

Laboratori Nazionali di Frascati

LNF-55/8 (1. 2. 55)

G. Diambri: CONSIDERAZIONI SUL CAMPO RIMANENTE.

Giordano Diambrini-Palazzi:

CONSIDERAZIONI SUL CAMPO RIMANENTE

(I) - Valutazione del valore del campo rimanente nel centro della cavità.

Questo valore si trova imponendo al campo rimanente le due condizioni:

a) che debba trovarsi sul ciclo di isteresi dei lamierini usati;

b) che soddisfi il teorema della circuitazione.

Quest'ultimo, nel sistema c.g.s. e.m. (dove nel vuoto si ha  $B = H$ ,  $\mu_0 = 1$ ) può scriversi nel nostro caso:

$$(1) \quad B_f l_a + H_f l_f = 0$$

dove:  $B_f$  = induzione nel ferro, uguale al campo nell'intraferro,  $H_a$ ,  $H_f$  = campo magnetico nel ferro;  $l_a$ ,  $l_f$  = percorso delle linee di flusso nell'aria (= altezza della cavità) e nel ferro.

La (1) nel diagramma  $B_f$ ,  $H_f$  rappresenta una retta che intersecherà il ciclo d'isteresi in un punto la cui ordinata è il valore rimanente del campo al centro della cavità (fig.1).

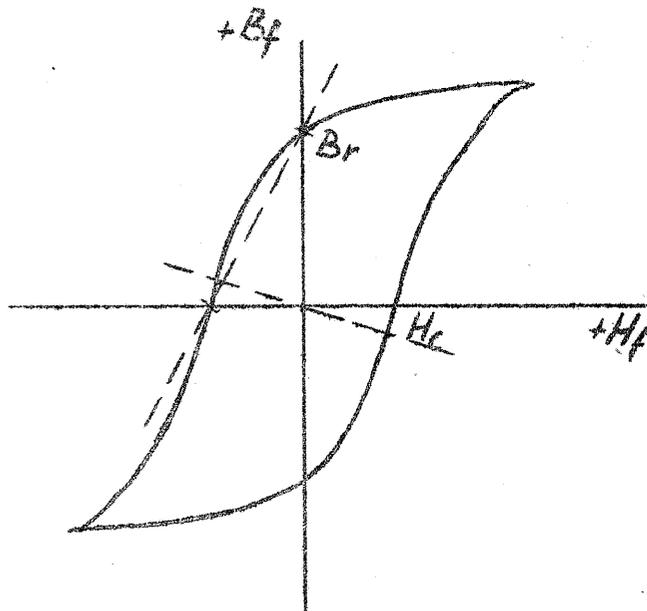


fig. 1

Per ottenere una comoda espressione analitica approssimata di questo valore si può approssimare il ciclo d'isteresi tra i punti  $H_c$  e  $B_r$ , mediante una retta che passi tra questi punti, la quale sarà data dalla relazione:

$$(2) \quad B_r = \frac{B}{H_c} H_r + B_r$$

Eliminando  $H_r$  tra (1) e (2) si ottiene:

$$(3) \quad B_r = H_a = \frac{B_r H_c}{H_c - B_r \frac{l_a}{l_r}}$$

dove si è posto:

$B_r$  = induzione residua (a circuito chiuso)

$H_c$  = campo coercitivo (a circuito chiuso)

$B_r$  dato dalla (3) è il campo rimanente cercato.

Dal ciclo di isteresi dei lamierini Armco Trans-corr 2 (pag. 35 del catalogo Armco), considerando che nel David si presume una induzione massima nel ferro di 1,3 Kilogauss si può porre per l'induzione residua e il campo coercitivo relativo a questa induzione massima:

$$B_r = 5,2 \times 1,3 \times 10^3 = 6,8 \times 10^3 \text{ gauss}$$

$$H_c = 0,33 \times 1,26 \times 1,3 = 0,42 \times 1,3 = 0,55 \text{ gauss}$$

dove  $5,2 \times 10^3$  gauss e 0,42 gauss sono i valori di  $B_r$  e  $H_c$  per una induzione massima di  $10^4$  gauss. Prendendo per il rapporto  $l_a/l_r$  il valore 1/30 (fig. 2), si ha comunque:

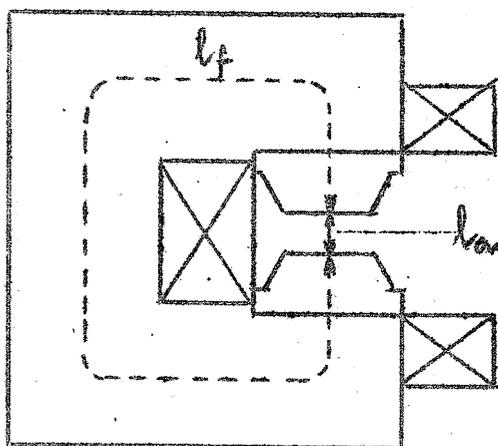


Fig. 2

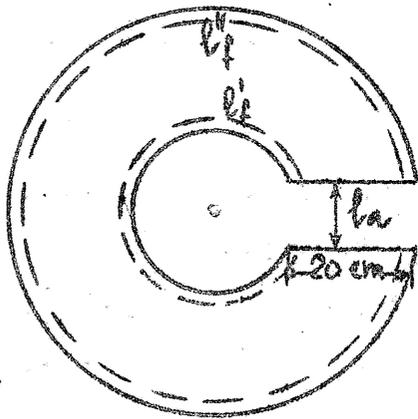
$$H_c \ll B_f \frac{l_f}{l_a}, \text{ e perciò si ottiene:}$$

$$B_f \approx H_c \frac{l_f}{l_a} = 0,55 \times 30 = 16,5 \text{ gauss}$$

Tale valore è però solo indicativo soprattutto per l'incertezza nella valutazione di  $l_f/l_a$ . Comunque si deduce che il campo rimanente nella cavità dipende praticamente, e nel nostro caso, dal solo campo coercitivo, a parità di forma geometrica e di  $l_f/l_a$ . Se si suppongono trascurabili le perdite di flusso alle estremità e parallele le faccie dei poli, questo campo aumenta come  $l_f/l_a$ . Supponiamo che il magnete sia approssimabile con un toro a regione circolare come in fig. 3, e che le linee di flusso abbiano densità costante lungo il raggio. In tal caso ~~una valutazione approssimata darebbe~~ una valutazione approssimata darebbe una variazione del campo rimanente lungo i 20 cm di polo da 10 a 23 gauss. In tal caso si otterrebbe per il valore di  $n$  residuo al centro della gap:

$$n_f = - \frac{\Delta B}{\Delta R} \frac{R}{B} = - \frac{6,5}{10} \frac{360}{10} = - 13,5$$

cioè un valore negativo altissimo di  $n$ .



In realtà la densità delle linee di flusso è maggiore in prossimità della bobina interna per un fattore 2 o 3, per cui il valore di  $n$  residuo può venire ridotto a:

$$- 4,5 \leq n_f \leq - 6,5$$

Fig. 3

Consideriamo ora l'

(1) - Influenza dell'  $n$  residuo sull'  $n$  totale in prossimità del campo rimanente.

Consideriamo ora un modello di magnete alimentato in c.c.. Supponiamo ora che detto magnete sia calcolato in modo che il valo-

re di  $n$  nella cavità, che si avrebbe in assenza di campo rimanente, per effetto della sola corrente di eccitazione, rimanga costante ~~all'aumentare di questa~~ all'aumentare di questa, e quindi di  $B_r$ . Chiameremo  $n_H$  questo valore di  $n$ . Chiameremo  $n_r$  l'indice di campo relativo al solo campo rimanente. Ci domandiamo: come varia l'indice di campo totale  $n_{tot}$  all'aumentare di  $B$ ?

Possiamo porre:

$$n_{tot} = \frac{R}{\Delta R} \frac{(\Delta B_r + \Delta B_H)}{(B_r + B_H)};$$

$$n_r = \frac{R}{\Delta R} \frac{\Delta B_r}{B_r}; \quad n_H = \frac{R}{\Delta R} \frac{\Delta B_H}{B_H};$$

Dove  $B_r, B_H; \Delta B_r, \Delta B_H$ ; sono rispettivamente i campi dovuti all'induzione rimanente e a quella prodotta dall'eccitazione in c.c., ed i loro contributi alla variazione del  $B$  totale per uno spostamento radiale di  $\Delta R$ . Sostituendo nella prima i valori  $\Delta B_r, \Delta B_H$  che si ricavano dalle altre due relazioni, si ha:

$$(4) \quad n_{tot} = \frac{B_r}{B_r + B_H} n_r + \frac{B_H}{B_r + B_H} n_H;$$

Come è ovvio, per  $B_H \rightarrow 0$   $n_{tot} \rightarrow n_r$ , mentre per  $B_H \rightarrow \infty$   $n_{tot} \rightarrow n_H$ .

