

Laboratori Nazionali di Frascati

LNF - 53/69
10.11.1953.

I.F. Quercia e P.G. Sona: LINEAMENTI PER UN PROGETTO
DI ELETTROSINCROTRONE DA 1 BEV A STRONG-FOCUSING.-

ISTITUTO NAZIONALE DI FISICA NUCLEARE

SEZIONE ACCELERATORE

RELAZIONE N. 63

I.F. QUERCIA - P.L. SONA

LINEAMENTI PER UN PROGETTO DI ELETTROSINCROTRONE DA 1 BeV
A STRONG FOCUSING.-

Allo scopo di studiare la convenienza di usare il principio delle "Strong Focusing" in un Elettrosincrotrone da 1000 MeV, è stato fatto il progetto di massima che viene descritto nel seguito. Come si vedrà in questo progetto ci si è soprattutto preoccupati di calcolare le caratteristiche della macchina che, almeno teoricamente, possono essere confrontate con quelle di una macchina convenzionale; in alcuni casi tali caratteristiche sono messe in rapporto con quelle calcolate per il "Progetto Tiburtino I°" e riportate nel "Rapporto n.10 del Gruppo Teorico".

I calcoli sono stati eseguiti largamente impiegando il formalismo del rapporto del Dr. M.S. Livingston: "Design Study for a 15 BeV Proton-Synchrotron", M.I.T. Tech. Rep. n.10 - June 30-1953, e facendo uso di idee e formule raccolte nelle bibliografie di cui all'elenco che si trova alla fine del presente rapporto.

§ 1 -

La struttura del magnete proposta è stata elaborata dall'Ing. G.C. Sacerdoti, con la collaborazione dell'Ing. F. Amman.

Nella tabella sono raccolte le caratteristiche della macchina secondo il presente progetto.

Tabella delle caratteristiche principali di un
Elettrosincrotrone da 1000 MeV a foccheggiamento
forte.

"Progetto Ercoline I°"

Dati Fondamentali

Energia finale	E_{max}	1000 MeV
Induzione finale sull'orbita	B_{max}	10000 Gauss
Raggio dell'orbita nei magneti	r_0	333,3 cm.
Numero dei tratti rettilinei	S	8 -
Lunghezza di un tratto rettilineo	l_0	40 cm.
Lunghezza totale dei tratti rettilinei	$L_0 = 8l_0$	320 cm.
Lunghezza totale dei magneti	$L = 2\pi r_0$	2094,4 cm.
Lunghezza totale dell'orbita	$C = L + L_0$	2414,4 cm.
Rapporto	L_0/C	0,133 -
Raggio medio di curvatura	$R_0 = C/2\pi$	384,3 cm.
Lunghezza di un ottante magnetico	$l = L/S$	261,8 cm.
Numero di lenti per ottante	N'	2
Numero totale di lenti	N	16
Periodicità fondamentale	P	8
Indice del campo	(n)	~30
Gradiente del campo a B_{max}	$(\partial B/\partial r)_{B_{max}}$	900 Gauss/cm

Dimensioni e forma del campo

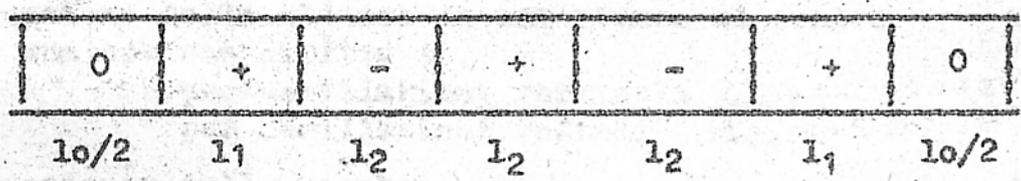
Altezza del traferro sull'orbita centrale g		5 cm.
Altezza utile interna della ciambella max a		4 cm.
Spessore parete ciambella e avvolg. correz.		0,5 cm.
Larghezza utile interno ciambella max b		12 cm.
Altezza relativa del traferro g/r_0		0,015
Altezza relativa interna alla ciambella a/r_0		0,012
Larghezza relativa interna della ciambella b/r_0		0,036
Profilo polare		iperbolico
Equazione dell'iperbole	$(11,1x)z = 27,75$	
Distanza dall'asintoto dall'orbita centrale $x_0 = r_0/(n) = 11,1$ cm.		
Gradiente del campo sul piano mediano	$\partial B/\partial r = B/x_0$	
Altezza del traferro all'estremità ciambella		3,24 cm.

