

Laboratori Nazionali di Frascati

LNF - 53/65
3.11.1953.

G. Salvini: SULLA CONVENIENZA DI DEFORMARE IL CAMPO
MAGNETICO ALL'INIEZIONE IN MODO DA OTTENERE UNA SPI
RALIZZAZIONE NON COSTANTE E QUINDI PIU' CONVENIENTE.-

SULLA CONVENIENZA DI DEFORMARE IL CAMPO MAGNETICO ALL' INIEZIONE IN MODO DA OTTENERE UNA SPIRALIZZAZIONE NON COSTANTE E QUINDI PIU' CONVENIENTE.- ==

1. a.) Se si segue il meccanismo dell'iniezione sino ad ora proposto dal gruppo teorico, noi abbiamo che gli elettroni iniettati tangenzialmente all'orbita istantanea di equilibrio percorreranno una spirale ζ a passo costante. Questo passo non può uscire da un limite inferiore (per es. 3-5 mm) imposto dalle dimensioni dell'iniettore, e da un limite superiore imposto dal tempo richiesto acciocchè la R.F. sia pronta a catturare gli elettroni prima che la spiralizzazione sia finita. Non è escluso sino ad ora che questi limiti siano contraddittori.

b.) Quanto sopra vale per $\zeta = \text{cost.}$; ci si chiede in questa proposta se la situazione può migliorare se si assume, anzichè $\zeta = \text{cost.}$, una spiralizzazione decrescente al decrescere del raggio dell'orbita ed eventualmente funzione del tempo. Per esempio una ζ che si riducesse col decrescere del raggio di curvatura della spirale (fig.1) potrebbe

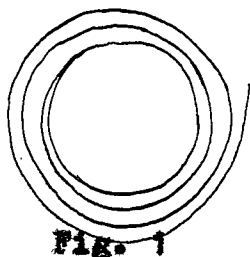


Fig. 1

$$\zeta = \zeta(r)$$

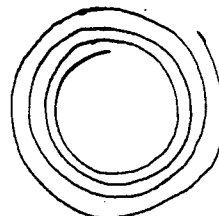


Fig. 2

$$\zeta = \text{cost.}$$

permettere nello stesso tempo di evitare l'iniettore (poichè ζ è ampia vicino all'iniettore) e di attendere a sufficienza la R.F. (poichè ζ è minima presso l'orbita stabile ed all'interno di essa).

Riteniamo che tra le condizioni necessarie perchè questa possibilità si realizzi vi sia almeno quella che n resti compresa tra 0 ed 1 (o tra circa 0 e .8, tenendo conto delle sezioni diritte), sicchè durante la fase di iniezione si abbiano ancora le condizioni generali di focalizzazione, pur con ampiezze e lunghezze d'onda di Betatrone molto

variate. Le considerazioni che seguono rispettano questa condizione.

2. a.) Si consideri il grafico di Fig.3. Sulle ascisse sono allineati i valori dei raggi. L'orbita stabile si ha a $r_0 = 330\text{cm}$; $x = r - r_0$ è la distanza (> 0 per raggio $> r_0$) dall'orbita stabile. Sulle ordinate sono allineati i valori del campo magnetico, quelli intorno a 15 gauss che interessano l'iniezione.

Le rette (in realtà iperboli molto lente) 1-1'; 2-2' etc. sono le rette che descrivono il campo magnetico al variare di x e per ciascun tempo (rette isocrone). Il tempo è un valore parametrico dato accanto a ciascuna retta. Le rette 1-1' etc. sono quelle per $n = .6$.-

Sia O il "momento" di iniezione, di un elettrone immesso tangente alla sua orbita di equilibrio. L'iperbole $O-O'$ passante per O , e di equazione $(B)(r_0 + x) = \text{cost.}$, è il luogo dei raggi di equilibrio per quell'elettrone. La proiezione sulle ascisse dei segmenti LM , MN , ..., intercetti nell'iperbole dalle 1-1', 2-2', ..., sono il passo di spiralizzazione.

