

Laboratori Nazionali di Frascati

LNF - 53/56
25.9.1953.

F. Amman: RELAZIONE RIASSUNTIVA SUI LAVORI NELLA
VASCA ELETTROLITICA AL 15.9.1953.-

M/28

**RELAZIONE RIASSUNTIVA SUI LAVORI SULLA VASCA ELETTROLITICA
AL 25 SETTEMBRE 1953**

a) Scopo degli studi sulle vasche:-

Due sono gli scopi:

- 1) andamento del campo, flusse disperse;
- 2) rilievo di n per vari profili.

I sistemi di misura usati sono naturalmente differenti nei due casi, data la maggiore approssimazione che richiede il secondo.

b) Metode impiegate.-

Al campo e.m. si possono far corrispondere nella vasca elettrolitica due campi di corrente, coniugati tra loro.

Nella analogia diretta si ha corrispondenza tra superfici di flusse del campo e.m. e superfici di flusse del campo di corrente, tra superfici equipotenziali del campo e.m. e superfici equipotenziali del campo di corrente.

Nell'analogia coniugata si fanno invece corrispondere alle superfici di flusse del campo e.m. delle superfici equipotenziali del campo di corrente e viceversa.

Lo studio di un campo e.m. mediante l'analogia coniugata è particolarmente comodo quando si vogliono esaminare porzioni di campo a retore non nulle. E' noto che l'analogia coniugata è rigorosamente applicabile nel caso di campi piani, ed inapplicabile per campi spaziali; il caso dei campi di rivoluzione intorno ad un asse è stato toccato dal Peierls, che però non l'ha risolto, accontentandosi di una verifica sperimentale nel caso particolare di campi lontani dall'asse.

Affrontando questo problema si è trovate che l'analogia coniugata vale rigorosamente nel caso di campi di rivoluzione, in ogni punto regolare del campo; la famiglia raggi-circonferenze concentriche all'asse, viene trasformata in una famiglia di iperbeli ortogonali tra loro, che possono essere equilatero o no.

Vantaggi dell'analogia coniugata rispetto all'analogia diretta:

- 1) si ottengono direttamente le linee di flusso del campo e.m. invece delle equipotenenziali;
- 2) è possibile tracciare l'andamento del campo con grande approssimazione in ogni punto, anch'è dove il rotore non è nullo (conduttori), ciò che è assai interessante per sapere come si devono suddividere i conduttori per minimizzare le perdite per correnti parassite.
- 3) facilità nella determinazione del flusso disperso: quattro misure di potenziale invece che il rilievo di un gradiente lungo una linea e successiva integrazione;
- 4) misure indipendenti dalle $c; d; t$; di polarizzazione.

Svantaggi principali:

maggiore difficoltà nella preparazione di un modello preciso, dato che esse va fatte in materiale ~~inerte~~ isolante (per modelli piccoli: noccia paraffinata, variazioni delle dimensioni: pochi percento; legno verniciato, con vernice a base di gomma lacca; per pezzi piccoli, come ad esempio l'estremità della scarpa polare, si pensa al plexiglass per misure assai precise).

e) Impianto.—

Nelle prime prove si è usata una vasca di dimensioni 58x58x10 cm; successivamente una più grande: 180x80x10, in cui provare su modelli in scala 2:1 e 3:1. Placche portalettrodi in ebanite con fori per l'introduzione della sonda; 20 elettrodi in corrispondenza di ciascuna delle due bobine.

La condizione ideale sarebbe di poter disporre di una sorgente di corrente invece che di tensione (bidegna fare in modo che la corrente sia eguale in tutti gli elettrodi). Questo porterebbe a dover usare tensioni molto alte (variazione ammessa nella corrente 1%; tensione totale circa 17 volte la tensione tra i punti di indifferenza; variazione ammessa nella corrente 1‰, tensione totale circa 160 volte ~~la~~ tensione tra i punti di indifferenza).

