

Laboratori Nazionali di Frascati

LNF-54/39 (18. 11. 54)

Gruppo Teorico: CARATTERISTICHE PRINCIPALI DEL PROGETTO
"DAVID".

Gruppo Teorico

Rapporto N. 16

CARATTERISTICHE PRINCIPALI DEL "PROGETTO IV" (David)

Dati fondamentali

Energia finale	$E_{\max} = 1000 \text{ MeV}$
Induzione finale sull' orbita principale	$B_{\max} = 9260 \text{ Gs}$
Raggio orbita principale	$R = 360 \text{ cm}$
Lunghezza tratto rett. (nominale)	$L = 120,6 \text{ cm}$
Indice del campo	$n = 0,61$
Eccitazione magnetica : sinusoid. a 20 periodi ($\Omega = 126 \text{ sec}^{-1}$) con componente continua (bias) regolabile da circa 4500 a 4630 gs.	
Iniettore: Cockroft e Walton in gas compresso.	
Energia di iniezione (totale)	$E_i = 2,5 \text{ MeV}$
Dimensioni (provvisorie) dello spazio utile della ciambella (in cui $0,60 < n < 0,63$)	
Larghezza	$a = 18 \text{ cm}$
Altezza	$b = 6,5 \text{ cm}$

Grandezze derivate

Lunghezza orbita principale	$l = 2744 \text{ cm}$
" di un settore curvo (nominale)	$565,5 \text{ cm}$
Fattore di allungamento $\Lambda = (2\pi R + 4L) / 2\pi R$	$\Lambda = 1,213$
Periodo di rivoluzione finale ($\beta=1$)	$T_{\infty} = 0,09154 \mu\text{s}$
Frequenza di rivoluzione finale ($\beta=1$)	$v_{\infty}/c = 1,0924$
Energia massima irradiata in un giro (per $E= 1000 \text{ MeV}$)	$L^r = 25 \text{ kW}$

Oscillazioni di betatrone

	Vert.	Orizz.
Lunghezza d' onda dei tratti sinus.	$\lambda = 2896$	3625 cm
	$\lambda/2\pi = \lambda^* = 461$	577 cm
Lungh. d' onda della sinus. approssimante	$\lambda^{\#} = 3179$	3983 cm
	$\lambda^{\#}/2\pi = \lambda^{\#*} = 506$	634 cm
Numero oscillazioni in un giro	$Q = 0,863$	$0,608$

Risonanze

Detti Q_v e Q_h i numeri di oscillazioni di betatrone (rispettivamente verticali e orizzontali) contenuti in un giro, si ha risonanza se

$$p + q Q_h + r Q_v = 0$$

con p, q, r , interi e piccoli.

Poichè Q_h e Q_v dipendono dall'indice del campo, e questo può variare alquanto, intorno al valore nominale 0,61, si devono considerare anche le risonanze che possono nascere da piccole variazioni Δn di n . Le più importanti, (che fissano i limiti estremi in cui può variare n) sono le seguenti:

p	q	r	$n_{ris.}$	Δn
- 2	3	0	0,634	+ 0,024
- 1	-1	2	0,593	- 0,016

Le altre hanno tutte almeno uno degli indici superiore a 3 e quindi possono diventare pericolose solo se concomitanti con particolari tipi di irregolarità del campo.

Campo magnetico sull'orbita principale

Si ammette che vari nel tempo con la legge

$$B_o = B_b - B_a \cos \Omega t$$

$$= B_{min} + 2 B_a \sin^2 \frac{\Omega t}{2}$$

con:

$$\Omega = 126 \text{ sec}^{-1} \quad B_{max} = 9260 \text{ gs}$$

$$B_a = (B_{max} - B_{min})/2$$

$$B_b = (B_{max} + B_{min})/2$$

Data la spiralizzazione σ (cm/giro) si ricava la velocità di salita del campo all'iniezione/:

$$\dot{B}_i = B_i \frac{1-n}{T} \frac{\sigma}{R} = 263000 \quad (\text{gs/s})$$

Essendo poi $B_i = 22,7$ gs il valore del campo all'iniezione (per $B = 2,51 \text{ Mc}$)

per ogni valore del bias B_b è possibile calcolare B_{min} , σ e l'istante di iniezione t_i mediante le formule

$$\sin^2 \frac{B_{min}}{63} t_i = \frac{2 B_b - 9260}{2 B_a} ; \quad B_a = 9260 - B_b$$

$$\sigma = \frac{B_a \sin \Omega t_i}{2080}$$

Con queste formule è stata calcolata la *tab. I*.