Se si assume $n = \text{cost.} = .6$ per tutto il processo di iniezione, la spiralizzazione potrà al massimo durare un $\Delta \tau$ pari al tempo che intercorre tra le rette 1-1' ed $n-n'$.

b.) La durata a disposizione diviene maggiore se si assume che le isocrone 1-1', 2-2', ..., non siano parallele, e cioè non sia $n = \text{cost.}$, ma $n = n(rt)$, con la sola condizione $0 < n < .8$

La situazione resta ancora topologicamente la stessa di Fig.3, ma deformata in modo da avere più ampi valori di \mathcal{G} alla iniezione, invece valori minimi di \mathcal{G} (e quindi un maggior tempo a disposizione per la R.F.) per $x < 0$.

Si consideri per es. la fig.4. Le definizioni sono le stesse che in Fig.3. In ogni curva isocrona 1-1', 2-2', ..., $0 < n < .8$; \mathcal{G} è massimo presso l'iniezione (come si desidera) e decresce al calare di x . Il tempo

$\Delta \tau$ occorrente affinché l'elettrone urti contro la parete interna della viambella è maggiore che nella figura 3, e la spiralizzazione all'inizio è maggiore.

c.) La soluzione grafica data in Fig.4 non è la migliore (essa corrisponde all'esempio numerico dato in fondo a questa nota). Mi sembra possibile arrivare a spiralizzazioni doppie e con tempo doppio o quasi che nel caso della iniezione con $n = \text{cost}$. Non è esclusa insomma, sino a questo punto, la possibilità di estendere $\Delta \tau$ sino ad una decina di microsecondi.

3. a.) La proposta qui contenuta corrisponde dunque ad avere $n=n(r,t)$ anziché $n=\text{cost}$. Un modo per impostare la discussione può essere per esempio il seguente. (?)

Supponiamo che il campo B (ci interessa qui la componente B_z) abbia la forma, in vicinanza dell'iniezione,

$$(1) \quad B(x,t) = B_0 \omega(t_0 + t) \left(1 - \frac{nx}{r_0}\right) + K(x,t)t$$

nella quale $B_0 \omega(t_0 + t) \left(1 - \frac{nx}{r_0}\right)$ è la solita forma vicino alla iniezione, mentre $K_0(x,t)t$ è un termine perturbativo, che varia il valore di n nel tempo e che si può realizzare ad esempio con correcting coils.

Il campo (1) soddisferà alle nostre condizioni di iniezione se si può mettere nella forma (condizione necessaria ma, può essere, non sufficiente):

$$(2) \quad B(x,t) = B'_0 \omega(t_0 + t) \left(\frac{r_0}{r_0 + x}\right)^{n(x,t)} = B'_0 \omega(t_0 + t) \left(1 - n(x,t) \frac{x}{r_0}\right)$$

con $0 < n(x,t) < .8$

Uguagliando la (1) e la (2), e ponendo $B_0 = B'_0$; $n(x,t=0) = n$, abbiamo:

$$n(x,t) = \frac{\lg \left[\left(1 - \frac{nx}{r_0}\right) + \frac{K_0(x,t)t}{B_0 \omega(t_0 + t)} \right]}{\lg \left(1 - \frac{x}{r_0}\right)}$$

Affinchè $0 < n(x,t) < 1$ (assumiamo 1 anzichè .8 per brevità) le funzioni sotto logaritmo debbono essere o entrambe $> \overset{\text{oppure}}{0}$ o entrambe < 1 , e la funzione sotto logaritmo al numeratore deve essere più prossima ad 1 della funzione a denominatore. Quindi:

per $x > 0$ si ha

$$(4) \quad n \frac{x}{r_0} > \frac{K(x,t)t}{B_0 \omega(t+t_0)} > (n-1) \frac{x}{r_0}$$

per $x < 0$ si ha

$$(4) \quad \frac{nx}{r_0} < \frac{K(x,t)t}{B_0 \omega(t+t_0)} < \frac{x}{r_0} (n-1)$$

b.) Esempio numerico.-

Sia ad esempio

$$K(x,t) = K_0 x \quad \text{quindi}$$

$B(x,t) = B_0 \omega(t_0+t) \left[\left(1 - \frac{nx}{r_0}\right) + \frac{K_0 x t}{B_0 \omega(t_0+t)} \right]$, e chiediamo una perturbazione K_0 tale che per ~~una~~ $x = -A$ (A è la semiampiezza della ciambella) il tempo salga due volte più lentamente che per $x=A$. Questo può imporsi ponendo

