

Laboratori Nazionali di Frascati

LNF - 54/3
10. 1. 1954.

G. Sacerdoti: STUDIO SULLA POSSIBILITA' DI REALIZZARE LA PENDENZA DEL CAMPO MAGNETICO $B(t)$ NELLE VICINANZE DEL PUNTO DI INIEZIONE DEGLI ELETTRONI IN UN SINCROTRONE, SECONDO I VALORI FORNITI DAL GRUPPO TEORICO.

STUDIO DELLA POSSIBILITA' DI REALIZZARE LA PENDENZA DEL CAMPO
MAGNETICO $B(t)$ (INDUZIONE IN FUNZIONE DEL TEMPO) NELLE VICI
NANZE DEL PUNTO DI INIEZIONE DEGLI ELETTRONI, IN UN SINCROTRONE,
SECONDO I VALORI FORNITI DAL GRUPPO TEORICO.- =====

1 - Introduzione.-

Per ottenere il massimo rendimento all'iniezione, date le dimensioni della ciambella del sincrotrone, e date le caratteristiche dell'iniettore, è necessario che dB/dt per $B = B$ iniezione abbia un determinato valore che tale si deve mantenere durante tutto il periodo di iniezione.

Per rendimento all'iniezione si intende la percentuale degli elettroni ~~che vengono~~ iniettati che rimane nella ciambella senza andare a sbattere contro le pareti per un certo numero di giri.

Finito il periodo di iniezione altre ragioni intervengono a determinare la pendenza del campo magnetico per evitare perdite di elettroni: la pendenza deve essere sufficientemente elevata sinchè non si raggiunga un valore del campo magnetico corrispondente ad una certa energia abbastanza alta, affinché il cammino che gli elettroni percorrono a bassa energia non sia troppo lungo. Gli elettroni quando hanno energia bassa nell'urto contro le particelle del gas residuo entro la ciambella vengono deviati molto di più che nel caso abbiano elevata energia; queste dispersioni, queste deviazioni sono causa di elevate perdite, sono anzi la principale causa di perdite e sono pericolose solamente quando le energie degli elettroni sono basse.

I valori numerici delle pendenze ottime che bisogna realizzare nel sincrotrone "Tiburtini I°" e che useremo nei calcoli numerici sono stati suggeriti dal Gruppo Teorico. Sono qui elencati:

E_i = energia all'iniezione = 1,15 MeV

B_i = induzione magnetica all'iniezione = 115 gauss

dB_i/dt = pendenza del campo magnetico all'iniezione = 0,1 gauss/ μ sec.
(10 Web/ m^2 sec.)

t_1 = durata del tempo di iniezione = 1 microsec.

t_1 = tempo massimo in cui si può raccordare la pendenza all'iniezione e la pendenza necessaria ad evitare perdite per scattering = 10 microsec.

dB_0/dt = pendenza ottima necessaria ad evitare le perdite per scattering = 1,2 gauss/micosec.

E_0 = energia fino a cui è bene sostenere la pendenza dB_0/dt per evitare troppo forti perdite per scattering = 11,5 MeV

B_0 = Induzione magnetica corrispondente ad $E_0 \approx 115$ gauss

In questa relazione verrà studiata la possibilità di correggere il campo sinusoidale ottenuto con eccitazione a condensatori e choke-coil ($f = 20$ p/sec - $B_{max} = 10.000$ gauss - $B_{min} = -200$ gauss) in modo da soddisfare le esigenze teoriche esposte precedentemente.

Faremo presente sin da ora che per comodità di calcolo faremo l'ipotesi che la curva di raccordo tra le due pendenze dB_1/dt e dB_0/dt sia una parabola ($B(t)$). L'ordine che seguiremo sarà:

- 2) Determinazione del termine correttivo necessario a correggere la curva di eccitazione.-
- 3) Comportamento del ferro all'eccitazione supplementare;
- 4) Esame della disposizione del circuito correttivo (esame degli effetti reciproci tra tale circuito ed il circuito principale). Dimensionamento di questo circuito nel caso eccitazione con condensatori e calcolo della curva di eccitazione (tensione (t)).-
- 5) Proposte per il circuito correttivo, dispositivo di alimentazione ^{della bobina di correzione}.-
- 6) Proposte per prove sperimentali che confermino la teoria esposta.-
- 7) Conclusioni.-
- 8) In appendice daremo una discussione per stabilire la μ app. minima del ferro affinché non si abbiano variazioni troppo forti di n dato ~~questo~~ che è necessario per lo studio del punto 4.

2- Determinazione del termine correttivo necessario a correggere la curva di eccitazione con condensatori per soddisfare le esigenze teoriche.-

Dai dati riportati nel paragrafo di introduzione possiamo dedur-

re la equazione della curva di eccitazione senza circuito correttivo (1) (si trascura l'effetto del magnetismo residuo, il cui valore dipende da troppi fattori lontani dal problema), e della sua derivata (2).

$$1) \quad B(t) = [0,49 - 0,51 \cos \omega t] \text{ Wb/mq} \quad \omega = 20.6,28 = 126 \text{ r/sec}$$

$$2) \quad dB/dt = 0,51 \cdot 126 \text{ sen } \omega t \quad \text{Wb/mq sec.}$$

A B_i di iniezione del valore 115 gauss corrisponde un dB_i/dt del valore di 17,35 277 Wb/ m sec.

Riporto in fig.1 ingrandito il tratto da $t=0$ a $t=t_0$, corrispondente al valore B_0 (vedi introduzione).

Al punto B_0 corrisponde il valore di $dB_0/dt = 21,72$. Risulta $t_0 - t_i = 553$ microsec - t_p per cui B passa per lo zero risulta $t_p \approx 2300$ microsecondi.

Secondo i criteri adottati si pensa di fare intervenire la bobina di correzione al tempo t_p in cui B passa per lo zero.

Si fa intervenire un impulso di tensione con tangente negativa del valore $dB_{ci}/dt = 7,35$ Weber/mq sec. Se si confonde la sinusoide con la tangente è come se B partisse da t_p con una pendenza data dall'espressione (3)

$$dB_i/dt + dB_{ci}/dt = p_i \text{ (pendenza iniziale)} \quad (3)$$

In numeri risulterà $p_i = 10$ Web/mq sec.

Il tempo necessaria a raggiungere il valore di 115 gauss (campo all'iniezione) (origine dei tempi è t_p) sarà dato da 119 microsec. (Nel caso in cui non fosse intervenuta la correzione sarebbe stato di 68 microsecondi).

Dopo un microsecondo che si è raggiunto B_i si ha un'inversione dell'impulso correttivo; mediante un raccordo parabolico si passa dal valore della pendenza $dB_{ci}/dt = -7,35$ Web/mq sec. al valore stabilito di 100 Web/mq sec.

Il tempo previsto per il passaggio tra le due pendenze risulta di 10 microsecondi (al massimo). Tale impulso deve durare finchè il campo complessivo non raggiunge i 115 gauss. La pendenza della curva somma della curva di eccitazione principale (sinusoide) e della curva di eccitazione correttiva sarà somma delle due pendenze, e mediamente sarà data da

$$dB_{c0}/dt + (dB_o/dt)_{medio} E_i E_o \simeq 100 + 20 \simeq 120 \text{ Web/mq sec.} \quad (4)$$

$$(dB_o/dt)_{medio} = (dB_o/dt + dB_i/dt) 1/2 \quad (5)$$

Arrivato a questo punto se il contributo al campo magnetico del circuito diminuisce con una pendenza 16,19 Web/mq sec. allora il campo magnetico complessivo (principale e correttivo) aumenterà lentamente con un $dB_f/dt = 5,53 \text{ Web/mq sec.}$ fino a raggiungere il valore di 140 gauss dopo 452 microsecondi in un punto della curva principale di eccitazione. A questo punto il circuito secondario viene disinserito e rimane solo il campo principale. In fig. 2, ad illustrate quello che si è detto, sono state tracciate tre curve (non in scala): la curva A riproduce l'andamento del campo magnetico principale (tratto di sinusoide), la curva B riproduce il campo correttivo, la curva C riproduce la curva di eccitazione risultante.