Caratteristiche del magnete ed eccitazione

Larghezza dei poli max.	17 cm.
Fattore di utilizzazione sul piano mediano.	~72% -
Rapporto tra flusso totale e flusso utile	2,17 -
Ampere spire di eccitazione	NI 40.000 Asp
Energia max immagazzinata	E 110.000 Joule
(rapporto con progetto Tiburtino I°).	2,2 -
Peso del ferro	~61 ton.
Peso del rame	~10 ton.

Struttura azimuthale del campo

Schema della successione di lenti in un ottante :



i + indicano sett. fochegg. verticali e defochegg. radiali
 i - indicano sett. defochegg. verticali e fochegg. radiali
 i o indicano sezioni diritte senza campo.

Lunghezza di un settore. l ₂	65,5 cm.
Lunghezza di un settore. l ₁	32,7 cm.
Valore del parametro caratteristico verticale:	
1) per un settore l ₁ $\alpha_r = l_1 / \frac{1}{64} \frac{2\pi}{64} =$	0,5377 rad.
2) per un settore l ₂ $2\alpha_r =$	1,0754 rad.
Valore del parametro caratteristico radiale:	
1) per un settore l ₁ $\alpha_r = l_1 / \frac{1}{64} \frac{2\pi}{64} =$	0,5286 rad.
2) per un settore l ₂ $2\alpha_r$	1,0572 rad.

Grandezze derivate

Lunghezza d'onda delle oscillazioni del batatrone :	
orizzontali. λ_r	1209 cm.
verticali. λ_v	1252 cm.
Numero delle oscillazioni di batatrone per giro:	
orizzontali. α_r	1,997 -
verticali. α_v	1,928 -
Rapporto con le lunghezze d'onda a foccheggiamento debole	
orizzontali.	0,335 -
verticali.	0,425 -

Energia critica di transizione totale... E_c 0,95 MeV
 cinetica... E_c 0,45 "
 Energia proposta di iniezione cinetica... E_i 1,5 MeV

Variazione relativa del raggio per
 variazione relativa del momento degli elettroni
 $\Delta r/r = 0,288 \Delta p/p$
 (corrispondente per macchina $n=0,6$) $\Delta r/r = 2,5 \Delta p/p$

Variazione del raggio per $\Delta p = 5\%$... $\Delta r \approx 4,8$ cm.

Tolleranza relativa nel valore di $|n|$:
 lungo la diagonale maggiore della losanga $(\Delta n/n)_{n_1=n_2} \sim 14\%$
 lungo la diagonale minore della losanga $(\Delta n/n)_{n_1+n_2=60} \sim 3\%$

Equazione della ellisse di ammettenza al centro
 di una sezione dritta :
 per oscillazioni verticali $Z'_{max} = z^2 + 0,04 z'^2$
 per oscillazioni radiali $r'_{max} = r^2 + 0,72 r'^2$

Ammettenza della macchina... ϵ 5,1 cm²xsterad
 Perdite per scattering multiplo a pressione
 di 10^{-5} mm Hg.

velocità di salita del campo 5.000 MeV/s,
 energia cin. di iniezione $E_i = 1,5$ MeV $\epsilon = 14\%$

Ampiezza delle oscillazioni di betatrone.
 alla iniezione per particelle iniettate con
 angolo di 5×10^{-3} rad. alla distanza di 1
 cm. dall'orbita di equilibrio β
 verticali. A_{zi} 1,65 cm.
 orizzontali A_{ri} 2,5 cm.

Scarto quadratico medio dell'orbita dalla
 orbita ideale per errori di allineazione
 statisticamente distribuiti :

$$\left. \begin{array}{l} \text{verticale} \\ \text{radiale} \end{array} \right\} \langle \Delta x \rangle \approx 6,3 \sqrt{\langle \Delta x \rangle^2 + \langle \Delta x' \rangle^2}$$

