurazione. Tali campi si ottengono tra le espansioni polari di elettromagneti, che, per essere eccitati con correnti variabili, sono costituiti con nuclei laminati. Data l'elevata precisione, che si richiede nella riproduzione della configurazione del campo, sorge allora il problema di valutare la deformazione del campo stesso dovuta alle correnti parassite indotte nelle lamiere.

Consideriamo un magnete nel cui circuito magnetico, costituito da infiniti lamierini di ferro piani affiancati e di spessore d , sia praticato un intraferro di spessore variabile $h(x)$ e larghezza l . La lunghezza di questo intraferro, secondo l'asse z normale al piano di giacitura dei lamierini, è infinita (vedi fig. 1).

Lo spessore $h(x)$ dell'intraferro sia in ogni punto molto maggiore dello spessore d di ciascun lamierino ed altrettanto dicasi della larghezza l . Il magnete sia eccitato mediante un avvolgimento con i conduttori paralleli all'asse z e quindi infinitamente lunghi.

Il campo magnetico che si ottiene così nell'intraferro è un campo piano ($H_z = 0$), almeno ad una distanza sufficientemente grande dal ferro, per ragioni di simmetria (1).

Se l'eccitazione del magnete non è costante nel tempo, nei lamierini che ne costituiscono il nucleo si provocano delle correnti parassite. L'effetto di queste correnti parassite sulla distribuzione del campo di indu-

zione magnetica nell'intraferro si può pensare equivalente a quello che si produrrebbe a seguito di una modificazione della permeabilità magnetica nel ferro, ed in quest'ordine d'idee si può definire una permeabilità apparente (μ_{app}) variabile al variare di x , y , e anche nel tempo. Il valore di μ_{app} è dato dal seguente rapporto:

$$(1) \quad \mu_{app} = \frac{B_{mz}}{H_s}$$

che è il rapporto tra il valor medio B_{mz} dell'induzione lungo z ed il campo H_s dovuto alle amperspire dell'avvolgimento di eccitazione (2). In conseguenza della variazione nel tempo della permeabilità apparente nel ferro, cambia pure l'andamento delle linee di B (o di H)

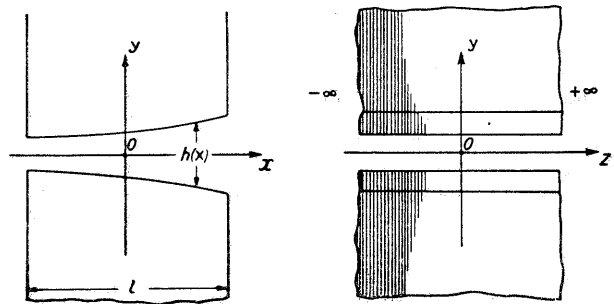


Fig. 1. — Magnete infinito con intraferro $\cdot l$, $h(x)$, ∞ sono le dimensioni dell'intraferro in un sistema di assi ortogonali x, y, z : x, y sono nel piano di giacitura dei lamierini.

nell'intraferro: in questa nota ci si propone di indicare come procedere per valutare con un calcolo di prima approssimazione la variazione nel tempo della configurazione del campo magnetico, nota la $V(t)$. Per definire quantitativamente la variazione della configurazione del campo magnetico nei punti dell'intraferro introduciamo la seguente grandezza G (3) fun-

(2) Come il μ_{app} sostituisce il μ agli effetti della distribuzione del campo magnetico nell'intraferro si può così facilmente interpretare: lo spessore dei lamierini rispetto all'altezza dell'intraferro è piccolo, per cui le correnti di Foucault che in essi si generano possono altrimenti immaginarsi agli effetti della distribuzione del campo magnetico nell'intraferro, come generate da una orientazione delle molecole determinata dalla $V(t)$ (tensione indotta sull'avvolgimento di eccitazione dalla variazione del flusso nell'intraferro per unità di lunghezza, in funzione del tempo) e dalle caratteristiche fisico-geometriche del materiale. Ricordando la teoria generale dei materiali magnetici e l'interpretazione atomico-molecolare che di essa si può dare (3), (4) si capirà come, nel calcolo dell'andamento del campo magnetico il valore del μ_{app} sostituirà a tutti gli effetti il valore di μ .