Le caratteristiche del termine correttivo ^{del campo magnetico} sono qui sotto indicate:

$$t = 0 \quad B_c = 0 \quad dB_c/dt = -7,35 \text{ Web/mq sec.}$$

$$t = 110 \quad B_c = -12 \text{ gauss} \quad dB_c/dt = -7,35 \text{ Web/mq sec.}$$

t = 120 comincia il raccordo parabolico

t = 130 finisce il raccordo parabolico $dB/dt = 100 \text{ Web/mq sec}$

t = 213 B = circa 95 gauss $dB/dt = 100 \text{ Web/mq sec}$

t > 213 $dB/dt = -16,19$ fino a $B_c = 0$

Facciamo espressamente notare che una curva del tipo C'C' forse sarebbe più razionale della curva CC: si diminuirebbero le perdite ohmiche nelle correcting coil.

3 - Studio del comportamento del ferro nel caso dell'eccitazione corretta, nel caso che l'eccitazione principale sia costituita da condensatori e choke-coil.-

Una ipotesi fondamentale che facciamo è che fuori del lamierino nella gap del sincrotrone a distanza 5+6 volte lo spessore del lamierino ~~localmente~~ dal lamierino stesso il campo ^{magnetico} si possa considerare come non perturbato ^{localmente} dalle correnti parassite nei lamierini: questo è giustificato dal fatto che gli effetti ^{locali} delle correnti parassite del ferro si annullano ad una distanza abbastanza grande rispetto la dimensione minima della sezione del circuito costituito dalle correnti parassite e rispetto la distanza tra due circuiti prossimi (due lamierini vicini).

Il campo correttivo che bisogna realizzare è rappresentato in fig. 3. Per realizzare questo campo correttivo è necessario approssimativamente una tensione (che andrà in effetti aumentata a causa delle correnti ohmiche), del tipo di fig. 4.

I simboli che usiamo nelle formule che seguiranno sono:

A * area abbracciata dal circuito correttivo

N = numero di spire

l_{fe} = lunghezza cammino nel ferro

μ_{fe} = permeabilità magnetica nel ferro

ρ_{fe} = resistività del ferro

d = spessore lamina ferro

h_{gap} = altezza intraferro

μ_o = permeabilità magnetica nell'aria

N_{iam} = amperspire assorbite dall'aria

N_{emf} = amperspire assorbite dal ferro

μ_a = permeabilità apparente del ferro

B = induzione magnetica

L'indice 'c' si applica a termini dipendenti dal circuito correttivo;

l'indice 'p' si applica a termini dipendenti dal circuito principale;

l'indice 'a' si applica a termini relativi all'aria

l'indice 'f' si applica a termini relativi al ferro.

La tensione iniziale nel circuito correttivo sarà data dall'espressione:

$$(V_{ohm})_t + \frac{dB_{ic}}{dt} AN = V_i \quad \mu 0 \leq t \leq 120 \mu s \quad (6)$$

La tensione di raccordo nel circuito correttivo sarà nel tempo data dall'espressione:

$$(V_{ohm})_t + V_i + \left(\frac{dB_o}{dt} - \frac{dB_i}{dt} \right) \frac{t-t_i}{\Delta t} AN = V_{i_0} \quad 120 < t < 130 \mu s \quad (7)$$

La tensione nel tratto saliente avrà l'espressione:

$$(V_{ohm})_t + \frac{dB_o}{dt} AN = V_o \quad 130 < t < 213 \quad (8)$$

La tensione nel tratto di discesa dovrà soddisfare all'espressione:

$$\sqrt{(V_{ohm})_t + \frac{dB_o}{dt}} AN < V_d < V_{ohm} \quad (9)$$

questo affinché si abbia spegnimento del circuito di eccitazione secondario senza che però il campo magnetico diminuisca.

A queste tensioni corrispondono in funzione del tempo una corrente di eccitazione (nel circuito correttivo) per profurre il flusso previsto nel ferro ed una corrente di eccitazione per l'aria.

Per avere le amperspire totali agenti nel ferro e nell'aria bisogna aggiungere le amperspire del circuito principale, (per cui non esiste il problema.

Nel primo tratto per $0 \leq t \leq 120$ microsec. si ha che le amperspire assorbite dall'aria sono date dall'espressione:

$$NI_{mat}(t) = h_{gap} - \frac{dB_i}{dt} \frac{l}{\mu_0} \quad (10)$$

le amperspire assorbite dal ferro sono date invece dall'espressione:

$$NI_{f_1} = NI_{mf_c} + NI_{mf_p} = \frac{dB_{ic}}{dt} \frac{l_{fe}}{\mu} \left[t + \pi \left(1 - \frac{6}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-\frac{n^2 \pi^2 t}{3\pi}} \right) \right] + \frac{l_{fe}}{\mu} \frac{dB_p}{dt} \quad (11)$$

$$\cos \pi = \frac{\mu dl}{\pi l_p}$$

Nel calcolo di questa espressione sono stati trascurati gli effetti ca

pacitivi tra lamierino e lamierino.

NOTA - L'espressione:

$$NI_{m+c} = \frac{dB_c}{dt} \frac{l_{Fe}}{\mu} \left(t + T \left(1 - \frac{6}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-\frac{n^2 \pi^2 t}{3T}} \right) \right)$$

è stata tratta dal libro "Pulse generators dell' M.I.T. con piccole modificazioni (pag. 123). La soluzione, nel testo citato, viene così impostata e svolta.

Si consideri una lamina sufficientemente larga rispetto allo spessore e indefinitamente lunga. Sul campo magnetico si fa l'ipotesi che sia nella direzione della lamina, nel senso della lunghezza. Si fa la ipotesi che H sia uguale in ogni punto della superficie della lamina e che E campo elettrico sia parallelo alla faccia della lamina e perpendicolare ad H .

Usando i simboli che si deducono dalla fig. 5 le equazioni di Maxwell si riducono, trascurando i ritardi, ad una equazione del tipo

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} = \mu_1 \sigma_1 \frac{\partial H_z}{\partial t} \quad (1')$$

ove t è il tempo, μ_1 è la permeabilità del materiale, σ_1 è la conducibilità.

Una soluzione particolare della (1') è:

$$H_a = \frac{\Delta H}{\tau} (t + A_0 + A_2 y^2)$$

ove è $A_2 = \frac{\mu_1 \sigma_1}{2}$; $A_0 = \frac{-\mu_1 \sigma_1 \Delta H}{2\tau}$ qualora $\frac{\Delta H}{\tau}$ abbia il significato di $\frac{dB}{\mu dt}$ medio nella lamina e ΔH sia lo spessore della lamina

Possiamo verificare inoltre che pure una espressione del tipo H_b è una soluzione del sistema (1'°):

$$H_b = \frac{\mu_1 \sigma_1 \Delta H}{2\tau} \sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{-\frac{n^2 \pi^2 t}{\sigma_1 \mu_1 \Delta^2}} \cos 2n \frac{\pi}{\Delta} y$$

Cerchiamo di determinare gli a_n in modo che $H_a + H_b = H$ (soluzione del sistema), ~~in modo che per~~ $t=0$ sia $H_{wb}=0$ per ogni y . La soluzione si trova avere l'espressione seguente per $y=0$:

$$H = \Delta H \frac{t}{\tau} \left[1 + \Phi \left(\frac{T}{t} \right) \right]$$

con $\Phi \left(\frac{T}{t} \right) = \frac{T}{t} \left[1 - \frac{6}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-\frac{n^2 \pi^2 t}{3T}} \right]$

Questa è la espressione da cui si è dedotta la formula usata.