§ 2.- Le equazioni del moto di una particella di carica e entro un settore circolare, si ricavano dalla Hamiltoniana

$$E = c \sqrt{m_0^2 c^2 + P_r^2 + P_z^2 + \left(\frac{P_\varphi}{r} - \frac{e}{c} A\right)^2} \quad (1)$$

dove r, φ, z sono coordinate cilindriche; $z = 0$ è il piano dell'orbita stabile, r è la distanza dal centro del settore circolare, φ l'azimuth lungo il settore stesso. I tre momenti coniugati con queste variabili sono:

$$\begin{cases} P_r = m\dot{r} \\ P_z = m\dot{z} \\ P_\varphi = mr^2\dot{\varphi} + \frac{e}{c} rA \end{cases} \quad (2)$$

dove $A = A_\varphi$ è l'unica componente diversa da zero del potenziale vettore che rappresenta il campo magnetico. Naturalmente si ha

$$B_r = [v_0 + \vec{A}]_r; \quad B_z = [v_0 + \vec{A}]_z; \quad B_\varphi = [v_0 + \vec{A}]_\varphi = 0$$

cioè

$$B_r = \frac{dA}{dz}; \quad B_z = \frac{dv_0}{dr} \left(-\frac{1}{r}\right); \quad B_\varphi = 0 \quad (3)$$

Per le equazioni canoniche si ha quindi:

$$\dot{P}_r = -\frac{\partial E}{\partial r} = \frac{-c^2}{E} \left(\frac{P_\varphi}{r} - \frac{e}{c} A\right) \left(-\frac{P_\varphi}{r^2} - \frac{e}{c} \frac{dA}{dr}\right)$$

ricordando la 3^a delle (2) e che $\frac{m c^2}{E} = 1$ si ha

$$\begin{cases} \dot{P}_r = mr\dot{\varphi}^2 - \frac{e}{c} \dot{\varphi} B_z r \\ \dot{P}_z = \frac{e}{c} r \dot{\varphi} B_r \\ P_\varphi = \text{cost.} \end{cases} \quad \text{Analogamente si trae} \quad (4)$$

poichè per ipotesi $\frac{dA}{d\varphi} = 0$

Abbiamo ora un potenziale vettore della forma

$$A \equiv A_{\varphi} = \frac{1}{2} B_0 \left(1 + \frac{n}{2}\right) r - \frac{B_0 n}{2r_0^2} \left(r x^2 - \frac{1}{2} r^3\right) \quad (5)$$

dove B_0 è il valore del campo magnetico nell'orbita di equilibrio la quale ha un raggio r_0 .

Indichiamo con x lo spostamento radiale dell'orbita di equilibrio, cioè :

$$r = r_0 + x$$

Le componenti di \vec{B} che derivano dal potenziale A , e che quindi soddisfano le eq. di Maxwell, sono :

$$\left\{ \begin{array}{l} B_z = B_0 \left(1 - n \frac{x}{r_0} + \frac{n}{r_0^2} \left[x^2 - \frac{x^2}{2} \right] \right) \\ B_r = -B_0 \left(n \frac{x}{r_0} + n \frac{x}{r_0^2} \right) \\ B_{\varphi} = 0 \end{array} \right. \quad (6)$$

Nel seguito però supporremo di trascurare i termini nei quali il rapporto tra spostamenti del piano mediano e raggio dell'orbita di equilibrio appare a potenza superiore ad 1; pertanto consideriamo il campo come rappresentato dalle seguenti componenti :

$$\left\{ \begin{array}{l} B_z = B_0 \left(1 - n \frac{x}{r_0}\right) \\ B_r = -B_0 n \frac{x}{r_0} \\ B_{\varphi} = 0 \end{array} \right. \quad (7)$$

Tale campo non soddisfa le equazioni di Maxwell;

Vogliamo ora trarre dalle (4) e dalle (7) le equazioni delle traiettorie seguite dalle particelle.

Consideriamo la I^a delle (4). Si ha :

$$\dot{p}_r = \frac{d}{dt} (m\dot{r}) = m r \dot{\varphi}^2 - \frac{e}{c} \dot{\varphi} B_x r$$

sostituuiamo $\frac{d}{dt} = \dot{\varphi} \frac{d}{d\varphi}$ otteniamo

$$\dot{\varphi} \frac{d}{d\varphi} (m\dot{\varphi} \frac{dr}{d\varphi}) = m r \dot{\varphi}^2 - \frac{e}{c} B_z r \dot{\varphi} \quad \text{e ancora}$$

$$\frac{d}{d\varphi} (m\dot{\varphi}) \times \frac{dr}{d\varphi} + m\dot{\varphi} \frac{d^2 r}{d\varphi^2} = m r \dot{\varphi} - \frac{e}{c} B_z r$$

