

Laboratori Nazionali di Frascati

LNF - 53/33
15.7.1953.

G. sacerdoti: SUL RILEVAMENTO DEGLI EFFETTI DI CORRENTI
PARASSITE NEL TRAFERRO.-

a) Introduzione.-

In una nota precedente (n.1) avevo esaminato l'effetto delle correnti parassite sulla stabilizzazione della donut. Ora in questa nota esaminerò come questa perturbazione sia rilevabile direttamente su un circuito elettrico equivalente. Nell'ultima parte della nota esaminerò come in caso di eccitazione sinusoidale si possa anche tener conto della isteresi del materiale magnetico.

b) Circuito equivalente ad un nucleo circuitato da una lamina ed eccitato da una corrente qualsiasi (nucleo senza isteresi).-

Consideriamo una lamina posta entro la gap di un magnete come in fig.1. Ammettiamo:

che le linee di flusso magnetico abbiano andamento perpendicolare alla lamina;

che le linee di corrente si chiudano come in fig.2

Dividiamo il tratto in $2n$ parti. La corrente che passa nella striscia $\frac{ek}{2n} / \frac{e(k-1)}{2n}$ e ritorna per la striscia $\frac{e(-k)}{2n} / \frac{e[-(k-1)]}{2n}$ forma un circuito dotato di induttanza propria e propria resistenza. I vari circuiti sono legati da accoppiamenti induttivi e non resistivi. I parametri di ciascun circuito sono, se $h \gg e$

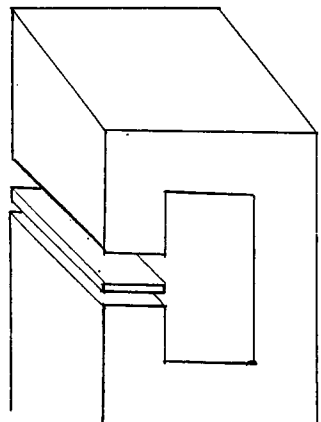


Fig. 1

$$R_{mn} = \frac{\rho 2h}{l/2n}$$

$$L_i = \frac{2ihl\mu_0}{2n l_m}$$

h = altezza della lamina

l = larghezza della lamina

δ = spessore della lamina conduttrice

l_m = lunghezza del circuito magnetico

L_i = induttanza dell' i -esimo circuito

La mutua induttanza tra il circuito $j > i$ e il circuito i è data da:

$$M_{ji} = L_i = \frac{2ihl\mu_0}{2n l_m}$$

Detto V la tensione applicata all'eccitazione, R la resistenza del circuito di eccitazione, N il numero di spire di detto circuito e I_M la corrente di detto circuito, possiamo scrivere il seguente sistema di equazioni:

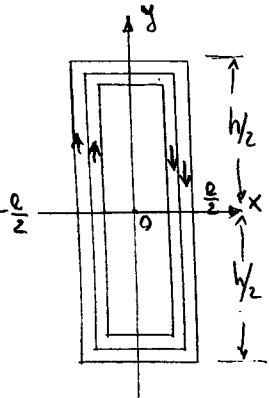


FIG. 2

$$\frac{V}{N} = \frac{R I_m}{N^2} + N L_n I_m' + I_n L_n + I_{n-1}' L_{n-1} - I_{n-2}' L_{n-2}$$

$$0 = R_n I_n + L_n I_n' + L_{n-1} I_{n-1}' + N I_m' L_n$$

$$0 = R_n I_{n-1} + N I_m' L_{n-1} + I_n' L_{n-1} + I_{n-1} L_{n-1} + \dots$$

Per $n=3$ il sistema di equazioni precedente si riduce al sistema che risolve il circuito seguente di fig.3