L'assunto della indipendenza di  $n_r$  da  $n_H$  può essere giustificato con le seguenti considerazioni. Supponiamo di eccitare il magnete, precedentemente smagnetizzato, fino a un campo di 1000 gauss, e poi di togliere l'eccitazione; supponiamo che rimanga nella cavità un campo residuo di 30 gauss. Questo campo rimanente è dovuto agli spostamenti di parete irreversibili dei domini avvenuti durante la salita del campo da 0 a 1000 gauss. Risalendo da 30 a 1000 gauss si dovrebbero avere solo rotazioni e spostamenti di parete reversibili che seguono la distribuzione del campo aggiunto. Perciò alla distribuzione del campo residuo che determina  $n_r$ , si sovrappone quella dovuta al campo aggiunto (che determina  $n_H$ ) senza che la primitiva distribuzione venga alterata.

Per confrontare la (4) con l'esperienza sono stati misurati valori di  $n$  in 4 punti della cavità del "modellaccio", nel piano mediano, e disposti radialmente a distanza  $d = 7,9; 6,9; 5,9; 4,9$  cm dalla faccia esterna del polo. In ciascuno di questi punti è stato misurato il valore di  $n$  per valori crescenti del campo, da quello residuo  $B_r = 30$  gauss fino a circa 530 gauss. Le misure furono eseguite dall'ing. C. Canarutto con il metodo delle bobinette ruotanti, nella cavità del "modellaccio", modello di magnete in blocco di ghisa. I poli usati sono quelli calcolati per un  $n = 0,6$  (per alti campi), con un divaricamento totale tra le superfici affacciate di 0,6 mm, una distanza media tra di esse di 40 mm, e una dimensione radiale di 11,9 cm. Lungo il bordo esterno era presente un tip di  $0,6 \times 13 \text{ mm}^2$ .

Distanze della faccia esterna del polo:

$B =$ $B_r + B_H$ gauss	7,9 cm		6,9 cm		5,9 cm		4,9 cm	
	$n_{tot}$							
	misur.	calcol.	misur.	calcol.	misur.	calcol.	misur.	calcol.
29,9	-1,31	-	-2,13	-	-1,86	-	-1,56	-
77	0,09	0,13	-0,13	-0,14	0,02	-0,03	0,27	0,09
97	0,26	0,32	0,10	0,13	0,26	0,22	0,46	0,31
116	0,42	0,44	0,32	0,29	0,46	0,36	0,64	0,45
175	0,65	0,65	0,61	0,58	0,73	0,62	0,85	0,68
389	0,89	0,87	0,90	0,89	0,96	0,91	0,98	0,94
526	0,93	-	0,95	-	0,97	-	1,00	-

In questa tabella sono riportati i valori di  $n$  misurati, con i valori di  $n$  calcolati mediante la (4). Questi ultimi sono stati ottenuti imponendo alla (4) le condizioni:

$n_r =$  valore sperimentale per  $B_H = 0$ , cioè per  $B_r \approx 30$  gauss

$$n_H = \frac{n_{tot} (B_r + B_H) - B_r n_r}{B_H}, \text{ per } B_H = 496 \text{ gauss}$$

Nei grafici 1, 2, 3, 4 sono stati riportati i dati tabulati rispettivamente per ognuno dei punti della cavità. Le curve passano per i valori sperimentali, e le crocette rappresentano i valori calcolati. In ordinate si hanno gli  $n_{tot}$ , in ascisse  $H_H$  ottenuto come  $B_{tot} - B_r$ , essendo  $B_{tot}$  il valore del campo misurato direttamente nella cavità. Prima di iniziare le misure, il magnete fu smagnetizzato, indi eccitato fino a un migliaio di gauss, poi fu tolta l'eccitazione onde misurare un campo residuo di circa 30 gauss. A questo punto cominciarono le misure di  $n$  a eccitazione via via crescente fino a 530 gauss. Considerando che l'errore assoluto nella misura di  $n$  è  $\Delta n = \pm 0,04$ , dall'esame dei grafici 1, 2, 3, 4 risulta che l'accordo è ottimo nei punti a 7,9 e 6,9 cm dal bordo. L'accordo vien meno con uno scarto massimo di  $-0,2$  nelle curve 3 e 4.