Consideriamo trascurabile il termine $\frac{d}{d\varphi} (m\dot{\varphi}) \frac{dr}{d\varphi}$
Introduciamo il valore (7) di B_z

$$m\dot{\varphi} \frac{d^2 r}{d\varphi^2} = m r \dot{\varphi} - \frac{e}{c} B_0 (1 - n \frac{x}{r_0}) r$$

Facciamo l'approssimazione

$$r_0 m\dot{\varphi} \approx \frac{e}{c} B_0 r$$

otteniamo l'equazione linearizzata :

$$\frac{d^2 r}{d\varphi^2} + (1-n)x = 0$$

(8₁)

Consideriamo ora la II^a delle (4) : si ha

$$\dot{P}_z = \frac{d}{dt} (m\dot{z}) = \frac{e}{c} r \dot{\varphi} B_r$$

cioè:

$$\dot{\varphi} \frac{d}{d\varphi} (m\dot{\varphi} \frac{dz}{d\varphi}) = -\frac{e}{c} r \dot{\varphi} B_0 n \frac{z}{r_0}$$

e ancora

$$\frac{dz}{d\varphi} \frac{d}{d\varphi} (m\dot{\varphi}) + m\dot{\varphi} \frac{d^2 z}{d\varphi^2} = -\frac{e}{c} r B_0 n \frac{z}{r_0}$$

Con le medesime approssimazioni si ha :

$$\frac{d^2 z}{d\varphi^2} + n z = 0$$

(8₂)

§3.- Le equazioni (8) individuano la forma delle traiettorie delle particelle. Come si vede $0 < n < 1$ gli spostamenti dell'orbita di equilibrio sia verticali che orizzontali hanno andamento sinusoidale. Se $|n| > 1$ inevitabilmente una delle due equaz. (8) avrà delle soluzioni esponenziali, e quindi in uno di due piani non si potrà avere foccheggiamento. Pertanto nelle macchine ad $|n| > 1$ (strong-focusing; S.F.) si alterneranno

settori con $n > 0$ a settori con $n < 0$ (Alternating gradient A.G.) ed eventualmente settori con campo magnetico nullo (sezioni diritte).

Per definire la struttura di una macchina A.G. occorre precisare il numero delle sezioni diritte, il numero delle sezioni con $n > 0$, e il numero di quelle con $n < 0$, il valore di n in tali sezioni, le lunghezze e la disposizione relativa delle sezioni dei tre tipi.

Noi cominceremo con il prefissare il raggio r_0 , dell'orbita centrale di equilibrio e porremo :

$$r_0 = 333 \text{ cm.}$$

Con ciò dato che la macchina deve arrivare all'energia di 1 GeV rimane stabilito il valore del campo massimo su tale orbita :

$$B_{\text{max}} = 10.000 \text{ oersteds} \quad (= 1 \text{ Wb/m}^2)$$

Consideriamo ora quale dovrà essere il profilo dei poli. In un sistema piano di coordinate ortogonali x e z , il campo \vec{B} può essere fatto discendere da un potenziale:

$$\psi = B_0 \left(-z + n \frac{x^2}{r_0} \right)$$

infatti si ha :

$$B_z = - \frac{\partial \psi}{\partial z} = B_0 \left(1 - n \frac{x}{r_0} \right)$$

$$B_r = - \frac{\partial \psi}{\partial x} = B_0 n \frac{x}{r_0}$$

che sono appunto le componenti del campo dato in (7).

Si può considerare che i poli, in assenza di saturazione, sono semplici equipotenziali ; pertanto il loro profilo è dato da:

$$\psi = h = \text{cost.} \quad \text{cioè} \quad B_0 \left(-z + n \frac{x^2}{r_0} \right) = h$$

$$z(x_0 - x) = k \quad \text{dove} \quad x_0 = \frac{r_0}{n} \quad \text{o anche}$$

Le curve che determinano il profilo polare sono dunque delle iperboli con asintoto distante x_0 dall'origine degli assi (si noti che l'origine degli assi x, z coincide con la traccia dell'orbita centrale di equilibrio). Il rapporto $k/x_0 = z/2$ è determinato dalla distanza tra i poli nel punto $x = 0$, e quindi

dell'apertura verticale massima che si vuol dare alla ciambella.

