Laboratori Nazionali di Frascati

LNF - 53/72
16.11.1953.

C. Canarutto: COSTITUZIONE DEL LABORATORIO DI MISURE MAGNETICHE.-

COSTITUZIONE DEL LABORATORIO DI MISURE MAGNETICHE
P A R T E IIa

2 - 0) Taratura di bobinette.-

La taratura delle bobinette consiste nella determinazione del prodotto area-spire massime con una precisione dell'ordine dei pochi per mille.

Vengono considerati i seguenti metodi:

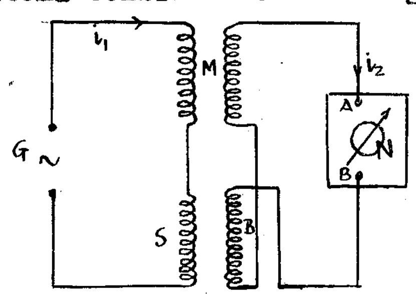
a) Metodo con mutua induttanza campione (usato dall'Istituto Galileo Ferraris, di Torino).

b) Metodo con bobinetta campione in campo magnetico alternato.

c) Metodo con bobinetta campione rotante in campo magnetico costante.

2 - 1) Metodo con mutua induttanza campione.-

Il sistema consiste come in Fig.1 ed in particolare è costituito da:



a) un generatore in c.a. G

b) un solenoide S

c) una mutua induttanza campione M

d) uno strumento di zero in c.a.

Fig.1

La tensione tra AB è data da:

$$V_{AB} = \omega M i_1 - \omega B_s (NA) = \omega M i_1 - \omega \mu_0 \frac{N_1 i_1}{\ell} (NA)$$

ove i simboli hanno i significati seguenti:

ω = $2\pi f$

f = frequenza

μ_0 = $4\pi \cdot 10^{-7}$ permeabilità magnetica del vuoto

M = coefficiente di mutua induttanza del campione

N_1/ℓ = spire/m costante del solenoide

i_1 = corrente primaria

(NA) = prodotto area per spire da determinare.

Si ha: $$(NA) = \frac{\omega M i_1 - V_{AB}}{\omega \mu_0 \frac{N_1}{\ell} i_1} \qquad (1)$$

Evidentemente se fosse: $V_{AB} = 0$

si avrebbe:

$$(NA) = \frac{M}{\mu_0 \frac{N_1}{\ell}} \qquad (2)$$

Quindi la misura di (NA) viene fatta ricercando il valore di M che rende nulla la V_{AB}.

La (1) si può scrivere anche:

$$(NA) = \frac{M}{\mu_0 \frac{N_1}{\ell}} - \frac{V_{AB}}{\omega \mu_0 \frac{N_1 i_1}{\ell}} \qquad (3)$$

Dalla (3) si ricava che l'errore nelle misure di (NA) è la somma degli errori nelle misure di M e di N_1/ℓ.

Inoltre l'errore percentuale dovuto ad una imperfetta conoscenza della tensione $V_{AB} = 0$ è data da: $\frac{\delta V_{AB}}{\omega \mu_0 \frac{N_1}{\ell} i_1} \cdot \frac{\mu_0 N_1/\ell}{M} = \frac{\delta V_{AB}}{\omega M i_1}$

Ossia l'errore percentuale diminuisce oltre che - come è logico - al diminuire dell'errore δV_{AB} di lettura, anche con l'aumentare della frequanza, della corrente primaria e del coefficiente di mutua induttanza.

Si ossrva che essendo:

M noto a meno dell' 1°/₀₀

$\frac{N_1}{\ell}$ noto a meno di alcuni per mille

è logico volere $\frac{\delta V_{AB}}{\omega M i_1}$ minore dell' 1/1000.

Per $M = 10^{-1}$ H

$f = 30$ Hz

$i_1 = 1/10$ A

è $\omega M i_1 = 1{,}88$ V

per cui è necessario sia:

$$\delta V_{AB} < 1/600 \simeq 2.10^{-3}$$

Comunque uno strumento che permetta di leggere il millesimo di volt è sufficiente. Per aumentare la precisione sarà in ogni caso preferibile aumentare la frequenza ed usare per esempio una frequenza dell'ordine dei 150 Hz.

Come strumento di zero è quindi sufficiente un oscillografo con uno stadio di preamplificazione. Naturalmente molto bene potrebbe servire il Waveform analyzer 736-A della General Radio. Precisione nelle misure 3-4 °/₀₀.