Per i calcoli successivi, si è fissata l'attenzione su due valori particolari di σ :

$\sigma = 0,2$	$B_b = 4631,9$	$B_{min} = 3,88$
$\sigma = 0,6$	$B_b = 4558,0$	$B_{min} = -144,0$

Tab. I - Bias e spiralizzazione

B_b	B_{min}	$t_i (\mu s)$	σ (cm)	\dot{B}_0 (gs/s)
4500	- 260	2346	0,775	204000
4525	-210	2493	0,703	185000
4550	- 160	2216	0,623	164000
4575	- 110	1893	0,532	140 00
4600	- 60	1500	0,421	111000
4625	- 10	935	0,262	68800
4630	- 0	789	0,222	58300
4641,3	+ 22,7	0	0	0

INIEZIONE

Energia totale di iniezione	$E_i =$	2,5	MeV
Velocità	$\beta_i =$	0,9789	
Durata di un giro all' iniez.	$T_i =$	0,0935	μs
Frequenza di rivoluzione all' iniez.	$1/T_i =$	10,69	MHz
Campo sull' orbita principale	$B_i =$	22,7	gs
Spiralizzazione	$\sigma =$	0,2	0,6 cm
Vel. salita campo	$\dot{B}_i =$	53000	158000 gs/s
" " energia	$\dot{E}_i =$	5550	16600 MeV/s
Valore minimo del campo	$B_{min} =$	3,88	-144 gs
Istante di iniez.	$t_i =$	716	2119 μs
Durata iniez. (per $a = 18$ cm) $\ominus =$		4,2	1,4 μs

Si presume che il fascio iniettato abbia una sezione di raggio non superiore a 0,5 cm e una semi-apertura angolare non superiore a 0,003 rad.

RADIOFREQUENZA

Si sono presi in considerazione due diversi sistemi di modulazione di frequenza, uno (A) di alta precisione, uno (B) di bassa precisione. Lo scarto nelle orbite dovuto agli errori di frequenza richiede una ciambella più larga, nel secondo caso, di cm. 2,6 ; la relativa differenza di costo per il magnete e la sua alimentazione è dell'ordine di 30 ML.

Le principali caratteristiche della R. F. sono date nella tabella che segue. I tempi t si intendono contati dall'istante in cui il campo magnetico è minimo.

Armonica (frequenza oscill./ freq. rivol.)	K	= 4
Freq. oscill. all' indes.	V_i	= 42,78 Mhz
" " " finale	V_{fo}	= 43,70 Mhz
Ampiezza della mod. di freq.		2,11%

	A	B
Tolleranza nella frequenza: $\frac{\Delta V}{V} =$	$\pm 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-3}$
Larghezza di ciamb. da riservare:		
$\Delta a =$	0,1	2,7 cm
Energia alla fine mod. di fr. :		
E =	36	6,6 MeV

		A		B		
Spiralizzazione	$\epsilon =$	0,2	0,6	0,2	0,6	cm
Tempo di accens.	$t_i =$	715	2119	715	2119	μs
Fine mod. freq.	$t_f =$	3020	3604	1225	2345	"
Durata " "	$t_f - t_i =$	2294	1485	509	226	"

Per quanto riguarda il valore di cresta U della tensione attraverso la cavità, i valori sottoindicati sono calcolati supponendo di riservare alle oscillazioni di betatrone e sincrotrone, una larghezza complessiva di cm. 12,1 e di scegliere la fase φ_s in modo da ottenere il massimo di intensità (trattandosi però di un massimo molto piatto, sono ammissibili anche scostamenti notevoli da questi valori). Diamo anche le principali caratteristiche delle oscillazioni di sincrotrone.

Spiralizzazione: $\sigma = 0,2$ 0,6 cm

fase iniziale	$\varphi_{s_0} = 28^\circ$	40°
Tensione di cresta iniz.	$U_0 = 1106$	2400 volt
Periodo piccole osc. sincr.	$T_{\text{E}} = 4$	3 μs
Minima fase stabile	$\varphi_{\text{min}} = -44^\circ$	-15°
Massima " "	$\varphi_{\text{M}} = 152^\circ$	140°
Intervallo stabilità di fase	$\varphi_{\text{M}} - \varphi_{\text{min}} = 196^\circ$	155°

Diciamo infine (fig.) il valore $U_{\text{min}}(t)$ al disopra del quale dev mantenersi la U affinché le oscillazioni di fase e non diventino così ampie da compromettere la stabilità di fase.

La durata della salita di U all' accensione, sarà regolata sperimentalmente fra 1 e 5 μs circa.

Il valore finale di U_{min} è circa 25000 volt; ma sarebbe utile che U potesse raggiungere circa il doppio.

Spiegazione delle tabelle

Tav. I - Vedi pag. 2

Tav. II - Questa tavola (che è valida per qualunque valore della spiralizzazione) mette in corrispondenza le seguenti grandezze ;

E = energia dell' elettrone sincrono (compresa l' energia intrinseca) (MeV)

β = velocità corrispondente all' energia E , riferita a quella della luce.