Assumiamo l'altezza utile interna max della ciambella:

$$a = 4 \text{ cm.}$$

Aggiungiamo a questa 1 cm. per lo spessore delle due pareti e per gli avvolgimenti di correzione, otteniamo per l'altezza del traferro sull'orbita centrale:

$$g = 5 \text{ cm. per cui } \frac{K}{x_0} = \frac{g}{2} = 2,5 \text{ cm.}$$

Fissiamo ora la lunghezza della zona sul piano mediano in cui desideriamo che il campo abbia l'andamento desiderato, sia questo

$$b = 12 \text{ cm.}$$

Evidentemente gli asintoti non potranno essere a distanza inferiore di

$$x_{0 \text{ min}} = \frac{b}{2} = 6 \text{ cm}$$

Risulta che il massimo valore di (n) che possiamo considerare con queste dimensioni è dato da :

$$|n|_{\text{max}} = \frac{x_0}{x_0} = \frac{333}{6} = 55,5$$

Usando però questo valore di (n) si ha l'inconveniente che l'altezza del traferro alle estremità della ciambella diventa estremamente piccola, e pertanto la sezione utile per le oscillazioni di betatrone risulta ridotta.

Si stabilisce pertanto di scegliere un valore di (n) compreso tra 30 e 40.

Con |n| = 30 si hanno i seguenti valori per i parametri che definiscono i profili polari :

equazione dell'iperbole $(\bar{u}, \bar{v} \pm v)x = 2,75$
 distanza asintoto $x_0 = \pm 11,1 \text{ cm}$
 altezza del traferro per $x = 3,24 \text{ cm}$

§ 4.- Vogliamo ora ricordare i criteri che permettono di definire le strutture della macchina. (*)

- La macchina deve avere delle sezioni diritte, per l'alloggiamento di alcuni servizi fondamentali, cavità risonanti, pompe, etc.).
La lunghezza minima utile di tali sezioni deve essere:

$$L_0 = 40 \text{ cm.}$$

- Poichè nelle sezioni diritte il fascio non è localizzato occorre che la lunghezza totale di tali sezioni L_0 sia inferiore a circa il 25% della lunghezza totale dell'orbita centrale d'equilibrio C , cioè

$$\frac{L_0}{C} < 0,25$$

- La periodicità fondamentale della macchina P non può essere troppo bassa, perchè ciò tende ad aumentare le ampiezze di betatrone e a ridurre le regioni di stabilità. E' prudente mantenere P maggiore di due volte il numero Q di oscillazioni di betatrone che entrano in un giro. Poichè, come vedremo, nel nostro caso $Q \sim 2$, deve essere $P > 4$. P non deve nemmeno essere troppo alta,

Nota (*): I parametri che determinano le frequenze delle oscillazioni di betatrone sono:

- 1) Il valore di n nei settori alternati, cioè i valori n_1 nei settori focheggianti verticali, e n_2 nei settori focheggianti orizzontali.
- 2) Il numero N delle coppie di settori focheggianti-defocheggiante.
- 3) La posizione, lunghezza e numero S delle sezioni diritte. Questi parametri non possono essere scelti indipendentemente, e d'altra parte considerazioni pratiche giocano una notevole parte nella definizione dei limiti entro i quali si possono scegliere i loro valori. Qui di seguito elenchiamo le considerazioni che abbiamo seguite per la scelta dei valori proposti:

poichè la regione di stabilità, sul piano $n_1 - n_2$, è suddivisa dalle risonanze (vedi seguito) in p^2 cellette, e pertanto le tolleranze nei valori di n si riducono al crescere di P .

Il numero N di coppie di settori foceggiante + defoceggiante (chiameremo "lente" una di queste coppie) deve essere:

$$N > 2 \sqrt{|n|}$$

Nel nostro caso quindi :

$$N > 11$$

Non conviene d'altra parte fare N troppo grande, perchè gli errori di allineamento, l'effetto del campo ai bordi etc. diventano sempre più gravi con l'aumentare del numero di lenti.

Poichè il massimo delle ampiezze di betatrone cade nei settori foceggianti, conviene porre le sezioni diritte al centro di un settore, piuttosto che al limite tra due settori. Scegliamo di porle al centro di settori foceggianti verticali, perchè per questi i poli presentano verso l'esterno la parte più aperta, e quindi si hanno dei vantaggi di ingombro. Questa disposizione permette anche di ottenere che la differenza di fase lungo un'orbita tra oscillazioni radiali e verticali sia di $\sim \pi$, ciò che è utile per disaccoppiare le due oscillazioni.