Questa deviazione dei valori sperimentali da quelli calcolati, si può spiegare ammettendo che  $n_H$  in quei punti non resta costante all'aumentare del campo. Cioè, seguendo la curva di magnetizzazione senza più l'influenza del campo residuo, si avrebbe in questi punti della gap un  $n_H$  decrescente per suo conto. Ciò è confermato dalle curve nel grafico 5, sebbene in modo qualitativo. In queste si vede che l' $n$  relativo ai punti a 7,9 e 6,9 cm dal bordo esterno tende a diminuire meno velocemente dell' $n$  relativo ai punti a 5,9 e 4,9 cm, passando da  $B = 206$  a  $B = 526$  gauss.

Consideriamo per esempio nella curva 4 il punto corrispondente a  $H_H = 145$  gauss. Tra il valore di  $n$  calcolato e quello misurato vi è una differenza

$$n_{mis} - n_{calc} = 0,17.$$

Perchè questa differenza possa ridursi a zero occorrebbe aumentare il valore di  $n_H$  trovato per  $H_H = 496$  gauss di:

$$\Delta n_H = \frac{175}{145} \times 0,17 = 0,2 ;$$

estrapolando sulle curve del grafico 5, si ottiene, passando da 496 gauss a 145 gauss lungo la retta parallela alle ordinate passante per il punto 4,9 cm, un  $\Delta n = 0,2$  gauss. Questo  $\Delta n$  è effettivamente più piccolo per i punti a 7,9 e 6,9 cm, sebbene non abbastanza da giustificare del tutto la stretta concordanza dei dati nelle curve 1 e 2.

La combinazione degli  $n$  espressa dalla formula (4) può naturalmente applicarsi al caso di gradienti generati da correcting-coils.

(III) - Influenza del campo rimanente all'iniezione.

Per il David si ha un valore del campo d'iniezione di 22,7 g. Il campo rimanente è prevedibile che sia dell'ordine di 10 g. A tutti i valori dei parametri magnetici ( $n$ ,  $B_{gr}$ , piano magnetico medio, ...) all'iniezione, il campo rimanente può dare quindi un importante contributo.

C'è da attendersi che il campo rimanente  $B_{gr}$  in vari blocchi di lamierini abbia variazioni dell'ordine del 5% (R.S.I. 24 - 763). Ciò porterebbe variazioni di qualche unità per cento anche sul campo d'iniezione. Questo rende necessaria la disposizione dei lamierini in blocchi, affiancati secondo l'ordine che rende minima la prima componente armonica della variazione azimutale di

$$\frac{B_{gr}(\beta)}{B_{gr}(\beta_0)} - (\leq 10^{-3})$$

Sarebbe utile eseguire a questo proposito delle misure preventive di confronto del campo coercitivo di diversi modelli di lamierini opportunamente tagliati (per es. striscie a sezioni rettangolari, o tori).

Il criterio per scegliere le dimensioni dei blocchi può essere il seguente: il loro spessore deve essere abbastanza piccolo per potere "picchettare" i valori rimanenti con una frequenza molto alta rispetto alla armonica di base (per es. 200 volte più grande), ma abbastanza grande da poter misurare i parametri magnetici in ognuno dei blocchi.

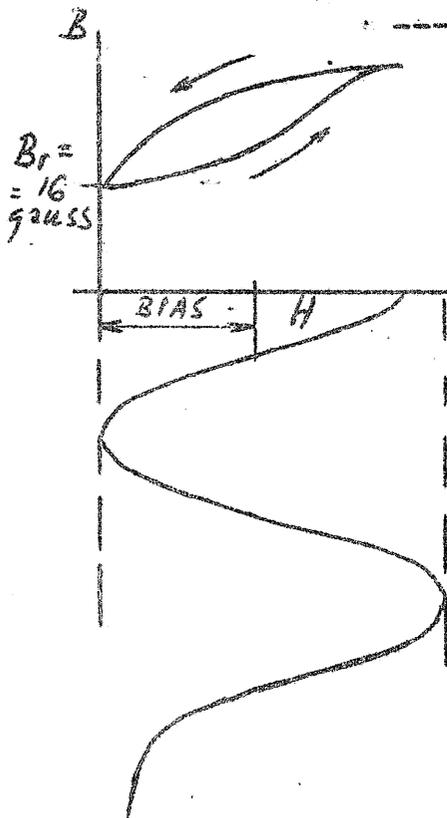
Ci si proponga, a titolo di esempio, di "picchettare" il  $B_r$  con una frequenza massima di 200 volte quella di base. Per questo, il numero di blocchi in cui dovranno venire divisi i 4 quadranti risulterà di 400. Lo spessore  $\Delta(R, \vartheta)$  dei singoli blocchi sarà dato da:

$$s = \Delta(R, 2\pi) = \frac{2\pi \times 2936}{400} = \frac{18.438}{400} = 46,09 \text{ mm}$$