B_0 = induzione magnetica sull'orbita principale (ga).

ν = frequenza del campo elettrico nella cavità (MHz).

Le formule usate sono/:

$$\beta = \sqrt{1 - \left(\frac{0,511}{E}\right)^2}$$

$$B_0 = \frac{\beta E}{0,1080}$$

$$\nu = 43,695\beta.$$

Tav. III - Presenta le seguenti grandezze in funzione di E , e per ciascuno dei due valori $\sigma = 0,2$ e $\sigma = 0,6$ cm della spiralizzazione:

t = tempo, contato dall' istante in cui B_0 è minimo (μs).

ΔE = energia (in keV) che l' elettrone sincrono riceve ad ogni giro dal campo a R.F.

Essa è la somma dell' aumento di energia cinetica di giro, più l' energia irraggiata (che è trascurabile ; $E < 200$ MeV).

Spiegazione dei grafici

Fig. 1 - Frequenza ν del campo elettrico in funzione di B_0 (dalla tav. II)

Fig. 2 - Frequenza ν del campo elettrico, in funzione del tempo t , per ciascuno dei ^{due} valori della spiralizzazione (dalla tav. III e II)

Fig. 3 - Campo magnetico B_0 in funzione del tempo per $\tilde{\sigma} = 0,2$. La prima parte della curva è ripetuta ingrandita. (dalla tav. III e II)

Fig. 4 - Analoga alla figura 3, per $\tilde{\sigma} = 0,6$ cm

Fig. 5 - Energia μ che l' elettrone sincrono riceve ad ogni giro del campo in funzione del tempo t (la curva è tracciata per $\tilde{\sigma} = 0,6$, ma è praticamente indipendente da $\tilde{\sigma}$ eccetto nella prima parte.

Fig. 6 - Fornisce U_{\min} (valore minimo richiesto per la tensione di cffesta nella cavità affinché non manchi la stabilità di fase) in funzione del tempo t . La parte della curva per $t < 3000 \mu$ è tracciata, ingrandita, per le due spiralizzazioni $\tilde{\sigma} = 0,2$ e $\tilde{\sigma} = 0,6$; il resto della curva è praticamente indipendente da $\tilde{\sigma}$.

I valori iniziali di U_{\min} sono calcolati nell' ipotesi che alle oscillazioni di betatrone e sincrotrone, sia riservata completamente una larghezza

$$a^* = 12 \text{ cm.}$$

TAVOLA 31

E (MeV)	β	B_0 (gs)	V (M λ Z)
0.5109	0	0	0
1	0.8596	7.959	37.56
1.5	0.9402	13.06	41.08
2	0.9660	17.91	42.25
2.5	0.9789	22.66	42.78
3	0.9854	27.37	43.06
3.5	0.9893	32.06	43.23
4	0.9910	36.73	43.34
4.5	0.9935	41.40	43.41
5	0.9948	46.05	43.47
10	0.9987	92.47	43.64
20	0.9997	185.1	43.68
30	0.9999	277.6	43.69
40	0.9999	370.4	43.69
50	0.9999	462.9	43.69
100	1.0000	925.9	43.698
200	"	1852	"
300	"	2778	"
400	"	3704	"
500	"	4629	"
600	"	5555	"
700	"	6481	"
800	"	7407	"
900	"	8333	"
1000	"	9259	"

TAVOLA III

E (MeV)	$\phi = 0,2 \text{ cm}$		$\phi = 0,6 \text{ cm}$	
	t (μs)	M (KeV)	t (μs)	M (K o V)
2.5	716	0.518	2119	1.544
3	796	0.577	2147	1.564
3.5	877	0.635	2175	1.584
4	946	0.685	2202	1.603
4.5	1011	0.734	2230	1.623
5	1071	0.768	2262	1.646
10	1551	1.124	2521	1.828
20	2227	1.595	2978	2.145
30	2747	1.954	3380	2.418
40	3186	2.249	3754	2.666
50	3567	2.501	4072	2.873
100	5101	3.454	5457	3.716
200	7352	4.607	7597	4.789
300	9200	5.476	9377	5.613
400	10870	6.270	11010	6.383
500	12470	7.292	12580	7.386
600	14060	8.820	14160	8.899
700	15720	11.18	15810	11.24
800	17570	14.67	17620	14.72
900	19830	19.59	19850	19.64
1000	24820	24.63	24570	24.82

(MHz)