Si è ricorsi a resistenze regolabili, tali che la tensione totale è circa 5 volte la tensione ai capi della vasca. La regolazione è fatta in c.c. misurando le correnti con un milliamperometro; tale regolazione non è critica, una variazione dell'1% nella corrente in un elettrodo porta ad una variazione dell'1°/100 dei potenziali nella zona utile, ed ha le stesse effetti che un lievissimo spostamento del modello in senso radiale; l'influenza nella misura di m è praticamente la stessa che nel rilievo dei potenziali.

La tensione totale è 150 V a 280 p/sec., la tensione ai capi della vasca quindi è circa 30 V.

d) Andamento del campo.-

Per il rilievo dei potenziali, la sonda ed il cursore di un potenziometro vengono connessi, attraverso un amplificatore, ad un elettrodinamometro. Gli estremi del potenziometro vengono portati ai potenziali dei punti di indifferenza (potenziale massimo e minimo esistenti nella vasca): la differenza tra questi due potenziali corrisponde al valore del flusso totale.

Si tracciano le linee di flusso fissando al potenziometro determinati valori ed esplorando il campo tenendo azzerato l'elettrodinamometro; un braccio rigidamente connesso al carrello porta sonda permette di riportare direttamente per punti la mappa del campo su un foglio fissato su un tavolo accanto alla vasca.

Il rapporto tra il flusso utile ed il flusso totale è dato dal rapporto tra la d.d.p. agli estremi del campo utile della scarpa polare e la d.d.p. tra i punti di indifferenza.

Modelle A (figg. 1 - 5 - 6 - 7): flusso utile 53% del flusso totale; variando la posizione delle bobine si arriva al 60%. La sezione del ferro è costante lungo tutto il circuito, quindi il rapporto tra l'induzione massima nel ferro e l'induzione nel traferro è uguale al rapporto tra flusso totale e flusso utile, rapporto che varia, a seconda della posizione delle bobine, tra 1.9 e 1.65.

Modello W 1 (figg. 8-9-10): le sue dimensioni non sono esattamente corrispondenti a quelle del magnete di Wilson (dimensioni che all'epoca delle prove non conoscevano con esattezza) ma non ne differiscono molto: flusso utile 43% del flusso totale. Rapporto tra induzione massima nel ferro e induzione nel traferro 1,45 (sezione del ferro variabile).

Dai rilievi sui modelli si è trovato che la bobina esterna nel caso del W 1 ed ambedue nel caso A andrebbero suddivise in modo da porre la dimensione maggiore in senso radiale per diminuire le perdite per correnti parassite. E' bene tener presente l'importanza che assume una buona suddivisione per due ragioni:

1) le perdite per correnti parassite sono ingenti e, data l'elevata costo di esercizio della macchina (per 3 000 h di utilizzazione annua, 8 h al giorno, circa 30 000 L/kw), ogni riduzione di esse, anche piccola, giustifica uno studio accurato del problema.

2) le correnti parassite generano un campo sfasato di $\pi/2$ in ritardo rispetto al campo principale, e non sinusoidale, in modo che la composizione dei due porta ad un campo risultante con configurazione variabile nel tempo.

e) Rilievo di n .-

A questo riguardo si stanno mettendo i sistemi di misura. Ricordiamo che:

$$n = \frac{dB}{dr} \frac{r}{B}$$

Poichè, nell'analogia, a B corrisponde il rapporto tra il gradiente del potenziale ed il raggio, la misura di n porterebbe ad un rilievo delle derivate prima e seconda del potenziale. E' evidente la difficoltà e l'imprecisione di una simile misura.

E' stato elaborato un metodo più semplice che, per mezzo di tre sonde allineate nella direzione secondo cui si vuol conoscere la derivata a distanze note l'una dall'altra, dà direttamente il rapporto $\Delta K/K$, K essendo il gradiente di V.

