Laboratori Nazionali di Frascati

LNF-55/33 (10. 9. 55)

C. Canarutto: CALCOLO COMPARATIVO DEL COSTO DI UNA INDUTTANZA DI ENERGIA MASSIMA IMMAGAZZINATA W E DI CORRENTE PASSANTE I, NOTE, IN DUE CASI: 1) NUCLEO IN SOLO ARIA - 2) NUCLEO IN FERRO ED INTRAFERRO.

CALCOLO COMPARATIVO DEL COSTO DI UNA INDUTTANZA DI ENERGIA MASSIMA IMMAGAZZINATA W E DI CORRENTE PASSANTE I NOTE; NEI DUE CASI :

I) NUCLEO IN SOLA ARIA - II) NUCLEO IN FERRO ED INTERFERRO.-

<u>I Caso</u> : Induttanza in aria.-

Si sceglie il tipo a solenoide a sezione circolare

Vale la : $L = \mu_0 \frac{N^2 S}{H} K$

con K dato dalle tabelle del ROSA & GROVER (Formulas and tables for the calculation of mutual and selfinductance - Bureau of Struments - Washington 1948 - pag. 224)

K è funzione del rapporto $\frac{D}{H}$ (D = diametro del solenoide ; H = altezza del solenoide).

$S = \frac{\pi}{4} D^2$; N = numero di spire ; μ_0 = permeabilità nel vuoto.

Dall'esame di alcuni casi particolari preventivamente risolti, si ha che il costo dell'induttanza non varia in modo apprezzabile per $\frac{D}{H}$ compreso tra 0,8 e 1,5 ed aumenta per valori esterni all'intervallo indicato.

Inoltre il costo risulta essere praticamente indipendente dal numero di strati (queste due ultime considerazioni valgono fino ad errori ammessi dell'ordine del 5%).

Pertanto per semplicità consideriamo il caso di un solenoide ad un solo strato e con rapporto $\frac{D}{H} = 1$ (K = 0,69).

./.

Si ha allora :

$D = H = Nb$; b = altezza della piattina conduttrice nella direzione di H e pertanto:

$$L = \frac{\mu_0 N \frac{\pi}{4} D^2}{b} K = \mu_0 \frac{\pi}{4} \frac{1}{b^2} D^3 K$$

da cui :

$$D = \left(\frac{4 L b^2}{\mu_0 \pi K}\right)^{1/3}$$

Detta S_{cu} la sezione della piattina ($S_{cu} = \frac{I}{\sigma}$), il costo totale del rame è dato da :

$$\mathcal{L}_{cu} = C_{cu} \delta_{cu} \pi N D S_{cu} = C_{cu} \delta_{cu} \pi S_{cu} \frac{1}{b} \left(\frac{L b^2}{6,8} 10^7\right)^{2/3}$$

Assunti :

C_{cu} = 1.100.000 £/ costo unitario del rame (isolato spira contro spira)

δ_{cu} = 8,9 ton/m³ Densità del rame

e, pertanto, il costo totale del rame è

$$L_{cu} = 36 . 10^{10} S_{cu} . b^{1/3} . L^{2/3} \text{ Lire}$$

Considerando le ulteriori spese (assemblaggio, isolamento verso massa, raffreddamento ecc.) pari al 25% del costo del Cu si ha che il costo dell'induttanza in aria si può assumere pari a circa:

Costo induttanza $\simeq 4,5 \times 10^{11} \times S_{cu} \times b^{1/3} \times L^{2/3}$ e per $S_{cu} = \frac{I}{\sigma}$

Costo induttanza : $\simeq \frac{4,5 \times 10^{11}}{\sigma} \cdot b^{1/3} I \cdot L^{2/3}$

Posto $\frac{LI^2}{2} = W$ (energia immagazzinata nell'induttanza

./.

si ha :

$$\text{Costo induttanza} = 7{,}4 \times 10^{11} \times 6^{1/3} \times W^{2/3} \times I^{-1/3} \times \sigma^{-1}$$

II Caso : Induttanza con ferro.-

Supponendo che tutta l'energia venga immagazzinata nell'interferro

$$L = \mu_0 \frac{N^2 S}{H} \qquad (1)$$

con H altezza interferro
S sezione interferro
N numero di spire

$$B_{max} = \mu_0 \frac{N I}{H} \qquad (2)$$

con B_{max} = campo massimo ammissibile nell'interferro per evitare che il ferro si saturi, p.es. se assume : $B_{max} = 1 Wb/m^2$

e pertanto : $L = \frac{N S B_{max}}{I}$ (3)