.7

.6

.5

.4

.3

.2

.1

43.0

.9

.8

.7

.6

.5

.4

.3

.2

.1

42.0

10^1

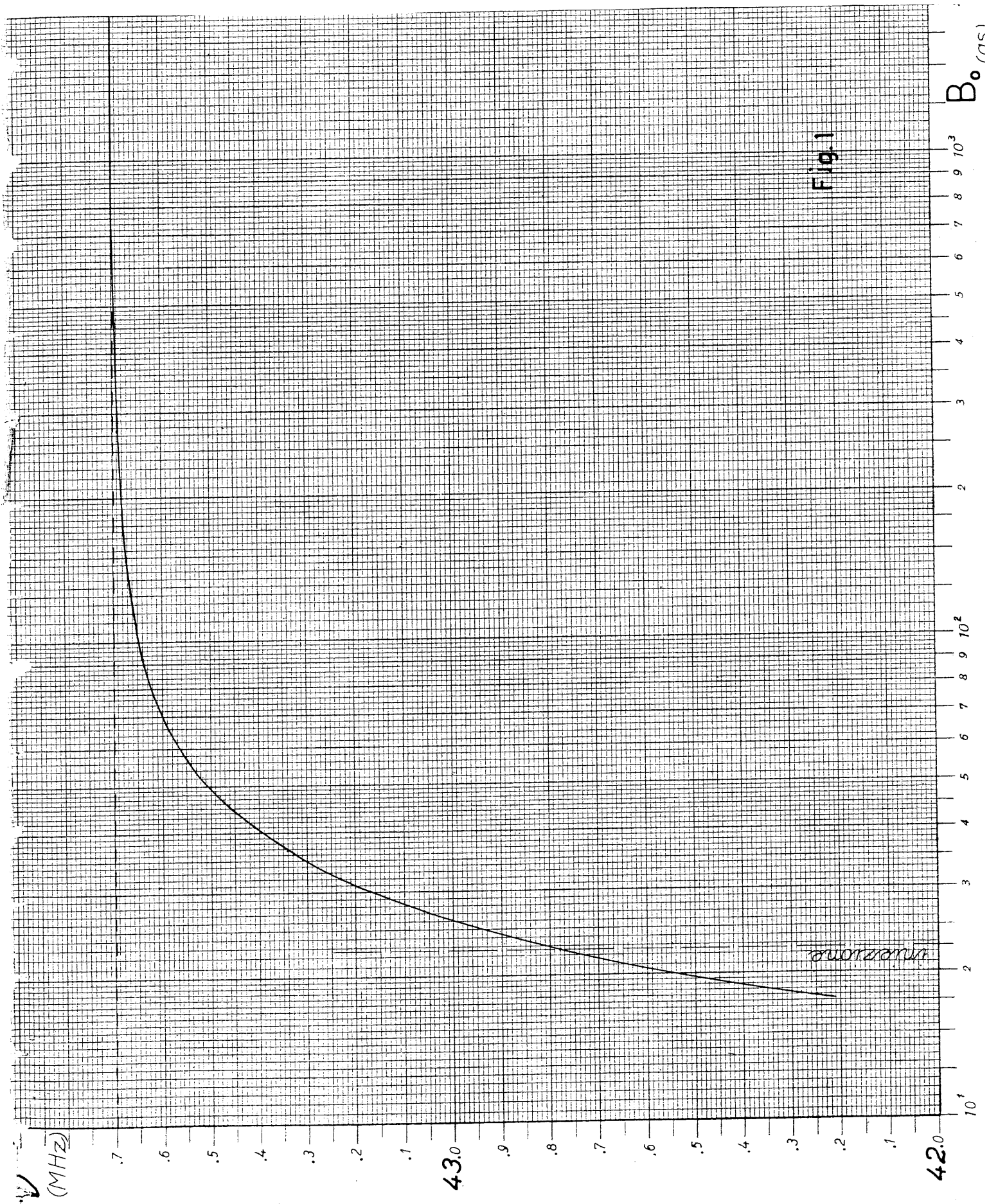
10^2

10^3

B_0 (ms)