Il potenziale delle due sonde esterne viene portato agli estremi di un potenziometro, la sonda centrale ed il cursore del potenziometro vanno, attraverso ad un amplificatore, al rivelatore di zero (elettrodinamometro). La connessione tra le sonde esterne e il potenziometro può essere metallica, se il potenziometro è ad alta resistenza, oppure fatta attraverso un doppio triodo, in modo da rendere trascurabile la corrente nelle sonde, che altera il campo (nel caso del doppio triodo la corrente è $< 10^{-9}$ A). E' così misurabile il rapporto tra le d.d.p. tra la sonda centrale e le sonde esterne. Il coefficiente n è ricavabile dalla formula

$$1+n = \frac{\frac{\Delta V_1}{\Delta V_2} - \frac{a}{b}}{\frac{\Delta V_1}{\Delta V_2} + \frac{a}{b}} \cdot \frac{4}{a+b} \gamma$$

in cui a e b sono le distanze tra le sonde esterne e quella centrale.

Mediante taratura in un campo uniforme viene determinato il valore del rapporto a/b (in cui viene conglobata un eventuale differenza del coefficiente di amplificazione dei due triodi). Per la distanza tra le due sonde esterne ($a+b$) si pensa di ricorrere ad un metodo ottico (fotografia o proiezione). Il calcolo degli errori di questo metodo ha dato risultati abbastanza soddisfacenti, certamente inferiori a quelli che si sarebbero avuti ricorrendo alla misura diretta dei gradienti e delle loro derivate, anche disponendo di un'attrezzatura di alta precisione. Con ipotesi piuttosto pessimistica, gli errori si riducono a :

1% dovuto al potenziometro (errore introdotto dal potenziometro stesso: con opportuna taratura l'errore del metodo viene ridotto all'errore dello strumento).

1% nella misura della distanza tra le sonde esterne (apprezzamento di 0,2 mm.)

2% nella misura del raggio (che equivale ad un errore di 2 mm nel livello dell'elettrolita su circa 8 cm).

In totale quindi 4%.-

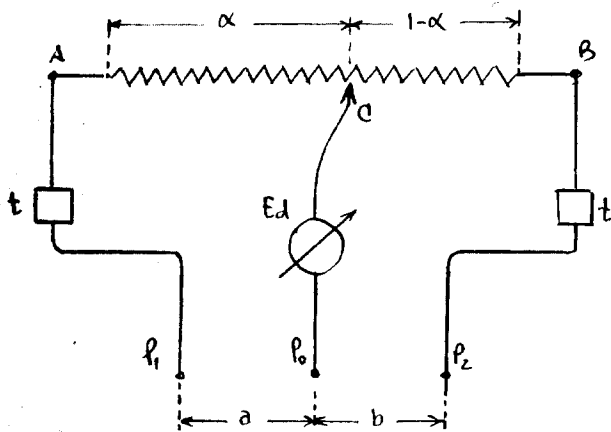
Poichè nella vsca ci si limita a riprodurre una metà del modello (il piano di simmetria radiale è una superficie equipotenziale del campo magnetico), col

sistema delle tre sonde non è quindi possibile il rilievo di n esattamente in mezzeria (le sonde sono fili di acciai, ricoperti di dag, del ϕ 0,2 mm: si può pensare di arrivare fino ad 1 mm dalla mezzeria); per ovviare a questo, e nell'intento di ottenere un rilievo assai preciso in mezzeria, si era pensato di praticare nella parete isolante tanti forellini equidistanti, costituenti altrettante sonde a liquido; dato però che in mezzeria le curve iso- n per simmetria debbono essere normali al raggio, questa condizione rende facile l'estrapolazione ed inutile il rilievo di n in mezzeria.

Il metodo delle tre sonde, oltre al fondamentale vantaggio della precisione ottenibile nelle misure, ne presenta un altro: la misura stessa è indipendente (prescindendo dalla sensibilità) dal valore della tensione applicata alla vasca, ciò che è abbastanza importante, dato che nelle prime misure si è notata una lenta variazione di questa tensione ed una deriva del potenziale dei punti di indifferenza, dovute probabilmente entrambe alle resistenze in serie agli elettrodi. Si può notare che questo sistema può essere trasportato alle misure di campo magnetico in alternata (due bobinette connesse in serie facenti capo ad un potenziometro, col punto comune collegato attraverso uno strumento di zero al cursore del potenziometro).- Anche in queste case, per non alterare il campo, bisognerebbe operare in modo da rendere trascurabile la corrente circolante nelle bobine (potenziometro ad alta resistenza e connessione per mezzo di triodi). Tale analogia vale quando si consideri che B vari sinusoidalmente nel tempo; nel caso di alimentazione del magnete con Bias, il campo dovuto alle correnti parassite ha un effetto che forse può considerarsi trascurabile, e quindi tale condizione di variazione di B sarebbe soddisfatta.-