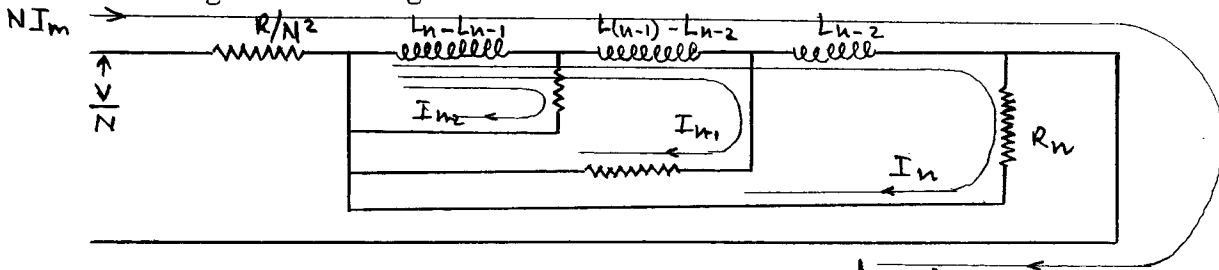


FIG. 3

Se $n \rightarrow \infty$ il nostro circuito si riduce al seguente:

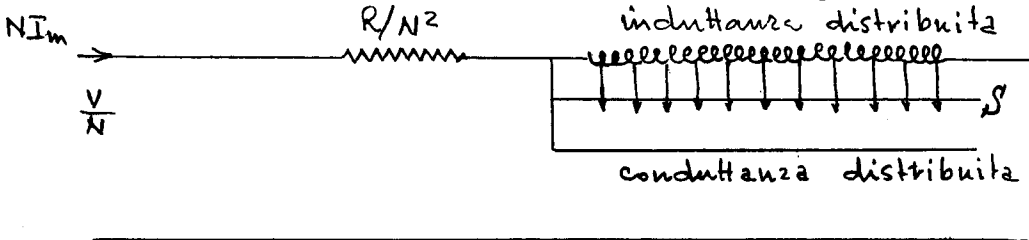


FIG. 4

Ed evidentemente se potessimo misurare le varie correnti che sfuggono attraverso S avremmo l'andamento della corrente di Foucault: X indica la coordinata generica corrispondente del tratto $0 \frac{e}{2}$ della fig.2.

In altre parole sul circuito di fig.4, avente lunghezza $\frac{e}{2}$, misuriamo nel punto X la densità di corrente: uguale ~~XXXXXXXXXX~~ densità si ha nel punto distante X dal centro della lamina (fig.2).

Se noi ci accontentiamo di una misura approssimata, possiamo sostituire al circuito di fig.4 un circuito semplificato a costanti concentrate di $6 \div 10$ celle e dalle misure ~~XXXXXXXXXX~~ effettuate sulle correnti che si hanno in ciascuna cella si può risalire alle distribuzioni delle correnti che si hanno sulla lamina.

Notiamo espressamente come non si sia fatta ipotesi sulla forma della tensione di eccitazione.

Riassumiamo qui i valori dei parametri del circuito equivalente espressi mediante i parametri fisici e geometrici del nucleo.

lunghezza della linea equivalente	$= \frac{l}{2}$
consuttività complessiva attraverso S	$= \frac{\sigma l}{sh} \frac{1}{4}$
conduttività per unità di lunghezza	$= \frac{1}{4} \frac{\sigma}{sh}$
induttanza complessiva	$= \frac{1}{2} \frac{\mu \epsilon h}{\pi m}$
induttanza per unità di lunghezza	$= \frac{\mu \epsilon h}{2 \pi m} = \frac{\mu h}{2 \pi m}$

Questo circuito è pure equivalente a quello di un nucleo a lamelle. Per un avvolgimento su più lamine in parallelo agli effetti magnetici bisogna dividere \sqrt{N} per $n =$ numero di lamine in parallelo e dividere R/N per n ($R^* = \frac{R}{nN^2}$ al posto di $R' = \frac{R}{N^2}$). Riportiamo per pura curiosità il circuito equivalente di un trasformatore a nucleo composto di fili magnetici: vedi fig.5 (accanto ci sono le formule dei parametri).

