Laboratori Nazionali di Frascati

LNF-55/30 (28. 7. 55)

I. F. Quercia: SULL'USO DI UN INTEGRATORE ELETTRONICO PER MISURE DI CAMPO MAGNETICO.

ISTITUTO NAZIONALE DI FISICA NUCLEARE

SEZIONE ACCELERATORE

RELAZIONE M - 64

ITALO FEDERICO QUERCIA

SULL'USO DI UN INTEGRATORE ELETTRONICO PER MISURE DI CAMPO MAGNETICO.-

§ 1.- L'integratore elettronico è costituito da un amplificatore ad accoppiamento diretto, avente guadagno - G, e la cui tensione di uscita l_o è riportata in ingresso attraverso la capacità C. La tensione d'ingresso sia l_s, ed e_g la tensione sulle griglie delle prime valvole dell'amplificatore. Poichè supponiamo di trascurare la corrente entro questa griglia, con riferimento alla fig. 1 possiamo scrivere le seguenti relazioni :

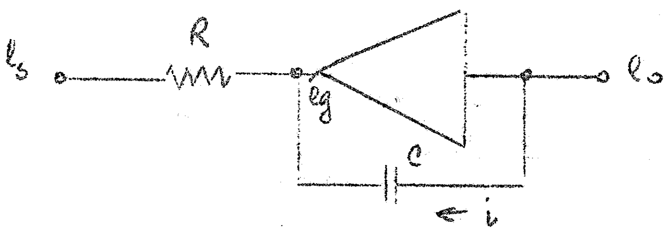

FIG. 1

$$e_o = -G e_g \; ; \qquad i = C \frac{d(e_g - e_o)}{dt} = -C \frac{G+1}{G} \frac{de_o}{dt}$$

ma è anche :

$$i = \frac{e_s - e_g}{R} = \frac{e_s}{R} + \frac{e_o}{GR}$$

per cui

$$\frac{de_o}{dt} = \frac{G}{G+1}\,\frac{e_s}{RC} - \frac{1}{G+1}\,\frac{e_o}{RC}$$

Possiamo scrivere quest'ultima equaz. nella forma :

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{de_o}{dt} + ke_o = f(t) \\ k = \dfrac{1}{(G+1)RC} \;;\; f(t) = -Gke_s(t) \end{array} \quad \text{dove} \right\} \qquad (1)$$

La soluzione generale di questa equaz. è data da :

$$e_o(t) = e^{-kt}\left\{A + \int_0^t f(t')e^{kt'}dt'\right\} \qquad (2)$$

Con la condizione ulteriore che $e_o(o) = 0$ si ha $A = 0$
e quindi

$$e_o(t) = e^{-kt}\int_0^t f(t')e^{kt'}dt'$$

Supponiamo ora che $kt \ll 1$ cioè che $\dfrac{t}{(G+1)RC} \ll 1$.

abbiamo $e^{-kt} \cong 1 - kt \;;\; e^{kt'} = 1 + kt'$ e quindi

$$e_o(t) = e^{-kt}\int_0^t e^{kt'}f(t')dt' \cong (1-kt)\int_0^t (1+kt')f(t')dt' =$$

$$= (1-kt)\left[\int_0^t f(t')dt' + \left|kt'F(t')\right|_0^t - k\int_0^t F(t')dt'\right] =$$

$$= \int_0^t f(t')dt' + k\left\{\left|t'F(t')\right|_0^t - t\left|F(t')\right|_0^t - (1-kt)\int_0^t F(t')dt'\right\} \qquad (3)$$

dove F(t') è la primitiva di f(t').

Come si vede trascurando il termine in parentesi $\{\ \}$, la $l_o(t)$ è proporzionale all'integrale delle $e_s(t)$ cioè :

$$e_o(t) \approx -\frac{1}{RC}\int_0^t e_s(t')\,dt'$$

Il termine K $\{\qquad\}$ ci dà l'errore introdotto dallo strumento e lo indicheremo pertanto come Δe_o. Nel seguito vedremo quali valori occorre dare ai parametri G, C, R per ridurre Δe_o al di sotto di un prefissato valore.