SISTEMA PER IL RILIEVO DI n MEDIANTE LA VASCA ELETTROLITICA

Schema degli strumenti di misura:



- AB potenziometro
- Ed rivelatore di zero (elettrodinamometro).
- t triodi di accoppiamento
- P₀ sonda centrale
- P₁ P₂ sonde esterne
- C cursore del potenziometro

Essendo ΔV_1 la tensione tra P₁ e P₀ e ΔV_2 la tensione tra P₀ e P₂ quando lo strumento Ed segna zero si ha:

$$\frac{\Delta V_1}{\Delta V_2} = \frac{\alpha}{1-\alpha}$$

Ricordando che nell'analogia coniugata si ha la corrispondenza

$$B \longrightarrow \frac{1}{2\pi r} \frac{dV}{dr}$$

si può scrivere

$$B_{P_0} \longrightarrow \frac{1}{2\pi r} \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta V_1}{a} + \frac{\Delta V_2}{b} \right)$$

$$\left(\frac{dB}{dr} \right)_{P_0} \longrightarrow \frac{1}{2\pi r} \frac{\frac{\Delta V_1}{a} - \frac{\Delta V_2}{b}}{\frac{a+b}{2}} - \frac{B_{P_0}}{r}$$

Perchè nel campo magnetico si ha $n = dB/dr \cdot r/B$

si può ancora scrivere:

$$1+n = \frac{\frac{\Delta V_1}{a} - \frac{\Delta V_2}{b}}{\frac{\Delta V_1}{a} + \frac{\Delta V_2}{b}} \cdot \frac{4r}{a+b} = \frac{\frac{\Delta V_1}{\Delta V_2} - \frac{a}{b}}{\frac{\Delta V_1}{\Delta V_2} + \frac{a}{b}} \cdot \frac{4r}{a+b}$$

Per determinare n occorre quindi:

- 1-) conoscere r : in base al valore di r, il fondo della vasca ha una determinata inclinazione (approssimazione dell'arco di iperbole); con un livello di acqua massimo di 8 cm, si può contare su un errore inferiore al 2% (a cui corrisponde, per r=12 m, una variazione di livello di circa 2 mm).
- 2-) conoscere la distanza a+b: rilevabile mediante fotografia o proiezione delle tre sonde, l'errore di può tenere nei limiti dell'1%.
- 3-) conoscere il rapporto a/b: mediante taratura della sonda tripla in un campo

uniforme si ha:

$$a/b = \bar{\alpha} / (1 - \bar{\alpha})$$

4-) conoscere il rapporto $\frac{\Delta V_1}{\Delta V_2}$;

$$\frac{\Delta V_1}{\Delta V_2} = \frac{\alpha}{1 - \alpha}$$

Introducendo il valore $\bar{\alpha}$ rilevato nella taratura, si può scrivere:

$$1+n = \frac{\alpha - \bar{\alpha}}{\alpha - 2\bar{\alpha} + \bar{\alpha}} \cdot \frac{4r}{a+b}$$

Se la sonda tripla è fatta con sufficiente precisione, sarà approssimativamente

$\bar{\alpha} = 1/2$: assumendo tale ipotesi, si possono fare alcuni calcoli per determinare quante decadi deve avere il potenziometro per permettere un rilievo di adatti valori di n ; degli errori dovuti al potenziometro si parla più avanti. Poniamo:

$$\frac{4r}{a+b} \cdot \frac{1}{n+1} = \gamma \quad ; \quad \nu = \frac{1}{2\gamma}$$

si ha:

$$\alpha = \frac{1}{2} + \frac{1}{2\gamma} = \frac{1}{2} + \nu$$

Se diciamo λ la percentuale di n corrispondente ad un gradino dell'ultima decade del potenziometro, si ha:

$$\lambda = \frac{n+1}{\nu} \cdot \frac{1}{n} \times 10^{-\beta+2} = \frac{1 + 1/n}{\nu} \times 10^{-\beta+2} \quad (\beta \text{ numero delle decadi})$$