$$B_0 \omega(t_0+t) \left[1 + \frac{nA}{r_0} - \frac{2K_0 A t}{B_0 \omega(t_0+t)} \right] = B_0 \omega t_0 \left[1 + \frac{nA}{r_0} \right]$$

quindi in prima approssimazione:

$$B_0 \omega t - 2K_0 A t = 0 ; \quad K_0 = \frac{B_0 \omega}{2 A}$$

Il campo $B(x,t)$ ha in tal caso la forma:

$$(5) \quad B(x,t) = B_0 \omega(t_0+t) \left[1 - \frac{nx}{r_0} + \frac{x t}{2 A t_0} \right]$$

Le disequazioni (4) divengono semplicemente:

$$\frac{n-1}{r_0} < \frac{t}{2 A t_0} < \frac{n}{r_0} \quad , \quad \text{e quindi}$$

$$t < \frac{2 n A t_0}{r_0}$$

Assumiamo ad esempio (questi dati coincidono con quelli dell'esempio di fig.4):

$$B_0 = 10^4 \text{ gauss}; \quad \omega = 4\pi \text{ ; } (dB/dt = 1.25 \times 10^5 \text{ gauss/sec});$$

$$B_0 \omega t_0 = 15 \text{ gauss (quindi } t_0 = 15/1.25 \times 10^5 = 1.2 \times 10^{-4} \text{ secondi);}$$

$$A = 10 \text{ cm ; } r_0 = 330 \text{ cm}$$

Si trova:

$$t < 4.2 \times 10^{-6} \text{ secondi}$$

Questo significa che passeranno 4,2 microsecondi prima che la n esca dai limiti 0,1, per effetto della perturbazione data dalla $K_0 x t_0$.

La spiralizzazione G all'inizio per un campo dato dalla (5)

$$G = r_0 \frac{\frac{\tau}{2t_0} + \frac{\Delta B}{B}}{1-n + \frac{\tau}{2t_0}} \quad (*)$$

ove τ è il tempo per un giro completo degli elettroni (circa 1 microsecondo), e ΔB è la variazione di campo in tale tempo, pari a τ/t_0 .

La G quindi può scriversi:

$$G = 330 \frac{3\tau/2t_0}{1-n} = \frac{330 \times 3 \times 10^{-7}}{2 \times 4 \times 1.2 \times 10^{-4}} = 1 \text{ cm}$$

La spiralizzazione ove fosse $K = 0$ (caso di $n = \text{cost.}$) sarebbe invece

$$G' = r_0 \frac{\tau}{0,4 t_0} = 3.3 \times 10^2 \times \frac{10^{-7}}{.5 \times 10^{-4}} = .66 \text{ cm}$$

Quindi con l'introduzione della deformazione K noi riusciamo ad avere una spiralizzazione maggiore ed a disporre di un tempo maggiore prima che gli elettroni urtino la parete interna. (Da notare che in fig.4 il "tempo" che intercorre tra M ed N è ancora disponibile). In Fig.4 si vede, seguendo le varie isocrone, l'andamento del campo descritto in questo esempio numerico.

(*) Infatti dalla $B_0 \omega t_0 (1 - \frac{v}{c} A) (r_0 + A) = \frac{pc}{300} = B_0 \omega (t_0 + \tau) (1 - \frac{vx}{r_0} + \frac{x\tau}{2At_0}) (r_0 + x)$ si ricava il valore di $G = A - x$ risolvendo rispetto ad x . Per un campo della forma $B = B_0(t) [1 - \frac{vx}{r_0} + \frac{k_0 x t}{B_0(t)}]$ si trova $G = \frac{\frac{\Delta K_0 \tau}{B_0(t)} + \frac{\Delta B}{B}}{1-n}$

Quanto si è detto e le figure 3 e 4 valgono, al variare dei valori del parametro t , per qualunque w .

4.) Ripetiamo che l'esempio dato in Fig.4 non è probabilmente il più efficace. D'altra parte tutto quanto qui si è detto è reso incerto dal fatto che non sappiamo come reagiscano le oscillazioni di betatrone ad un n funzione non lenta del tempo.