Sulla base di queste considerazioni abbiamo fatto la seguente scelta dei parametri :

$l_0 = 40$ cm. ; $P = 8$; n° sez. diritte $S = 8$; $N = 16$

e la seguente scelta delle disposizioni relative delle lenti e sezioni diritte :

OSCIL. VERTICALI	0	foc +	defoc -	foc +	defoc -	foc +	0
OSCIL. RADIALI	0	defoc -	foc +	defoc -	foc +	defoc -	0
LUNGH.	$l_0/2$	$l_1 = \frac{l_2}{2}$	l_2	l_2	l_2	l_1	$l_0/2$

I valori delle grandezze derivanti da queste sono indicati nella Tabella.

Occorre osservare che la lunghezza l_0 delle sezioni diritte può probabilmente essere raddoppiata senza modifiche sostanziali al funzionamento teorico della macchina. Comunque questo è un punto che andrebbe ulteriormente investigato.

§ 5.- Le caratteristiche di un progetto di massima per il magnete sono riferite nella tabella e nei disegni MA 35-E1 e MA 39-E1. Nella tabella sono anche riferite le caratteristiche di massima per la eccitazione di un simile magnete. Nel disegno MA 42-E1 è data una pianta d'insieme della macchina.

Il fattore di utilizzazione sul piano mediano, cioè il rapporto fra la zona in cui ci si aspetta un gradiente del campo costante entro $\pm 1\%$ e la larghezza fisica dai poli, è stato valutato all'incirca 72% tenendo presente le misure riferite nel rapporto di M.S. Livingston (1) e misure fatte in vasca elettrolitica dall'Ing. Amman.