§ 2.- Facciamo alcuni esempi per la forma delle $e_s(t)$:

1) Esempio:

$e_s(t) = 0 \qquad t<0$

$e_s(t) = h = cost \qquad t>0$

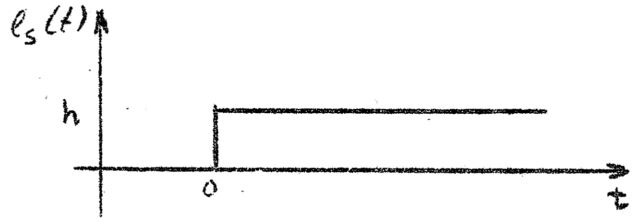

FIG. 2

In questo caso conviene partire dalla (2) direttamente. Si ha:

$$e_o(t) = e^{-kt}\{A - hG(e^{kt}-1)\}$$

se per $t=0$ $e_o=0$ si ha $A=0$ quindi $e_o(t) = -hG(1-e^{-kt})$

Sviluppando l'esponenziale si ha:

$$e_o(t) = -hG\{kt - (kt)^2 + \dots\}$$

nel nostro caso è dunque in prima approssimazione, per $kt \ll 1$

$$e_o(t) \sim -\frac{ht}{RC}$$

e l'errore

$$\Delta e_o = h\left(\frac{t}{GRC}\right)^2$$

./.

Supponiamo che debba essere $\left|\frac{\Delta e_s}{e_s}\right| < \varepsilon$, si avrà:

$$\frac{t^*}{GRC} < \varepsilon \quad \text{cioè} \quad t^* < \varepsilon GRC$$

e si ha un errore inferiore ad ε per tutte le integrazioni che vengono estese da t = 0 a tempi $t < t^*$

2) Esempio: Supponiamo di voler misurare il campo magnetico B in un trâferro mediante una bobinetta di superficie x spire = Σ . Si ha

$$B \equiv B(t) = \frac{B_m}{2}(1 - \cos \omega t)$$

come dalla fig. 3 dove

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

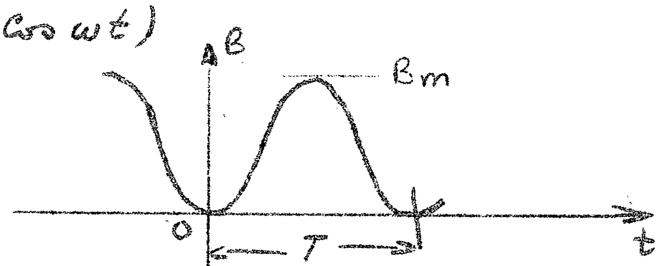

FIG. 3

Il flusso attraverso la bobinetta sarà dato da

$$\Phi(t) = \Sigma \times B(t) = \frac{\Sigma B_m}{2}(1 - \cos \omega t)$$

e la f.e.m. indotta

$$e_s = \omega \frac{\Sigma B_m}{2} \sin \omega t$$

espressa in Volt se : Σ è espressa in m^2

B è espresso in Wb/m^2

ω è espresso in rad/s

In questo caso si ha :

$$f(t) = -\frac{1}{RC}\,\omega \Sigma \frac{B_m}{2} \sin \omega t$$

$$F(t) = \frac{1}{RC}\,\Sigma \frac{B_m}{2} \cos \omega t$$

R = in ohm ; C = in Farad

./.

Introduciamo queste espressioni nella (3)

$$e_o(t) = \frac{1}{RC}\sum \frac{B_m}{2}(\cos\omega t - 1) + \Delta e_o$$ cioè

$$e_o(t) = -\frac{1}{RC}\sum \cdot B(t) + \Delta e_o$$ dove

$$\Delta e_o = \frac{1}{GRC}\left\{\frac{1}{RC}\sum\frac{B_m}{2}t\cos\omega t - \frac{t}{RC}\sum\frac{B_m}{2}(\cos\omega t - 1) - \right.$$
$$\left. -\left(1-\frac{t}{GRC}\right)\frac{\sum}{RC}\frac{B_m}{2}\frac{1}{\omega}\sin\omega t\right\} =$$
$$= \frac{\sum B_m}{2G(RC)^2}\left[t - \left(1-\frac{t}{GRC}\right)\frac{\sin\omega t}{\omega}\right]$$

trascurando ancora il termine t/GRC di fronte a 1, si ha:

$$\Delta e_o = \frac{\sum B_m}{2G\omega(RC)^2}(\omega t - \sin\omega t)$$

Imponiamo ora che debba essere

$$\left|\frac{\Delta e_o}{e_o}\right| < \varepsilon \qquad \text{cioè} \qquad \left|\frac{1}{G\omega RC}\,\frac{\sin\omega t - \omega t}{1-\cos\omega t}\right| < \varepsilon$$

Ci occorre intanto trovare il valore di y per cui è estrema la funzione

$$\varphi(y) = \frac{\sin y - y}{1-\cos y}\ ; \qquad \text{per } y \text{ compreso tra } 0 \text{ e } \pi$$

Si hanno in questo intervallo i seguenti valori

y	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,14
$\varphi(y)$	0	-0,17	-0,35	-0,50	-0,76	-1,06	-1,44	-1,58

pertanto il valore max di $\varphi(y)$ è in π ed è pari a $\varphi_{max} = -1,58$

Si deve dunque avere

$$G\omega RC > \frac{1,58}{\varepsilon} \qquad \text{cioè} \qquad RC > \frac{1,58}{G\omega\varepsilon}$$

./.

§ 3.- Abbiamo sin qui considerato il caso in cui il guadagno G dell'amplificatore sia costante a tutte le frequenze interessate. Vogliamo ora vedere quello che accade quando G è funzione delle frequenze.

Per questo consideriamo di nuovo il caso dell'applicazione all'integratore, di un gradino unitario di potenziale, nell'esempio 1) del § 2. Per tenere conto delle variazioni di G con le frequenze supponiamo però di applicare il gradino di potenziale attraverso un amplificatore avente guadagno unitario e tempo di salita 2.2 T, secondo lo schema della fig. 4.

In conseguenza di ciò la tensione e_s applicata al nostro integratore sarà:

$$e_s(t) = (1 - e^{-t/T})$$

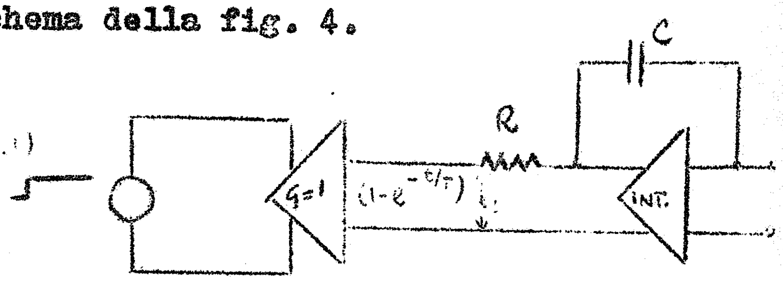

FIG. 4

Tornando alle formule (1) e (2) del § 1 si ha

$$f(t) = -\frac{G}{G+1}\,\frac{1}{RC}\,(1 - e^{-t/T})$$

$$e_o(t) = e^{-Kt}\left\{A + \int_0^t f(t')\, e^{Kt'}\, dt'\right\} \qquad \text{con } K = \frac{1}{(G+1)RC}$$

Qui G è il guadagno dell'integratore a frequenza media.
Supposto che sia verificata la condizione $e_o(o) = 0$, si ha $A = 0$ e quindi :

$$e_o(t) = -G\left[1 - \frac{e^{-t/T}}{1 - \frac{(G+1)RC}{T}} + e^{-\frac{t}{(G+1)RC}}\left(\frac{1}{1 - \frac{(G+1)RC}{T}}\right)\right]$$

./.

Supponiamo che :

$$t \gg T \quad ; \qquad t \ll (G+1)RC$$

questa espressione si semplifica in :

$$e_o(t) \cong - \frac{G}{(G+1)RC} \, \frac{t-T}{1-\frac{T}{(G+1)RC}}$$

Ricapitolando quest'ultima espressione rappresenta la risposta ad un gradino di potenziale fornita da un integratore fatto con un amplificatore avente tempo di salita $\tau = 2,2T$

Confrontando con quanto abbiamo trovato nell'Esempio 1) del § 2, e trascurando nella espressione precedente il termine $T/(G+1)RC$ rispetto all'unità, possiamo osservare che si ha :

nel caso di guadagno costante $\qquad e_o(t) \cong - \frac{t}{RC}$

nel caso di guadagno variabile con la frequenza $\quad e_o(t) \cong - \frac{t-T}{RC}$

Cioè, come si vede dalla fig.5, nel caso reale -G =G(ω) - si ha un ritardo di valore T.

Si noti che nella parte inferiore della fig.5 si è segnato tratteggiato il primo pezzo della funzione $e_o(t)$. In questa zona infatti non sono più valide le approssimazioni fatte per calcolare le $e_o(t)$.

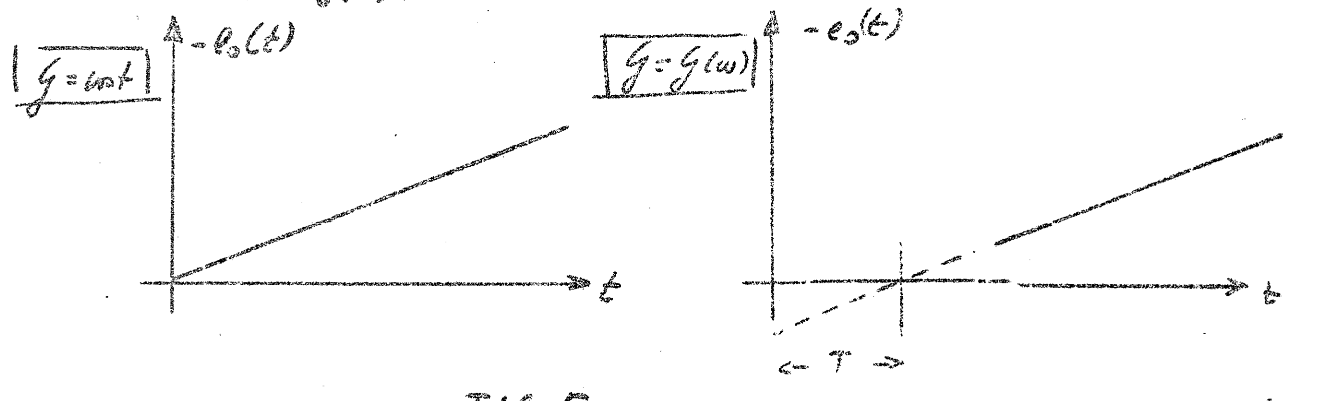

FIG. 5

./.

Vogliamo ora vedere quello che accade applicando all'integratore una funzione $e_s(t)$, tenendo conto che è $G = G(\omega)$.
Poichè conosciamo la risposta dell'integratore e una funzione unitaria a gradino, possiamo applicare il teorema di sovrapposizione. Cioè, se A(t) rappresenta la risposta ad un impulso unitario a gradino, la risposta $e_o(t)$ ad una pressione qualsivoglia $e_s(t)$ si calcola mediante l'integrale:

$$e_o(t) = \int_0^t A(t-\lambda) \frac{d e_s(\lambda)}{d\lambda} d\lambda$$

1) Esempio:

Supponiamo che $e_s(t) = C \sin \omega t$ per cui:

$$\frac{d e_s(\lambda)}{d\lambda} = \omega C \cos \omega \lambda$$

D'altra parte sappiamo che è

$$A(t) = -\frac{G}{(G+1)RC} \frac{t-T}{1-\frac{T}{(G+1)RC}}$$ e quindi

$$A(t-\lambda) = -\frac{G}{(G+1)RC} \frac{t-T-\lambda}{1-\frac{T}{(G+1)RC}}$$

L'integrale dunque si scrive:

$$e_o(t) = -\int_0^t \frac{G}{(G+1)RC} \frac{t-\lambda-T}{1-\frac{T}{(G+1)RC}} \omega C \cos \omega \lambda \, d\lambda =$$

$$= -\omega C \frac{G}{(G+1)RC} \frac{1}{1-\frac{T}{(G+1)RC}} \int_0^t (t-\lambda-T) \cos \omega \lambda \, d\lambda$$

Indichiamo con :

$$\omega M = -\omega C \frac{G}{(G+1)RC} \frac{1}{1-\frac{T}{(G+1)RC}}$$ e quindi :

$$e_o(t) = \omega M \int_0^t (t-\lambda-T) \cos \omega \lambda \, d\lambda =$$

$$= \omega M \left\{ (t-T) \int_0^t \cos \omega \lambda \, d\lambda - \int_0^t \lambda \cos \omega \lambda \, d\lambda \right\} =$$

$$= \omega M \left\{ + \frac{1}{\omega}(t-T) \sin \omega t - \left[+ \frac{1}{\omega} \lambda \sin \omega \lambda \Big|_0^t - \frac{1}{\omega} \int_0^t \sin \omega \lambda \, d\lambda \right] \right\} =$$

./.

$$= \omega M \left\{ \frac{(t-T)}{\omega} \sin \omega t + \frac{t}{\omega} \sin \omega t - \frac{1}{\omega^2} (\cos \omega \lambda - 1) \right\} =$$

$$= \omega M \left\{ - \frac{T}{\omega} \sin \omega t - \frac{1}{\omega^2} (\cos \omega \lambda - 1) \right\} =$$

$$= - \frac{\omega M}{\omega} \left\{ \frac{\cos \omega \lambda}{\omega} + T \sin \omega t - \frac{1}{\omega} \right\}$$

Possiamo scrivere questa espressione nella forma:

$$e_o(t) = - M \frac{\cos \omega t}{\omega} + M \Delta e_o(t)$$

dove il primo termine a secondo membro è l'integrale della funzione $e_s(t) = C \sin \omega t$ moltiplicato per il fattore :

$$\frac{g}{(g+1)RC - T} \sim \frac{1}{RC} \qquad \text{se } (g+1)RC \gg T$$

Il secondo termine a secondo membro si può quindi conside~~m~~rare come un'errore introdotto dall'apparecchio nell'eseguire l'operazione di integrazione.

E' :

$$\frac{M \Delta e_o(t)}{e_o(t)} \sim \frac{\Delta e_o}{\frac{\cos \omega t}{\omega}} = \frac{T \sin \omega t - \frac{1}{\omega}}{\frac{\cos \omega t}{\omega}} = \frac{\omega T \sin \omega t - 1}{\cos \omega t}$$

2) Esempio:

Consideriamo ora il caso che si voglia adoperare l'integratore per avere la funzione B(t) a partire p.es. da B(t) = 0 fino ad un valore relativamente basso della B. Ciò allo scopo di ottenere un segnale per pilotare la frequenza della RF_1. In un intervallo così breve possiamo supporre che sia :

$$\frac{dB(t)}{dt} = \text{cost.} = \dot{B}(t)$$

./.

Se preleviamo dal magnete l'informazione mediante una bobina di Σm^2 di ~~area~~ spire, avremo ai suoi estremi una d.d.p. e_s data da:

$$e_s = \Sigma \dot{B}(t) \text{ volt} \qquad \Sigma \rightarrow \text{in } m^2 \qquad \dot{B}(t) = \frac{Wb/m^2}{s}$$

oppure esprimendosi in gauss e cm^2

$$e_s = \Sigma \dot{B}(t) \times 10^{-8} \text{ volt} \qquad \Sigma \rightarrow \text{in } cm^2 \qquad \dot{B}(t) = \frac{Gauss}{s}$$

Possiamo considerare che all'istante t = 0 la tensione costante e_s viene applicata all'integratore. Ci interessa conoscere la relazione tra la tensione di uscita $e_0(t)$ dell'integratore e il valore del campo B(t).
Supponiamo per questo che per

$$t = 0 \longrightarrow B(0) = B_0 \text{ gauss}$$

pertanto sarà:

$$B(t) = B_0 + \dot{B}(t) \times t \quad \text{gauss}$$

La tensione d'uscita dell'integratore è in questo caso:

$$e_0(t) = -\Sigma \times \dot{B}(t) \times 10^{-8} \times g\left[1 - \frac{e^{-t/T}}{1 - \frac{(g+1)RC}{T}} + e^{-(g+1)RC}\left(\frac{1}{1 - \frac{(g+1)RC}{T}} - 1\right)\right]$$

Vogliamo supporre che sia: $(g+1)RC \gg t$

e ancora che sia:

$$(g+1)RC \gg T \qquad g+1 \sim g$$

L'espressione precedente si semplifica allora in :

$$e_0(t) = -\frac{\Sigma \times \dot{B}(t) \times 10^{-8}}{RC}\left[t - T(1 + e^{-t/T})\right]$$

Per chiarezza indichiamo il termine costante moltiplicativo

$$-\frac{\Sigma \times \dot{B}(t) \times 10^{-8}}{RC} = A$$

divìene

$$e_0(t) = A\left[t - T(1 - e^{-t/T})\right]$$

./.

Questa espressione è da confrontare con l'espressione che ci interessa, cioè:

$$B(t) = B_0 + \dot{B}(t) \times t = B_0 - A \frac{\ell C}{10^{-6} \times \Sigma} t$$

Calcoliamo la forma della e_0 per vari valori di t.

$t =$	0	$\frac{1}{2}T$	T	$2T$	$3T$
$e_0 =$	0	$A\frac{T}{2}$	$A\frac{T}{2,7}$	$AT(1+\frac{1}{8})$	$A \cdot 2T(1+\frac{1}{40})$

In altri termini la $e_0(t)$ si può considerare come data dalla differenza tra le due funzioni :

$$At \quad e \quad AT(1 - e^{-t/T})$$

come mostra la fig. 5

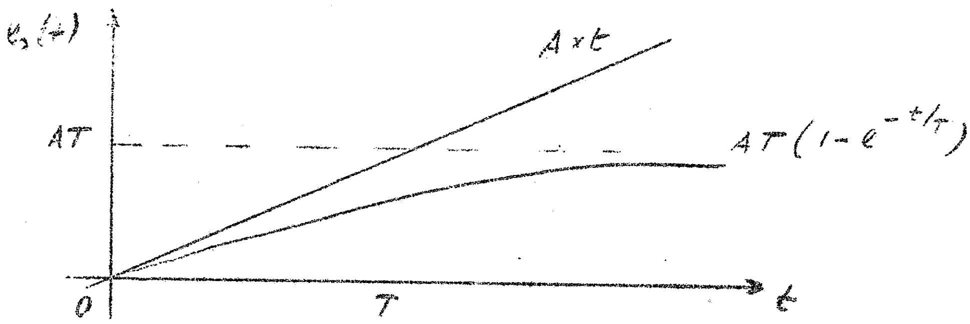

FIG. 5

Ci possiamo domandare p.es. per quale valore di t^* la parte esponenziale si riduce a meno dell'1% della parte lineare, cioè:

$$\frac{AT(1 - e^{-t^*/T})}{At^*} = 10^{-2}$$

$$T(1 - e^{-t^*/T}) = 10^{-2} t^*$$

$$e^{-t^*/T} = 1 - 10^{-2} \frac{t^*}{T}$$

poichè $t^* \gg T$ si può appeossimare facendo $e^{-t^*/T} = 0$

e quindi

$$t^* \sim \frac{T}{10^{-2}}$$

./.

Possiamo anche considerare la cosa da un altro punto di vista. Scriviamo la $e_o(t)$ nella forma:

$$e_o(t) = A(t-T) - AT e^{-t/T}$$

Possiamo cioè considerare che la $e_o(t)$ sia affetta da un ritardo T e inoltre da un errore dato dal termine esponenziale. Prescindendo dal ritardo che è fisso, si può valutare quanto tempo $\bar{t}$ occorre attendere perchè l'errore esponenziale si riduca a 1% del valore A(t-T). Cioè:

$$\mathcal{E} = \frac{AT e^{\bar{t}/T}}{A(\bar{t}-T)} = 10^{-2}$$

Si ottiene che per

$$\bar{t} = 4T \quad \text{l'errore è} \quad \mathcal{E} < 1\%$$
$$\bar{t} = 6T \quad \text{—} \quad \text{—} \quad \mathcal{E} < 1‰$$

Tutto sommato conviene quindi scegliere un T sufficientemente piccolo perchè $\mathcal{E} < 1\%$ quando la $e_o(t)$ deve cominciare a guidare il pilota della RF_1, ma non conviene sceglierlo così piccolo per cui si possa trascurare il ritardo T. Quest'ultimo va compensato aggiustando la costante arbitraria B_o.

Supponiamo di avere un valore max. di $\dot{B}$ = 300 Kgauss/s/ L'integratore deve dare un valore corretto già all'istante di iniezione t. Quindi deve essere :

$$t_i > \bar{t} > 6T$$

Con iniezione a circa 13 gauss si ha

$$t_i = \frac{13}{0,3} \cong 43\,\mu s$$

per cui deve essere:

$$T < \frac{43}{6} \cong 7\,\mu s$$

./.

D'altra parte, sempre nelle ipotesi più stringenti di iniezione a valori bassi di B e $\dot{B}$ molto elevato, la precisione di 1‰ nella frequenza della RF, richiede una precisione di tempi di circa 0,33 μs. Si può pensare o di ridurre T a questo valore, oppure di compensare il ritardo T con sistema che abbia una stabilità corrispondente alla precisione richiesta ($0,07\,\mu s \rightarrow \frac{1}{20}$ di gauss).

D'altra parte occorre che l'integrazione risulti corretta a 1‰ anche per i più grandi valori di t (circa 300 μs). Per questo occorre che sia

$$GRC > 10^3 \frac{t}{2} \cong 0,15 \text{ secondi}$$

Ancora desideriamo che eventuali derive dell'amplificatore diretto siano trascurabili rispetto al segnale di uscita. Assumendo una deriva pari a $5 \times G \times 10^{-3}$ Volt in uscita occorre che all'istante t_i il segnale $e_o(t_i)$ sia almeno 10^3 volte più grande. Quindi

$$e_o(t_i) = \Sigma \frac{\dot{B}(t) \cdot 10^{-8}}{RC} \times t_i \geq 5G \qquad \text{da cui}$$

$$\Sigma > \frac{5RCG}{\dot{B} \cdot 10^{-8} \cdot t_i} = \frac{5}{10^{-8} \cdot 13} GRC = 3,8 \times 10^7 \times GRC$$

Deve essere ancora $GRC \cong 0,15$ per cui

$$\Sigma > 5,7 \times 10^6 \, cm^2 = 570 \, m^2$$

Il valore della pendenza della funzione $\nu(B)$ e max per vari valori dell'energia di iniezione. Con iniezione a circa 1 MeV cinetico, si ha $B_{in} = 13$ gauss. La pendenza è data da

$$\frac{d\nu}{dB} = \frac{920}{B^3} = 0,42 \frac{Mc/s}{gauss}$$

~~Poniamo~~ scrivere

$$\frac{d\nu}{\nu} = \frac{B}{\nu} \frac{dB}{B} 0,42$$

Assumendo di tollerare un errore $\frac{d\nu}{\nu} = 10^{-3}$

si ha $\frac{dB}{B} = \frac{10^{-3}}{0,42} \frac{\nu}{B} = \frac{10^{-3}}{0,42} \frac{40}{13} \sim 10^{-2} \cong 1\%$

./.