Se il gruppo teorico non avrà obiezioni fondamentali può dirsi sin d'ora che la realizzazione delle correcting coils adeguate per variare n per alcuni microsecondi è probabilmente possibile. In caso positivo verranno fatte delle stime e delle proposte concrete.

G.Salvini - 3 Novembre 1953

— • —

ISOCRONE PRESSO L'INIEZIONE

a) = per $n = 6 = \text{cost.}$

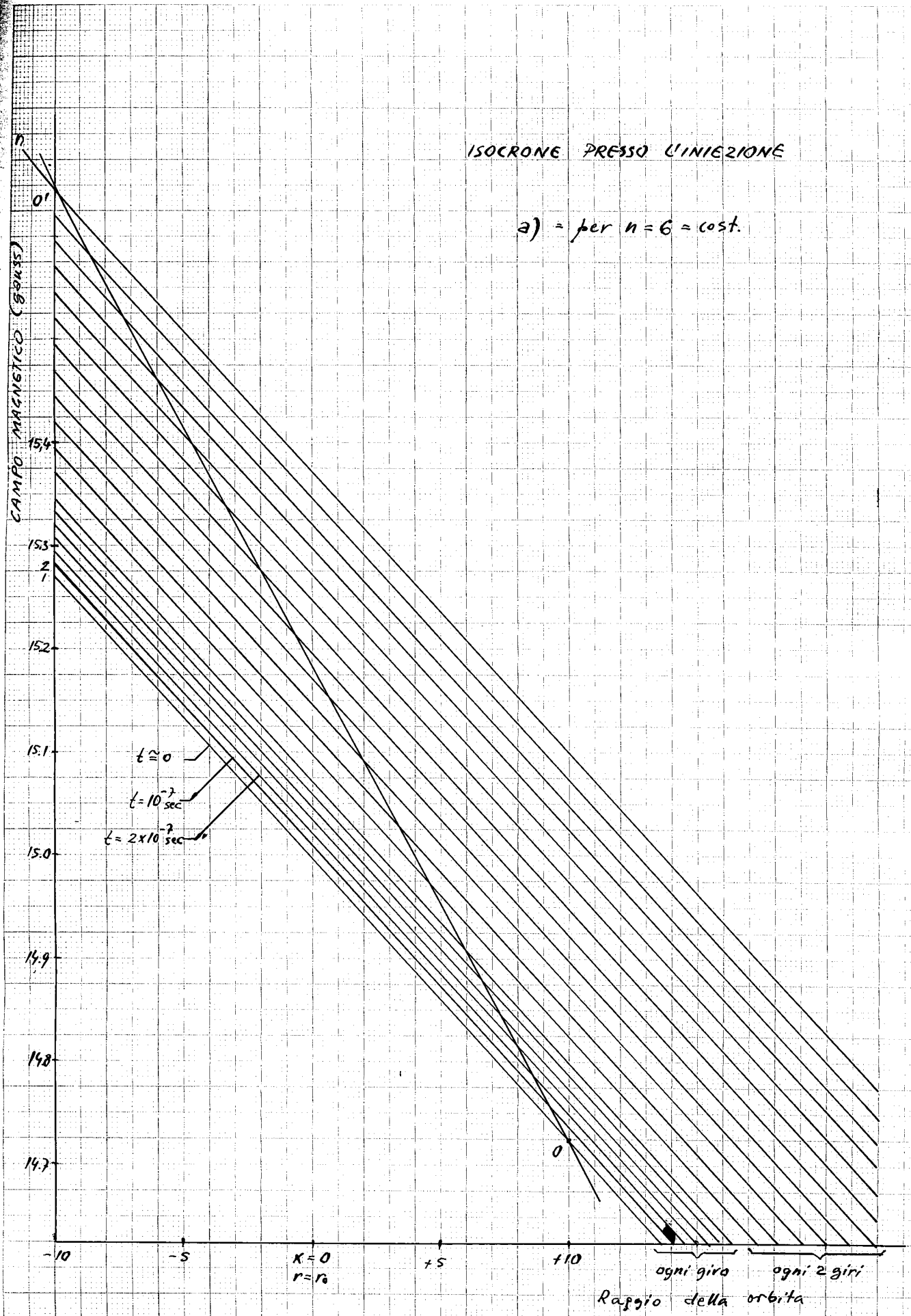


FIG. 3