Nel tratto di raccordo ($120 < t < 130$) ragionando che la tensione può essere considerata come somma di una successione di tensioni impulsive di modulo $dv/dt \cdot dt$, valendo la sovrapposizione degli effetti si ottiene che le corrente magnetizzante nel ferro tra $t = t_i$ e $t = t_i + \Delta t$ sarà data dall'espressione (12)

$$\begin{aligned}
 NI_{m\text{fer}} &= NI_{m\text{fer}}(t_i) + \int_{t_i}^t \frac{d^2 B}{dt^2} \frac{l_{Fe}}{\mu} dt' \left[(t-t') + T \left(1 - \frac{6}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-\frac{n^2 \pi^2 (t-t')}{3T}} \right) \right] = \\
 &= \frac{dB_i}{dt} \frac{l_{Fe}}{\mu} \left(t + T \left(1 - \frac{6}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} e^{-\frac{n^2 \pi^2 t}{3T}} \right) \right) + \frac{dB_0}{dt} - \frac{dB_i}{dt} \frac{l_{Fe}}{\mu} \left[\frac{t^2}{2} - t t_i + \frac{t_i^2}{2} + \right. \\
 &\quad \left. + T(t-t_i) \right] - \frac{T6}{\pi^2} \frac{3T}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \left(1 - e^{-\frac{n^2 (t-t_i) \pi^2}{T}} \right) + \frac{l_{Fe} dB_p}{\mu dt} \quad (12)
 \end{aligned}$$

Risulterà certamente valida la (13):

$$NI_{m\text{fer}} = \frac{dB_i}{dt} \frac{l_{Fe} t}{\mu} + \frac{dB_i}{dt} \frac{l_{Fe} T}{\mu} + \frac{dB_0}{dt} - \frac{dB_i}{dt} \frac{l_{Fe}}{2\mu} \left[(t-t_i)^2 + 2T(t-t_i) \right] \quad (13)$$

Le amperspire dell'aria tra $120 \leq t \leq 130$ saranno date da una espressione del tipo (14):

$$N i_a(t) = \frac{dB_i}{dt} \mu_0 h_{gap} t + K \frac{(t-t_i)^2}{\mu_0} h_{gap} + p \frac{(t-t_i)}{\mu_0} h_{gap} \quad (14)$$

Deve risultare la (15), la (16), la (17) e la (18) per il raccordo tra le due curve:

$$d \frac{N i_a(t)}{h_{gap}} \mu_0 (t=t_i) = \frac{dB_i}{dt} \quad (15)$$

$$\text{da cui: } p = \frac{dB_i}{dt} \quad (16)$$

$$d \frac{N i_a(t)}{h_p} \mu_0 (t_i + \Delta t) = 2K(\Delta t) + \frac{dB_i}{dt} = \frac{dB_0}{dt} \quad (17)$$

$$K = \frac{dB_0/dt - dB_i/dt}{2 \Delta t} \quad (18)$$

Risulterà allora la (19):

$$N i_a(t) = \frac{B_i h_{gap}}{\mu_0} + \frac{h_g}{\mu_0} \frac{dB_0}{dt} - \frac{dB_i}{dt} \frac{(t-t_i)^2}{2 \Delta t} + \frac{dB_i}{dt} \frac{h_g}{\mu_0} (t-t_i) \quad (19)$$

Affinchè il ferro si possa ancora considerare ferro bisogna che la permeabilità relativa apparente del ferro $\left(\frac{i_{Fe}}{i_a} \frac{l_a}{l_{Fe}} \right)$ questo in modo solo approssimativo: vedi relazione) sia almeno 500 (vedi appendice).

Deve risultare:

$$\frac{N I_{\text{ferro}}(t)}{N I_a} \frac{l_{\text{gap}}}{l_{\text{Fe}}} < \frac{\frac{\mu_0}{\mu} \left[\frac{dB_{ic}}{dt} \frac{l_{\text{Fe}}}{\mu} (t+T) + B_p + \frac{dB_{oc}}{dt} - \frac{dB_{ic}}{dt} \frac{l_{\text{Fe}}}{2\mu} \right] / (t-t_i)^2 + 2T(t-t_i)}{\left[\frac{dB_{oc}}{dt} - \frac{dB_{ic}}{dt} \frac{l_{\text{Fe}}}{2\mu} (t-t_i)^2 + \frac{dB_{ic}}{dt} t_i + \frac{dB_{ic}}{dt} (t-t_i) \right]}$$

$$\frac{l_{\text{gap}}}{l_{\text{Fe}}} = \frac{+ \frac{dB_{ic}}{dt} \frac{\mu_0}{\mu} (t+T) + \frac{dB_{oc}}{dt} - \frac{dB_{ic}}{dt} \frac{\mu_0}{2\mu} [(t-t_i)^2 + 2T(t-t_i)]}{\frac{dB_{oc}}{dt} - \frac{dB_{ic}}{dt} (t-t_i)^2 + \frac{dB_{ic}}{dt} t} \leq$$

$$\leq \frac{1}{500} \tag{20}$$

La (20) si trasforma nella (21):

$$\left| \frac{\frac{dB_{ic}}{dt} (t+T) + \frac{dB_{oc}}{dt} - \frac{dB_{ic}}{dt} [(t-t_i)^2 + 2T(t-t_i)] \frac{dB_{ic}}{dt} t}{\frac{dB_{oc}}{dt} - \frac{dB_{ic}}{dt} (t-t_i)^2 + \frac{dB_{ic}}{dt} t} \right| \leq 10 \tag{21}$$

T assumerà il valore $= \frac{\mu d^2}{12g} = 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ sec} = 160 \text{ microsec.}$ quando si adottino i seguenti dati numerici:

$d = 0,35 \text{ m}$

$\mu = 5000 \mu_0$

$g = g_{\text{ferro}} = \frac{1}{3} \cdot 10^{-6} \text{ em.}$

Nel primo tratto tra $0 \leq t \leq t_i$ ($T = 160$) si ha che per $t=t_i$ deve essere soddisfatta la (22)

$$\frac{-7,35(t+T) + B_p}{B_{pi}} \leq 10 \tag{22}$$

la quale è soddisfatta certamente.

Per $t = 130$ (essendo $t_i=120$) si ha ce deve essere verificata la (25)

$$\left| \frac{-7,35(130+160) \cdot 10^{-6} + \frac{127}{20 \cdot 10^{-6}} [(10 \cdot 10^{-6}) + 2 \cdot 160 (10^{-5}) \cdot 10^{-6}] + 130 \cdot 1,7 \cdot 10^{-6}}{\frac{127}{20 \cdot 10^{-6}} (10^{-5})^2 + 10 \cdot 130 \cdot 10^{-6}} \right| =$$

$$= \left| \frac{-7,35 \cdot 290 \cdot 10^{-6} + 65 \cdot 10^5 [10^{-10} + 32 \cdot 10^{-10}] + 130 \cdot 1,7 \cdot 10^{-6}}{65 \cdot 10^5 \cdot 10^{-10} + 10 \cdot 130 \cdot 10^{-6}} \right| = \left| \frac{-21,3 \cdot 10^{-4} + 2145 \cdot 10^{-5} + 130 \cdot 1,7 \cdot 10^{-6}}{65 \cdot 10^{-5} + 130 \cdot 10^{-6}} \right| =$$

$$= \frac{2100 \cdot 10^{-9}}{195 \cdot 10^{-5}} = 11 \leq 10 \tag{25}$$

La condizione è quasi soddisfatta.