inverted

Fig. 1



Hz) 7 6 5 4 3 2 1 3₀ 9 8 7 6 5 4 3 2 1 2₀ 500

$\sigma = 0.2$

$\sigma = 0.6$

500

1000

1500

2000

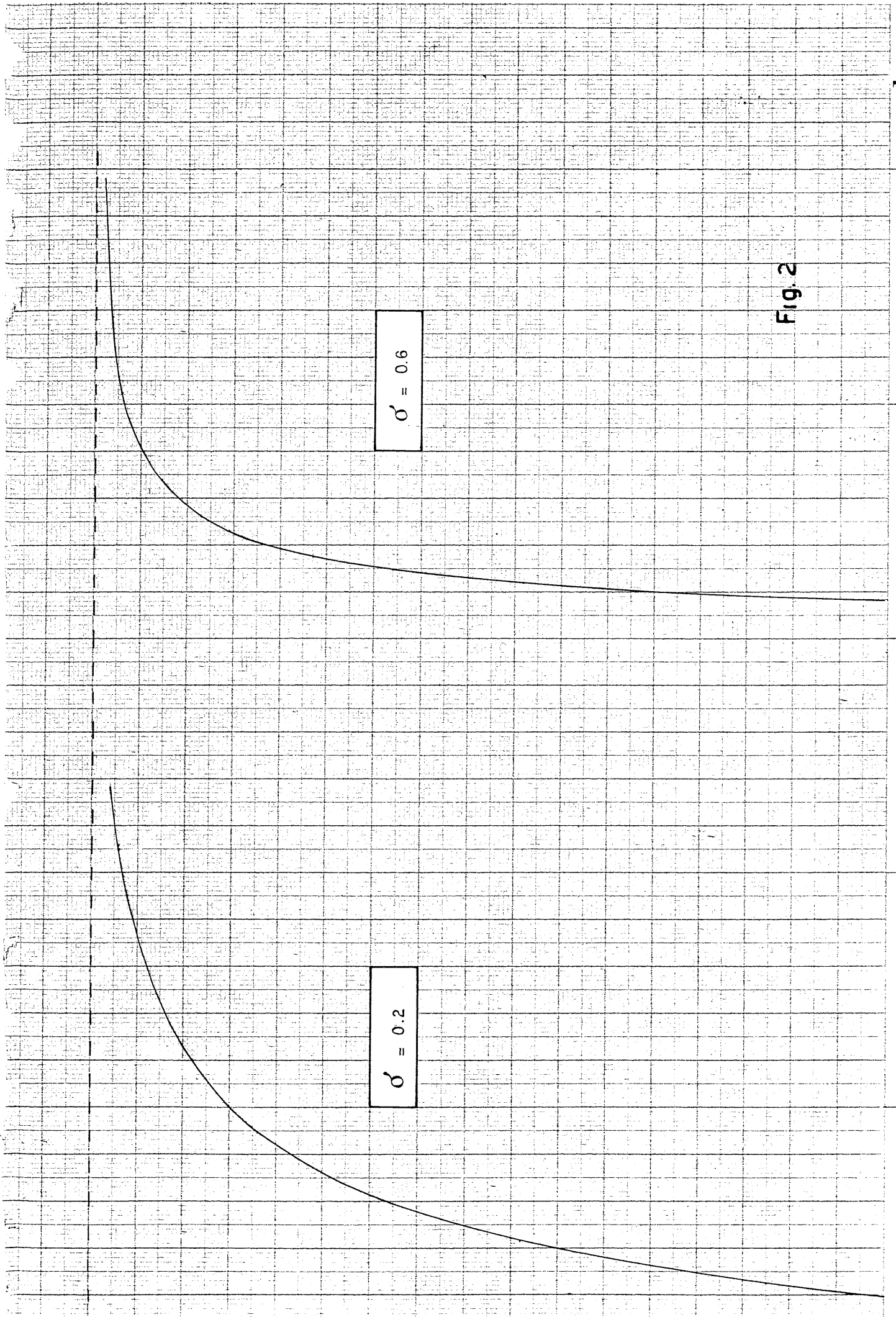
2500

3000

t

(μ sec.)