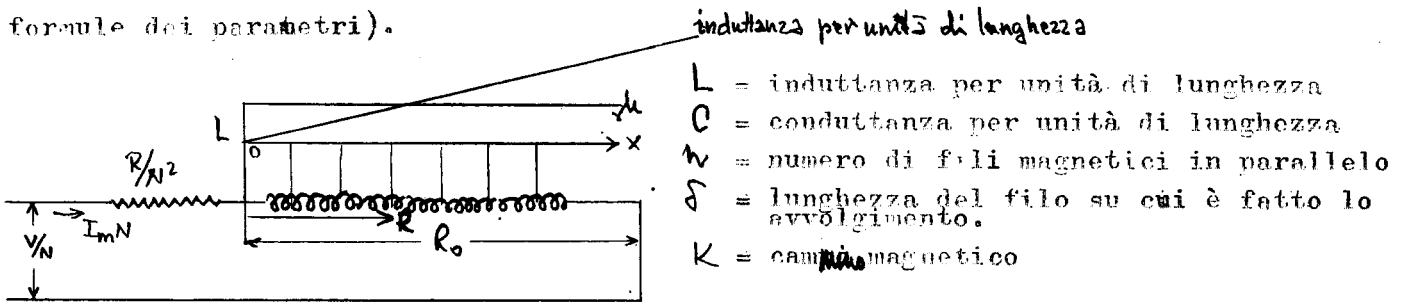


FIG.5

Conduttanza per unità di lunghezza	$= \frac{\sigma}{SR_0}$	$R_0 =$ raggio del filo
Induttanza per unità di lunghezza	$= \frac{\mu h}{\pi}$	$R =$ distanza dal centro del filo (nel circuito equivalente coordinata generica).

c) Come il circuito precedente di fig.4 si modifica colla presenza dell'isteresi nel nucleo.-

La relazione tra B ed H nel caso dell'isteresi tra campi variabili sinusoidalmente si può scrivere:

$$B = \mu H e^{-\sigma t} \quad (2) \quad G \text{ e } \text{per costanti fisiche}$$

Le grandezze indicate nella relazione (1) del paragrafo b), con $L_n I'$ non sono altro che espressioni del tipo:

$$\frac{d}{dt} L I e^{\sigma (wt - t)} = e_i = \text{forza contro elettromotrice}$$

Da cui al posto di $j\omega L_n$ otteniamo il termine $j\omega L_n e^{-d\sigma} = j\omega L_n \cos \sigma + \omega L_n \sin \sigma$ cioè al posto di una induttanza distribuita dovremo sostituire una induttanza più una resistenza in serie distribuita e il circuito equivalente costruito viene di poco modificato.

Dire che $I_a(2)$ è soddisfatta significa ammettere che il ciclo d'isteresi è una ellisse.

Se noi abbiamo una eccitazione non sinusoidale, se ammettessimo che tra componenti armoniche di frequenza ω_1 e ω_2 sussistesse la relazione

$$B_1 = \mu H_1 e^{d(\omega_1 t - \sigma)}$$

$$B_2 = \mu H_2 e^{d[(\omega_2 t - \sigma) \rho]}$$

Allora tra $(B_1 + B_2)$ e $(H_1 + H_2)$ non starebbero più (basta eliminare il tempo) su una ellisse e si viene a contraddire l'ipotesi iniziale. Quindi il circuito equivalente sopra trovato non è valido altro che per eccitazioni sinusoidali.

d) Conclusione?-

Questa possibilità di realizzare un circuito equivalente è vincolata alla possibilità di potere fisicamente realizzare parametri del circuito equivalente con la precisione determinata dalla precisione del risultato che si vuole ottenere.

Per vedere come influisce lo spessore della lamina (paragrafo a) basta variare simultaneamente le resistenze di fuga nelle celle del circuito equivalente che sono inversamente proporzionali allo spessore della lamina stessa.

Pisa 15 luglio '53

Giancarlo Sacerdoti
Giancarlo Sacerdoti