(3) La seconda eguaglianza della (2) discende dal fatto che il campo B nell'intraferro è a rotore nullo.

Dr. Ing. GIANCARLO SACERDOTI, dell'I.N.F.N. Sezione acceleratore.

(1) Nelle immediate vicinanze del ferro e nel ferro il campo varia lungo lo spessore del lamierino, ripetendosi lamierino per lamierino la sua configurazione.

zione delle coordinate x, y e della permeabilità apparente:

$$(2) \quad G = \frac{1}{B} \frac{\partial B_x}{\partial y} = \frac{1}{B} \frac{\partial B_y}{\partial x}$$

B , induzione magnetica nel punto di coordinate x, y , x, y , gli assi ortogonali come in fig. 1
 B_x, B_y , componenti di B rispettivamente lungo gli assi x e y .

La misura della distorsione al tempo t del campo magnetico B rispetto alla configurazione che il campo magnetico ha in caso di eccitazione statica, nel punto x, y sarà data dall'espressione seguente:

$$(3) \quad k = \frac{G(\mu_{app}(t), x, y) - G(\mu, x, y)}{G(\mu, x, y)}$$

$G(\mu, x, y)$, valore di G nel punto x, y quando la corrente di eccitazione è costante nel tempo.

L'ordine di esposizione che sarà tenuto è il seguente:

- a) determinazione del μ_{app} nel ferro;
- b) determinazione della variazione di G in un punto generico x, y al variare di μ_{app} e determinazione di G provocata da una $V(t)$ generica;
- c) esempio numerico.

2. - DETERMINAZIONE DEL μ_{app} NEL FERRO.

Consideriamo il magnete illustrato in fig. 1. La tensione indotta sull'avvolgimento di eccitazione dalla variazione del flusso nell'intraferro per unità di lunghezza sia variabile nel tempo. Ammettiamo però che le variazioni della configurazione del campo B provocato dalle correnti parassite che si hanno colla eccitazione assunta, non siano troppo forti rispetto la configurazione che si ha se la corrente di eccitazione è costante nel tempo: in tal caso per valutare le correnti parassite stesse (e quindi il μ_{app} del ferro) possiamo prendere come configurazione di $B_{mz}(x, y)$ la configurazione che si ha nel caso stazionario. Inoltre poniamo che le variazioni di $h(x)$ (altezza dell'intraferro) non siano molto forti: in tal caso supponendo $\partial B_{mz}/\partial t$ costante nel tempo a partire da $t=0$ in ogni singolo punto del ferro di coordinate x, y , varrà la seguente relazione calcolata dal Dunham e riportata dal Bostich nel libro *Pulse Generators* (5), (6) (4).

$$(4) \quad Hs = \frac{\partial B_{mz}}{\partial t} \frac{1}{\mu} \left[t + T \left(I - \frac{6}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-\frac{n^2 \pi^2}{3T}} \right) \right]$$

t tempo misurato dall'origine dell'impulso
 μ , permeabilità magnetica del ferro

$$T, \frac{1}{12} \gamma \mu d^2$$

γ , conduttività del ferro.

La formula (4) vale rigorosamente sotto le seguenti ipotesi (ideali):

- 1) Vi sia solo un lamierino piano indefinito
- 2) Il campo magnetico B entro il lamierino si mantenga parallelo ad una direzione sul piano del lamierino (vedi fig. 2).

3) Il valore B_m del campo magnetico medio sullo spessore del lamierino cresca linearmente nel tempo ($B=0$ per $t=0$).

Nel nostro caso le differenze dal caso ideale sono le seguenti:

- 1) il campo magnetico B non è parallelo ad una direzione data.
- 2) il lamierino non è piano indefinito e vi è un intraferro
- 3) il lamierino è affiancato ad altri lamierini e si hanno effetti secondari nella distribuzione delle correnti parassite dovute alla capacità tra lamierino e lamierino.

Però sotto le ipotesi in cui ci siamo posti, la formula (4) può ritenersi sufficientemente approssimata.