2-2I) Un secondo metodo consiste nel tarare le bobinette su una bobinetta campione in un campo magnetico alternato. Il circuito si imposta come in Fig.2 e comprende:

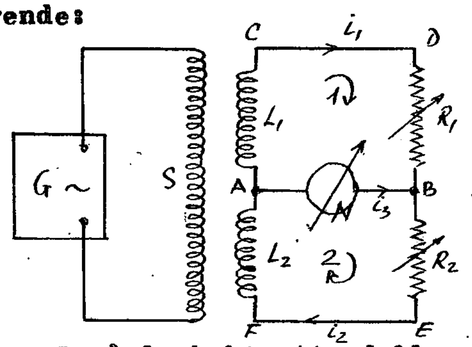


FIG. 2

a) un generatore di c.a.

b) un solenoide S

c) due resistenze di precisione R_1, R_2

d) una bobinetta campione L_1

e) uno strumento di zero N in c.a.

L_2 è la bobinetta della quale si vuol misurare il prodotto $(N_2 A_2)$. Si suppone che il campo magnetico B(t) sia costante nello spazio all'interno del solenoide S in cui si trovano L_1 ed L_2.

Si ha (essendo $N_1 A_1$ il prodotto area spire della bobinetta L_1 campione, noto con laprecisione di alcuni per mille, e comprendendo nei valori di R_1 ed R_2 le resistenze proprie delle bobinette (trascurando le induttanze)): R_3 resistenza di N

$$\begin{cases} \omega B_1 N_1 A_1 = R_1 i_1 - R_3 i_3 \\ \omega B_2 N_2 A_2 = R_2 i_2 + R_3 i_3 \\ i_2 = i_1 + i_3 \end{cases}$$

Perciò si scrive - eliminando i_2

$$\begin{cases} \omega B_1 N_1 A_1 = R_1 i_1 - R_3 i_3 \\ \omega B_2 N_2 A_2 = R_2 i_1 + (R_2 + R_3) i_3 \end{cases}$$

ossia:

$$\frac{\omega B_1 N_1 A_1 + R_3 i_3}{R_1} = \frac{\omega B_2 N_2 A_2 - (R_2 + R_3)\, i_3}{R_2}$$

ed anche:

$$R_2 \omega B_1 N_1 A_1 - R_1 \omega B_2 N_2 A_2 = (-R_2 R_3 - R_1 R_2 - R_1 R_3)\, i_3$$

ed infine:

$$i_3 = \frac{R_1 \omega B_2 N_2 A_2 - R_2 \omega B_1 N_1 A_1}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}$$

Se si suppone $B_1 = B_2$ si ha evidentemente:

$$i_3 = \frac{\omega B}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} \left[R_1 (N_2 A_2) - R_2 (N_1 A_1) \right] \qquad (1)$$

Naturalmente se $i_3 = 0$ si ha

$$(N_2 A_2) = \frac{R_2}{R_1} (N_1 A_1) \qquad (2)$$

per cui praticamente essendo R_2 ed R_1 note all' 1/10 000 si ha per $N_2 A_2$ la stessa precisione che per $N_1 A_1$.

Se però lo zero di i_3 è noto a meno di un δi_3 si ha dalla (1)

$$N_2 A_2 = \frac{R_2}{R_1} N_1 A_1 + \delta i_3 \frac{(R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1)}{\omega B \cdot R_1} =$$

$$= \frac{R_2}{R_1} N_1 A_1 + \frac{\delta i_3}{\omega B} \left(R_2 + R_3 + \frac{R_3 R_2}{R_1} \right) \qquad (3)$$

La imprecisione percentuale dovuta alla insensibilita δi_3 dello strumento di zero è data da

$$\delta p = \frac{\delta i_3}{\omega B} \left(R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1} \right) \frac{1}{N_2 A_2}$$

Da questa relazione si ha (essendo $R_3 \ll R_1$ E $R_3 \ll R_2$):

$$\delta p = \frac{\delta i_3}{\omega B (N_2 A_2)} R_2 \left(1 + \frac{R_3}{R_1} + \frac{R_3}{R_2} \right) \simeq \frac{\delta i_3}{\omega B} \frac{R_2}{(N_2 A_2)}$$

QUINDI LA precisione aumenta con l'aumentare di f, B e $(N_2 A_2)$. Essa aumenta ancora (fisso $N_2 A_2$) col diminuire di R_2. Ricordando la (2) si ha allora che per una dato $(N_2 A_2)$ per ridurre R_2 occorre aumentare $A_1 N_1$ e ridurre R_1.