4 - Esame del circuito correttivo e dimensionamento di questo circuito.

La mutua induttanza M tra il circuito principale e quello correttivo deve essere possibilmente nulla, affinché il circuito principale non cortocircuiti la perturbazione portata dal secondario (anche per

via delle capacità tra le spire del circuito principale) o nella migliore delle ipotesi non abbia ad aversi una sovratensione pericolosa in qualche punto del circuito principale.

A tal uopo nel caso del nostro sincrotrone Tiburtino I° si può fare un avvolgimento del tipo riportato in fig. 7, dove Φ_2 rappresenta parte del flusso provocato con l'avvolgimento principale concatenato con le spire N_1 ; Φ_1 rappresenta parte del flusso provocato con l'avvolgimento principale concatenato con le spire N_2 ; N_1 rappresenta il numero di spire concatenate con Φ_1 , ed N_2 rappresenta il numero di spire concatenate con Φ_2 .

Dovrà esser soddisfatta, perchè sia nulla la M, la:

$$2 \Phi_2 N_2 = N_1 \Phi_1 \quad (26)$$

La dimensione dell'avvolgimento è determinata dalla corrente massima che deve reggere.

Un valore per eccesso è dato da:

$$\frac{B_{\max c}}{B_{\max}} \frac{A_{\max}}{N_1} = \frac{75}{10'000} \frac{66'000}{N_1} = \frac{495}{N_1} \text{ Amper} \quad (27)$$

La corrente sarà presente nell'avvolgimento per circa 500 micros. x f/sec (per cioè 10.000 micros./sec. = 1/100 sec./sec).

Il valore efficace di questa corrente sarà $\frac{I_{\max}}{\sqrt{3}}$.

Se si prende una densità di corrente di circa 20 Amp/mm² basta una sezione dell'avvolgimento di 1/4 di cm² se $N_1=1$ (fig. 6)

Il rapporto $\frac{\Phi_1}{2\Phi_2}$ ci da il rapporto tra il numero di spire o tra le aree. A conto fatti per il sincrotrone Tiburtino I° risulterà (le cifre sono puramente ^(per un quadrante) indicative):

- A_1 = area abbracciata da N_1 = 1mq.
- N_1 = numero di spire intorno alla zona utile dell'interferro (vedi fig.) = 1
(ridotta a $B=B_{\text{interferro}}$)
- A_2 = area abbracciata dalla spira che annulla la mutua induttanza della prima con l'avvolgimento principale = 0,25
- N_2 = numero di spire intorno all'area A_2 = 2

La costante di tempo del circuito è sufficiente per poter trascurare le cadute ohmiche; infatti:

$$L = \text{induttanza del circuito} = \frac{2E_{\max}}{10^4 \cdot 1,84 I^2} = 1,31 \cdot 10^{-4} \text{ henry.}$$

$$R = \text{resistenza del circuito} = \frac{10 \cdot 2\pi \cdot R \cdot S}{(5 \cdot 10^{-3})^2} = \frac{6,28 \cdot 33,3 \cdot 10^6}{25} = 0,14 \text{ Ohm.}$$

$$\tau = L/R = \frac{1,31 \cdot 10^{-4}}{0,140} = 935 \mu\text{sec.} \quad \text{Il tempo di salita dell'impulso sarà } \approx 200 \mu\text{s.}$$

Il tempo di salita dell'impulso è uguale a circa 200 micros.

La tensione di comando risulterà del tipo riportato nel grafico seguente:

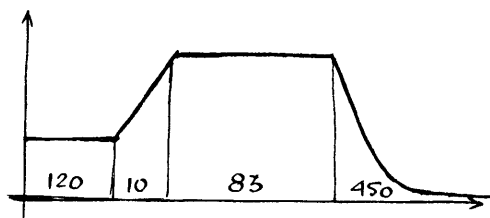


Fig. 7

Il grafico si può riassumere in questi dati mediativi:

$$0 \leq t \leq 120 \quad V = dI/dt \cdot L \approx \frac{h_{gr} dB}{h_0 dt} \approx \frac{1,31 \cdot 10^{-4} \cdot 0,08}{1,256 \cdot 10^{-6}} \cdot 7,35 = 70 \text{ volt}$$

$$130 \leq t \leq 213 \quad V = 500 \text{ volt}$$

$$213 \leq t \leq 700 \quad V = 0 \text{ perchè la costante di tempo del circuito è uguale a 900 microsec}$$

La dissipazione che si ha in questo filo è data da circa

$$\frac{1}{100} \frac{(500)^2 \cdot 0,14}{3} = \frac{T}{T_0} I_{\text{eff}}^2 R = 1,16 \text{ Kwatt}$$

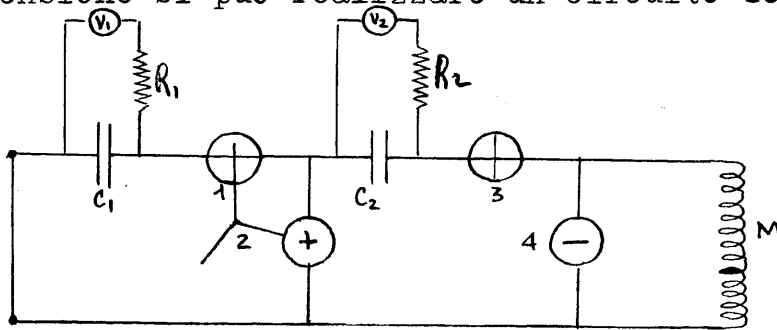
Le perdite vengono smaltite dall'acqua che corre entro il foro che si ha nel conduttore.

NOTA - Per cercare di diminuire le capacità del circuito verso massa per rendere effettivamente efficace il circuito si può spezzarlo eventualmente in anticircuito per permettere la propagazione contemporanea dell'impulso in ogni parte del magnete.

5 - Circuito di alimentazione proposto per ottenere la tensione per la correcting coil.

Nei paragrafi precedenti si è determinato l'adamento della tensione che bisogna realizzare ai capi dell'induttanza. Per realizzare quella

tensione si può realizzare un circuito del tipo seguente (fig. 8) :



$$V_1 = 10 V_2$$

Fig. 8

Il funzionamento si può schematizzare così:

per $t = 0$	4 - 1	aperti	chiusi	2 - 3
$t = 120$	4 - 2	"	"	1 - 3
$t = 213$	3 2 1	"	chiuso	4

Altro circuito proponibile è il seguente (fig. 9):

Sarà: $M_1 \frac{dI_p}{dt} - M_2 \frac{dI_p}{dt} = V_1 \quad (28)$

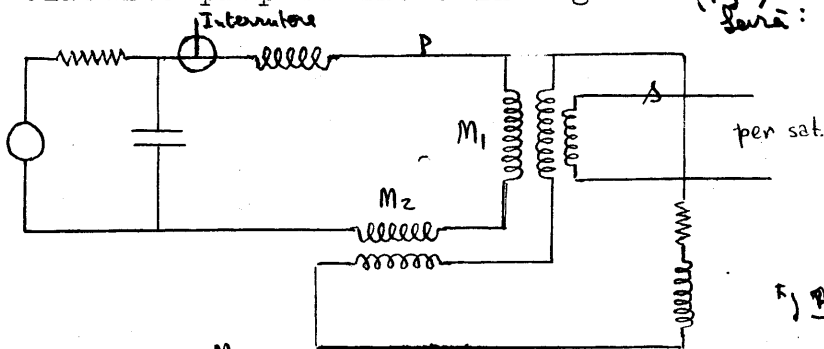


Fig. 9

Per la reattanza M_2 si satura e M_1 si satura la reattanza M_1 si ottiene la tensione necessaria. Bisogna che sia rapida la saturazione di M_2 . I circuiti proposti verranno dimensionati in una prossima relazione. Per il dimensionamento di questo ultimo circuito sono necessarie le curve di magnetizzazione del materiale con cui è realizzato M_1 .