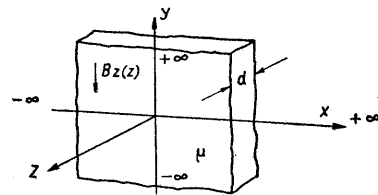


Fig. 2. — Lamierino indefinito magnetico per cui vale la formula (4).

Se, come per ipotesi abbiamo ammesso in principio del paragrafo, la configurazione del campo magnetico non varia fortemente nel tempo, qualora in un punto x_0, y_0 dell'intraferro valga la relazione $\partial B_{mz}/\partial t = p(t)$; in ogni altro punto x, y la quantità $\partial B_{mz}/\partial t$ sarà proporzionale a $p(t)$ secondo una $c(x, y)$, costante nel tempo.

La variazione della configurazione del campo magnetico dipende dal valore di μ_{app} ; dire che la configurazione del campo magnetico non varia in un certo intervallo di tempo rispetto la configurazione statica significa dire che μ_{app}

non scende durante tale intervallo a valori troppo bassi. Possiamo dire quindi che se il valore di μ_{app} non scende a valori troppo bassi, la $V(t)$ è proporzionale alla variazione nel tempo del campo magnetico in un punto generico x_0, y_0 dell'intraferro.

Per inciso possiamo precisare che se la caduta magnetica nel ferro è trascurabile rispetto alla caduta magnetica nell'aria e la tensione $V(t)$ è rappresentata da una funzione a gradino, la corrente $I(t)$ cresce circa linearmente nel tempo.

Da ciò che abbiamo detto segue, nei limiti delle ipotesi fatte, che, se la tensione $V(t)$ è rappresentata dalla funzione indicata in fig. 3, per il principio di sovrapposizione degli effetti si otterrà dalla (4) la formula seguente:

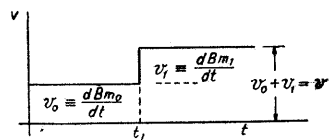


Fig. 3. — Diagramma di eccitazione per cui è valida la formula (5).

B_{m1}, B_{m0}, H_s sono grandezze calcolate in un punto generico (x, y) del lamierino.

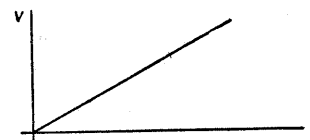


Fig. 4. — Diagramma di eccitazione del magnete per cui è valida la formula (6).

$$V = \frac{d B_{mz}}{d t} = \gamma m t.$$

(4) In queste pagine si prescinde dalla saturazione del ferro.

$$(5) \quad H_s(t) = \frac{dBm_0}{dt} \frac{I}{\mu} \left[t + T \left(1 - \frac{6}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I}{n^2} e^{-\frac{n^2 \pi^2}{3T} t} \right) \right] + \frac{dBm_i}{dt} \frac{I}{\mu} \left[(t-t_i) + T \left(1 - \frac{6}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I}{n^2} e^{-\frac{n^2 \pi^2}{3T} (t-t_i)} \right) \right]$$

Se la tensione di eccitazione del magnete in funzione del tempo è rappresentata dalla funzione indicata in fig. 4 si otterrà dalla (4) la seguente espressione:

$$(6) \quad H_s(t) = \int_{t_i}^t \gamma_m \frac{I}{\mu} \left[(t-t') + T \left(1 - \frac{6}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I}{n^2} e^{-\frac{n^2 \pi^2}{3T} (t-t')} \right) \right] dt' = \gamma_m \frac{I}{\mu} \left[\frac{t^2}{2} + \frac{t_i^2}{2} - t t_i + T(t-t_i) \right] + \frac{18}{\pi^4} T^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I}{n^4} \left(1 - e^{-\frac{n^2 \pi^2}{3T} (t-t_i)} \right)$$

Le formule (4), (5), (6) sono utili per il calcolo di μ_{app} , tanto più che spesso in tale formula nei casi numerici si possono trascurare i termini sotto sommatoria (5).

