Laboratori Nazionali di Frascati

LNF - 53/44
12.9.1953.

S. Randi: SULLA POSSIBILITA' DI COSTRUIRE LA DONUT IN ACCIAIO COMPENSANDO LA DEFORMAZIONE DEL CAMPO MAGNETICO CON BOBINE OPPORTUNAMENTE DISPOSTE.-

SULLA POSSIBILITA' DI COSTRUIRE LA DONUT IN ACCIAIO COMPENSANDO LA DEFORMAZIONE DEL CAMPO MAGNETICO CON BOBINE OPPORTUNAMENTE DISPOSTE

Si assume che, agli effetti della deformazione del cammpo magnetico, l'effetto delle correnti parassite nella donut sia equivalente a quello di una lastra metallica posta nel centro di una gap. In tale ipotesi nella relazione D-4 (ing. Sacerdoti) è stato notato che alla superficie di tale lastra l'andamento del campo magnetico è:

$$B(x) = A_1 e^{(1+i)mx} + A_2 e^{-(1+i)mx} \qquad \text{(vedi fig. 1)}$$

con $m = \sqrt{\frac{\omega \mu_0 \delta}{2 \rho h}}$

Ora è noto che tale andamento comporta sfasamenti notevoli tra il campo magnetico nella zona dell'orbita centrale e quello nelle zone delle orbite peroferiche. Più precisamente tale sfasamento è funzione crescente del rapporto δ/ρ e si vede che piccoli spessori di lamine già deformano il campo in modo intollerabile specie per quanto riguarda l'iniezione. E' già stato notato che una donut in acciaio, senza provvedimenti di compenso, presenta sensibile tale inconveniente e che solo una metallizzazione (pochi micron di spessore) della donut costruita di materiale isolante non provoca eccessivi sfasamenti.

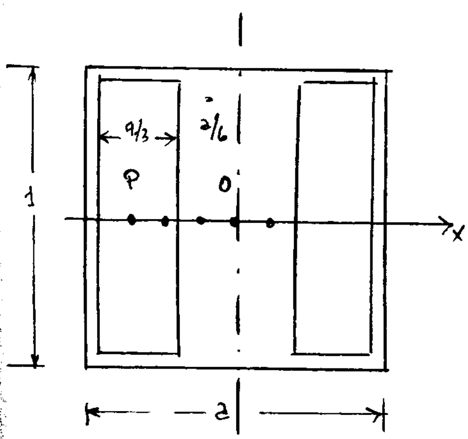

FIG.1

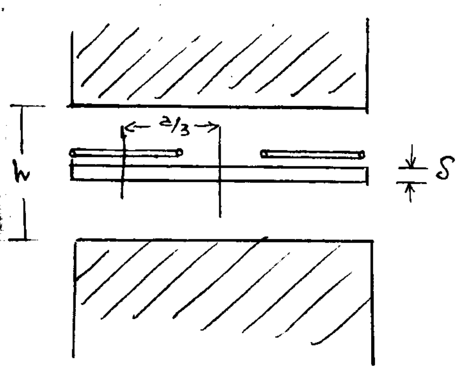

FIG.2

Lo scopo di questa nota è di vedere se è possibile compensare lo sfasamento lamentato per la donut in acciaio con bobine opportunamente disposte. (fig.1 e fig.2). Calcolerò il valore della resistenza di tale bobina imponendo che la fase del campo magnetico per x = a/3 (centro della bobina) sia uguale alla fase del campo per x = o

Riprendo la equazione soprascritta notando che nella zona di o essa diviene per ragioni di simmetria:

$$\overline{B}(x) = \overline{B}_1 \left[e^{(1+j)mx} + e^{-(1+j)mx} \right]$$

mentre nella zona P rimane:

$$\overline{B}(x) = B e^{(1+j)mx} + B_3 e^{-(1+j)mx}$$

Le condizioni ai limiti sono:

1°) $\overline{B}_p\left(\frac{a}{6}\right) - \overline{B}_o\left(\frac{a}{6}\right) = -\frac{\overline{I}_s}{h}\mu_o$ — I_s corrente nella bobina

2°) $\frac{\overline{B}_p\left(\frac{a}{6}\right)h}{\mu_o} = \overline{A} - \overline{I}_s$ — A amperspire eccitatrici esterne

3°) $\frac{d}{dx}\left[\overline{B}_p\left(\frac{a}{6}\right)\right] = \frac{d}{dx}\left[\overline{B}_o\left(\frac{a}{6}\right)\right]$

4°) $R\overline{I}_s = -\frac{d}{dt}\int_{a/6}^{a/2} B_p \, dx$

B_1 abbia fase zero e valore assoluto =1 (cosa che comporta una opportuna fase e modulo di A) per cui $\overline{B}_{(x=0)} = 2$. In tal caso le incognite del problema sono $\overline{B}_2$, $\overline{B}_3$, $\overline{I}_s$, $\overline{R}$, $\overline{A}$. Per rendere il problema determinato impongo, come già accennato, che la fase di B_p per $x = a/3$ (centro della bobina) sia nulla.

$$\overline{B}_p\left(\frac{a}{3}\right) = \overline{B}_2 e^{mx} e^{jmx} + \overline{B}_3 e^{-mx} e^{-jmx} = \overline{B}_2 e^{mx}(\cos mx + j \operatorname{sen} mx) + \overline{B}_3 e^{-mx}(\cos mx - j \operatorname{sen} mx) =$$

$$= \left(\overline{B}_2 e^{mx} + \overline{B}_3 e^{-mx}\right)\cos mx + j\left[\overline{B}_2 e^{mx} - B_3 e^{-mx}\right] \operatorname{sen} mx$$

L'annullamento della parte immaginaria, essendo $\operatorname{sen} mx \neq 0$ per $x = \frac{a}{3}$, porta alla relazione

5°) $\overrightarrow{B_3} = \overline{B}_2 e^{j\frac{2}{3}ma}$

Per calcolare R mi servirò solo delle equazioni 1°), 3°), 4°), 5°) ricavando prima $\overline{B}_2$ e $\overline{B}_3$ dal sistema delle 3°) e 5°) indi I_s dalla 1°) e finalmente R dalla 4°).

I calcoli che seguono sono eseguiti nel sistema Giorgi usando le seguenti grandezze:

$\omega = 126$ $\quad \mu_o = 1{,}256 \cdot 10^{-6}$ $\quad \delta = 10^{-3}$ m. $\quad \rho = 2 \cdot 10^{-7}$ $\quad h = 0{,}07$

$a = 0{,}05$ da cui $m = 2{,}34$.

La equazione 5°) numericamente diviene:

$$\bar{B}_3 = \bar{B}_2 (0{,}9716 + j\,0{,}1800) \qquad (5°)$$

La equazione 3°):

$$\frac{d}{dx}\left[B_p\left(\frac{a}{6}\right)\right] = B_2(0{,}9964 + j1{,}12)\,2{,}34 - B_3(0{,}9967 + j\,0{,}8864)\,2{,}34$$

$$\frac{d}{dx}\left[B_p\left(\frac{a}{6}\right)\right] = B_1(-0{,}00026 + j\,0{,}234)\,2{,}34$$

In definitiva si scrive:

$$B_2(0{,}9964 + j1{,}12) - B_3(0{,}9967 + j\,0{,}8864) = j\,0{,}234 \qquad (3°)$$