Fig. 2



$\sigma = 0.2$

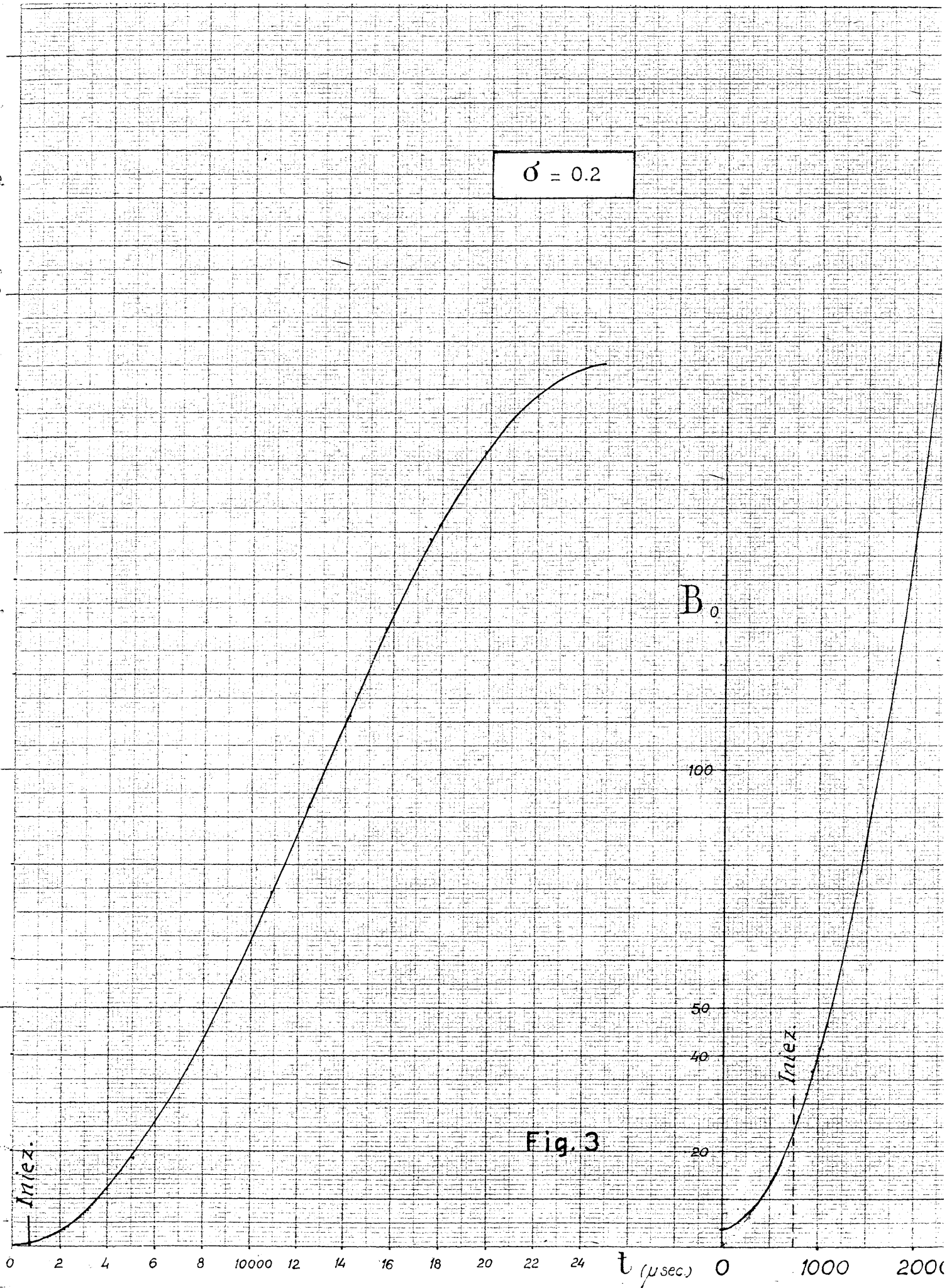


Fig. 3

$$\sigma = 0.6$$

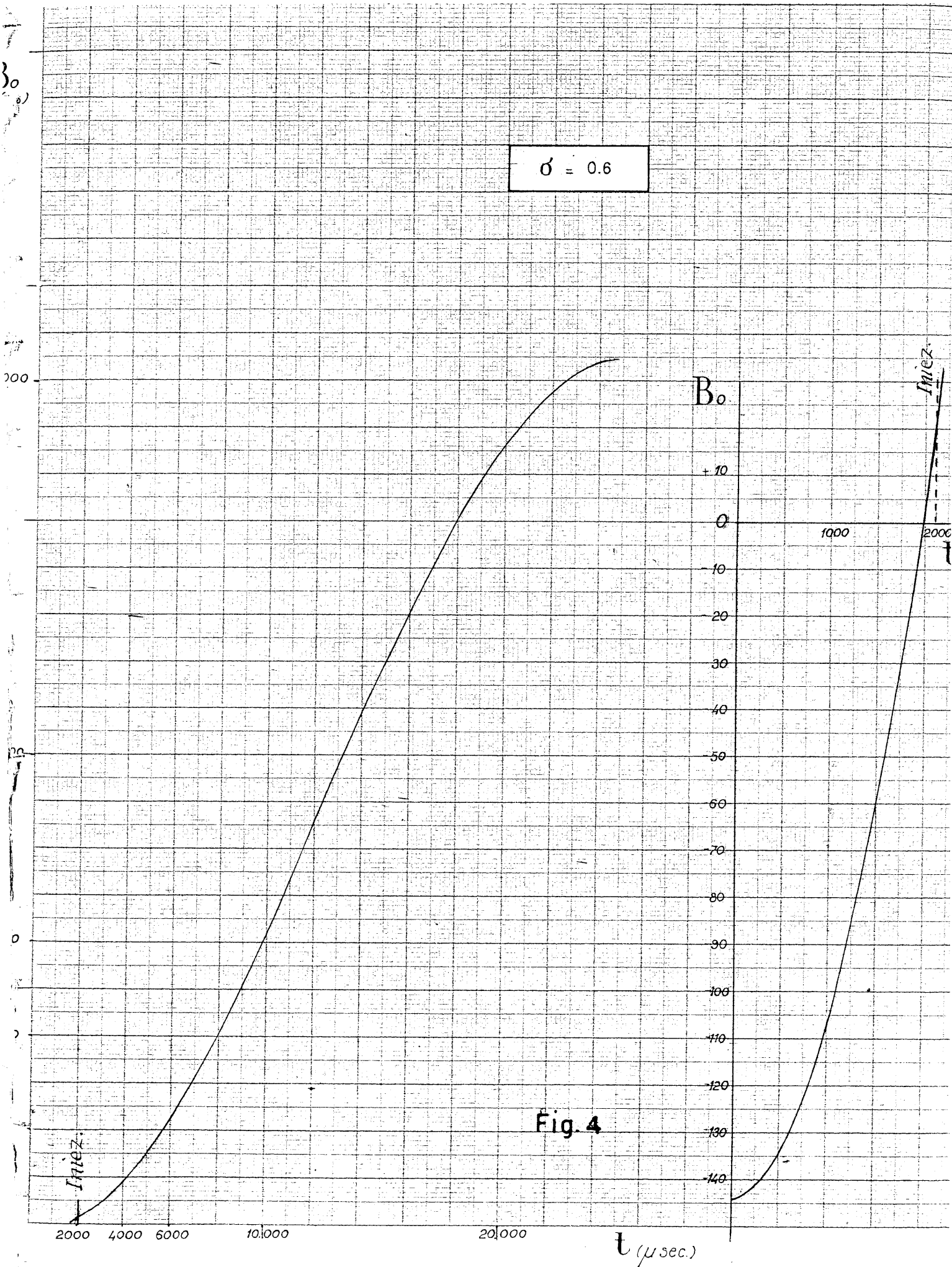


Fig. 4

μ
(eV)