Per esempio sia:

$$f = 50 \text{ Hz}$$
$$B = 10 \text{ gauss} = 10^{2} \text{ Wb/m}^{2}$$
$$N_2 A_2 = 0{,}01 \text{ m}$$
$$R_2 \geq 1000 \text{ ohm}$$

se si vuole ottenere una precisione dell'1/1000 dovrà essere lo strumento di zero sensibile a un:

$$\delta i_3 = \frac{1}{1000} \frac{314 \cdot 10^{-2} \cdot 10^{-2}}{1000} = 3{,}14 \cdot 10^{-8}$$

Se $N_1A_1 = 0{,}1\ m^2$ sarà $R_1 = 10$ K ohm.

2-22) In 2-21 si è supposto che lo strumento di zero sia sensibile alla corrente. Si supponga ora che lo strumento di zero sia sensibile ad una tensione. La (1) del paragrafo precedente si scrive in tal caso:

$$V_3 = \frac{\omega B}{R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3}} \left[R_1 (N_2 A_2) - R_2 (N_1 A_1) \right] \qquad (5)$$

che diventa ancora la (2) se $V_3 = 0$.

L'errore nella valutazione di N_2A_2 dovuto ad una imperfetta conoscenza di $V_3=0$ (ossia per una insensibilità dello strumento pari a δV_3) diventa:

$$\frac{\delta V_3}{\omega B}\left(1 + \frac{R_2}{R_3} + \frac{R_2}{R_1}\right) \qquad (6)$$

In questo caso $R_3 \gg R_1$ per cui la (6) diventa:

$$\frac{\delta V_3}{\omega B}\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

L'errore percentuale è dato da:

$$\frac{\delta V_3}{\omega B}\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\frac{1}{N_2 A_2}$$

Si ha ancora che la precisione aumenta al diminuire di R_2. Però dovendosi rendere minimo R_2/R_1 non si potrà diminuire - come in 2-21 - R_1, ma anzi converrà tenerlo dello stesso ordine di R_2 o maggiore. Quindi ricordando la (2) per un dato N_2A_2 per tener grande il rapporto R_1/R_2 sarà necessario che N_1A_1 sia grande rispetto a N_2A_2.

Con gli stessi dati dell'esempio del paragrafo 2-21 si ottiene che lo strumento deve essere sensibile ad una $\delta V_3 = \frac{1}{1000}\,\frac{314\cdot 10^{-2}\cdot 10^{-2}}{1{,}1} \simeq 3\cdot 10^{-5}$ V

2-23) Sia in 2-21 che in 2-22 è apparso utile lavorare a frequenze piuttosto elevate. Se le resistenze ed i potenziometri ~~sono~~ antinduttivi è utile lavorare per esempio intorno ai 150 Hz. Con questa frequenza, negli esempi fatti la sensibilità richiesta dagli strumenti scende rispettivamente a 10^{-7} A ed a 10^{-4} V.

2 -,3) Metodo con bobinette rotanti in campo magnetico costante.-

Il circuito è quello di Fig.3 ed è costituito da:

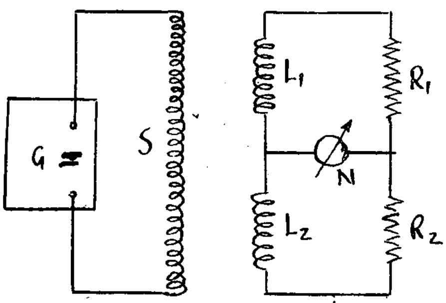


FIG.3

a) un generatore di c.c. (per es.accumulatori)

b) un solenoide S

c) due resistenze di precisione R_1 ed R_2

d) una bobinetta campione L_1

e) uno strumento di zero N in c.a.

Evidentemente per quanto riguarda le espressioni che danno N_2A_2 in funzione di N_1A_1 - R_1 ed R_2 nonchè la sensibilità necessarie per ottenere determinate precisioni, si possono ripetere le stesse considerazioni fatte in 2-21 e 2-22.

Occorre però osservare che la frequanza della tensione che appare agli estremi delle bobine è data dal numero di rivoluzioni per secondo con cui la bobina stessa ruota nel campo del solenoide. Per ottenere la frequenza di 50 Hz le bobinette dovrebbero fare 50 giri/sec. ossia 3000 giri/minuto il che è impossibile.