Supponiamo ancora che la sezione del ferro sia quadrata di lato $\sqrt{S}$ e che il cammino medio del flusso magnetico si compia lungo un quadrato di lato a ed ancora che la sezione quadra dello spazio occupato dal rame sia di lato c:

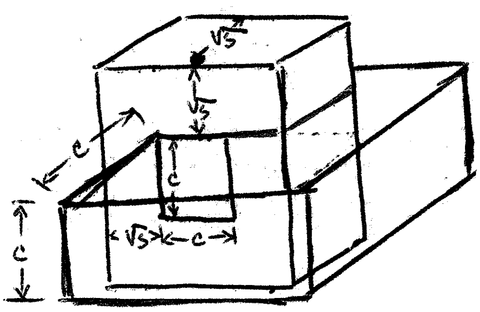


FIG. 1

Sarà: $a = c + \sqrt{S}$ (4)

Il volume del ferro è:

$V_{Fe} = (4a - H)S$ (5)

Il volume occupato del rame isolato è :

$V_{cu} = 4\,(\sqrt{S} + c)\,c^2$ (6)

Se S_{cu} è la sezione di una spira di rame, sia:

$$c^2 = 1{,}25 \cdot N S_{cu} \qquad (7)$$

ove 1,25 è il coefficiente che tiene conto del volume occupato dall'isolamento ed eventualmente dei canali di raffreddamento.

Il costo totale è :

$$L_{tot} = 1{,}3 \ \left(C_{Fe} \cdot \delta_{Fe} \cdot V_{Fe} + C_{cu} \cdot \delta_{cu} \cdot V_{cu}\right) \qquad (8)$$

Ove 1,3 è il coefficiente che tiene conto dei costi aggiunti di incastellatura, assemblaggio, raffreddamento ecc.

C_{Fe} = 500.000 L/ton costo unit. ferro

C_{cu} =1.000.000 L/ton " " rame

δ_{Fe} = 7,9 t /m^3 Densità Ferro

δ_{cu} = 8,9 t /m^3 " Rame

Dalla (3) si ha :

$$S = \frac{1}{N}\frac{LI}{B_{max}} \qquad (9)$$

Dalla (4) e (7) con la (9) si ha :

$$a = 1{,}12\sqrt{S_{cu}}\sqrt{N} + \frac{1}{\sqrt{N}}\sqrt{\frac{LI}{B_{max}}}$$

Dalla (2) H è $\mu_0 \frac{NI}{B_{max}}$

e pertanto :

$$L_{tot} = 1{,}3\times10^6\left[\left(17{,}7\frac{\sqrt{S_{cu}}}{\sqrt{N}} + \frac{15{,}8}{N^{3/2}}\sqrt{\frac{LI}{B_{max}}} - 3{,}95\frac{\mu_0 I}{B_{max}}\right)\frac{LI}{B_{max}} + 44{,}5\sqrt{N}\,S_{cu}\sqrt{\frac{LI}{B_{max}}} + 50\,N^{3/2}S_{cu}^{3/2}\right]$$

./.

Il minimo costo si ha per un numero di spire dato da circa:

$$N \simeq 0{,}65 \frac{1}{\sqrt{S_{cu}}} \sqrt{\frac{LI}{B_{max}}} = 0{,}65 \sqrt{\frac{L\sigma}{B_{max}}}$$

In tali condizioni il costo totale diventa :

$$L_{tot} = 1{,}3 \times 10^{6} \left[\left(\frac{W}{B_{max}\sigma} \right)^{3/4} \times 188 - 99 \times 10^{-7} \frac{W}{B^2_{max}} \right]$$

Confronto dei costi :

Riassumendo si ha

1) Costo induttanza senza ferro = $\frac{0{,}74 \times 10^{12}}{\sigma} \frac{b^{1/3}}{I^{1/3}} W^{2/3}$

2) Costo induttanza con ferro = $1{,}3 \times 10^{6} \left[\left(\frac{W}{B_{max}\sigma} \right)^{3/4} \times 188 - 10^{-5} \frac{W}{B^2_{max}} \right]$

Per $\sigma = 2 A/mm^2 = 2 \times 10^{6} A/m^2$ (A)

(B)

si ha : $B_{max} = 1 \, Wb/m^2$

1) Costo senza ferro = $0{,}37 \cdot 10^{6} \frac{b^{\frac{1}{3}}}{I^{1/3}} W^{2/3}$