6

4

2

20000

8

6

4

2

10000

8

6

4

2000

$\sigma = 0.6$

5000

10000

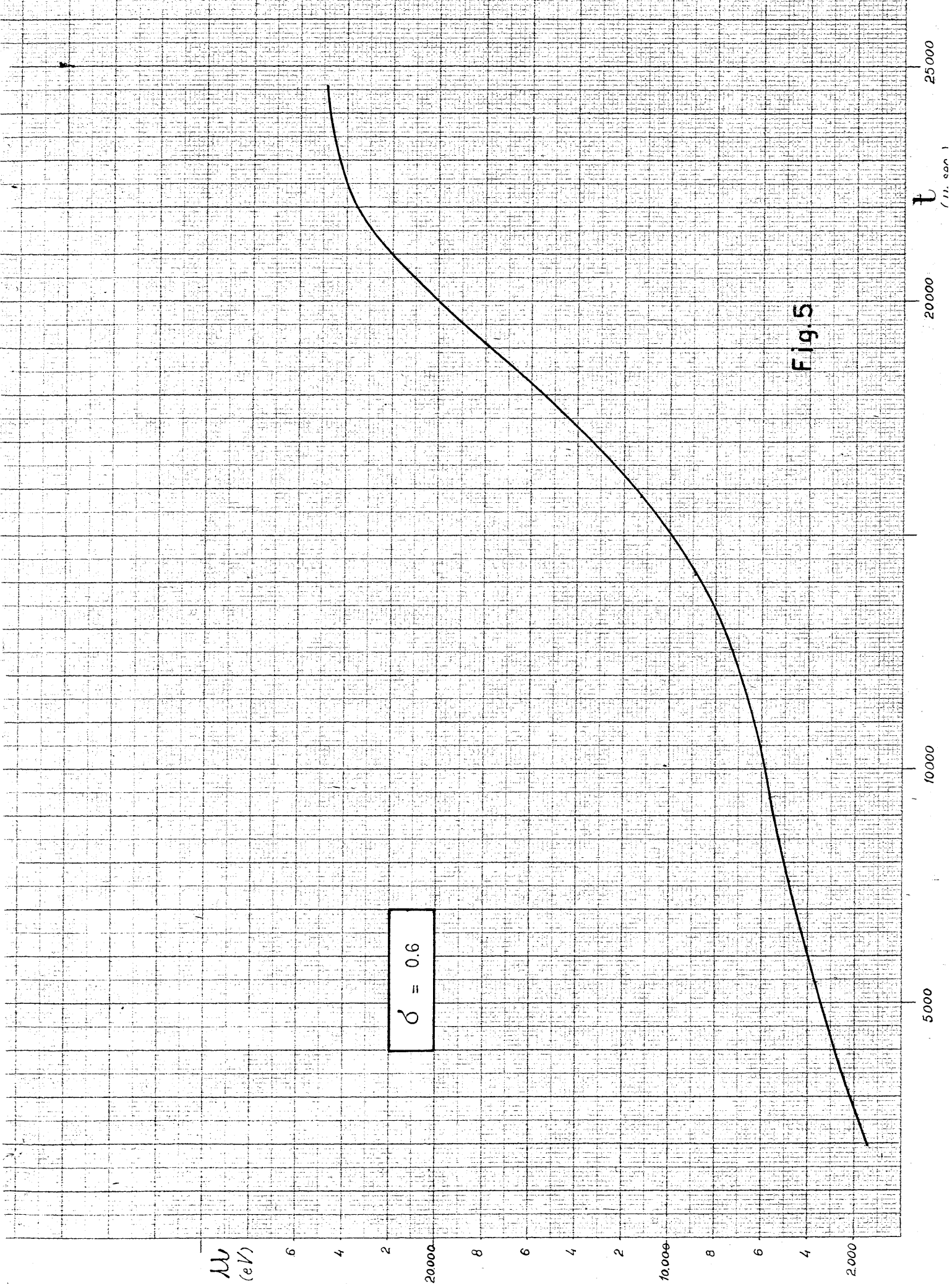