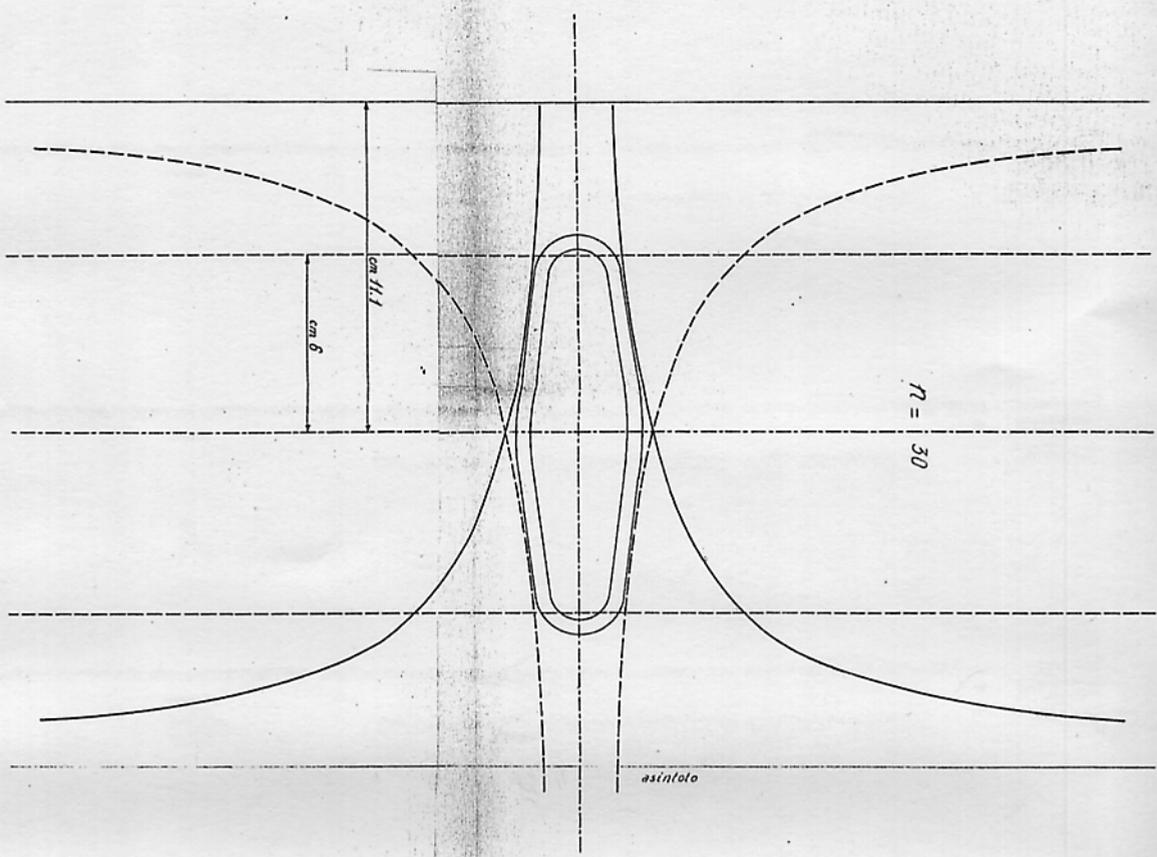
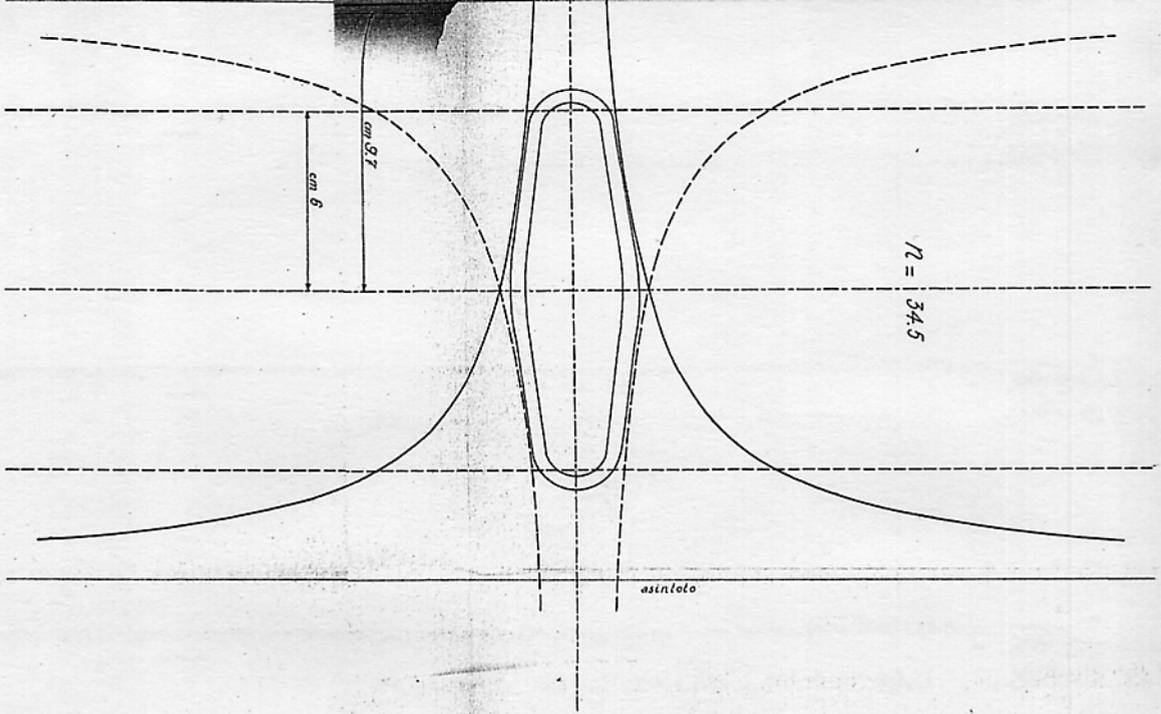
Il rapporto tra il flusso totale ed il flusso utile è stato valutato dalle misure in vasca elettrolitica fatte dall'Ing. Amman.

Per queste caratteristiche, e dati i prezzi unitari in nostro possesso fino ad ora, si trae che il presente progetto consentirebbe un risparmio di circa 100 milioni di lire rispetto al progetto Tiburtino I°.

Novembre 1953

BIBLIOGRAFIA

- (1) M.S. Livingston - "Design Study for a 15 BeV Proton-Synchrotron" - M.I.T. Tech. Rep. n°10 - June 30, 1953.
- (2) E.R. Cajanello - Non linearities in the Strong Focusing Accelerator - N.C.10, 581 (1953)
- (3) E.R. Cajanello - A. Turrin - Stability and Periodicity in the Strong Focusing Accelerator - N.C.10, 594 (1953)
- (4) M. Sands - B.F. Toushek - Alignment errors in the Strong Focusing Synchrotron
- (5) G. Liders - CERN PS/GL7. N.C. 10, 604 (1953)