2) Costo con ferro = $4.600 \cdot W^{3/4} - 13 \cdot W$

Pertanto si possono calcolare con le ipotesi A e B le seguenti tabelle, riassunte nel grafico di fig.2

1) Costo senza ferro :

a) $I = 0{,}1$ A $b = \frac{8{,}2}{10^4}$ m $(= \sqrt{S_{cu}})$

L	W	Costo
20 H	0,I joule	10.000 £.
200 "	1 "	48.000 "
2.000 "	10 "	220.000 "
20.000 "	100 "	1.056.000 "

./.

b) $I = 1\ A$ $b = 0{,}7.10^{-3} mm$ $(= \sqrt{S_{cu}})$

L	W	Costo
2	1 Joule	32.000
20	10 "	150.000
200	100 "	704.000
2.000	1.000 "	3.200.000

c) $I = 10\ A$ $b = 2{,}2\ mm^2$ $(= \sqrt{S})$

L	W	Costo
2/100	1 Joule	22.000
2/10	10 "	102.000
2	100 "	484.000
20	1.000 "	2.200.000
200	10.000 "	10.200.000

d_1) $I = 100\ A$ $b = 7\ mm$ $(= \sqrt{S})$

L	W	Costo
2.10^{-4} H	1 Joule	15.000
2.10^{-3} H	10 "	70.000
2.10^{-2} H	100 "	330.000
2.10^{-1} H	1000 "	1.500.000
2 H	10.000 "	7.000.000
20 H	100.000 "	33.000.000

d_2) $I = 100\ A$ $b = 3{,}5\ mm$

L	W	Costo
2.10^{-4}	1 Joule	12.000
2.10^{-3}	10 "	56.000
2.10^{-2}	100 "	264.000
2.10^{-1}	1.000 "	1.200.000
2	10.000 "	5.600.000
20	100.000 "	26.400.000

./.

e_1) I = 1000 A   b = 22 mm (= $\sqrt{5}$)

L	W	Costo
2.10^{-5}	10 Joule	48.000
2.10^{-4}	100 "	226.000
2.10^{-3}	1000" "	1030.000
2.10^{-2}	10000 "	4800.000
2.10^{-1}	100000 "	22000.000
2	1000.000"	103000.000

e_2) I = 1000 A   b = 10 mm

L	W	Costo
2.10^{-5}	10 Joule	38.000
2.10^{-4}	100 "	180.000
2.10^{-3}	1.000 "	810.000
2.10^{-2}	10.000 "	3.800.000
2.10^{-1}	100.000 "	18.000.000
2	1000.000 "	81.000.000

2°) COSTO CON FERRO -

W		Costo
1	Joule	4.600
10	"	25.000
100	"	140.000
1.000	"	828.000
10.000	"	4.600.000
100.000	"	25.000.000
1.000.000	"	140.000.000

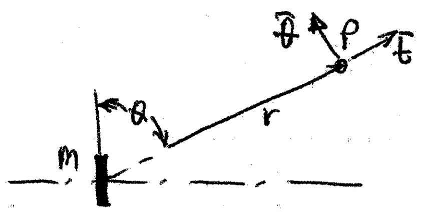
./.

APPENDICE

- Calcolo del campo magnetico nell'interno del Choke coil -

Sì può approssimare il comportamento del choke coil con quello di un dipolo di momento magnetico M.

E' noto che vale per ilccampo magnetico generato da un dipolo M in un punto P (suggicientemente lontano) la :



$$B = \mu_0 \frac{M}{4\pi R^3}\left(2\cos\theta\,\bar r + \operatorname{sen}\theta\,\bar\theta\right)$$

Fig. 3

Se si dispone il dipolo con l'asse verticale, il campo di massimo interesse è quello nel piano medio del dipolo, ove si ha unicamente la componente ~~radiale~~ : assiale:

$$B_\theta = \frac{\mu_0 M}{4\pi R^3}$$

Si calcola M nei due casi :

1) choke coil in aria
2 " " con ferro ed intraferro

1) Choke coil in aria

M = NIS con

S = Area media delle spire
N = Numero di spire
I = Corrente che attraversa le spire

2) Choke coil in ferro (con intraferro)

M = HaS con

H = Ampere spire/m (caduta di potenziale magnetico lungo 1m di ferro)
a = lunghezza di una gamba di ferro
S = Sezione del ferro

COSTO INDUTTANZE IN FERRO ED ARIA