3. - STUDIO DELLE PERTURBAZIONI CHE, NELL'INTRAFERRO DI UN MAGNETE SI CREANO AL VARIARE DELLA PERMEABILITÀ APPARENTE (μ_{app}) DEL FERRO DEL MAGNETE STESSO E DETERMINAZIONE DELLA G PROVOCATA DA UNA $V(t)$ GENERICA DI ECCITAZIONE.

Ammettiamo che si possa ad un certo istante t parlare di un μ_{app} uguale per ogni punto del ferro (questo è in accordo colle nostre ipotesi del paragrafo precedente). Per calcolare la G provocata da una $V(t)$ generica di eccitazione basta risalire al valore di μ_{app} nota la $V(t)$ (od $I(t)$) e risalire dalle variazioni di μ_{app} alla variazione della grandezza G (vedi introduzione). Le variazioni della grandezza G in una zona dello spazio che ci interessa dipendono esclusivamente dalla geometria del ferro rispetto ai conduttori di eccitazione. Se per es. (ci riferiamo a casi di campi magnetici

per es. nel caso contemplato dalla fig. 5, ove le superfici del nucleo prospicienti ad A sono piane parallele e il circuito di eccitazione è costituito da due condut-

tori equidistanti da A (dei quali in fig. 5 si vedono le tracce); allora una variazione di μ_{app} in tale caso porta ad una variazione di G nei punti di A molto minore della variazione di G che si ha nel caso contemplato nella fig. 6 o nella fig. 7 (nei punti di A). Nella fig. 6 le superfici prospicienti ad A non sono piane e parallele. Nel caso della fig. 7 i conduttori di eccitazione non sono simmetrici rispetto alla gamba del ferro.

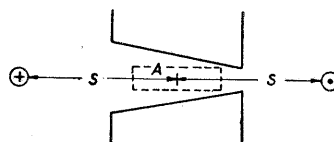


Fig. 6. — Disposizione di eccitazione magnetica per cui le linee di forza in A sono fortemente dipendenti da μ_{app} .

Per il calcolo della grandezza

$$G = \frac{I}{B} \frac{dB_y}{\partial x}$$

al variare di μ_{app} , che come abbiamo detto nell'introduzione, ci dà un'indice della variazione delle linee di induzione (al variare di μ) si può procedere secondo quest'ordine:

1) Si schematizza il circuito di eccitazione del magnete nella maniera più semplice possibile: per es. ad un fascio di conduttori si sostituisce un conduttore filiforme. Però bisogna guardare che il circuito, con cui si schematizza l'eccitazione non diminuisca la dipendenza della forma del campo magnetico dal valore di μ rispetto alla dipendenza che si ha col circuito schematizzato.

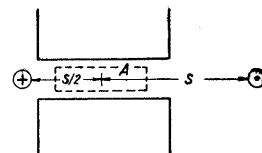


Fig. 7. — Disposizione di eccitazione magnetica per cui le linee di forza in A sono fortemente dipendenti da μ_{app} .

2) Si calcola il valore di $\frac{dB_y}{\partial x} \frac{I}{B}$ quando $\mu = \infty$ e quando $\mu = \mu_0$.

Questi valori di μ sono scelti perchè spesso in tali casi il calcolo di G si presenta più facile. Tali valori siano per es. k per $\mu = \infty$ e h per $\mu = \mu_0$.

3) Si consideri il caso di un conduttore indefinito immerso nell'aria e affacciato ad un semispazio con permeabilità μ . Si determina per tentativi (o risolvendo le equazioni corrispondenti) un punto P_0 (sce-

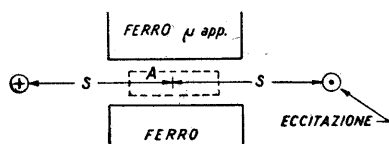


Fig. 5. — Disposizione di eccitazione magnetica per cui le linee di induzione in A sono quasi indipendenti dalla permeabilità del magnete.

piani) il contorno del ferro è costituito da due linee equipotenziali, allora qualunque sia il valore che assume μ_{app} nel ferro, il valore di G rimane costante in ogni punto del ferro e dell'aria. Poniamo di trovarci