Ed il ~~numero~~ <sup>numero</sup> di lamierini per blocco sarà:

$$N = \frac{46}{0,35} = 131,6 \text{ lamierini.}$$

Questo spessore è però insufficiente a garantire che una misura magnetica fatta nell'intraferro di un blocco isolato dia lo stesso risultato che nel caso del blocco inserito tra gli altri. Occorre infatti garantire un rapporto:  $s/\Delta z \approx 3$ , se  $\Delta z$  è l'altezza della gap. Ciò comporta  $s \approx 258 \text{ mm}$ . Perciò sarà necessario disporre ciascun blocco di prova tra due coppie di blocchi almeno, in modo che venga realizzato uno spessore di  $4,6 \times 5 = 23 \text{ cm}$  almeno. Il procedimento per minimizzare la prima armonica delle variazioni di altri parametri magnetici è descritta in R.S.I. 24 - 763 (1953).



Consideriamo per semplicità il magnete alimentato con un bias totale. Allora il ciclo descritto dall'induzione nella gap sarà come in fig. 4. Essendo  $B_r \approx 10-20$  gauss e il campo d'iniezione  $\approx 23$  gauss, ne risulta che l' $\alpha$  che si avrebbe all'iniezione se non esistessero le correnti indotte, sarebbe circa quello negativo del campo residuo.

Le correnti indotte invece tendono a correggere il valore di  $\alpha$ , aumentando il campo verso l'interno e diminuendolo verso l'esterno.

Sembra che la correzione possa essere completa ( R.S.I. 24 - vol.2).