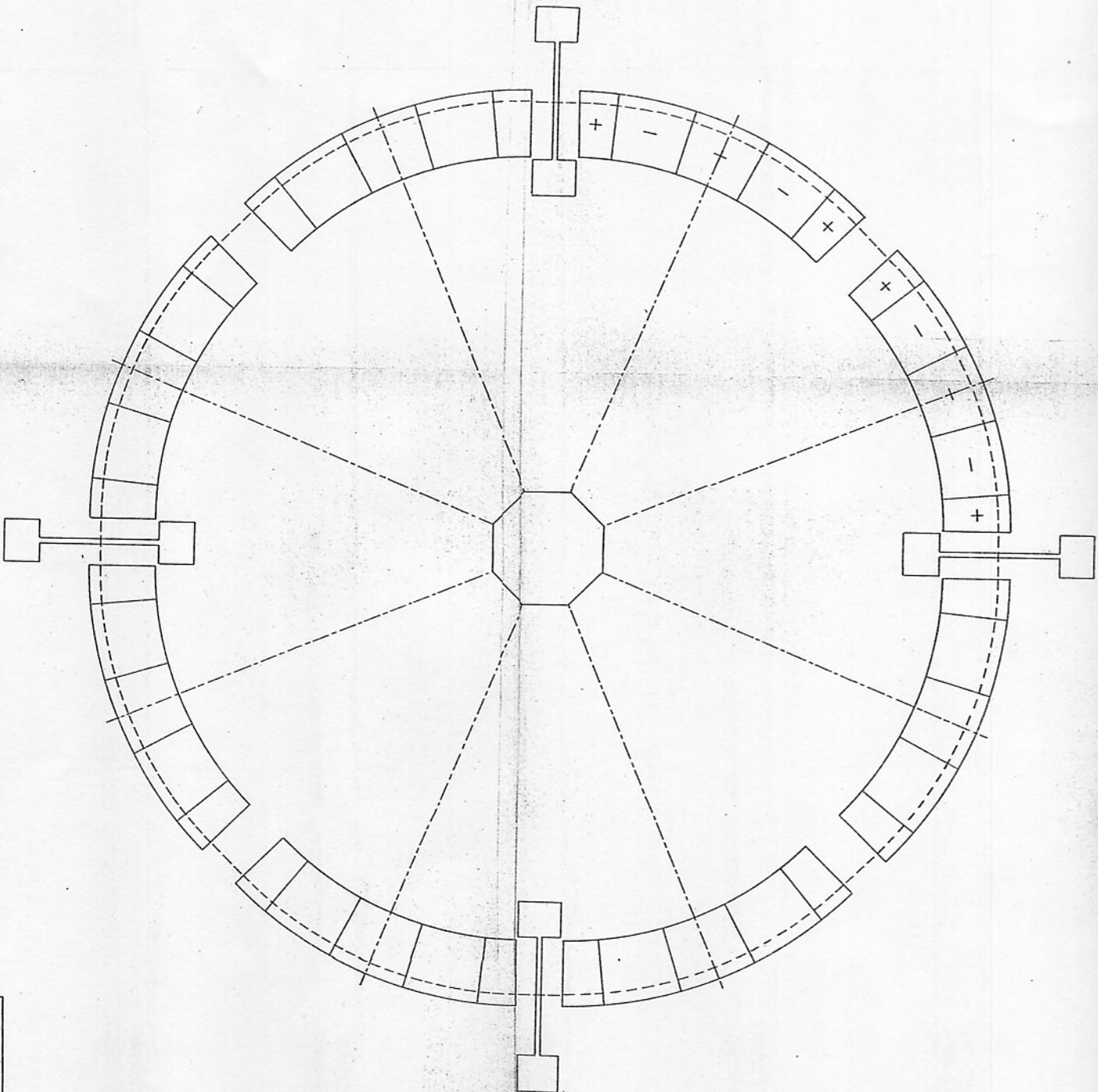


INFN del CNR - SEZ. ACCELERATORE -

I P E R B O L I

Profilo Polare

PROG:	Quercia	DATA:	24/1/1993	SCALA:	
DIS.:	Jasso	№:	1035-71	RIE:	



INFN del CNR - SEZ. ACCELERATORE

Sezione orizzontale

ERCOLINO I:

PROG.: <i>Quercia</i>	DATA: 27-XI-1953	SCALA: $\frac{1}{1000}$
DIS.: <i>Saaso</i>	№: <i>MA 42-E1</i>	RIF.: