Laboratori Nazionali di Frascati

LNF-55/40 (26. 10. 55)

G. Sacerdoti: RELAZIONE CHE INTERCORRE TRA LA VARIAZIONE DI FREQUENZA DELL'ALTERNATORE AD ECCITAZIONE COSTANTE E LA CORRENTE DEL MAGNETE DEL SINCROTRONE.

RELAZIONE CHE INTERCORRE TRA LA VARIAZIONE DI FREQUENZA DELL'ALTERNATORE AD ECCITAZIONE COSTANTE E LA CORRENTE NEL MAGNETE DEL SINCROTRONE.-

§ 1.- Introduzione

Il circuito di eccitazione del magnete del sincrotrone è rappresentato in fig.1

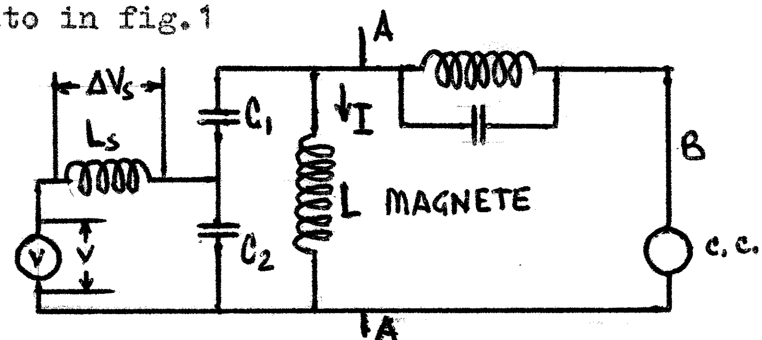

Fig.1 : Circuito di eccitazione del magnete del sincrotrone

Si domanda: se l'alternatore, che in condizioni ideali genera una tensione con la pulsazione ω pari alla pulsazione ω_0 di risonanza di C_1 C_2 L, subisce una variazione di frequenza $\Delta\omega$, in quale misura deve il regolatore di corrente alternata I intervenire sulla sua eccitazione per riportare la corrente alternata al valore fissato, da cui si era scostata a causa dello shift di frequenza?

Determiniamo in questa relazione un valore di $\frac{C_1}{C_2}=\alpha=\alpha_1$ per cui a un $\Delta\omega$ finito corrisponde un ΔI nulla. Questo valore, se altre ragioni non intervengono, può essere scelto per il rapporto $\frac{C_1}{C_2}$

§ 2.- Calcolo teorico

La variazione di ΔI è determinata da tre fattori (trascuriamo per semplicità il ramo ABA del circuito di fig.1)

I La variazione dell'impedenza Z offerta da C_1 L (al variare della frequenza)

II La variazione che subisce V (al variare della frequenza)

III La variazione che subisce ΔV (che, per $\omega=\omega_0$ essendo pari a 0, coincide con ΔV_s)

Calcolo del I° termine

Essendo:

$$Z = \omega L - \frac{1}{\omega L_1} \tag{1}$$

risulterà

$$\frac{\Delta Z}{Z}(\omega-\omega_0) = \frac{L + \frac{1}{\omega_0^2 C_1}}{L\omega_0 - \frac{1}{\omega_0 C_1}} \Delta\omega = \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \frac{L + \frac{1}{\omega_0^2 C_1}}{L - \frac{1}{\omega_0^2 C_1}} \tag{2}$$

./.

Da cui definito

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{\alpha}{1+\alpha} C_2 \qquad (3)$$

e risultando

$$C_1 = (\alpha + 1) \tau \qquad (4)$$

$$C_2 = \frac{\alpha + 1}{\alpha} \qquad (5)$$

La (2) si può scrivere (poichè da quanto si è detto $\frac{1}{LC} = \omega_0^2$)

$$\frac{\Delta Z}{Z} = \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \frac{1 + \frac{1}{\alpha+1}}{1 - \frac{1}{\alpha+1}} = \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \frac{\alpha+2}{\alpha} \qquad (6)$$

Calcolo del II° termine

Essendo la velocità di rotazione del rotore proporzionale alla tensione ed alla frequenza quando l'eccitazione dell'alternatore rimane lo stesso risulterà

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta\omega}{\omega} \qquad (7)$$

Calcolo del termine III°

La corrente I_s che percorre l'induttanza L_s è pari alla somma delle correnti che passano per C_1 L e per C_2.
Varrà perciò

$$(V - \Delta V_1)\left[\frac{\omega C_1}{\omega^2 L C_1 - 1} - \omega C_2\right] = I_s \qquad (8)$$

essendo $\omega C_1 / \omega^2 L C_1 - 1$ l'ammettenza del ramo C_1L e $-\omega C_2$ l'ammettenza del ramo C_2.

Inoltre risulta

$$I_s = \frac{\Delta V_1}{L_s \omega} \qquad (9)$$

Seguirà quindi dalla (8) e la (9) la seguente

$$\frac{\Delta V_1}{V} = \frac{\frac{\omega C_1}{\omega^2 L C_1 - 1} - \omega C_2}{\frac{\omega C_1}{\omega^2 L C_1 - 1} - \omega C_2 + \frac{1}{\omega L_s}} \qquad (10)$$

./.

Tenendo conto delle (3), (4), (5) risulta

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\dfrac{\omega(\alpha+1)C}{\omega^2 LC(\alpha+1)-1} - \omega\dfrac{\alpha+1}{\alpha}C}{\dfrac{\omega(\alpha+1)C}{\omega^2 LC(\alpha+1)-1} - \omega\dfrac{\alpha+1}{\alpha}C + \dfrac{1}{L_s\omega}} \qquad (11)$$

sostituendo ad ω $\omega_0+\Delta\omega$ e a $LC \cdot \frac{1}{\omega_0^2}$ si ottiene

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{1}{1 + \dfrac{1}{L_s(\omega_0+\Delta\omega)\left(\dfrac{(\omega_0+\Delta\omega)(\alpha+1)C}{\left(1+\frac{2\Delta\omega}{\omega_0}\right)(\alpha+1)-1} - (\omega_0+\Delta\omega)\dfrac{\alpha+1}{\alpha}C\right)}} \qquad (12)$$

Da cui essendo per $\Delta\omega = 0$ $\frac{\Delta V}{V} = 0$ possiamo per $\Delta\omega$ piccoli scrivere

$$\frac{\Delta V}{V} = L_s(\omega_0+\Delta\omega)\left[\frac{(\omega_0+\Delta\omega)(\alpha+1)C}{\left(1+\frac{2\Delta\omega}{\omega_0}\right)(\alpha+1)-1} - (\omega_0+\Delta\omega)\frac{\alpha+1}{\alpha}C\right] \qquad (13)$$

e quindi

$$\frac{\Delta V}{V} = -L_s\omega_0^2\left(\frac{(\alpha+1)^2 C}{\alpha^2}\right)\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\cdot 2 \qquad (14)$$

La (14) si può anche scrivere

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{2(\alpha+1)^2}{\alpha^2}\frac{L_s}{L_{magnete}}\frac{\Delta\omega}{\omega} \qquad (15)$$

Quindi possiamo scrivere

$$\frac{\Delta I}{I} = -\frac{\alpha+2}{\alpha} + 1 + 2\left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right)^2\frac{L_s}{L_{magnete}} \qquad (16)$$

Se facciamo l'ipotesi che sia

$$L_s = \frac{V_m^2}{\omega_0 P_m} \times \left(\frac{\alpha}{\alpha+1}\right)^2 \qquad (17)$$

./.

Essendo

V_m = tensione ai capi del magnete

$V_m \dfrac{\alpha}{\alpha+1}$ = tensione del generatore

P_m = potenza del generatore

ω_0 = frequenza di eccitazione

X = reattanza percentuale del generatore

la (16) si può scrivere

$$\frac{\Delta I}{I} = \frac{\Delta\omega}{\omega}\left(-\frac{2}{\alpha} + 2\frac{V_m^2 X}{\omega_0 P_m}\frac{1}{L_{mg}}\right) \qquad (18)$$

§3.- Calcolo numerico

Nel caso del sincrotrone in progetto presso la nostra Sezione, valgono i seguenti valori numerici

V_m = 5000 Volt
P_m = 500.000 V.A.
L_{mag} = 0,02 Hz
ω_0 = 126
X = 50%

(α può assumere praticamente i valori ∞ 4 $\frac{3}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{4}$)

Affinchè risulti $\frac{\Delta I}{I} = 0$ è necessario che risulti

$$\frac{2}{\alpha} = \frac{2 V_m^2 X}{\omega_0 P_m L_{mg}} = 40\,X \qquad (19)$$

e quindi

$$\alpha = \frac{1}{20\,X} \qquad (20)$$

La (20) tradotta in numeri dà i seguenti risultati:

Se X = 0,50
$\alpha = 1/10$ è $\frac{\Delta I}{I} = 0$; se $\alpha = \frac{1}{4}$ risulta $\frac{\Delta I}{I} = \frac{\Delta\omega}{\omega}\cdot 12$

Se X = 0,25 $\alpha = 1/5$ è $\frac{\Delta I}{I} = 0$; se $\alpha = \frac{1}{2}$ risulta $\frac{\Delta I}{I} = \frac{\Delta\omega}{\omega}\cdot 4$

./.

Se X = 0,1

$\alpha = \frac{1}{2}$ è $\frac{\Delta I}{I} = 0$

La X dell'alternatore è ragionevolmente compresa tra 0,5 e 0,20.
Il valore che praticamente si può dare ad α è di $\frac{1}{4}$.

La tensione V dell'alternatore si riduce a 1000 Volt.
Riportiamo infine nella fig.2 i grafici di $-\frac{2}{\alpha} + \frac{2 V_m^2 X}{\omega P_m} \frac{1}{I_{mg}} = K(I_\omega)$ in funzione di $1/\alpha$ per varii valori di X

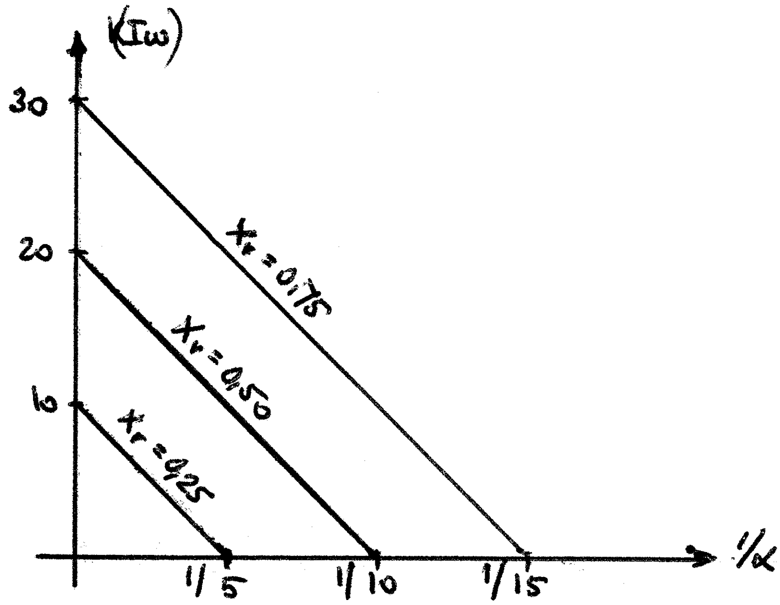

Fig.2

G. Sacerdoti

Roma 26-10-55