fig.4

2604

GRANCO 1)  $d = 79 \mu m$

+ n. calcolato  
( ) n. misurato

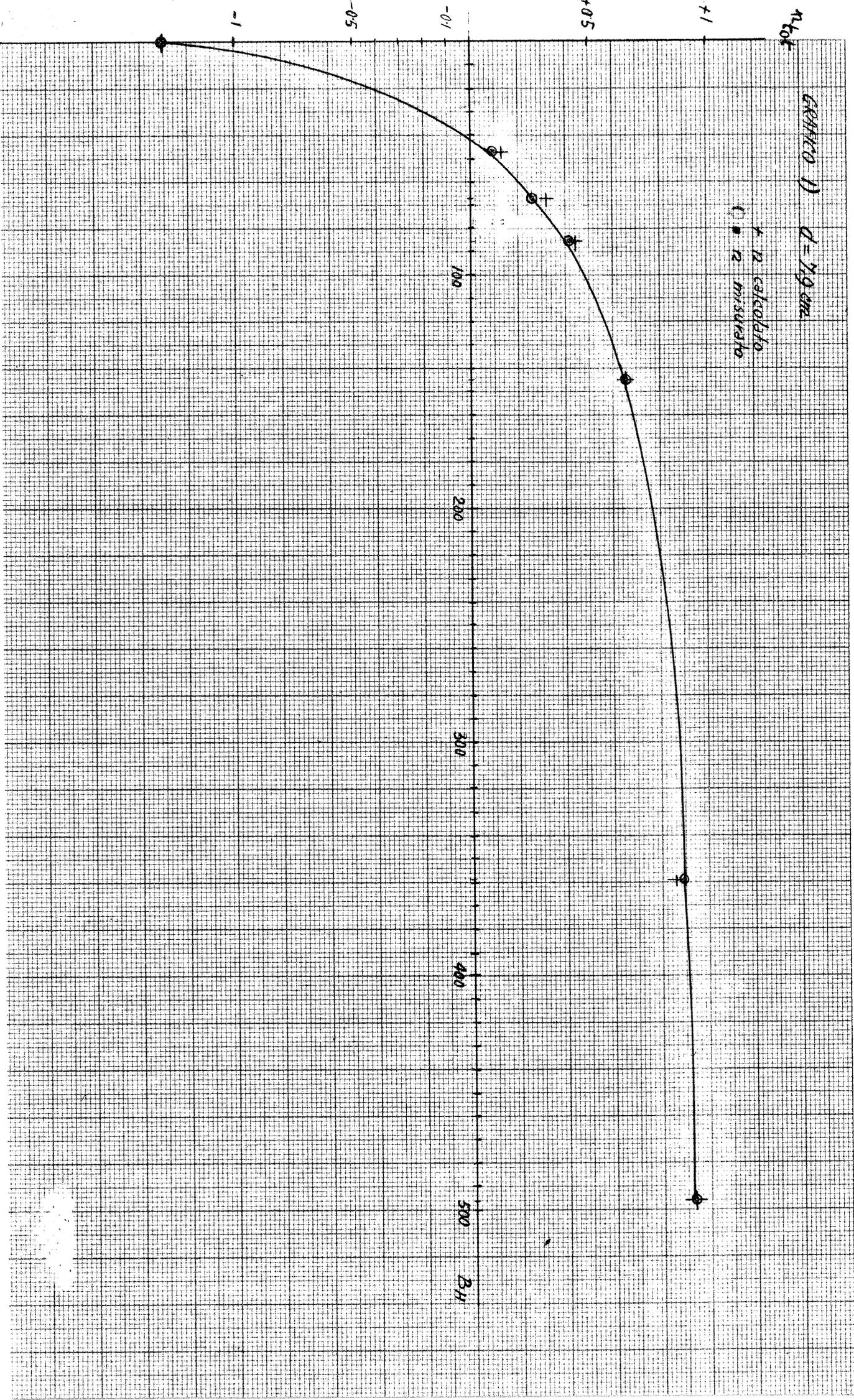
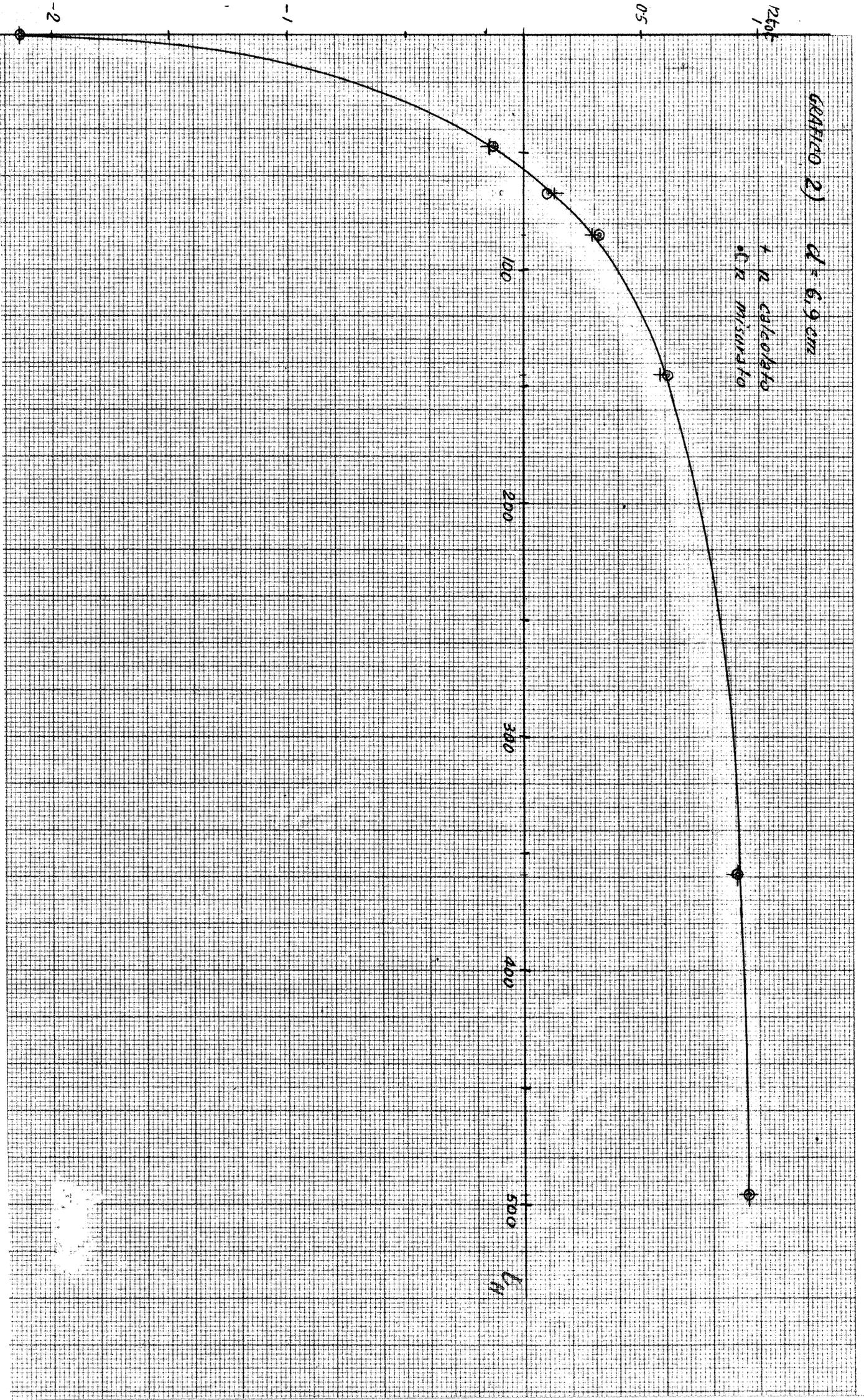