20000

25000

t

(11. sec)

Fig. 5



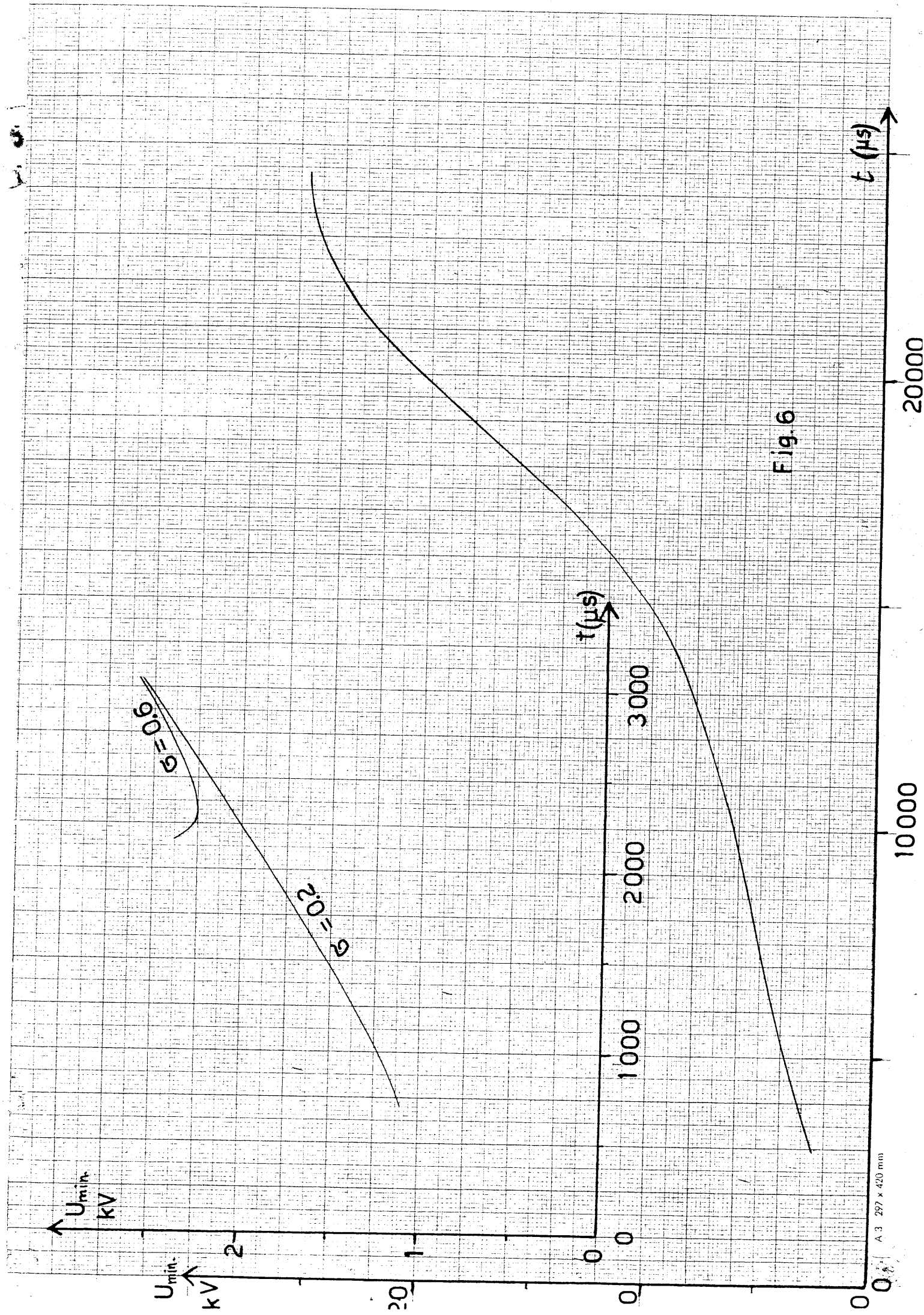


Fig. 6