Sostituendo il valore di B_3 dato dalla 5°) in 3°) si ha:

$$B_2(0{,}9964 + j\,1{,}12) - B_2(0{,}8088 + j1{,}0406) = -\,j\,0{,}234$$

Ponendo $B_2 = R_2 + jY_2$ e separando reale da immaginario:

$$\begin{cases} R_2\,0{,}1876 - Y_2\,0{,}0794 = 0 \\ R_2\,0{,}0794 - Y_2\,0{,}1876 = 0{,}234 \end{cases} \quad \text{da cui} \quad \begin{aligned} R_2 &= 0{,}4481 \\ Y_2 &= 1{,}0578 \end{aligned}$$

cioè

$$\underline{\bar{B}_2 = 0{,}4481 + j\,1{,}0578}$$

da cui

$$\underline{\bar{B}_3 = 0{,}2449 + j\,1{,}1083}$$

Nella equazione 1°):

$$B_p\left(\frac{a}{6}\right) = B_2(1{,}0584 + j\,0{,}0620) + B_3(0{,}9416 - j\,0{,}0551) \qquad B_0\left(\frac{a}{6}\right) = 2 + j\,0{,}0069$$

Essendo $\frac{\mu_0}{h} = 1{,}795 \times 10^{-5}$ la equazione 1°) numericamente diviene

$$B_2(1{,}0584 + j\,0{,}0620) + B_3(0{,}9416 - j\,0{,}05513) + I_s\,1{,}795 \times 10^{-5} = 2 + j\,0{,}0069$$

sostituendovi i trovati valori di B_3 e B_2 si ha:

$$1{,}3 - j2{,}17 = 1{,}795 \times 10^{-5}\, I_s$$

Dalla equazione 4°):

$$\bar{I}_s \bar{R} = -\frac{d}{dt}\int_{\frac{a}{6}}^{\frac{a}{2}} B_p\,dx = -j\omega \int_{\frac{a}{6}}^{\frac{a}{2}} B_p\,dx$$

$$\varepsilon' = \int_{\frac{a}{6}}^{\frac{a}{2}} B_p\,dx = \bar{B}_2\,\frac{0{,}4274}{2}(0{,}2616 + j\,0{,}0278) + \bar{B}_3\,\frac{0{,}4274}{2}(0{,}2064 - j\,0{,}0273)$$

sostituendo

$$R\,\frac{1{,}3 - j\,2{,}17}{1{,}795 \times 10^{-5}} = -j \times 126 \times [0{,}0188 + j\,0{,}0617] - j \times 126 \times [0{,}0043 + j\,0{,}0503]$$

$$R(1{,}3 - j\,2{,}17) = (2{,}5331 - j\,0{,}5224) \times 10^{-4}$$

da cui

$$\underline{R = 0{,}6921 \times 10^{-4}\ \Omega}$$

Calcolando la sezione del conduttore:

$$S = \frac{h\ell}{R} = \frac{1,75 \times 10^{-8} \times 2}{0,7 \times 10^{-4}} = 5\,\mathrm{cm}^2$$

Lo studio successivo consisterebbe nel progettare la disposizione costruttiva della donut in acciaio con relative bobine di compenso a cui seguirebbe il relativo confronto economico tra la donut così disposta e la donut in materiale isolante con strato metallizzato.

Penso si possa anticipare un risultato di non convenienza tenuto conto dell'eccessivo ingombro delle bobine (ed è stata calcolata per una lamina di appena 1 mm !) dovuto al basso valore della resistenza trovata.

Salvatore RANDI

— o —

Tabella delle grandezze usate con relativi simboli e valore numerico in unità Giorgi

h = spessore d'intraferro = 0,07 m

ω = pulsazione campo magnetico = $2\pi \times 20$ = 126

μ_0 = $1,256 \times 10^{-7}$

δ = spessore lamina acciaio = 10^{-3} m

a = larghezza della lamina (differenza tra i raggi delle orbite esterna ed interna) = 0,15 m

ρ_{cu} = resistività rame bobina = $1,75 \times 10^{-8}\ \Omega m$

R = resistenza bobina

I_s = corrente delle bobina

ρ = resistività acciaio = $2 \times 10^{-7}\ \Omega m$.