GRAFICO 2)

$d = 6,9 \text{ cm}$

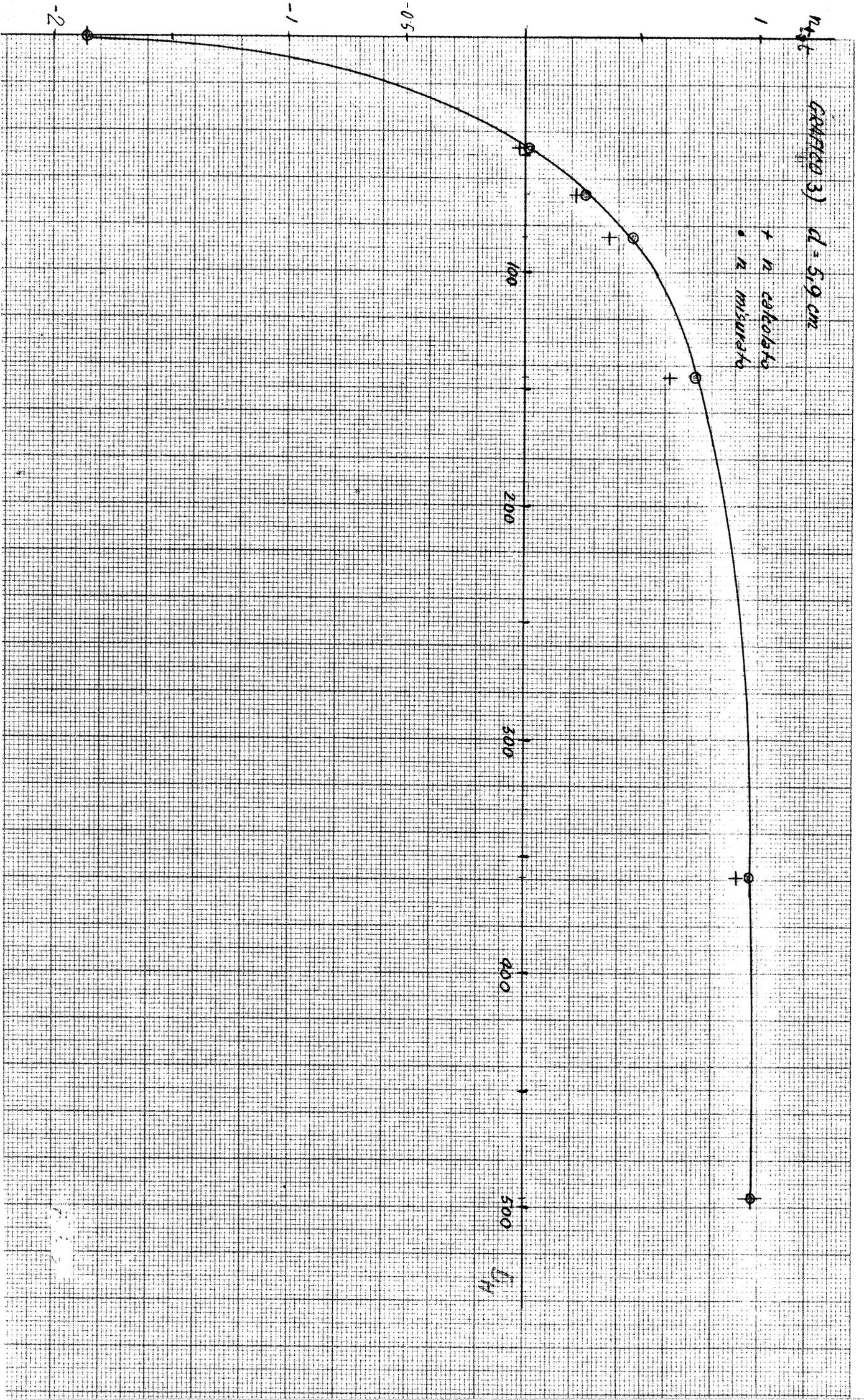
1 R. CALCEOLATA  
0 R. MISURATA



14.6

CAPIULO 3)  $d = 5.9 \text{ cm}$