6 - Proposte per un esame sperimentale della teoria su cui si è basata la trattazione precedentemente esposta.-

La trattazione prededentemente esposta ha dei limiti. Non si è per esempio tenuto conto delle capacità tra i lamierini, della perturbazione sul campo magnetico dovute alle capacità di fuga tra le bobine di correzione e magneti (queste andranno esaminate meglio e con più cura nel caso del progetto definitivo del circuito di correzione) e che

potrebbero, se pericolose, essere correggibili con suddivisione del circuito correttivo in più circuiti in parallelo. Altre cause di errore possono esserci sfuggite: non abbiamo tenuto conto della saturazione etc.

Anche perchè ogni teoria ha bisogno della conferma sperimentale una verifica si presenta necessaria. Il procedimento per eseguire questa verifica sarà esposto e verrà fatta una breve esposizione critica dei risultati che si raggiungeranno.

Il criterio è il seguente: prendere due bobine solidali l'una con l'altra, porle in un campo magnetico provocato da una bobina senza ferro eccitata con impulsi più o meno regolari. Comandare con le due bobine in opposizione ^{a traverso di un circuito integrale} l'asse orizzontale di uno oscillografo e con una bobina l'asse verticale. Gli impulsi di tensione ai capi della bobina a causa delle capacità parassite non danno luogo ad impulsi equivalenti della stessa forma dell'impulso principale nelle bobinette. Non solo, ma è possibile che a causa della diversità tra una bobinetta e l'altra è facile che neppure il rapporto tra le tensioni che si raccolgono al capo delle bobinette mantenga un valore costante. Se tale esperienza si fa in presenza di ferro, si ha una ulteriore causa di perturbazione sul valore del rapporto tra le tensioni. Se si riesce a scindere con una certa approssimazione gli effetti del ferro dagli altri effetti e se la precisione di lettura ci permette una indagine sufficiente abbiamo ottenuto il nostro scopo. Ora posso solo dare una traccia del procedimento ed i limiti che si devono avere nelle precisioni dei vari strumenti: le difficoltà che nell'esperienza si incontreranno non sono prevedibili.

Pongo le bobinette nel campo del solenoide ed avrò una curva nel sincroscopio che avrà un'andamento che si scosterà poco dall'andamento lineare. Esaminiamo il tratto della curva che dura circa 20+40 micros. Lo stesso faccio per il caso del ferro.

Teoricamente dato $\mu(x)$ determino allora la funzione: $\frac{1}{B_1} \frac{B_1 - B_2}{\Delta x} = f(x)^{(29)}$

Ma in realtà $\frac{1}{B_1} \frac{B_1 - B_2}{\Delta x}$ sarà una funzione del tempo anche per via delle capacità parassite. Facciamo l'ipotesi che valga l'espressione:

$$\frac{1}{B_1} \frac{B_1 - B_2}{\Delta x} = \xi(t) f(\mu) \quad (30)$$

per $\mu = \mu_0$ determino $\xi(t)$ dalla curva rilevata per l'aria. ^{Teoricamente} ~~così come~~ determino $f(\mu)$ nel caso del ferro, e ottengo:

$$\frac{1}{B_1} \frac{B_1 - B_2}{\Delta x} = \xi(t) f[\mu(t)] \quad (31)$$

verifico questa curva in funzione del tempo dalla curva rilevata ~~per~~ ~~teoricamente~~ sperimentalmente per il ferro.

Per esaminare la precisione del metodo precedentemente proposto faccio l'ipotesi che sia

$$f(\mu) = \frac{\lambda_1 + \frac{1-\mu}{1+\mu} k_3}{\lambda_2 - \frac{1-\mu}{1+\mu} k_4} \quad \mu_2 = \frac{h \mu_1 t}{t + T} = \frac{3000 t}{t + 750}$$

ove $T = \frac{\mu d^2}{12 \rho} = \frac{1,256 \cdot 10^{-6} \cdot 3000 (10^{-3})^2 \cdot 25}{12 \cdot 10^{-7}} =$
 $= \frac{1,256 \cdot 10^{-9} \cdot 75}{12} = 750 \mu \text{ sec}$

qualora si siano avuti i seguenti valori:
 $h = 3000 \cdot 1,256 \cdot 10^{-6}$
 $\rho = 0,1 \mu \text{ di Al}$
 $d = 0,5 \text{ mm}$

Se si avesse una situazione analoga a quella contemplata nel caso dell'appendice si avrebbe:

$t = 2$	$\mu = 8$	$f(\mu) = 2,1$
$t = 5$	$\mu = 20$	$f(\mu) = 0,65$
$t = 120$	$\mu = 500$	$f(\mu) = 0,38$

L'errore dovuto alle letture sarebbe:

$$\Delta \frac{\Delta f[\mu(t)]}{f[\mu(t)]} = \frac{\Delta}{f(\mu)} \left[\frac{B_1 - B_2}{B_1} \frac{1}{\xi(t)} \right] = \frac{\Delta(B_1 - B_2)}{B_1 - B_2} + \frac{\Delta B_1}{B_1} + \frac{\Delta \xi + \frac{d\xi}{dt} \Delta t}{\xi(t)} \quad (32)$$

La variazione della relativa teorica nel tempo Δt di $f(\mu)$ sarebbe:

$$\frac{\Delta f}{f} = \left[\frac{k_3 \frac{d}{dt} \frac{1-\mu}{1+\mu}}{\lambda_1 + \frac{1-\mu}{1+\mu} k_3} + \frac{k_4 \frac{d}{dt} \frac{1-\mu}{1+\mu}}{\lambda_2 - \frac{1-\mu}{1+\mu} k_4} \right] \Delta t = C_{teorica} \quad (33)$$

Se è soddisfatta la disuguaglianza seguente

$$\Delta \frac{\Delta f[\mu(t)]}{f[\mu(t)]} \leq \frac{1}{4} C_{teorica}$$

possiamo asserire che il metodo è efficace.

Nell'espressione superiore, se $\Delta t = 5 \cdot 2 \mu$ se si ha una ^{ca} ~~variazione~~ del ~~teorica~~ ^{quale} al 150% e quindi se le letture sono fatte con una approssimazione del 30% sono sufficienti a verificare approssimativamente la teoria.

Meglio sarebbe aumentare lo spessore del lamierino. Ove le variazioni di t sono sensibili e ~~ove~~ h è piccolo (8+20) in tale intervallo μ_r si può scrivere $= \frac{k}{\mu_r}$? Se noi ~~maximamente~~ aumentiamo lo spessore del lamierino μ_r aumenta e quindi è come dilatare i tempi. Gli effetti dovuti alle capacità parassite nelle misure diminuiscono, e diminuiscono le precisioni richieste ai metodi di misura.

7 - Conclusioni.