(5) Il principio di sovrapposizione degli effetti a cui abbiamo fatto cenno deve intendersi così: se l'induzione magnetica $Bmz(t)$ è uguale a $Bmz'(t) + Bmz_0(t)$ e se a $Bmz'(t)$ e $Bmz_0(t)$ corrispondono rispettivamente i campi $H's(t)$ e $H_s(t)$, all'induzione magnetica $Bmz(t)$ corrisponde un campo $Hs(t)$ uguale a $H's(t) + H_s(t)$. Tale principio può risultare utile per es. nel caso che $\frac{dBmz'}{dt}(t)$ sia costante e $\frac{dBmz_0}{dt}(t)$ sia una funzione a gradino: in tal caso varrà la seguente formula:

$$(7) \quad \mu_{app} = \frac{Bmz'(t) + Bmz_0(t)}{Hs'(t) + Hs(t)}$$

ove $Bmz'(t) = \mu Hs'(t)$ e Bmz_0 è legato alla $Hs(t)$ invece dalla (4).

gliando anche una opportuna distanza del filo dal semispazio a permeabilità μ) per cui $\frac{dBy}{\partial x} \frac{I}{B}$ sia $= h$ se $\mu = \infty$ e sia $\frac{dBy}{\partial x} \frac{I}{B} = h$ per $\mu = \mu_0$.

Si trova col metodo delle immagini il valore di al variare di μ nel punto P_0 .

4) Si fa l'ipotesi che la funzione trovata $\frac{dBy}{\partial x} \frac{I}{B}$ coincida approssimativamente con l'analoga funzione che ci si propone di trovare per il punto prescelto dell'intraferro del magnete preso in esame.

Per avere una visione esatta della distorsione del campo in una zona che ci interessi, bisognerebbe calcolare la grandezza $G(\mu)$ per parecchi punti della zona. Se ci poniamo però in un punto $P_0(x, y_0)$ in cui a priori si può dire che G sia più sensibile al variare di μ di quello che sia il valore di G per gli altri punti della zona che ci interessa, allora la variazione di $G(x_0, y_0)$ ci fornisce un indice massimo della distorsione del campo magnetico nella zona.

Per determinare il variare di G causato dalla presenza delle correnti parassite che nei lamierini si generano, siamo risaliti al valore di μ_{app} da esse causato e dalla variazione di μ_{app} siamo risaliti alla variazione di G .

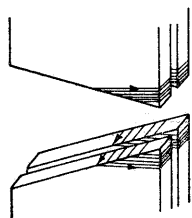


Fig. 8. — Andamento delle correnti parassite sulle superfici prospicienti alle espansioni polari.

Direttamente ci si può rendere conto della variazione di G dovuta alle correnti parassite considerando (vedi fig. 8) l'andamento che tali correnti vengono ad assumere nei lamierini. Tali correnti, se le faccie polari non sono parallele, si dispongono secondo due strati di correnti affacciati rispettivamente al polo superiore e al polo inferiore e si chiudono sulla superficie adiacente dei lamierini e sulla superficie esterna degli stessi.

Queste correnti portano ad una rifrazione delle linee di campo e si comportano come le « bobine correttive », così spesso usate nei sincrotroni (7) (8), le quali sono conduttori affacciati alle faccie polari dell'intraferro per modificare il campo magnetico dell'intraferro stesso nel senso desiderato.

Come abbiamo detto nell'introduzione, a volte si hanno nella precisione del campo magnetico in un intraferro esigenze severe. Queste esigenze si possono tradurre in una limitazione nella variazione del valore di G rispetto al valore che si ha nel caso di eccitazione statica. Per imporre tale limitazione si stabilisce la seguente disuguaglianza:

$$(8) \quad \frac{G(\mu) - G(\mu_{app})}{G(\mu)} \leq \epsilon.$$

Se nella disuguaglianza (8) esprimiamo μ_{app} in funzione del tempo, nella cui espressione entrano i parametri caratteristici della eccitazione, otteniamo delle

$$(8) \quad \mu_{app} = \frac{Bmp(t) + Bmc(t)}{Hps(t) + Hcs(t)} = \frac{10t}{17t - 7 \left[t + \frac{160}{10^6} \left(1 - \frac{6}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\frac{n^2 \pi^2 t 10^6}{3 \cdot 160}} \right) \right]} \mu_{ferro} \sim$$

$$\sim \frac{10t}{10t - \left(\frac{7,160}{10^6} \right)} \mu_{ferro} \leq \mu_{ferro} \text{ per } t \geq 120 \cdot 10^{-6} \text{ sec.}$$

limitazioni nei parametri caratteristici della eccitazione e possiamo verificare entro che intervallo di tempo la forma del campo risulta soddisfacente.

4. - ESEMPIO NUMERICO.

A complemento della teoria svolta nei precedenti paragrafi riportiamo il seguente esempio. I dati numerici dell'esempio sono i dati di un tipo di eccitazione studiata per un sincrotrone, ove si preveda di aumentare la pendenza del campo magnetico B nell'intraferro in funzione del tempo (a valori bassi dell'eccitazione) servendosi di un circuito di eccitazione secondario, rispetto alla pendenza che si sarebbe avuta se fosse stato presente solo la corrente del circuito principale. Il campo magnetico che ci si proponeva di realizzare (in un intraferro la cui sezione è rappresentata in fig. 9) è $B = Bpm + Bcm$ ove Bpm e Bcm sono illustrati in fig. 10.

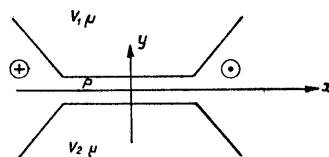


Fig. 9. — Sezione dell'intraferro a cui l'esempio numerico si riferisce: sono tracciate le tracce dell'avvolgimento correttivo.

$$\text{per } \mu = \infty \text{ sia } \frac{I}{B} \frac{dBy}{dx} (P) = 0,314 \text{ m}^{-1}$$

$$\text{per } \mu = \mu. \text{ sia } \frac{I}{B} \frac{dBy}{dx} (P) = 25,0 \text{ m}^{-1}$$

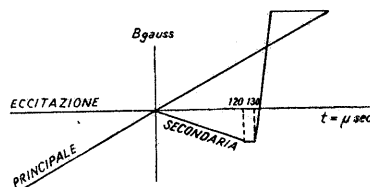


Fig. 10. — Curve di $Bpm(t)$ e $Bcm(t)$.

$$Bpm = 17t \quad \text{per l'intervallo di tempo: } -\infty < t < +\infty$$

$$Bcm = 0 \quad \text{per l'intervallo di tempo: } t < 0$$

$$Bcm = -7t \quad \text{per l'intervallo di tempo: } 0 \leq t \leq 120 \cdot 10^{-6} \text{ sec}$$

$$Bcm = \left[12 + \frac{1,073}{20} (t \cdot 10^6 - 120)^2 - (t \cdot 10^6 - 120) 0,73 \right] \cdot 10^{-4}$$

$$\text{per l'intervallo di tempo: } 120 \cdot 10^{-6} \text{ sec} < t < 130 \cdot 10^{-6} \text{ sec}$$

$$Bcm = (17 + t \cdot 10^6) \cdot 10^{-4} \text{ per l'intervallo di tempo: } 130 \cdot 10^{-6} \text{ sec} < t$$

Si suppone, nel nostro caso, che interessi vedere l'andamento del campo magnetico per $t \geq 119 \times 10^{-6}$ sec.

I punti, per $t \geq 119 \times 10^{-6}$ sec nei quali il valore di μ può raggiungere i valori più bassi sono $t = 130 \times 10^{-6}$ sec e $t = 119 \times 10^{-6}$ sec (si può dedurre dall'espressione di $\mu(t)$). Applicando le formule (4) e (7) nel tratto $0 \leq t \leq 120 \times 10^{-6}$ se c risulterà (il valore di T per i lamierini del magnete (0,35 mm di spessore) è di 160×10^{-6} sec):