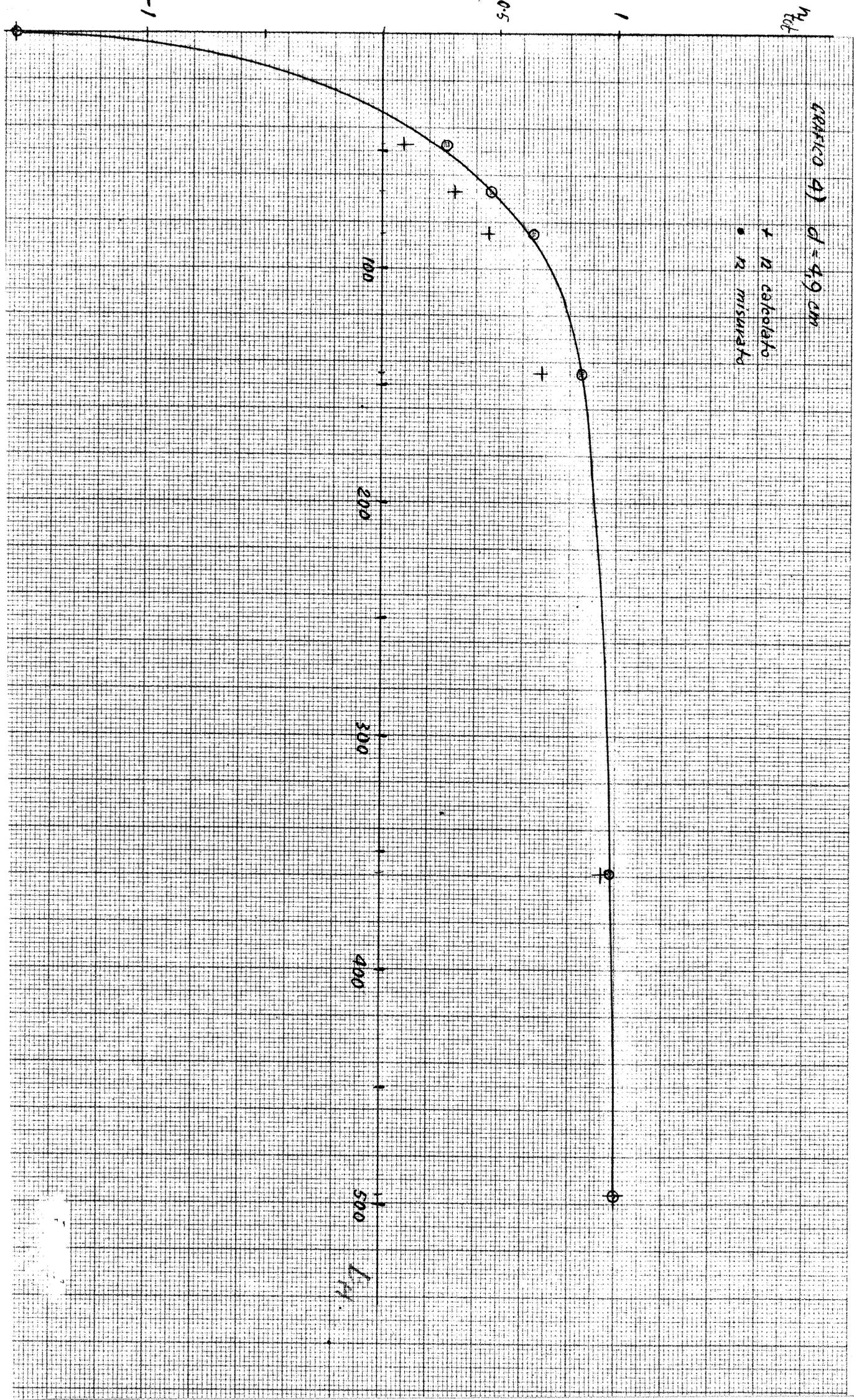
+ n. calculado  
• n. medido



M<sub>2</sub>  
202

GRAFICO A)  $d = 4,9 \text{ cm}$

- + M. calculado
- M. medido



GRANHO 5)