Quindi la sensibilità dello strumento di zero dovrebbe esser maggiore in questo caso - rispetto al precedente - almeno di un fattore 10 (infatti la velocità di rotazione difficilmente potrebbe superare i 5 giri/sec. pari a 300 giri/ /minuto). A questo fatto va aggiunto inoltre la considerazione che occorre prevedere un dispositivo che permetta alle bobinette di rotare. Dal momento che l'asse delle bobinette ruota giacente sempre in un piano diametrale, nel caso del solenoide occorre prevedere un dispositivo del tipo di fig.4 (da realizzarsi senza materiali ferromagnetici, ancora meglio se non metallici) La realizzazione è quindi senz'altro più complessa di quella discussa in 2-21 e 2-22. Questa soluzione potrebbe eventualmente essere tenuta presente nel caso di campo costante ottenuto con bobine di Helmholtz Infatti in tal caso è possibile fare ruotare le bobinette senza coppie di trasmissione, semplicemente usufruendo dello spazio centrale fra le due bobine prive di avvolgimenti.

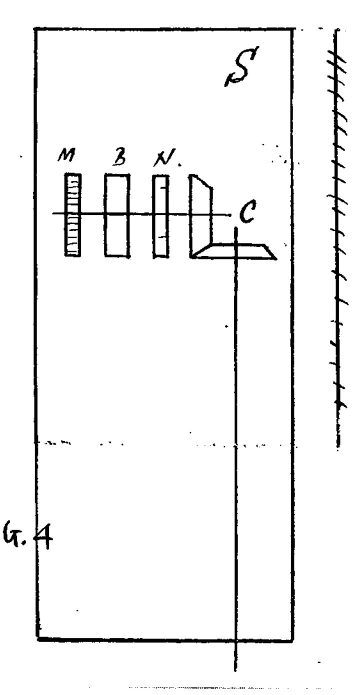


FIG.4

2 - 4) Conclusioni.-

Per tarare bobinette useremo un sistema come descritto in 2-21 e ripetuto in Fig.5. Per esso è necessario, supponendo di lavorare sulla rete a 50 Hz:

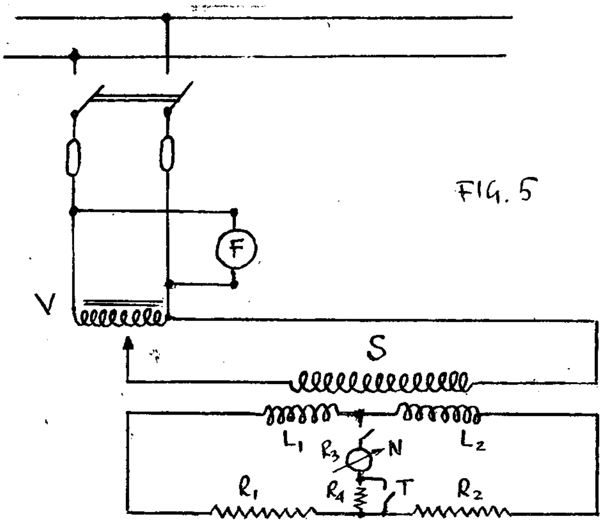


FIG. 5

1 solenoide (S)

1 frequenzimetro (F)

1 Variac (V) (autotrasformatore)

1 strumento sensibile a 10^{-8} A c.a. (N)

2 cassette di resistenze di precisione da 10 000 ohm (R_1 ed R_2)

1 resistenza di protezione R_4 dello strumento di zero.

1 tasto T di protezione

Per quanto riguarda lo strumento di zero sembra preferibile ricorrere ad un galvanometro a vibrazione dei quali si hanno offerte per i seguenti tipi:

Allocchio Bacchini - Mod. 1653 - $4,13.10^{-8}$ A/divisione ad 1m costo L.85.000.=

Kipp & Zonen - Mod. A71 - $8,5.10^{-9}$ A/divisione ad 1 m - costo L.175.000.=

" " " " A73 - $1,5.10^{-9}$ A/divisione ad 1 m - costo L.175.000.=

Trüb-Täuber - Mod. VST (con scala interna) 30 mm/μA - costo L. 245.000.=

Hartman e Brown - Mod. (con scala interna) VLt - 25 mm/μA, costo L.385.000.=

" " Mod. (con scala esterna) VL1 - 150 mm/μA, costo L.240.000.=

16 Novembre '53

Claudio Canarutto