La relazione svolta affronta il problema della correzione del campo magnetico all'iniezione. Vengono esaminate le ragioni teoriche di tale correzione; le possibili deformazioni che si hanno nel ferro ~~del~~ ritardo della penetrazione del flusso magnetico entro il ferro; se sono queste correzioni di carattere impulsivo; vengono calcolate le dimensioni di massima di questo circuito, e vengono proposti alcuni sistemi di alimentazione. Anche viene accennata una possibile verifica sperimentale della teoria.

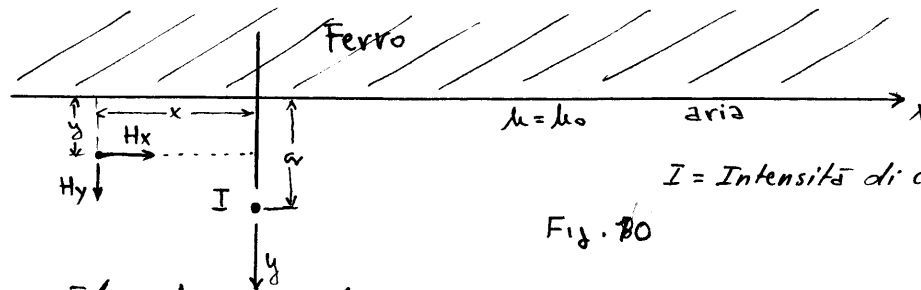
Se ne conclude dai calcoli fatti che la correzione proposta dal gruppo teorico per il Tiburtino I° porta una variazione di n nella gap di un valore massimo del 18%. Per deformare meno il valore di n bisognerebbe diminuire la pendenza di 130 Web/mq sec. - dB/dt. Per i circuiti di alimentazione della bobina correttiva si è vista la disposizione possibile senza però avere la certezza assoluta di poterli realizzare.

Appendice.-

Nel paragrafo n.3 abbiamo imposto come condizione che il μ apparente nel ferro sia dell'ordine di 500 perchè il ferro si comporti come ferro. Ora precisiamo il significato di questa affermazione: il ferro si dirà ancora ferro qualora la sua permeabilità magnetica cambi in modo da lasciare inalterata la distribuzione del campo magnetico.

Come vari n nei singoli punti della gap al variare di μ_{app} sarebbe cosa molto difficile. La difficoltà si può cercare di girarla procedendo come segue. Sappiamo che nel sincrotrone a circa 4 cm dalla bobina di correzione (che si pensa a circa 1 cm dal bordo dei poli) si ha - se il ferro ha permeabilità regolare - che $\frac{1}{B_0} \frac{dB}{dt} \approx \frac{1}{R_0} = 0,314 m^{-1}$; se il ferro avesse permeabilità uguale ad 1, nello medesimo punto $\frac{1}{B} \cdot \frac{dB}{dt}$ assumerebbe il valore $\frac{1}{4r} = 25 m^{-1}$.

Considero ora un conduttore isolato in uno spazio d'aria di fronte ad un semispazio di ferro. Con il metodo delle immagini si può facilmente dedurre il campo ^{magnetico} ~~elettrico~~ nello spazio se si prescinde da fenomeni di saturazione. Riferendoci per i simboli a fig. 10



si ottengono le espressioni (34) (35)

$$H_x(xy) = \frac{I(a-y)}{x^2 + (a-y)^2} + I \frac{1-\mu}{1+\mu} \frac{a+y}{x^2 + (a+y)^2} \quad (36)$$

$$H_y(xy) = \frac{Ix}{x^2 + (a-y)^2} - I \frac{1-\mu}{1+\mu} \frac{x}{x^2 + (a+y)^2} \quad (37)$$

Facciamo l'ipotesi che se in un punto per $\mu = \infty$ si ha $\frac{1}{H_y} \frac{\partial H_x}{\partial x} \approx 0,314$ e per $\mu = 1$ si ha $\frac{1}{H_y} \frac{\partial H_x}{\partial x} (x6) = 25$ allora per $\mu = 100$ $\mu = 500$ $\mu = 1000$ $\mu = 5000$ se calcolo in questo punto $\frac{1}{H_y} \frac{\partial H_x}{\partial x}$ assume un valore prossimo a quello che assumerebbe nel punto considerato nella gap del sincrotrone per il medesimo valore di μ .

Questa ipotesi non è giustificata ma è verosimile.

Per $\mu = 1$ otteniamo per $x = x$ e $y = b$

$$\left| \frac{dH_x}{dx} \right| = \frac{I(a-b)2x}{[x^2 + (a-b)^2]^2} = \lambda_1 \quad (38)$$

$$H_y = \frac{Ix}{x^2 + (a-b)^2} = \lambda_2 \quad (39)$$

x e b devono essere tali, perchè $P(xy)$ sia equivalente ad un punto della gap del sincrotrone distante 4 cm dall'avvolgimento, che sia

$$\frac{1}{H_y} \frac{\partial H_x}{\partial x} = \frac{2(a-b)}{x^2 + (a-b)^2} = 25 \quad (40)$$

Per $\mu = \infty$ risulterà

$$\frac{1}{H_y} \frac{\partial H_x}{\partial x} (xb) = \frac{\lambda_1 + \lambda_3}{\lambda_2 + \lambda_4} \quad (41)$$

ove $\lambda_3 = \frac{-2(a+b)Ix}{[x^2 + (a+b)^2]^2} \quad (42)$

$$\lambda_4 = \frac{Ix}{x^2 + (a+b)^2}$$

Dovrà risultare da quello che si è detto prima

$$\frac{\lambda_1 + \lambda_3}{\lambda_2 + \lambda_4} = 0,314 \quad (2)$$

Per $\mu = \text{generico}$ si ha:

$$C = \frac{1}{H_y} \frac{\partial H}{\partial x} = \frac{\lambda_1 + \frac{1-\mu}{1+\mu} \lambda_2}{\lambda_3 - \frac{1-\mu}{1+\mu} \lambda_4} \quad (43)$$

Se poniamo $(a-b) = 5 \cdot 10^{-3}$ dalla (1) otteniamo

$$x^2 = 3,75 \cdot 10^{-4} \quad (x = 1,94 \cdot 10^{-2})$$

Se inoltre $(a+b) = 2,15 \cdot 10^{-2}$ risulterà verificata la (2)

Riassumendo i valori si ha:

$$a+b = 2,15 \text{ cm} \quad (a+b)^2 = 4,6 \cdot 10^{-4}$$

$$a-b = 0,5 \text{ cm} \quad (a+b)^2 + x^2 = 8,375 \cdot 10^{-4}$$

$$a = 1,325 \text{ cm}$$

$$b = 0,828 \text{ cm}$$

$$x = 0,5$$

Da questi valori ottengo:

$$\lambda_1 = 62 \ 500$$

$$\lambda_2 = 61 \ 340$$

$$\lambda_3 = 2 \ 500$$

$$\lambda_4 = 1 \ 194$$

Dalla (3) , coi valori $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ ora calcolati otteengo i seguenti valori di $\frac{1}{H_y} \frac{dH_x}{dx}$ in corrispondenza dei seguenti valori di μ :

$\mu = \infty$	$C(\infty) = 0,3140227$
$\mu = 5000$	$C(5000) = 0,32083$
$\mu = 1000$	$C(1000) = 0,34733$
$\mu = 500$	$C(500) = 0,38086$
$\mu = 100$	$C(100) = 0,6485$
$\mu = 10$	$C(10) = 0,6652$
$\mu = 5$	$C(5) = 6,96$

Si può vedere che passando da $\mu = 5000$ a $\mu = 500$ si hanno variazioni di \underline{n} , se vale l'ipotesi che vi sia sufficiente analogia tra il caso del campo magnetico in un punto del sincrotrone a 4 cm dalla bobina di correzione e il caso ora trattato, perchè in tal caso C sarebbe l'equivalente di \underline{n} , del 18%

Un risultato che si può immediatamente osservare è come l'influenza della permeabilità sul valore di \underline{n} dipenda dalla disposizione della bobina: tale influenza è tanto più sentita, tanto maggiore è la correzione che il ferro deve portare sul campo che vi sarebbe senza la sua presenza. (Al posto di 25 (1) avremmo dovuto porre un valore molto minore se la correzione che il ferro doveva esercitare fosse stata minore).