Applicando le formule (4) e (7) nel tratto $120 \times 10^{-6} \text{ sec} \leq t \leq 130 \times 10^{-6} \text{ sec}$ si ottiene, trascurando le sommatorie degli esponenziali al denominatore:

$$\frac{10t + \frac{1,07}{20} (t \cdot 10^6 - 120)^2 \cdot 10^{-4}}{17t - 7(t + 160 \cdot 10^{-6}) + \frac{1,07}{20} \left[\frac{1}{10^4} (t \cdot 10^6 - 120)^2 + \frac{2,160}{10^4} (t \cdot 10^6 - 120) \right]} \mu_{\text{ferro}} \cong \mu_{\text{app}}$$

Per $t = 130 \times 10^{-6} \text{ sec}$ risulterà: $\mu_{\text{app}} \cong 500 \mu_0$ (se $\mu_{\text{ferro}} = 5000 \mu_0$). Nel tratto seguente dell'eccitazione μ_{app} aumenta. Per $t \cong 119 \times 10^{-6} \text{ sec}$ μ_{app} si mantiene quindi $> 500 \mu_0$.

Per avere un limite massimo della deformazione del campo B che si ha durante l'eccitazione si può vedere la deformazione del campo magnetico per $\mu_{\text{app}} = 500 \mu_0$ riferita a quella che si ha per $\mu_{\text{ferro}} = 5000 \mu_0$.

Procedendo come indicato al paragrafo 3) otteniamo con i valori numerici adottati la seguente tabella $G(\mu)$ (calcolato nel punto P indicato nella fig. 9).

| | |
|--------------------|--|
| $\mu = \infty$ | $G(\infty) = 0,314 \text{ m}^{-1}$ |
| $\mu = 5000 \mu_0$ | $G(5000 \mu_0) = 0,321 \text{ m}^{-1}$ |
| $\mu = 1000 \mu_0$ | $G(1000 \mu_0) = 0,337 \text{ m}^{-1}$ |
| $\mu = 500 \mu_0$ | $G(500 \mu_0) = 0,381 \text{ m}^{-1}$ |
| $\mu = 100 \mu_0$ | $G(100 \mu_0) = 0,648 \text{ m}^{-1}$ |
| $\mu = 10 \mu_0$ | $G(10 \mu_0) = 0,665 \text{ m}^{-1}$ |

Da cui risulta la seguente eguaglianza:

$$\frac{G(5000 = \mu/\mu_0) - G(500 = \mu/\mu_0)}{G(5000 = \mu/\mu_0)} \cong 0,18.$$

La variazione relativa di G , che ci dà un indice della deformazione del campo, è del 18%. Tale limite massimo per la deformazione del campo B nel punto P risulta sopportabile. La eccitazione prevista per il sincrotrone in esame sarebbe stata accettabile in relazione alla deformazione del campo magnetico.

Ringrazio il prof. G. Salvini, direttore tecnico della Sezione Acceleratore dell'I.N.F.N., i proff. R. Sartori e F. Barozzi per l'incoraggiamento e per i consigli che mi hanno dato per portare a termine il presente lavoro.

Manoscritto pervenuto il 16 settembre 1954.

BIBLIOGRAFIA

- [1] D. DENNISON and BERLIN: *The stability of Synchrotron Orbits* - « Physical Review », vol. 69, July 1949.
- [2] E. D. COURANT: *A Resonance effect in the Synchrotron* - « Journal of Applied Physics », vol. 20, June 1949.
- [3] GRAFFI: *Teoria Matematica dell'Elettromagnetismo* - Patron, 1949, pagg. 178-202, pagg. 287-307.
- [4] PERSICO: *Introduzione alla Fisica Matematica* - Zanichelli, 1948, pagg. 115-126, pagg. 235-248.
- [5] W. H. BOSTICK: *Pulse Transformers - M.I.T. Pulse generators* - Part III, pagg. 613-638.
- [6] FUNHAM, C. HALL, MAC FADYEN: *Cal. of Eddy Currents in Pulse Transformers* - « Cores Gen. Elect. Co. », Report 8350, May 8, 1944.
- [7] J. P. BLEWETT etc.: *Pole face Winding* - « The Review of Sci. Inst. », Vol. 24, n. 9, Sept. 1953, pagg. 773-778.
- [8] R. WILSON etc.: *The Cornell 300 MEV Synchrotron* - « Office of Naval Research », contract-n. 6, our 264, Task Order III.