(Bisogna ricordare che nella vassa si rileva $n+1$, mentre λ si riferisce ad n ; queste spiega il termine $1 + 1/n$)

Dalla $\nu = \frac{1}{2\gamma}$ si ha:

$$\lambda = \frac{4}{n} \cdot \frac{r}{d} \times 10^{-\beta+2} \quad \text{essendo } d = a+b/2$$

Introducendo la larghezza dell'espansione polare Δr , si può scrivere:

$$\lambda = \frac{4}{n} \cdot \frac{r}{\Delta r} \cdot \frac{\Delta r}{d} \times 10^{-\beta+2}$$

Il rapporto Δr da il numero di punti in cui si rileva n .

- $n = 20$; $r = 12 \text{ m}$; $d = 1 \text{ cm}$; $\Delta r = 24 \text{ cm}$; $\gamma = 114$; $\nu = 44/10.000$; $\lambda = 2,4\%$
- $n = 0,6$; $r = 12 \text{ m}$; $d = 1 \text{ cm}$; Δr ; $\gamma = 1500$; $\nu = 33/10.000$; $\lambda = 80\%$
- $n = 0,6$; $r = 9 \text{ m}$; $d = 1 \text{ cm}$; $\gamma = 1125$; $\nu = 44/10.000$; $\lambda = 60\%$
- Ponendo $n=0,6$, $\lambda = 5\%$

per $\frac{\Delta r}{r} = 4\%$	4 decadi	$\frac{\Delta r}{d} = 3$;	5 decadi	$\frac{\Delta r}{d} = 30$
per $\frac{\Delta r}{r} = 8\%$	4 decadi	$\frac{\Delta r}{d} = 6$;	5 decadi	$\frac{\Delta r}{d} = 60$

Errori dovuti al potenziometro.-

$$\frac{\Delta V_1}{\Delta V_2} = \frac{\alpha + \delta}{1 - (\alpha + \delta)} \quad ; \quad \frac{a}{b} = \frac{\bar{\alpha} + \bar{\delta}}{1 - (\bar{\alpha} + \bar{\delta})}$$

L'errore su $(1+n)$ si può calcolare: risulta

$$E' = \frac{(1+n') - (1+n)}{1+n} = \frac{\delta - \bar{\delta}}{\alpha - \bar{\alpha}} - \frac{\delta(1-2\bar{\alpha}) + \bar{\delta}(1-2\alpha)}{\alpha + \bar{\alpha} - 2\alpha\bar{\alpha}}$$

Ponendo $\bar{\alpha} = \frac{1}{2}$ e $\alpha - \bar{\alpha} = \nu$ si ha

$$E' = \frac{\delta - \bar{\delta}}{\nu} - 2 \frac{\bar{\delta}}{\alpha} \nu$$

Il secondo termine è piccolo ($\frac{\bar{\delta}}{\alpha}$ dipende dal potenziometro e può essere dell'ordine dell'1‰, ν abbiamo visto che può essere al massimo dell'ordine del 4-5‰); per rendere piccolo il primo termine bisogna operare in modo che passando dalla taratura alla misura non si debbano toccare le decadi maggiori del potenziometro, cosicchè il rapporto $\frac{\delta - \bar{\delta}}{\nu}$ resta dell'ordine della precisione del potenziometro stesso (cioè dell'1‰ al massimo).

Per l'errore su n si ha:

$$E = \frac{1+n}{n} E' = (1 + 1/n) \left[\frac{\delta - \bar{\delta}}{\nu} - 2 \frac{\bar{\delta}}{\alpha} \nu \right]$$

Il termine $1+1/n$ è trascurabile per strong focusing; per weak focusing, con $n = 0.6$, vale circa 2.7.-