Ne concludiamo che non possiamo accettare eccitazioni che diminuiscano la permeabilità apparente relativa del ferro molto minori di 500 ($1/10 \mu r$).

— • —

10 Gennaio '54

Gian Carlo Sacerdoti

Gian Carlo Sacerdoti

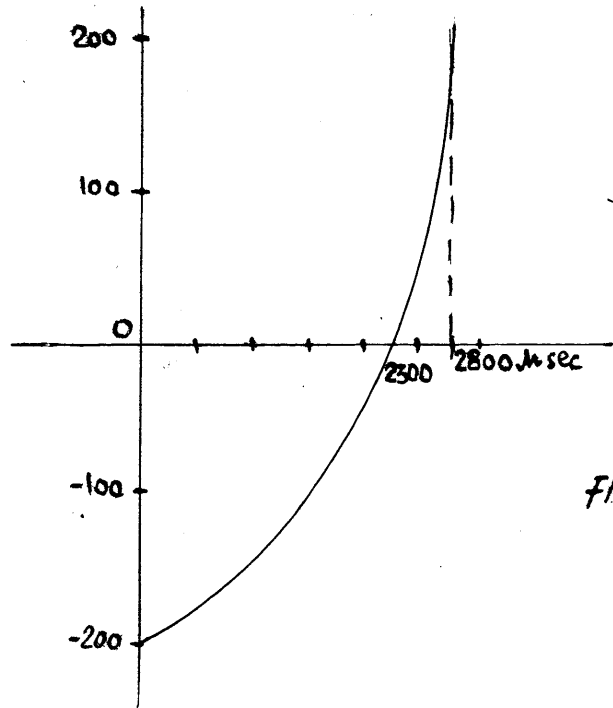


FIG 1