La formula è in generale

$$\frac{dB}{B} = \frac{d\nu}{\nu} \frac{B^3}{920} \quad \frac{\nu}{B} = \frac{d\nu}{\nu} \times \frac{B^2\nu}{920}$$

Nella seguente tabella sono dati i valori percentuali di dB/B relativi a un valore di $d\nu/\nu = 10^{-3}$ per diversi valori del campo B.

Tabella

B (Gauss)	13	17	22	60
dB/B %	0,75	1,3	2,1	16,4

Come si vede verso la fine della modulazione di frequenza (ammesso che questa si abbandoni intorno a 60 gauss) la precisione richiesta all'integratore è piuttosto bassa.

Negli sviluppi precedenti abbiamo supposto che

$$t \ll (g+1)RC$$

durante tutta l'integrazione. Il termine correttivo immediatamente successivo sarebbe $\frac{1}{2}\frac{t^2}{[(g+1)RC]^2}$

poichè desideriamo che questo termine sia inferiore a ε volte il termine principale deve essere

$$\frac{1}{2}\left[\frac{t}{(g+1)RC}\right]^2 : \frac{t}{(g+1)RC} < \varepsilon \qquad \text{cioè}$$

$$\frac{1}{2}\frac{t}{(g+1)RC} < \varepsilon \qquad \text{o ancora}$$

$$(g+1)RC > \frac{1}{\varepsilon}\frac{t}{2}$$

Il tempo t durante il quale la integrazione rimane corretta è dato dall'intervallo di tempo tra l'inizio delle integrazione t_0, e l'istante in cui il campo raggiunge il valore voluto p.es. 60 gauss.

A seconda delle velocità di salita, supponendo di partire con l'integrazione sempre a t_0 corrispondente a $B \cong 0$, il tempo t varia considerevolmente. Vogliamo qui assumere che t non superi i 1000 μs. Ciò si può sempre ottenere spostando il valo-

./.

re di B al quale porta l'integrazione. Con ciò si ha

$$(G+1)RC > \frac{1}{\varepsilon}\,\frac{1\times10^{-3}}{2}$$

Assumiamo p.es. $\varepsilon = 2\times10^{-2}$

si ha: $$(G+1)RC > \frac{1\times10^{-3}}{4\times10^{-2}} = 0{,}25\times10^{-1} = 0{,}025$$

Assumiamo ora una deriva dell'amplificatore D.C. pari in uscita a $\delta e_o = G\times5\times10^{-3}$ Volt

vogliamo che il segnale di uscita $e_o(t_i)$ all'istante di iniezione sia almeno 1000 più grande di detta deriva, cioè:

$$e_o(t_i) = \frac{\Sigma\cdot B(t)\cdot10^{-8}}{RC}\times t_i > 5G$$

da cui

$$\Sigma > \frac{5RC\cdot G}{B\cdot10^{-8}\cdot t_i}$$

per B_i corrispondente a 13 Gauss si ha

$$\Sigma > 3{,}8\times10^{7}\times GRC\ \text{cm}^2$$

Sappiamo d'altra parte che $(G+1)RC > 0{,}025$ secondi, quindi

$$\Sigma > 3{,}8\cdot10^{7}\times0{,}025 = 0{,}95\times10^{6}\,\text{cm}^2 = 95\,\text{m}^2$$

Con questo valore abbiamo all'iniezione

$$e_o(t_i) = \frac{0{,}95\times10^{6}\times10^{-8}\times13}{RC} = \frac{12{,}3\times10^{-2}}{RC}\ \text{volt}$$

Se desideriamo che questo segnale sia p.es. di 10 Volt (valore adatto per essere applicato al successivo formatore di funzione), deve essere $$RC = \frac{12{,}3\times10^{-2}}{10} = 1{,}2\times10^{-2}\ \text{sec.}$$

Poichè deve essere $(G+1)RC \sim 0{,}025$ sec. basta che sia G = 1

Roma, luglio '55.-