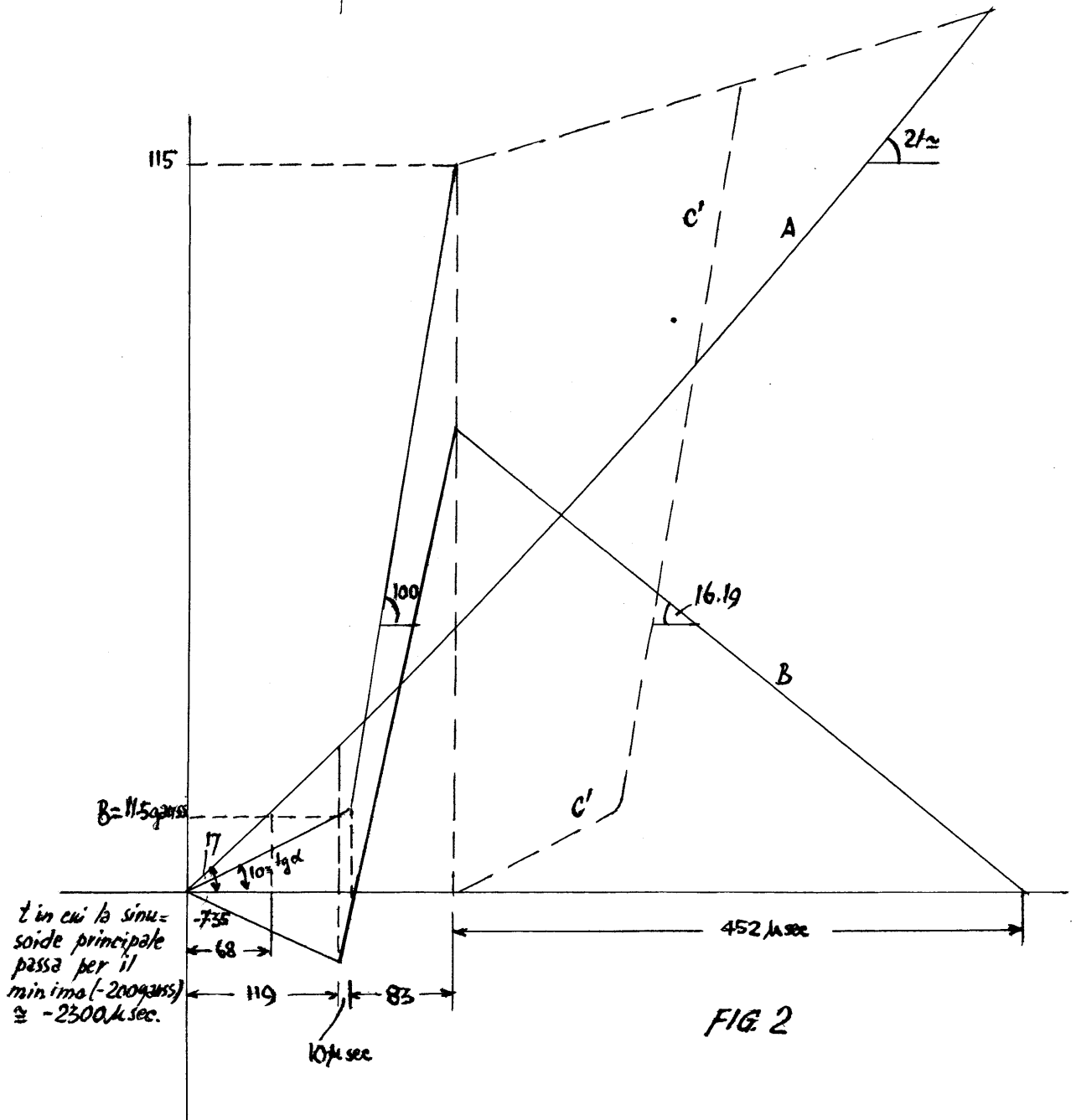


FIG 2

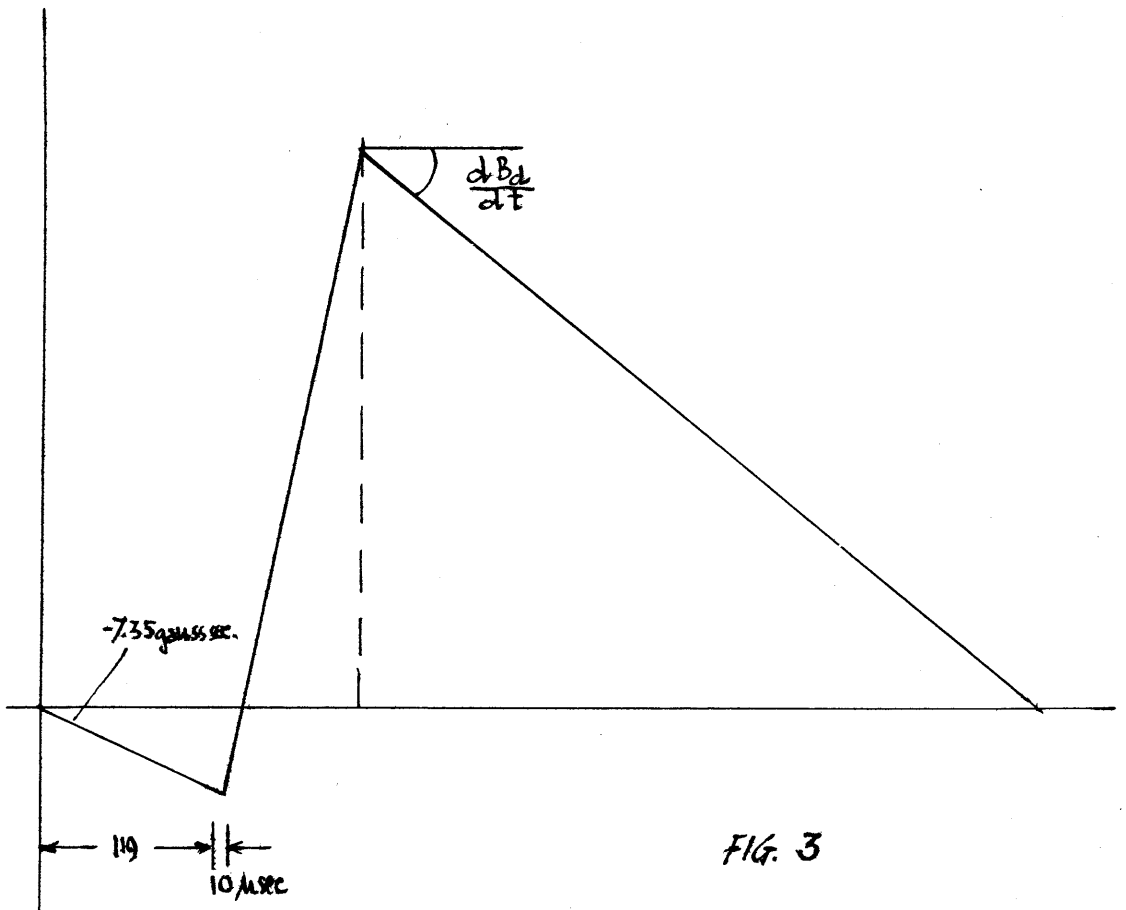


FIG. 3

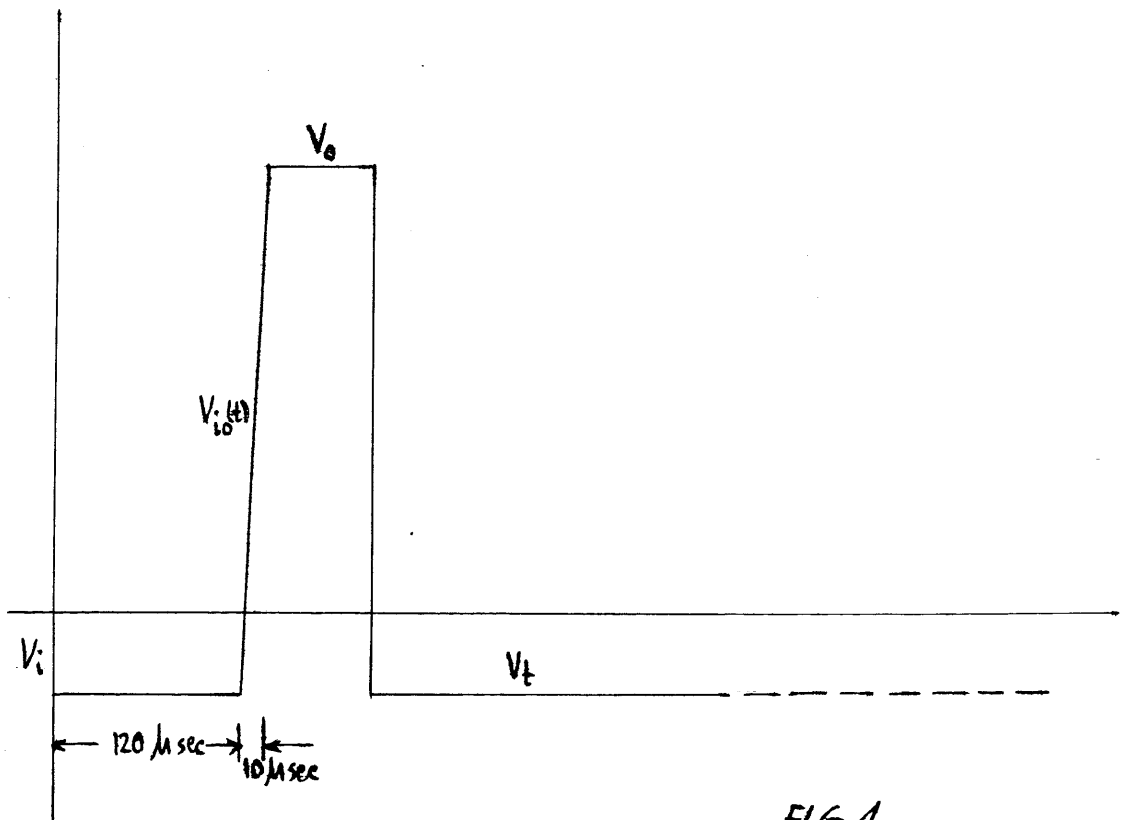


FIG. 4

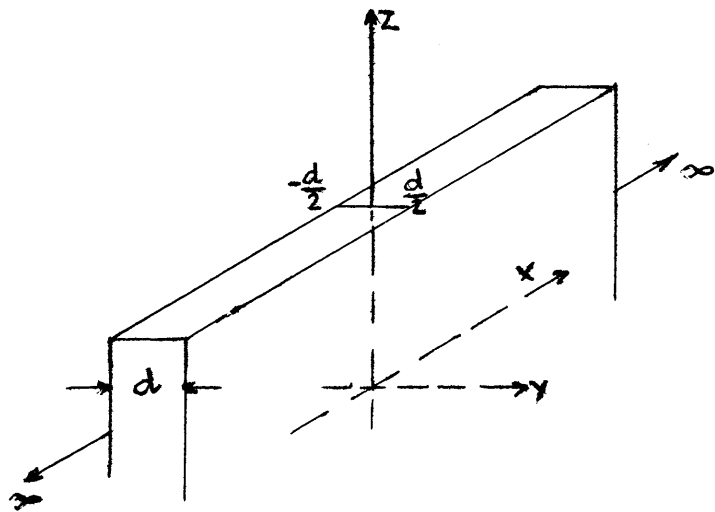


FIG. 5

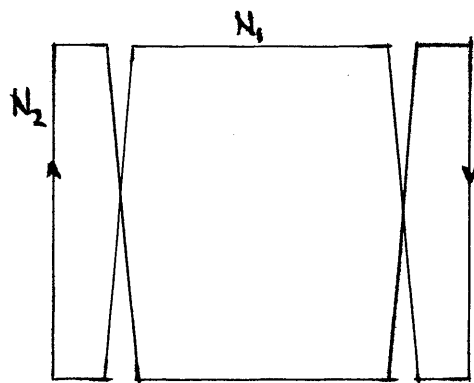
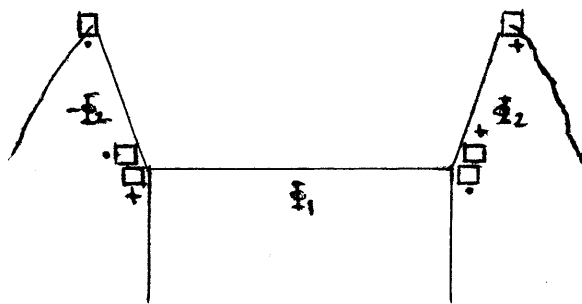


FIG. 6